

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 1
З дисципліни: *“Дискретна математика”*

Виконав
студент групи КН 113
Карабін Я. В.

Викладач:
Мельникова Н. І.

Львів – 2019

Тема роботи

Моделювання основних логічних операцій

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями математичної логіки, навчитись будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій та знаходити їхні значення за допомогою таблиць істинності, використовувати закони алгебри логіки, освоїти методи доведень.

Короткі теоретичні відомості

Просте висловлювання (атомарна формула, атом) – це розповідне речення, про яке можна сказати, що воно *істинне* (Т або 1) або *хибне* (F або 0), але не те й інше водночас.

Складне висловлювання – це висловлювання, побудоване з простих за допомогою *логічних операцій (логічних зв'язок)*. Найчастіше вживаними операціями є 6: **заперечення** (читають «не», позначають \neg , $-$), **кон'юнкція** (читають «і», позначають \wedge), **диз'юнкція** (читають «або», позначають \vee), **імплікація** (читають «якщо ..., то», позначають \Rightarrow), **альтернативне «або»** (читають «додавання за модулем 2», позначають \oplus), **еквівалентність** (читають «тоді і лише тоді», позначають \Leftrightarrow).

Тавтологія – формула, що виконується у всіх інтерпретаціях (тотожно істинна формула). **Протиріччя** – формула, що не виконується у жодній інтерпретації (тотожно хибна формула). Формулу називають **нейтральною**, якщо вона не є ні тавтологією, ні протиріччям (для неї існує принаймні один набір пропозиційних змінних, на якому вона приймає значення Т, і принаймні один набір, на якому вона приймає значення F).

Виконана формула – це формула, що не є протиріччям (інакше кажучи, вона принаймні на одному наборі пропозиційних змінних набуває значення Т).

Завдання варіанту №12 з додатку 1

1. Формалізувати речення. Якщо сьогодні буде багато людей на концерті, то можемо вважати що вечір вдався, якщо не буде багато людей, то можемо вважати що організатор не допрацював.
2. Побудувати таблицю істинності для висловлювань:
$$((x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow ((z \Rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})) \Rightarrow \bar{z})) \Leftrightarrow (x \vee y).$$
3. Побудовою таблиць істинності вияснити, чи висловлювання є тавтологією або протиріччям: $\overline{((p \vee q) \wedge (q \Rightarrow r))} \Leftrightarrow (\bar{p} \Rightarrow r).$
4. За означенням без побудови таблиць істинності та виконання еквівалентних перетворень перевірити, чи є тавтологією висловлювання:
$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (\bar{p} \Rightarrow q).$$
5. Довести, що формули еквівалентні: $p \oplus (q \Leftrightarrow r)$ та $p \Rightarrow (q \wedge r).$

Розв'язки

1. Нехай p – сьогодні буде багато людей на концерті;
 q – вечір вдався;
 r – організатор допрацював;
Речення у формалізованому виді: $(p \Rightarrow q) \vee (\bar{p} \Rightarrow \bar{r}).$
2. Пронумеруємо певні операції і побудуємо таблицю істинності:

$$((x \stackrel{1}{\Leftrightarrow} y) \stackrel{5}{\Leftrightarrow} \left(\left(z \stackrel{3}{\Rightarrow} (\bar{x} \vee \bar{y}) \right) \stackrel{4}{\Rightarrow} \bar{z} \right) \stackrel{7}{\Leftrightarrow} (x \vee y))$$

x	y	z	\bar{x}	\bar{y}	\bar{z}	1	$(\bar{x} \vee \bar{y})$	3	4	5	$(x \vee y)$	7
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1

3. Побудовою таблиці істинності вияснимо, чи висловлювання є тавтологією або

протиріччям: $\overline{(p \vee q)} \overset{3}{\wedge} (q \overset{2}{\Rightarrow} r) \overset{5}{\Leftrightarrow} (\bar{p} \overset{4}{\Rightarrow} r)$.

p	q	r	\bar{p}	$\overline{(p \vee q)}$	2	3	4	5
0	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0

Остання дія була п'ятою і як бачимо у нас є і 0, і 1. Тому висловлювання є нейтральним.

4. $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (\bar{p} \Rightarrow q).$

Припускаємо, що формула не є тавтологією. Оскільки остання операція, яка виконується, є імплікація, то формула є хибною, коли передумова є істинною, а висновок хибним:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)) = \mathbf{T} \quad (1.1)$$

$$(\bar{p} \Rightarrow q) = \mathbf{F} \quad (1.2)$$

З формули (1.2) випливає, що $\bar{p} = \mathbf{T}$, а $q = \mathbf{F}$. Таким чином $p = \mathbf{F}$. Підставимо значення $q = \mathbf{F}$ та $p = \mathbf{F}$ у формулу (1.1) : $((\mathbf{F} \Rightarrow \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{F} \Rightarrow \mathbf{F})) = \mathbf{T} \wedge \mathbf{T} = \mathbf{T}$.

Отже, формула (1.1) виконується і при певній інтерпретації атомів формула є хибною, тому вона не може бути тавтологією.

5. Перевіримо еквівалентність формул $p \oplus (q \Leftrightarrow r)$ та $p \Rightarrow (q \wedge r)$ за допомогою побудови таблиці істинності:

p	q	r	$q \Leftrightarrow r$	$q \wedge r$	$p \oplus (q \Leftrightarrow r)$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$
0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1

Як бачимо, ці формули не є еквівалентними.

Завдання з додатку 2

Написати на будь-якій відомій студентів мові програмування програму для реалізації програмного визначення значень таблиці істинності логічних висловлювань при різних інтерпретаціях, для наступної формули:

$$((x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow ((z \Rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})) \Rightarrow \bar{z})) \Leftrightarrow (x \vee y))$$

Скориставшись побудованою таблицею істинності для цієї формули із завдання 4 додатку 1, за допомогою умовного оператора визначимо яку інтерпретацію було введено і відповідно до неї виведемо результат. Програмну реалізацію виконано на мові C++.

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  int main()
4  {
5      int x,y,z; //ініціалізація змінних
6      cout << "x = "; cin >> x; // ввід значення атома x
7      cout << "y = "; cin >> y; // ввід значення атома y
8      cout << "z = "; cin >> z; // ввід значення атома z
9      // Далі йде 8 можливих інтерпретацій атомів
10     if (x == 0 && y == 0 && x == 0) cout << "Result = "<<0<< "."; else
11     if (x == 1 && y == 0 && x == 0) cout << "Result = "<<0<< "."; else
12     if (x == 0 && y == 1 && x == 0) cout << "Result = "<<0<< "."; else
13     if (x == 0 && y == 0 && x == 1) cout << "Result = "<<1<< "."; else
14     if (x == 1 && y == 1 && x == 0) cout << "Result = "<<1<< "."; else
15     if (x == 1 && y == 0 && x == 1) cout << "Result = "<<1<< "."; else
16     if (x == 0 && y == 1 && x == 1) cout << "Result = "<<1<< "."; else
17     if (x == 1 && y == 1 && x == 1) cout << "Result = "<<1<< ".";
18     else cout<<"Incorrect input"; // Перевірка на некоректне введення даних
19     return 0;
20 }
```

Рис 1. Скрін коду програми з коментарями

```
"C:\Users\ivaskoyanik\Desktop\New folder\folgtr\bin\Debug\folgtr.exe"
x = 1
y = 0
z = 1
Result = 1.
Process returned 0 (0x0)   execution time : 18.510 s
Press any key to continue.
```

Рис 2. Скрін результату виконання програми

Висновки

Ми ознайомились на практиці із основними поняттями математичної логіки, навчилися будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій та знаходити їхні значення за допомогою побудови таблиці істинності, використовувати закони алгебри логіки, та освоїли методи їх доведень.