

113年特種考試地方政府公務人員及 離島地區公務人員考試試題

考試別：地方政府公務人員、離島地區公務人員考試

等別：三等考試

類科：資訊處理

科目：資料結構

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、考慮下面以虛擬碼 (Pseudocode) 表示的遞迴演算法，請回答相關問題：

```
Algorithm Q(n)
    if n = 1
        return 1
    else return Q(n - 1) + 2 × n - 1
```

(一)列出虛擬碼中 $Q(n)$ 的遞迴關係式，並說明此虛擬碼最終計算的是什麼？

(5 分)

(二)用遞迴函式表示此虛擬碼所使用的乘法運算次數，並用漸進式符號 Big-O 表示此遞迴函式的成長速率。(5 分)

(三)以遞迴函式表示此虛擬碼的執行時間 $T(n)$ 並說明其時間複雜度 (以 Big-O 表示)。(10 分)

二、請回答下列關於二元樹 (Binary Tree) 的問題：

(一)一個算術運算式 (Arithmetic Expression) 可以用一個二元樹表示，稱為算術運算樹 (Expression Tree)，請將下列算術運算式以算術運算樹表示。(5 分)

$(((5 + 1) \times 3 - (7 + 2)) / (((2 \times 8) + 5) / 7))$

(二)請判斷下列敘述是否正確：(5 分)

“一個算術運算樹是一個滿二元樹 (Full Binary Tree, or Proper Binary Tree)”

(三)子題(一)中的算術運算式是何種順序的運算表示式？請利用其算術運算樹將此運算式表示為一前序表示式 (Preorder Expression)，並說明其過程。(5 分)

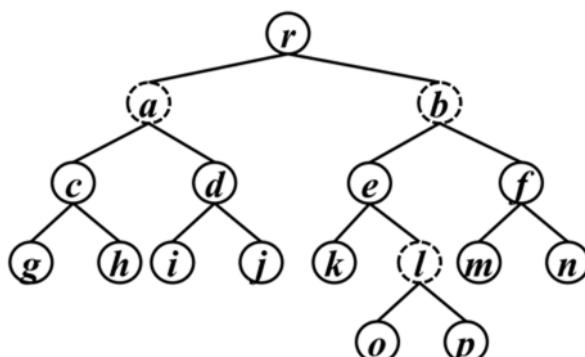
(四)請敘述如何以子題(一)的算術運算樹計算出算術運算式的值，並逐步表示其過程。(10 分)

三、在許多應用中，往往需要以物件的優先權來進行處理，為了區別物件的優先順序，我們可以簡單地賦予物件一個鍵值 (Key) 來代表優先權，此鍵值通常是一個數值可以用來區別物件前後順序。在此，我們考慮物件的鍵值是一個數值而其值愈小，物件的優先權愈高，優先佇列 (Priority Queue) 則是一種以物件的優先權來管理物件的資料結構。

- (一) 請說明優先佇列的抽象資料型態 (abstract data type, ADT) 定義。(10 分)
- (二) 給定一個最小二元堆積 (Minimum Heap) H 與一個鍵值 k ，在 H 中快速地找出所有鍵值小於或等於 k 的資料物件。請描述一個有效的方法，此方法所花的時間 (或運算量) 與欲找出的資料物件之數量成線性比例。(5 分)

四、關於紅黑樹 (Red Black Tree) 與(2,4)-樹((2,4)-Tree)：

- (一) 請分別說明紅黑樹與(2,4)-樹的定義。(10 分)
- (二) 考慮下面的紅黑樹 (實線節點代表黑色節點，虛線節點代表紅色節點)，代表節點的字元符號可視為鍵值，請說明如何將此紅黑樹轉換為一個(2,4)-樹，並將其結果畫出。此外，請申論轉換的(2,4)-樹是否唯一。(10 分)



- (三) 請說明為何一個有 n 個節點 (鍵值) 的紅黑樹其高度是 $O(\log n)$ 。(5 分)

五、下面的矩陣 M 是表示一個無向圖 $G=(V, E)$ 的相鄰矩陣（Adjacency Matrix）， V 與 E 分別為節點與邊的集合：

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>a</i>	0	1	0	1	1	1	0
<i>b</i>	1	0	1	0	1	1	0
<i>c</i>	0	1	0	0	0	1	1
<i>d</i>	1	0	0	0	0	0	1
<i>e</i>	1	1	0	0	0	0	0
<i>f</i>	1	1	1	0	0	0	1
<i>g</i>	0	0	1	1	0	1	0

(一)請畫出此無向圖 G 。(10分)

(二)若以字母順序為考量對 G 進行廣度優先搜尋（Breadth-First Search, BFS），因此將由節點 a 開始，請繪出尋訪完後所產生的 BF 樹(Breadth-First (BF) Tree)。(5分)