Universidade Federal do Ceará

Centro de Tecnologia

Departamento de Engenharia de Teleinformática

Métodos Numéricos

Trabalho Computacional Extra

NOME	Kayann Costa Soares	**MATRICULA**	429866
CURSO	Engenharia de Computação	**TURMA**	T01
PROFESSOR	*César Lincoln*	**DATA**	05/12/18

FORTALEZA-CE

2018

INTRODUÇÃO

Métodos numéricos são algoritmos computacionais que resolvem problemas matemáticos de maneira numérica e fornecendo um resultado aproximado, apesar de serem resultados aproximados existem series de algoritmos de controle de erro, para diminuir a probabilidade de erro e encontrar um valor mais aproximado possível.

Neste trabalho trataremos de trabalhar com métodos numéricos mais específicos usando a linguagem de programação Python em um ambiente computacional e virtual interativo, Jupyter Notebook. Dessa forma o trabalho se baseia e implementar e explicar os algoritmos dos métodos de interpolação e os de Integração numérica.

Algoritmos implementados:

- Métodos de Interpolação
  - Interpolação via resolução de sistemas lineares
  - Interpolação polinomial via forma de Lagrange
  - Interpolação polinomial via forma de Newton
  - Interpolação inversa
- Métodos de Integração Numérica
  - Regra dos trapézios
  - Regra 1/3 de Simpson
  - Regra 3/8 de Simpson

Os algoritmos serão enviados em anexo juntamente com um cenário de teste para analise de seu funcionamento além da logica de como os mesmo foram criados.

INTERPOLAÇÃO

É o método que permite construir um novo conjunto de dados a partir de um conjunto discreto de dados pontuais previamente conhecidos. É também a aproximação de funções complicadas por funções mais simples de modo que através da interpolação, pode-se construir uma função que aproximadamente semelhantes para tais dados pontuais.

Interpolar uma função consiste em pegar f(x) e aproximar essa função por uma outra função g(x) escolhida entre uma classe de funções pré-definidas.

INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL.

Quando g(x) é um polinômio do tipo $\left(x_{0,}f(x_0)\right), \left(x_{1,}f(x_1)\right), \dots, \left(x_{n,}f(x_n)\right)$, devemos aproximar a função f(x) por um polinômio $p_n\,(x)$, $P_N(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_Nx^N$ de grau menor ou igual a n.

A partir disso, criamos uma matriz de polinômios que representará o sistema linear com as equações e variáveis, essa matriz é conhecida como matriz de Vandermond:

$$V_N = \begin{pmatrix} x_0^N & x_0^{N-1} & \cdots & x_0^2 & x_0^1 & 1 \\ x_1^N & x_1^{N-1} & \cdots & x_1^2 & x_1^1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 1 \\ x_N^N & x_N^{N-1} & \cdots & x_N^2 & x_N^1 & 1 \end{pmatrix}$$

A partir dessa matriz usamos um método de sistema linear para resolvê-la e encontramos os valores dos coeficientes dos polinômios, em seguinte diminuímos os valores dos coeficientes pelos pontos dado e encontramos a solução.

INTERPOLAÇÃO DE LAGRANGE

Sejam x_0, x_1, ..., x_n, n+1 pontos distintos e y_i = $f(x_i)$, i = 0, ..., n. Seja $p_n\ (x)$ o polinômio de grau ≤ n que interpola f em x_0, x_1, ..., x_n. Podemos representar $p_n\ (x)$ na forma.

$$p_n\ (x) = \ y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \cdots + y_n L_n(x)$$

Onde os polinômios $L_k(x)$ são de grau n, e em seguida usamos o polinômio interpolador e encontramos seus respectivos valores:

$$L_k(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n} \frac{x - x_j}{x_k - x_j}$$

INTERPOLAÇÃO DE NEWTON:

A interpolação usando a forma de Newton é constituída a partir da semelhança de triângulos:

$$\frac{p_1(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

A partir disso conseguimos montar um operador de diferenças divididas para que possamos resolver a interpolação:

$$f[x_i] = \frac{f[x_1, x_2, \ldots, x_n] - f[x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}]}{(x_n - \ x_0)}$$

Com este operador conseguimos resolver e encontrar os valores da interpolação de maneira mais aproximada possível.

INTERPOLAÇÃO INVERSA

A interpolação inversa é utilizada quando não conhecemos a função inversa e pretendemos determinar a que valor de x correspondente a um dado $f(x)$.

A abordagem para encontrarmos algum valor de x_i para um dado $f[x_i]$ consiste em dois passos. O primeiro deles seria utilizar os valores (n+1) tabelados para interpolarmos um polinômio de grau n . Com isso, teremos uma função aproximada $f(x)$ tal que nos permita construir a função $g(x)$tal que $g(x) = f(x) - f(x_i)$. O segundo passo consiste em utilizar algum método numérico de busca de raízes para encontrar x tal que $g(x) = 0$.

INTEGRAÇÃO: REGRA DOS TRAPEZIOS

Seja uma função f(x) aproximada por um polinômio interpolador, por exemplo um polinômio de Lagrange, o polinômio interpola f(x) em pontos de [a,b] igualmente espaçados. No caso da Regra dos Trapézios o polinômio é de grau 1.

$$I = \frac{h}{2}[f(x_0) + f(x_1)]$$

INTEGRAÇÃO: REGRAS DE SIMPSON

Basicamente as regras de Simpson baseia-se em aproximar a integral definida pela área sob arcos de parábola que interpolam a função. Também trata-se de outro exemplo de Fórmula de Newton-Cotes fechada, mas podemos considerar graus superiores dos polinômios.

Simpson 1/3:

$$T = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

Simpson 3/8:

$$O = \frac{3h}{8}[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

CONCLUSÃO

O desenvolvimento do trabalho foi de suma importância para entendemos o funcionamento de tais algoritmos e compreendermos como cada um funciona passo a passo, sua criação desenvolve nossa mente e nos ajuda a entender mais ainda o conteúdo teórico, podemos ver as possibilidades de aplicações práticas e a importância de tais métodos de maneira computacional para o meio físico real. Pode-se perceber com a criação desses algoritmos a importância do tratamentos dos erros e aproximações numéricas para n setores. Assim o trabalho foi fundamental para a cadeira e para mim, o estudante.