Dec., 2013

文章编号: 1000-6788(2013)12-3216-07

中图分类号: TP18

文献标志码: A

基于数值积分的离散过程神经网络算法及应用

李盼池,施光尧

(东北石油大学 计算机与信息技术学院, 大庆 163318)

摘 要 为解决离散过程神经网络的训练问题,提出了两种基于数值积分的离散过程神经网络训练算法.分别采用三次样条积分和抛物插值积分直接处理离散样本和权值的时域聚合运算,采用梯度下降法实现网络参数的调整.以漫湾水电站的月径流数据预报为例,实验结果表明,两种算法性能接近,均优于基于正交基展开的过程神经网络.

关键词 离散过程神经网络;数值积分;三次样条积分;抛物插值积分;算法设计

Numerical integration-based discrete process neural networks algorithm and applications

LI Pan-chi, SHI Guang-yao

(School of Computer & Information Technology, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract To solve the training of discrete process neural networks, two training algorithms based on numerical integration were proposed. The cubic spline integration and the parabolic interpolation integration were directly applied to dealing with the aggregation of discrete samples and weights in time-domain, and the gradient descent method was employed to adjusting the networks parameters. Taking the prediction of monthly discharge of the Manwan Reservoir for example, the experimental results show that the performance of two algorithms are relatively close, and superior to the orthogonal basis-based process neural networks.

Keywords discrete process neural networks; numerical integration; cubic spline integration; parabolic interpolation integration; algorithm design

1 引言

在许多实际问题中系统的输入为一个与时间有关的过程,如一个化学反应过程,股市的波动过程等,用神经网络解决这类问题开始引起人们的关注。但是,由于依赖于时间的采样往往数据量较大,而传统的神经网络难于解决较大样本的学习和泛化问题,故这类问题的解决期待着新模型的出现。针对许多系统的输入是依赖于时间的连续函数,一些控制信号的输出即依赖于输入函数的空间聚合,又与时间的累计效应密切相关的问题,文献 [1] 提出了过程神经网络(process neural networks, PNN)模型。过程神经元的结构与传统 MP神经元类似,也由加权、聚合和激励三种运算组成。其聚合运算既有对空间的多输入聚合,也有对时间过程的积累。因此过程神经元要完成对于时间的聚合运算(例如积分、卷积等)。对于过程神经网络的训练问题,文献 [2 3] 给出了基于正交基展开的学习算法,利用基函数的正交性,有效简化了时域聚合运算。在网络性能方面,文献 [4] 研究了 PNN 的连续性、逼近能力、计算能力等理论性质。在模型构造方面,文献 [5-11] 先后提出了自组织、径向基、级联、双并联、分段、反馈、概率等多种 PNN 理论模型。过程神经网络起源于我国,是何新贵院士于 2000 年首次提出的神经网络新模型,目前国外学者还较少研究,国外文献也相对匮乏 [12]。在上述所有模型中,PNN 的输入均为时变的连续函数,然而在许多实际问题中,系统输入均为离散化的数据表目前的处理方法是先将离散化数据拟合成解析函数,然后再对解析函数实施正交基函数展开 [13]。这种处理

收稿日期: 2011-10-23

资助项目: 国家自然科学基金 (61170132)

作者简介: 李盼池 (1969–),男,河北大城人,教授,博士后,研究方向: 量子神经网络和量子智能优化算法, E-mail: lipanchi@vip.sina.com.

方法的缺点,一是解析函数的形式 (即经验公式) 不易确定; 二是采用高次多项式函数拟合时, 因存在龙格震荡现象会导致拟合失真; 三是正交基函数的个数选取尚无理论依据, 通常结合具体问题由多次试验确定, 尽管文献 [14] 提出了基于离散 Walsh 变换的 PNN 训练算法, 但该方法的缺陷是, 离散采样点数必须满足 2 的整数次幂, 从而使应用受到限制, 我们在文献 [15] 中提出了基于样条函数插值的离散 PNN 训练算法, 并且得出结论: 一次样条计算效率高, 逼近能力差; 三次样条计算效率低, 但逼近能力好; 二次样条在计算效率和逼近能力两方面都比较理想, 然而, 对于很多不需要在线实时控制的预测预报问题, 逼近能力是第一位的, 因此, 深入研究三次样条 PNN 以及其他形式 PNN 的离散算法有着重要的现实意义.

针对以上问题,本文分别提出了基于三次样条积分的 PNN (cubic spline integration-based PNN, CSIPNN) 训练算法和基于抛物插值积分的 PNN (parabolic interpolation integration-based PNN, PIIPNN) 训练算法. 该算法参数设置简单. 可直接处理离散输入. 因此可以扩展过程神经网络的适用范围; 由于避免了对输入函数和权函数的正交基展开运算, 因此可以提高运算效率. 实验结果验证了提出算法的有效性.

2 过程神经网络

2.1 过程神经元

过程神经元由加权、聚合和激励三部分组成。与传统神经元不同之处在于过程神经元的输入和权值都可以是依赖于时间的函数。其聚合运算既有对空间的多输入聚合。也有对时间过程的积累。单个过程神经元的结构如图 1 所示,图中 $K(\cdot)$ 为时域聚合算子,输入输出关系见式 (1),式中 f 为 sigmoid 函数, θ 为阈值。

$$y = f\left(\sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{T} w_{i}(t)x_{i}(t)dt - \theta\right)$$
(1)

2.2 过程神经网络

过程神经网络是由若干个过程神经元和普通神经元按一定的拓扑结构组成的网络, 如图 2 所示.

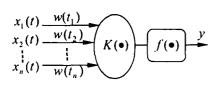


图 1 过程神经元

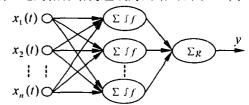


图 2 过程神经网络

其中、输入层有n个节点、中间层(隐层)有m个节点、输出层为线性关系。该网络的输入输出关系为:

$$y = \sum_{i=1}^{m} v_{i} f\left(\sum_{i=1}^{n} \left(\int_{0}^{T} w_{ij}(t) x_{i}(t) dt\right) - \theta_{j}\right)$$
 (2)

式 (2) 中, $w_{ij}(t)$ 为输入层 l j隐层的连接权函数, v_j 为隐层过程神经元到输出层的连接权值, θ_j 为隐层过程神经元的阈值, [0,T] 为时域聚合区间.

离散过程神经网络的含义是, 网络的各维输入为连续函数在不同时刻的采样值, 即为一个离散序列. 此时, 单个样本的表述形式不同于普通神经网络的向量, 而为一个矩阵.

3 基于数值积分的离散 PNN 算法

3.1 三次样条积分

设 [a,b] 为积分区间, 记 $x_k = a + kh$, $y_k = f(x_k)$, $k = 0,1,\dots,n$, h = (b-a)/n. 其边界条件为:

$$y_0' = \frac{1}{2h}(-3y_0 + 4y_1 - y_2)$$

$$y_n' = \frac{1}{2h}(3y_n - 4y_{n-1} + 3y_{n-2})$$
(3)

在式(3)条件下、上述节点的三次样条函数可写成

$$S(x) = \sum_{j=-1}^{n+1} c_j \Omega_3 \left(\frac{x - x_0}{h} - j \right)$$
 (4)

其中 $\Omega_3(x)$ 是 B 样条函数, 如下式所示:

$$\Omega_3(x) = \begin{cases}
0, & |x| \ge 2 \\
0.5|x|^3 - x^2 + 2/3, & |x| \le 1 \\
-|x|^3/6 + x^2 - 2|x| + 4/3, & 1 < |x| < 2
\end{cases} \tag{5}$$

系数 c_i 可按如下两式计算:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 4 & 1 \\ & & & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6y_0 + 2hy'_0 \\ 6y_1 \\ \vdots \\ 6y_{n-1} \\ 6y_n - 2hy'_n \end{bmatrix}$$
(6)

$$c_{-1} = c_1 - 2hy'_0 c_{n+1} = c_{n-1} - 2hy'_n$$
 (7)

被积函数 f(x) 在 [a,b] 上的积分,可由如下基于三次样条函数 S(x) 的数值积分获得:

$$I_1(f(x)) = \int_a^b S(x) dx = \frac{h}{24} (c_{-1} + c_{n+1}) + \frac{h}{2} (c_0 + c_n) + \frac{23h}{24} (c_1 + c_{n-1}) + h \sum_{k=2}^{n-2} c_k$$
 (8)

3.2 抛物插值积分

令 f(x) 在离散点 $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$ 的函数值为 y_0, y_1, \cdots, y_n , 则 f(x) 在 [a, b] 上的抛物插值积分可表示为:

$$I_2(f(x)) = \frac{h_0}{6}(3f_0 + 3f_1 - R_0) + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n-2} h_i \left(3f_i + 3f_{i+1} - \frac{L_i + R_i}{2}\right) + \frac{h_{n-1}}{6}(3f_{n-1} + 3f_n - L_{n-1})$$
(9)

其中,

$$L_{i} = \frac{\delta_{i}^{2}}{1 + \delta_{i}} f_{i-1} - \delta_{i} f_{i} + \frac{\delta_{i}}{1 + \delta_{i}} f_{i+1} \qquad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$R_{i} = \frac{\lambda_{i}}{1 + \lambda_{i}} f_{i} - \lambda_{i} f_{i+1} + \frac{\lambda_{i}^{2}}{1 + \lambda_{i}} f_{i+2} \qquad i = 0, 1, \dots, n-2$$

$$h_{i} = x_{i+1} - x_{i}; \lambda_{i} = h_{i}/h_{i+1} \qquad i = 0, 1, \dots, n-1$$

$$\delta_{i} = h_{i}/h_{i-1} \qquad i = 1, 2, \dots, n$$
(10)

若序列为等距节点, 且设间距为 h, 则 $\lambda_i = \delta_i = 1$, 此时, 式 (9) 可简化为:

$$I_2(f(x)) = \frac{h}{12}(5f_0 + 8f_1 - f_2) + \frac{h}{24}\sum_{i=1}^{n-2}(-f_{i-1} + 13f_i + 13f_{i+1} - f_{i+2}) + \frac{h}{12}(-f_{n-2} + 8f_{n-1} + 5f_n)$$
(11)

3.3 基于数值积分的离散 PNN 算法

设有 K 个序列长度为 p+1 的 n 维等距样本, 其中第 k 个样本期望输出为 d_k , 该样本的离散输入序列可表示为:

$$x_{k1}(t) = [x_{k1}(t_0), x_{k1}(t_1), \cdots, x_{k1}(t_p)]$$

$$x_{k2}(t) = [x_{k2}(t_0), x_{k2}(t_1), \cdots, x_{k2}(t_p)]$$

$$\vdots$$

$$x_{kn}(t) = [x_{kn}(t_0), x_{kn}(t_1), \cdots, x_{kn}(t_p)]$$
(12)

为表述方便, 令序列间距 $h_i = t_{i+1} - t_i = 1$. 对图 2 描述的 PNN, 应用数值积分后的网络输出为:

$$y_k = \sum_{j=1}^m v_j f\left(\sum_{i=1}^n I(x_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j\right)$$
(13)

定义误差函数为:

$$E = \sum_{k=1}^{K} (y_k - d_k)^2 = \sum_{k=1}^{K} \left(\sum_{j=1}^{m} v_j f\left(\sum_{i=1}^{n} I(x_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j\right) - d_k \right)^2$$
(14)

根据梯度下降法,参数调整规则为:

$$v_j = v_j + \alpha \Delta v_j \tag{15}$$

$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t) + \beta \Delta w_{ij}(t) \tag{16}$$

$$\theta_i = \theta_i + \gamma \Delta \theta_i \tag{17}$$

其中 α 、 β 、 γ 为学习速率.

3.3.1 基于三次样条积分的 PNN 算法

令 $x_{ki}(t_{-1}) = x_{ki}(t_{p+1}) = 0, i = 1, 2, \dots, n$. 式 (12) 中各序列的三次样条展开式为:

$$S_{ki}(t) = \left[c_{i,-1}^k \Omega_3(t-t_0+1), c_{i,0}^k \Omega_3(t-t_0), \cdots, c_{i,p+1}^k \Omega_3(t-t_0-p-1)\right]$$
(18)

令权函数为:

$$w_{ij}(t) = [w_{ij}(-1)\Omega(t - t_0 + 1), w_{ij}(0)\Omega(t - t_0), \cdots, w_{ij}(p + 1)\Omega(t - t_0 - p - 1)]^{\mathrm{T}}$$
(19)

其中,

$$\Omega(x) = \begin{cases} 0, & |x| \ge 2\\ 1, & |x| < 2 \end{cases}$$
 (20)

则式 (13) 可具体写为:

$$y_k = \sum_{j=1}^m v_j f\left(\sum_{i=1}^n I_1(S_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j\right) = \sum_{j=1}^m v_j f\left(\sum_{i=1}^n I_1\left(\sum_{t=-1}^{p+1} c_{is}^k w_{ij}(t)\Omega_3(t - t_0 - s)\right) - \theta_j\right)$$
(21)

为表述方便, $\diamondsuit \sum_{i=1}^{n} I_1(S_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j = u_{kj}, 则$

$$\Delta v_j = -\frac{\partial E}{\partial v_j} = -2\sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^m v_j f(u_{kj}) - d_k\right) f(u_{kj})$$
(22)

$$\Delta w_{ij}(t) = -\frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} = -2\sum_{k=1}^{K} \left(\sum_{j=1}^{m} v_j f(u_{kj}) - d_k\right) v_j f'(u_{kj}) \lambda(s) c_{is}^k$$
(23)

其中,

$$\lambda(s) = \begin{cases} 1/24, & s = -1, p+1\\ 1/2, & s = 0, p\\ 23/24, & s = 1, p-1\\ 1, & s = 2, 3, \dots, p-2 \end{cases}$$
 (24)

$$\Delta\theta_j = -\frac{\partial E}{\partial \theta_j} = 2\sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^m v_j f(u_{kj}) - d_k\right) v_j f'(u_{kj})$$
(25)

3.3.2 基于抛物插值积分的 PNN 算法

当离散输入时域聚合采用抛物差值积分时, PNN 输出式 (13) 可具体写为

$$y_k = \sum_{j=1}^m v_j f\left(\sum_{i=1}^n I_2(x_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j\right)$$
 (26)

为表述方便, 令 $\sum_{i=1}^{n} I_2(x_{ki}(t)w_{ij}(t)) - \theta_j = u_{kj}$, 则:

$$\Delta v_j = -\frac{\partial E}{\partial v_j} = -2\sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^m v_j f(u_{kj}) - d_k\right) f(u_{kj})$$
(27)

$$\Delta w_{ij}(t) = -\frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} = -2\sum_{k=1}^{K} (y_k - d_k)v_j f'(u_{kj})\chi(t)x_{ki}(t)$$
(28)

其中,

$$\chi(t) = \begin{cases} 3/8, & t = 0, p \\ 7/6, & t = 1, p - 1 \\ 23/24, & t = 2, p - 2 \\ 1, & t = 3, 4, \dots, p - 3 \end{cases}$$
 (29)

$$\Delta\theta_j = -\frac{\partial E}{\partial \theta_j} = 2\sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^m v_j f(u_{kj}) - d_k\right) v_j f'(u_{kj})$$
(30)

3.4 算法描述

Step 1 网络结构初始化. 包括: 输入层节点数 n, 隐层节点数 m, 输出层节点数, 序列长度 p+1;

Step 2 网络参数初始化. 包括: 误差精度 ε , 学习速率 α , β , γ , 限定步数 M, 置当前步数 s=0;

Step 3 权值阈值初始化. 包括: $w_{ij}(t)$, v_j , θ_j . 其中 $i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,m; t=0,1,\cdots,p;$ 对于三次样条积分. 需增加 $w_{ij}(-1)$ 和 $w_{ij}(p+1);$

Step 4 按式 (21) 或式 (26) 计算第 k 个样本的实际输出 y_k . 按式 (14) 计算误差 E. 若 $E < \varepsilon$ 或 s > M 转 Step 6:

Step 5 按式 (15)-(17) 修正权值和阈值, s = s + 1, 转 Step 4;

Step 6 保存训练结果、结束、

4 实际应用

以漫湾水电站 1953.01 2004.12 的月径流实测数据为仿真对象. 检验本文提出算法的预报能力.数据资料如图 3 所示 [16]. 为使算法梯度不致太小.算法将所有数据按下式规一化到 [0,1] 之间.

$$q_i' = (q_i - q_{\min})/(q_{\max} - q_{\min}) \tag{31}$$

其中 q_i 为原始流量值, q_{max} 和 q_{min} 分别为流量序列的最大值和最小值.

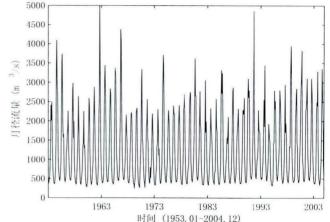


图 3 漫湾月径流数据

4.1 模型参数设置

分別采用本文提出的 CSIPNN、PHPNN、文献 [3] 提出的正交基展开 PNN (orthogonal basis-based PNN, OBPNN)、文献 [15] 提出的二次样条 PNN (secondary spline PNN, SSPNN) 四种模型预报. 本实验为月径流序列的自身预报. 因此四种 PNN 的输入输出均为 1 个节点,关于隐层节点数,目前没有成熟的理论指导,经过多次试验本文取 m=13. 样本序列长度 (即时滞输入变量个数) 非常重要,若包含关联度较小甚至不相关的输入,不仅降低预报精度同时也将增加模型复杂度. 对全部流量数据的相关性分析表明,当时滞为 12 个时段时、自相关系数达到峰值、即月径流量受前一年径流量的影响最为显著. 因此样本序列长度 p+1=12. 对于正交基 PNN,正交基采用 12 个 Fourier 基函数、离散序列的拟合采用 Lagrange 多项式函数. 四种模型的学习速率均取 $\alpha=\beta=\gamma=0.5$,限定迭代步数均取 3000.

4.2 预报评价指标

1) 相关系数 (R)

相关系数是描述预报数据与实测数据之间相关程度的指标, 其取值范围为 [-1,1]. 其绝对值愈接近 1, 预报数据愈接近实测数据 [17].

$$R = \frac{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} (d_k - \overline{d})(y_k - \overline{y})}{\sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} (d_k - \overline{d})^2} \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} (y_k - \overline{y})^2}}$$
(32)

2) 确定性系数 (E)

确定性系数是描述预报数据与实测数据吻合程度的指标, 其取值范围为 $(-\infty,1]$, E=1 表示预报值与模拟值完全吻合 [17].

$$E = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{K} |d_k - y_k|}{\sum_{k=1}^{K} |d_k - \bar{d}|}$$
(33)

3) 均方误差 (RMSE)

RMSE 是一种评估预报值与实测值差异的常用方法, 是对预报数据可靠性的估计, 均方误差越小, 其预报的可靠性越大.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} (y_k - d_k)^2}$$
 (34)

4) 平均百分误差 (MAPE)

MAPE 通过逐项计算预报值与实测值的相对误差, 求其绝对值的平均值而得到, 反映了预报的平均相对误差.

$$MAPE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left| \frac{y_k - d_k}{d_k} \right| \times 100$$
 (35)

0.9423

以上各指标中, d_k 和 y_k 分别表示实测流量和预报流量, \bar{d} 和 \bar{y} 分别表示它们的均值, K 为样本数.

4.3 预报结果对比

以 1953.01-1999.12 的月径流量作为训练数据, 以 2000.01-2004.12 的月径流量作为预报数据. 根据样本序列长度, 训练样本共 552 个; 预报样本共 60 个. 四种模型的训练指标和预报指标对比如表 1 和表 2 所示, 预报结果对比如图 4 所示.

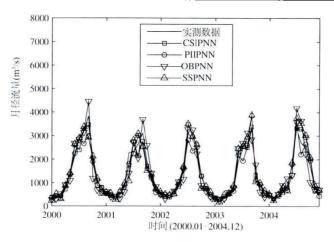
表 1 四种模型训练结果对比 评价指标 模型 时间 (s) RMSEMAPERE**CSIPNN** 0.9783168.3816 9.8123 0.8393148.3849 0.9732PHPNN 181.6775 10.8316 0.8286139.7656 OBPNN 0.9315339.9327 19.3918 0.6917163.1389SSPNN 0.9538 263.8673 13.1836 0.7708131.3293

表 2 四种模型预报结果对比 评价指标 模型 RRMSEMAPEE**CSIPNN** 0.9706213.1931 12.0863 0.8036PHPNN 0.9658226.8789 12.9738 0.7893**OBPNN** 0.9136371.6993 22.08130.6369

299.3696

15.8932

0.7318



SSPNN

图 4 四种模型预报结果对比

从表 1 和表 2 可以看出,第一,无论在训练阶段还是在预报阶段,CSIPNN 和 PIIPNN 的四种指标比较接近,都取得了较好的效果,且 CSIPNN 略好于 PIIPNN,但运行时间略长于 PIIPNN.这是因为两种模型对时域聚合的处理机制相同,但在 CSIPNN 中,在离散序列的首尾各补充了一个插值点,使序列长度变为p+3,从而使映射能力略有增强;但是由于 CSIPNN 需要对离散数据进行预处理,以获取三次样条展开式的系数,因此与 PIIPNN 相比,有较大的计算量.第二,CSIPNN 和 PIIPNN 不仅四种评价指标均明显好于 OBPNN,运行时间也都少于 OBPNN.这是由于三者的处理机制不同,OBPNN 采用基函数的正交性处理时域聚合运算,理论上 OBPNN 中止交基的个数应为无穷多个,采用有限数目的正交基必然会影响模型精度.另外,在 OBPNN 中同样需要对离散序列进行预处理,包括离散序列的拟合,以及拟合后连续函数的正交基展开两个过程,使计算量显著加大,因此运行时间最长。第三,SSPNN 的四种评价指标均优于 OBPNN,但劣于 SCIPNN 和 PIIPNN.这是由于在 SSPNN 中直接处理离散样本的时域聚合运算,从而计算效率高于 OBPNN;与 CSIPNN 和 PIIPNN 相比,模型较为简单且可调参数较少,因此计算效率也比较高;然而 SSPNN 较高的计算效率是以牺牲逼近能力为代价的,正是因为模型简单可调参数少,导致了 SSPNN 逼近能力的降低,这与文献 [15] 的结论是一致的.实验结果表明,本文提出的 CSIPNN 和 PIIPNN 在处理离散输入数据时,逼近能力和计算效率均好于 OBPNN 和 SSPNN.

5 结论

离散过程神经网络训练问题的关键,在于如何直接处理离散样本的时域聚合运算.本文提出了两种基于

数值积分的离散 PNN 训练算法,该算法采用数值积分直接处理离散输入,避免了传统正交基展开方法涉及 到的曲线拟合、确定基函数个数、实施正交基展开等一系列问题,有效提高了传统 PNN 处理离散输入问题 时的逼近能力和计算效率.

参考文献

- [1] He X G, Liang J Z. Procedure neural networks[C]// Proceedings of Conference on Intelligent Information Proceeding, Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2000: 143–146.
- [2] 何新贵, 梁久桢. 过程神经元网络的若干理论问题 [J]. 中国工程科学, 2000, 2(12): 40-44. He X G, Liang J Z. Some theoretical issues on procedure neural networks[J]. Engineering Science, 2000, 2(12): 40-44.
- [3] 何新贵, 梁久祯, 许少华. 过程神经网络的训练及其应用 [J]. 中国工程科学, 2001, 3(4): 31-35. He X G, Liang J Z, Xu S H. Learning and applications of procedure neural networks[J]. Engineering Science, 2001, 3(4): 31-35.
- [4] 许少华, 何新贵, 刘坤. 关于连续过程神经元网络的一些理论问题 [J]. 电子学报, 2006, 34(10): 1838-1841. Xu S H, He X G, Liu K. Some theoretical issues on continuous process neural networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(10): 1838-1841.
- [5] 许少华, 何新贵, 李盼池. 自组织过程神经网络及其应用研究 [J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(11): 1612–1615. Xu S H, He X G, Li P C. Research and applications of self-organization process neural networks[J]. Journal of Computer Research and Development, 2003, 40(11): 1612–1615.
- [6] 许少华,何新贵. 径向基过程神经元网络及其应用研究 [J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(1): 14-17. XuSH, He XG. Research and applications of radial basis process neural networks[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(1): 14-17.
- [7] 许少华,何新贵. 一种级联过程神经元网络及其应用研究 [J]. 模式识别与人工智能, 2004, 17(2): 201–211. Xu S H, He X G. Research and applications of a cascade process neural networks[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2004, 17(2): 201–211.
- [8] 钟诗胜, 丁刚. 双并联前向过程神经网络及其应用研究 [J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 764-768.

 Zhong S S, Ding G. Research on double parallel feedforward process neural networks and its application[J].

 Control and Decision, 2005, 20(7): 764-768.
- [9] 樂久祯. 分段式过程神经元网络 [J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(3): 295-299.

 Liang J Z. Segment procedure neural network[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2006, 19(3): 295-299.
- [11] 许少华, 李盼池, 何新贵. ·种概率过程神经元网络模型及分类算法 [J]. 智能系统学报, 2009, 4(4): 283–287. Xu S H, Li P C, He X G. Combined probabilistic process neural networks and classification algorithm[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2009, 4(4): 283–287.
- [12] Ye T, Zhu X F. The bridge relating process neural networks and traditional neural networks[J]. Neurocomputing, 2011, 74: 906-915.
- [13] 「刚, 钟诗胜. 基于时变阈值过程神经网络的太阳黑子数预测 [J]. 物理学报, 2007, 56(2): 1224-1230. Ding G, Zhong S S. Sunspot number prediction based on process neural network with time-varying threshold functions[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(2): 1224-1230.
- [14] 许少华, 肖红, 廖太平. 基于离散 Walsh 变换的过程神经元网络学习算法 [J]. 大庆石油学院学报, 2003, 27(4): 58-61. Xu S H, Xiao H, Liao T P. Learning algorithm of process neural networks based on discrete Walsh conversion[J]. Journal of Daqing Petroleum Institute, 2003, 27(4): 58-61.
- [15] 李盼池, 王海英. 基于样条插值函数的离散过程神经网络训练 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28(1): 75-77. Li P C, Wang H Y. Discrete process neural networks training based on spline function[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(1): 75-77.
- [16] 王文川, 程春田. 基于遗传程序设计的中长期径流预报模型研究与应用 [J]. 水电能源科学, 2006, 24(6): 29-32. Wang W C, Cheng C T. Study on modeling for long-term runoff forecast and application based on genetic programming[J]. Water Resources and Power, 2006, 24(6): 29-32.
- [17] Lin J Y, Cheng C T, Chau K W. Using support vector machines for long-term discharge prediction[J]. Hydrological Sciences Journal, 2006, 51(4): 599-612.