

# 一种基于最小二乘法的蓝牙定位方法

王健<sup>1</sup>, 闫菲<sup>2</sup>, 陆小军<sup>2</sup>, 冯莹莹<sup>3</sup>

(1. 中华通信系统有限责任公司 河北分公司, 河北 石家庄 050081;

2. 中国联合网络通信有限公司 河北省分公司, 河北 石家庄 050000;

3. 东北大学 理学院, 辽宁 沈阳 110819)

[摘要] 针对基于信号传播模型的定位技术, 用 Matlab 拟合对数衰减模型, 并使用信号传播模型来计算接收设备到 Beacon 的距离, 选择 3 个强度值较大的 Beacon, 使用三角测量法估计测试点位置。考虑到受到干扰的 Beacon 可能被选择, 会影响定位误差。在此基础上, 提出可以使用多个 Beacon 进行定位的方法, 用最小二乘法估计位置坐标。实验结果表明, 改进后的方法能够有效地降低最大定位误差、减小定位误差的方差及增加定位的稳定性。

[关键词] Beacon; 信号传播模型; 三角测量法; 最小二乘法

中图分类号: TP393 文献标志码: A 文章编号: 1008-1739(2017)19-72-3

## A Bluetooth Localization Method Based on Least Squares Method

WANG Jian<sup>1</sup>, YAN Fei<sup>2</sup>, LU Xiao-jun<sup>2</sup>, FENG Ying-ying<sup>3</sup>

(1. Hebei Branch, China Communication System Co., Ltd, Shijiazhuang Hebei 050081, China;

2. Hebei Branch, UNICOM, Shijiazhuang Hebei 050000, China;

3. College of Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China)

**Abstract** In order to determine the distance of the receiving equipment to Beacon, the log-path-loss model and signal propagation model are introduced in the simulation with Matlab. By using triangulation measuring method, the test point can be located with three Beacons with higher signal intensity. An improved localization method based on least squares approximation with Beacons is proposed in this paper. The simulation results show that the proposed method can reduce the maximum localization error and the variance of localization error, and improve the stability of localizations.

**Key words** Beacon; signal propagation model; trilateration; least square method

## 1 引言

室外定位技术已经十分成熟, 如 GPS、GPM 定位。在室内环境下, 目前的普遍定位方式是使用 WiFi 和智能手机来进行定位<sup>[1]</sup>。随着蓝牙定位技术 iBeacon 的产生, 这种新型的低消耗信号发射器吸引了室内定位爱好者的关注。

Beacon 发射的信号在室内传播时, 室内的布局 and 人员会使信号发生反射、衍射及折射等<sup>[2-3]</sup>, 这会导致室内某一位置处蓝牙信号强度值出现上下波动的情况, 因而根据信号的传播特征, 建立能够较好反应信号传播特征的对数衰减模型<sup>[4-5]</sup>。室内中的人手持信号接收设备(蓝牙 4.0 的智能手机), 可以读出各个 Beacon 的信号强度, 根据本文所建立的模型, 计算接收

设备到各个 Beacon 的距离, 再选择几个 Beacon 的坐标和到 Beacon 的距离来估算接收设备的位置, 从而实现信号接收点的定位。

## 2 对数信号强度衰减模型

在信号传播时, 考虑信号强度值随距离的变化情况。由于信号的频道变化和室内人员的移动等对信号的影响, 用信号强度值来建立距离和信号强度关系的信号传播模型会产生较大误差。因此, 对信号强度数据建立信号传播模型, 而对数衰减模型是最能拟合信号和距离变化情况的模型<sup>[6-7]</sup>。如下:

$$RSS(d) = RSS(d_0) - 10 \times n \times \log_{10} \left( \frac{d}{d_0} \right) - X$$

收稿日期: 2017-04-09

式中,  $RSS(d_0)$  为在接收点到 Beacon 的距离是  $d_0$  时接收到的信号强度值,  $n$  为环境因子, 室内环境存在各种障碍物, 引入环境因子来表示此特征;  $X$  为信号波动方差, 用来描述障碍物对信号造成的衰减。使用上述处理过的强度值数据, 可以估计出对数传播模型中的参数。

将上述信号传播模型简化为带有 2 个参数的公式, 从而距离计算公式如下:

$$d = 10^{\frac{p_1 - RSS}{10 \times p_2}} \quad \circ$$

使用在各个参考点接收到的来自各个 Beacon 的强度值的数据, 参考点到 Beacon 的欧氏距离来估计模型中的参数。

### 3 基于三边距离的蓝牙定位方法

接收设备在某处接收来自各个 Beacon 的信号强度。根据上述估计的模型, 可以计算得到接收点到各个 Beacon 的距离估计。显然, 只使用 1 个 Beacon 或只使用 2 个 Beacon 皆不能有效地对接收点定位。至少选择 3 个 Beacon 来对接收点进行定位, 假设选择的 3 个 Beacon 的坐标如  $[a_1, b_1]$ ,  $[a_2, b_2]$  和  $[a_3, b_3]$ , 根据上述的对数信号衰减模型, 可以计算得出此接收点到这 3 个 Beacon 的距离, 分别为  $d_1, d_2, d_3$ 。

设接收设备的位置坐标为  $[x, y]$ , 当该点经过圆心为  $[a_i, b_i]$ , 半径为  $d_i$  的圆要满足如下方程:

$$\sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2} = d_i \quad ,$$

式中,  $i=1, 2, 3$ , 当  $i=3$  时, 上述方程为三角测量法<sup>[8-10]</sup>的基本方程。由于该式等价于:

$$(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 - d_i^2 = 0 \quad ,$$

式中,  $i=1, 2, 3$ , 经过化简, 得到方程解的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1}B \quad ,$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 2(a_2 - a_1) & 2(b_2 - b_1) \\ 2(a_3 - a_1) & 2(b_3 - b_1) \end{bmatrix} \quad ;$$

$$B = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_2^2 - (a_1^2 + b_1^2) - (a_2^2 + b_2^2) \\ d_1^2 - d_3^2 - (a_1^2 + b_1^2) - (a_3^2 + b_3^2) \end{bmatrix} \quad \circ$$

通过计算上式, 便可以得到接收点的坐标。当 3 个圆交于一点时, 此点就为接收点坐标, 如图 1 所示; 当 3 个圆没有交于一点时, 通过求质心来估计坐标, 如图 2 所示。

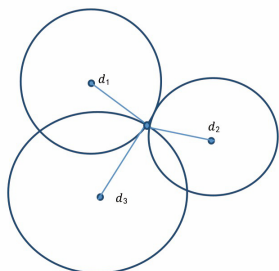


图 1 相交于一点的情况

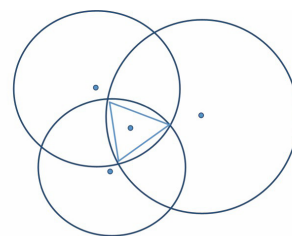


图 2 未相交于一点的情况

### 4 最小二乘拟合定位

上述的三边测量法只能处理使用 3 个 Beacon 的情况, 如果想要使用更多 Beacon 来提高定位精度。上述算法就难以处理。为了解决这个问题, 采用最小二乘拟合定位。

最小二乘法是一种优化算法, 是通过最小化误差的平方和来寻找数据的最佳匹配。

假设使用  $n$  个 Beacon, 相应的位置坐标为:

$$[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n] \quad \circ$$

接收点接收到的对应的信号强度值为  $(RSS_1, RSS_2, \dots, RSS_n)$ 。

根据对数衰减模型得到相应的距离为  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 。

从而可得到下方程组:

$$\begin{cases} (x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = d_1^2 \\ (x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ (x - a_n)^2 + (y - b_n)^2 = d_n^2 \end{cases} \quad \circ$$

将方程组降幂得到:

$$\begin{cases} 2(a_2 - a_1)x + 2(b_2 - b_1)y = d_1^2 - d_2^2 - (a_1^2 + b_1^2) + (a_2^2 + b_2^2) \\ 2(a_3 - a_2)x + 2(b_3 - b_2)y = d_2^2 - d_3^2 - (a_2^2 + b_2^2) + (a_3^2 + b_3^2) \\ \vdots \\ 2(a_n - a_{n-1})x + 2(b_n - b_{n-1})y = d_{n-1}^2 - d_n^2 - (a_{n-1}^2 + b_{n-1}^2) + (a_n^2 + b_n^2) \end{cases} \quad \circ$$

其矩阵形式表示为:

$$A = \begin{bmatrix} 2(a_2 - a_1) & 2(b_2 - b_1) \\ 2(a_3 - a_2) & 2(b_3 - b_2) \\ \vdots & \vdots \\ 2(a_n - a_{n-1}) & 2(b_n - b_{n-1}) \end{bmatrix} \quad ,$$

$$B = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_2^2 - (a_1^2 + b_1^2) + (a_2^2 + b_2^2) \\ d_2^2 - d_3^2 - (a_2^2 + b_2^2) + (a_3^2 + b_3^2) \\ \vdots \\ d_{n-1}^2 - d_n^2 - (a_{n-1}^2 + b_{n-1}^2) + (a_n^2 + b_n^2) \end{bmatrix} \quad ,$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad ,$$

则可以得到:  $AX = B$ , 其误差向量为:  $\varepsilon = AX - B$ , 则有:

$$E = |\varepsilon|^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (AX - B)^T (AX - B)$$

若要误差最小, 即使得  $E$  最小。从而将上式对  $X$  求导, 令导数为 0, 其表达式为:

$$\frac{dF(X)}{dX} = 2A^T AX - 2A^T B = 0$$

求解可以得到:  $X = (A^T A)^{-1} A^T B$ , 从而通过误差最小化, 求得最终的  $X$  坐标的估计。

## 5 实验分析

实验环境为机房室内( $6\text{m}^2 \times 20\text{m}^2$ ) ,30个 Beacon 以网格的形式均匀布置,两两间距为2m,布置 $3 \times 10$ 个 Beacon。在中间的 $3 \times 8$ 个点的位置处,布置了24个参考点。实验中,在24个参考点接收200条数据,将数据取均值,对于每个 Beacon,利用在各个参考点的均值强度值和参考点到此 Beacon 的距离,来训练对数衰减模型。

本文从测试区域中,选取了74个测试点,分别使用三边测量法和提出的最小二乘法计算定位结果。训练误差表如表1所示,从该表可以看出最小二乘拟合定位的平均定位误差和三边测量法的平均误差相差不大,但它能够有效地降低最大定位误差,使得定位更加稳定,误差波动更小。

表1 训练误差

方法	最大值	最小值	Std	平均值
三边测量	8.542	0.131	1.582	2.449
最小二乘	6.191	0.248	1.380	2.774

定位结果的误差累积分布图如图3所示,从图3可以看出,在大部分情况下,本文所采用的最小二乘法的误差均小于三边测量法,说明了本文方法的有效性。

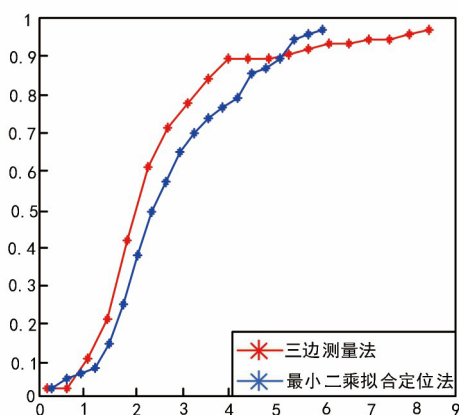


图3 误差累积概率

## 4 结束语

因为 Beacon 信号源的信号值不稳定,三边测量法定位

容易产生较大误差。本文采用的最小二乘拟合定位法,能够很好地处理这种情况,它通过选择更多 Beacon,并通过最小二乘定位,减小了测试点信号不稳定而导致的定位误差。本文方法可以与 Beacon 选择方法相结合,进一步改进为自适应,可能会有较好的定位结果。

### 参考文献

- [1] 姜莉.基于 WiFi 室内定位关键技术的研究[D].大连:大连理工大学,2010.
- [2] 束仁义.基于 ZigBee 的定位算法及其实现研究[D].合肥:安徽大学,2013.
- [3] 郭瑞星.基于 ZigBee 的无线传感网络 RSSI 定位算法的改进与实现[D].太原:太原理工大学,2011.
- [4] Irfan O.A Bluetooth Signal Strength Based Indoor Localization Method[C]//Internation Conference on Systems, Signals and Image Processing,Dubrovnik:Croatia,2014:12-15.
- [5] ErRida M,Liu Fu-qiang,YassineJadi,et al.Indoor Location Position based on Bluetooth Signal Strength[C]//International Conference on Information Science&Controlengineering, 2015: 769-773.
- [6] Han Shuai,Gong Zi-jun,Meng Wei-xiao,et al.An Indoor Radio Propagation Model Considering Angles for Wlaninfrastructures[J].Wireless Communications and Mobile Computing,2015(15):2038-2048.
- [7] Pulkkinen T,Verwijnen J,Nurmi P.Wifi Positioning with Propagation-based Calibration[C]//Proceedings of the 14th International Conference on Information Processing in Sensor Networks,Seattle,Washington:ACM,2015:366-367.
- [8] 蔡绍滨.基于三边测量法的无线传感器网络定位技术的研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2012.
- [9] Wang Ya-peng,Yang Xu Zhao Yu-tian,et al.Blutetooth Positioning Using RSSI and Triangulation Methods[C]//The 10th Annual IEEE Consumer Communications and Networking Conference,January 11-14,2013,Las Vegas, Nevada,USA,2013:837-842.

### 欢迎订阅 2018 年《计算机与网络》期刊

刊号: CN 13-1223/TN,邮发代号:18-210。《计算机与网络》期刊坚持立足 IT 业,面向多层次人员,着眼实用和为决策层提供重要技术信息;以信息网络为中心,计算机与通信相结合;新技术、新产品、新应用与市场信息相结合;普及与提高相结合,报道内容既以普及为主,又有一定的有技术含量的论文,以促进我国信息化水平的提高与发展。本刊重点设置“电子政务、电子商务、业界动态、动漫、硬件世界、软件天地、网事、防火墙、市场透析、技术论坛”等栏目,信息内容丰富,技术性、实用性、可读性完美结合,具有报道及时、周期快、发行量大等鲜明特色,深受广大读者欢迎。

联系电话:010-66465024 投稿:sunygs@163.com 或 compnetbjb@163.com