

Kodai ir dekodavimo taisyklės

Kodai

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė.

S^k - iš k raidžių sudarytų žodžių aibė. Pastebėsime, kad $|S^k| = m^k$.

Visų žodžių aibė

$$S^* = \bigcup_k S^k.$$

- Kodavimo funkcija $\varphi : S^* \rightarrow A^*$.

Kodas vienareikšmiškai dekoduojamas, jei φ - injekcija ir egzistuoja dekodavimo algoritmas.

- Jei $s_i \rightarrow w_i$, $w_i \in A^*$, tai kodu vadinsime kodo žodžių aibę $C = \{w_1, \dots, w_m\}$.
 $s_i s_j \rightarrow w_i w_j$. Tokiems visada egzistuoja dekodavimo algoritmas. Paprasčiausi pvz.:
skaitymas iš kairės arba dešinės. p- kodai.

Krafto nelygybė (1949)

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Teorema. *Tegul $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė, l_1, \dots, l_m - natūralieji skaičiai. p - kodas*

$$C = \{w_1, \dots, w_m\}, \quad w_i \in A^{l_i},$$

egzistuoja tada ir tik tada, kai

$$\sum_{i=1}^m n^{-l_i} \leq 1.$$

Krafto nelygybė (1949)

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Tegul $A(w, l) = \{wu \mid u \in A^{l-|w|}\}$ ir $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_m$.

(1) $w_i \in A^{l_i}$, $i = 1, 2, \dots, k < m$. Parenkame

$w_{k+1} \in A^{l_{k+1}} \setminus \bigcup_{i=1}^k A(w_i, l_{k+1}) \neq \emptyset$, nes

$$\left| \bigcup_{i=1}^k A(w_i, l_{k+1}) \right| = \sum_{i=1}^k n^{l_{k+1}-|w_i|} < n^{l_{k+1}} = |A^{l_{k+1}}|$$

(2) $w_i \in A^{l_i}$, $i = 1, 2, \dots, m$ p-kodas. Tada

$$1 \leq \left| A^{l_m} \setminus \bigcup_{i=1}^{m-1} A(w_i, l_m) \right| = n^{l_m} - \sum_{i=1}^{m-1} n^{l_m-|w_i|}.$$

Todėl

$$n^{-l_m} \leq 1 - \sum_{i=1}^{m-1} n^{-l_i}.$$

McMillan'o nelygybė (1956)

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Teorema. Tegul $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė, l_1, \dots, l_m - natūralieji skaičiai. Jei kodas

$$C = \{w_1, \dots, w_m\}, \quad w_i \in A^{l_i},$$

yra vienareikšmiškai dekoduojamas, tai

$$\sum_{i=1}^m n^{-l_i} \leq 1.$$

McMillan'o nelygybė (1956)

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Tegul $K = \sum_{i=1}^m n^{-l_i}$ ir $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_m$.

$$K^N = \sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_N=1}^m n^{-(l_{i_1} + \dots + l_{i_N})} = \sum_{r=N}^{N \cdot l_m} \frac{h(r)}{n^r},$$

$$h(r) = \#\{(l_{i_1}, \dots, l_{i_N}) \mid l_{i_1} + \dots + l_{i_N} = r\} \leq |A^r| = n^r.$$

Todėl

$$K^N \leq \sum_{r=N}^{N \cdot l_m} 1 < N \cdot l_m, \quad \forall N \in \mathbb{N}.$$

Vadinasi $K \leq 1$.



Optimalus kodas

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

[Optimalus kodas](#)

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių

ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių

patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė;

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$p_i = P(s_i), \quad i = 1, \dots, m$ - šaltinio tikimybės.

Apibrėžimas. Kodo $c : S \rightarrow A^*$ vidutinis kodo žodžio ilgis yra

$$L(c) = \sum_{i=1}^m |c(s_i)| p_i .$$

Apibrėžimas. p -kodą $\bar{c} : S \rightarrow A^*$ vadinsime optimaliu, jei

$$L(\bar{c}) = \min_c L(c) ;$$

čia minimumas imamas pagal visus p -kodus $c : S \rightarrow A^$.*

Optimalus kodas

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

[Optimalus kodas](#)

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė;

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$p_i = P(s_i), \quad i = 1, \dots, m$ - šaltinio tikimybės.

Apibrėžimas. Kodo $c : S \rightarrow A^*$ vidutinis kodo žodžio ilgis yra

$$L(c) = \sum_{i=1}^m |c(s_i)| p_i .$$

Apibrėžimas. p -kodą $\bar{c} : S \rightarrow A^*$ vadinsime optimaliu, jei

$$L(\bar{c}) = \min_c L(c) ;$$

čia minimumas imamas pagal visus p -kodus $c : S \rightarrow A^$.*

Optimalus kodas

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

[Optimalus kodas](#)

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių

ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių

patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė;

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$p_i = P(s_i), \quad i = 1, \dots, m$ - šaltinio tikimybės.

Apibrėžimas. Kodo $c : S \rightarrow A^*$ vidutinis kodo žodžio ilgis yra

$$L(c) = \sum_{i=1}^m |c(s_i)| p_i .$$

Apibrėžimas. p -kodą $\bar{c} : S \rightarrow A^*$ vadinsime optimaliu, jei

$$L(\bar{c}) = \min_c L(c) ;$$

čia minimumas imamas pagal visus p -kodus $c : S \rightarrow A^*$.

Hafmano kodai

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

[Hafmano kodai](#)

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$A = \{0, 1\}$ - kodo abėcėlė;

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m$ - šaltinio tikimybės.

1. Abėcėlių redukcija.

$$S \rightarrow S_1 = \{s_1, \dots, s_{m-2}, \sigma\},$$

čia $\sigma = \langle s_{m-1}, s_m \rangle$, $P(\sigma) = p_{m-1} + p_m$.

2. Kodo konstrukcija. Tegul $S' \rightarrow S''$, $\sigma_1, \sigma_2 \in S'$, $\sigma = \langle \sigma_1, \sigma_2 \rangle \in S''$. Jei $c''(\sigma) = w$, tai $c'(\sigma_1) = w0$, $c'(\sigma_2) = w1$.

Jei $A = \{a_1, \dots, a_n\}$, tai pirmame žingsnyje jungiamų simbolių skaičius $2 \leq u \leq n$ turi tenkinti sąlygą

$$u \equiv m \pmod{n-1}.$$

Hafmano kodų optimalumas

Lema. Jei $\sigma_1, \sigma_2 \in S$ turi mažiausias nenulines tikimybes, tai \exists toks optimalus binarinis kodas c , kad

- $|c(\sigma_1)| = |c(\sigma_2)| = \max_{s \in S} |c(s)|$;
- kodo žodžiai $c(\sigma_1)$ ir $c(\sigma_2)$ skiriasi tik paskutiniuoju simboliu.



(1) Jei yra tik vienas max ilgio kodo žodis, jį sutrumpinę, gautume geresnį kodą.

(2) Jei bet kurie du ilgiausi žodžiai skiriasi ne tik paskutiniu simboliu, juos galėtume trumpinti. Taigi \exists ilgiausi žodžiai $c(a_1) = w0$, $c(a_2) = w1$.

(3) Jei $\{a_1, a_2\} \neq \{\sigma_1, \sigma_2\}$, tai sukeitę jų kodo žodžius, gausime kitą optimalų kodą c' , tenkinantį lemos sąlygas, nes

$$L(c') = L(c) - \sum_{i=1,2} (|c(a_i)| - |c(\sigma_i)|)(p(a_i) - p(\sigma_i)) \leq L(c).$$



Hafmano kodų optimalumas

Teorema. *Hafmano kodai yra optimalūs.*



(1) Abėcėlių redukcija ir kodų konstravimas:

$$S = S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow \dots \rightarrow S_{k-1} \rightarrow S_k \rightarrow \dots \rightarrow S_{m-1}, \quad |S_{m-1}| = 2.$$

$$c_1 \leftarrow c_2 \leftarrow \dots \leftarrow c_{k-1} \leftarrow c_k \leftarrow \dots \leftarrow c_{m-1}.$$

(2) Indukcija: $c_{m-1}, \dots, c_{k+1}, c_k$ - optimalūs. Įrodome, kad c_{k-1} optimalus. Tarkime priešingai: jei $\sigma_1, \sigma_2 \in S_{k-1}$ ir $\langle \sigma_1, \sigma_2 \rangle = \sigma \in S_k$, tai \exists optimalus S_{k-1} kodas d_{k-1} , tenkinantis sąlygas:
 $d_{k-1}(\sigma_1) = w0, d_{k-1}(\sigma_2) = w1, L(d_{k-1}) < L(c_{k-1})$.

(3) Sudarome naują p-kodą d_k abėcėlei S_k :

$d_k(s) = d_{k-1}(s)$, jei $s \in S_{k-1} \cap S_k$ ir $d_k(\sigma) = w$. Tada

$$L(c_k) = L(c_{k-1}) - (p(\sigma_1) + p(\sigma_2)),$$

$$L(d_k) = L(d_{k-1}) - (p(\sigma_1) + p(\sigma_2)), \Rightarrow L(d_k) < L(c_k) \text{ (priešt.)}$$



Duomenų suspaudimo koeficientas

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė.

$\mathcal{F}_1 \rightarrow \mathcal{F}_2$, čia $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2 \in A^*$.

Jei, žinant \mathcal{F}_2 , galima atstatyti \mathcal{F}_1 , tai suspaudimas be nuostolių.

Suspaudimo koeficientas

$$\lambda = \frac{|\mathcal{F}_1|}{|\mathcal{F}_2|}.$$

Gali būti aktualu ne tik λ , bet ir greitis bei paslėptos sąnaudos.

Kodų keitinys

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$S = \{s_1, \dots, s_m\} \subset A^*$ ir $W = \{w_1, \dots, w_m\} \subset A^*$. Jei $\mathcal{F}_1 = s_{i_1} \dots s_{i_t}$ ir $s_i \rightarrow w_i$, tai $\mathcal{F}_2 = w_{i_1} \dots w_{i_t}$. Tada

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^m m_i |s_i|}{\sum_{i=1}^m m_i |w_i|} = \frac{t \cdot L(S)}{t \cdot L(W)} = \frac{L(S)}{L(W)}.$$

Apibrėžimas. S vadinamas vienareikšmiškai skaidančiu (kitaip: pilnuoju) kodu, jei $\forall w \in A^*$ vienareikšmiškai išreiškiamas

$$w = s_{i_1} \dots s_{i_t} \nu,$$

čia joks s_i nėra ν priešdėlis ir $|\nu| < \max |s_i|$.

Pavyzdys. $S_1 = \{00, 11, 10\}$, $S_2 = \{0, 10, 110, 1110, 1111\}$.

Pilnieji kodai

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

[Pilnieji kodai](#)

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių

ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių

patikimumas

Teorema. *Kodas $S = \{s_1, \dots, s_m\} \subset A^*$ yra pilnas $\Leftrightarrow S$ yra p -kodas ir*

$$\sum_{j=1}^m n^{-|s_j|} = 1,$$

čia $n = |A|$.

Fano kodas

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i),$$

$$p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m > 0.$$

k_0 pasirenkame taip, kad

$$\min_k \left| \sum_{i=1}^k p_i - \sum_{i=k+1}^m p_i \right| = \left| \sum_{i=1}^{k_0} p_i - \sum_{i=k_0+1}^m p_i \right|.$$

Tada Fano kodo $W_F = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ žodžius w_1, \dots, w_{k_0} pradedame 0, o w_{k_0+1}, \dots, w_m pradedame 1. Procesą tęsiame kiekvienoje grupėje. Taip randamas antrasis bitas ir t.t., kol lieka visose grupėse po 1 simbolį.

Pastebėsime, kad šaltinis gali turėti ne vieną Fano kodą.

Pavyzdys.

$$p_1 = \frac{4}{9}, \quad p_2 = \dots = p_6 = \frac{1}{9}.$$

Šenono kodas

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo
koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

[Šenono kodas](#)

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, p_i = P(s_i),$
 $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_m > 0.$ Tegul

$$l_i = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p_i} \right\rceil, \quad F_1 = 0, \quad F_k = \sum_{i=1}^{k-1} p_i, \quad k \geq 2.$$

Pastebėsime, kad $l_i < -\log_2 p_i + 1.$

Šenono kodo

$$W_{Sh} = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$$

žodis $w_i \in A^{l_i}$ sudarytas iš l_i pirmųjų bitų F_i dvejetainėje išraiškoje.

W_{Sh} yra p-kodas.

Šenono teorema

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
[Šenono teorema](#)
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$$A = \{0, 1\}, S = \{s_1, \dots, s_m\}, \quad p_i = P(s_i), \\ H(S) = - \sum_{i=1}^m p_i \log_2 p_i.$$

Teorema. Šaltinio S Hafmano kodo W_H ir Šenono kodo W_{Sh} vidutiniai kodo žodžio ilgiai tenkina nelygybes

$$H(S) \leq L(W_H) \leq L(W_{Sh}) < H(S) + 1.$$

Be to, $H(S) = L(W_H)$ tada ir tik tada, kai $p_i = 2^{-l_i}$.

Irodymas.

$$L(W_{Sh}) = \sum_{i=1}^m p_i l_i < \sum_{i=1}^m p_i (-\log_2 p_i + 1) = H(S) + 1.$$

$$H(S) - L(W_H) = \sum_{i=1}^m p_i (-\log_2 p_i - l_i) \leq$$

$$\log_2 e \sum_{i=1}^m p_i \left(\frac{2^{-l_i}}{p_i} - 1 \right) = \log_2 e \left(\sum_{i=1}^m 2^{-l_i} - 1 \right) \leq 0.$$

Šenono režis

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
[Šenono režis](#)
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$$\lambda = \frac{L(S)}{L(W)} \leq \frac{L(S)}{L(W_H)} \leq \frac{L(S)}{H(S)}.$$

Galima nagrinėti šaltinį S^N . Tada

$$H(S^N) \leq L(W_H(N)) < H(S^N) + 1.$$

Todėl

$$\frac{N \cdot L(S)}{H(S^N) + 1} < \lambda = \frac{N \cdot L(S)}{L(W_H(N))} \leq \frac{N \cdot L(S)}{H(S^N)}.$$

Kodo abėcėlės tikimybės

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių

ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių

patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė;

$S = \{s_1, \dots, s_m\}$ - šaltinio abėcėlė;

$\alpha_j = P(s_j), \quad j = 1, \dots, m$ - šaltinio tikimybės.

$S \xrightarrow{c} A^* - - - \boxed{\text{Kanalas su matrica } Q = (q_{ik})_{n \times r}} - - - >$

Žinodami α_j ir $w_j = c(s_j) \in A^*$, rasime $p_i = P(a_i), \quad i = 1, \dots, n$.

Teorema. Jei a_i įeina į w_j lygiai u_{ij} kartų, tai

$$p_i = \frac{1}{L(c)} \sum_{j=1}^m u_{ij} \alpha_j, \quad \text{čia } L(c) = \sum_{j=1}^m |w_j| \alpha_j.$$

Kodo abėcėlės tikimybės

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
[Kodo abėcėlės tikimybės](#)
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Irodymas. Teksto iš N simbolių kode w_j sutinkamas m_j kartų. Aišku, kad $m_1 + m_2 + \dots + m_m = N$. Tada

$$p_i(N) = \frac{\sum_{j=1}^m u_{ij} m_j}{\sum_{j=1}^m |w_j| m_j} = \frac{\sum_{j=1}^m u_{ij} \frac{m_j}{N}}{\sum_{j=1}^m |w_j| \frac{m_j}{N}}.$$

Todėl

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} p_i(N) = \frac{\sum_{j=1}^m u_{ij} \alpha_j}{\sum_{j=1}^m |w_j| \alpha_j},$$

nes pagal DSD

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{m_j}{N} = \alpha_j.$$



Dekodavimo taisyklės

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
[Dekodavimo taisyklės](#)
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ - kodo abėcėlė;

$B = \{b_1, \dots, b_r\}$ - gavėjo abėcėlė;

Kanalo matrica

$$Q = (q_{ik})_{n \times r}, \quad q_{ik} = P(b_k | a_i).$$

Tolygus(blokinis) kodas

$$\{w_1, \dots, w_m\}, \quad w_j \in A^l, \quad m \leq n^l.$$

Kodo žodis w_j siunčiamas su tikimybe $\alpha_j = P(w_j)$.

Gautasis žodis $w \in B^l$. Kaip sužinoti kuris iš kodo žodžių w_j buvo pasiųstas?

Idealaus stebėtojo taisyklė

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Gautasis žodis $w \in B^l$ dekoduojamas kodo žodžiu w_j , kuriam tikimybė

$$P(w_j|w) = \frac{P(w_j, w)}{P(w)}$$

yra didžiausia. Jei

$$w_j = a_{j_1} \dots a_{j_l}, \quad w = b_{t_1} \dots b_{t_l},$$

tai reikės rasti j su didžiausia tikimybe

$$P(w_j, w) = P(w_j)P(w|w_j) = \alpha_j q_{j_1 t_1} \dots q_{j_l t_l}.$$

Didžiausio tikėtinumo taisyklė

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Gautasis žodis $w \in B^l$ dekoduojamas kodo žodžiu w_j , kurį pasiuntus, yra didžiausia tikimybė gauti w .

Jei

$$w_j = a_{j_1} \dots a_{j_l}, \quad w = b_{t_1} \dots b_{t_l},$$

tai reikės rasti j su didžiausia tikimybe

$$P(w|w_j) = q_{j_1 t_1} \dots q_{j_l t_l}.$$

Pastebėsime, kad šiuo atveju nereikia žinoti šaltinio tikimybių α_j .

Mažiausio atstumo taisyklė

Kodai

Krafto nelygybė

McMillan'o nelygybė

Optimalus kodas

Hafmano kodai

Hafmano kodų optimalumas

Duomenų suspaudimo

koeficientas

Kodų keitinys

Pilnieji kodai

Fano kodas

Šenono kodas

Šenono teorema

Šenono režis

Kodo abėcėlės tikimybės

Dekodavimo taisyklės

IST

DTT

MAT

Dekodavimo taisyklių

ekvivalentumas

Dekodavimo taisyklių

patikimumas

Tegul $A \subset B$. Jei

$$w_j = a_{j_1} \dots a_{j_l}, \quad w = b_{t_1} \dots b_{t_l},$$

tai Hamingo atstumas tarp w_j ir w yra

$$d_H(w_j, w) = \sum_{\substack{i=1 \\ a_{j_i} \neq b_{t_i}}}^l 1.$$

Gautasis žodis $w \in B^l$ dekoduojamas kodo žodžiu w_j , kuriam atstumas $d_H(w_j, w)$ yra mažiausias.

Šiuo atveju reikia žinoti tik kodo žodžius.

Dekodavimo taisyklių ekvivalentumas

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
[Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas](#)
Dekodavimo taisyklių
patikimumas

Teorema.

- 1) *Jei $\alpha_1 = \dots = \alpha_m = 1/m$, tai $IST \sim DTT$.*
- 2) *Jei $A = B$, $q_{ii} = q > 1/n$ ir $q_{ik} = q'$, $i \neq k$, tai $DTT \sim MAT$.*

Irodymas.

1) $P(w_j, w) = P(w_j)P(w|w_j) = \frac{1}{m}P(w|w_j).$

2)

$$P(w|w_j) = q^{l-d_H(w_j, w)} (q')^{d_H(w_j, w)} = q^l \left(\frac{q'}{q} \right)^{d_H(w_j, w)}.$$

Bet

$$\frac{q'}{q} = \frac{1 - q}{q(n - 1)} < 1$$

□

Dekodavimo taisyklių patikimumas

Kodai
Krafto nelygybė
McMillan'o nelygybė
Optimalus kodas
Hafmano kodai
Hafmano kodų optimalumas
Duomenų suspaudimo
koeficientas
Kodų keitinys
Pilnieji kodai
Fano kodas
Šenono kodas
Šenono teorema
Šenono režis
Kodo abėcėlės tikimybės
Dekodavimo taisyklės
IST
DTT
MAT
Dekodavimo taisyklių
ekvivalentumas
[Dekodavimo taisyklių
patikimumas](#)

Dekodavimo taisyklės patikimumas R nusako teisingo dekodavimo tikimybę. Tegul dekodavimo taisyklė nusakoma aibėmis

$W_j = \{w \in B^l \mid w \text{ dekoduojamas kodo žodžiu } w_j\}, j = 1, \dots, m$. Tada

$$\begin{aligned} R &= \sum_{j=1}^m P(w_j, w \in W_j) = \sum_{j=1}^m P(w_j)P(w \in W_j|w_j) \\ &= \sum_{j=1}^m \alpha_j \sum_{w \in W_j} P(w|w_j) = \sum_{j=1}^m \alpha_j \sum_{w \in W_j} q_{j_1 t_1} \dots q_{j_l t_l}. \end{aligned}$$

Klaidos tikimybė

$$E = 1 - R.$$

Maksimali klaidos tikimybė

$$\hat{E} = \max_{1 \leq j \leq m} P(w \notin W_j|w_j) = 1 - \min_{1 \leq j \leq m} P(w \in W_j|w_j).$$