

## Podstawowe prawa logiki zdań (tautologie)

1. Prawo tożsamości:

$$p \Rightarrow p .$$

2. Prawo wyłączonego środka:

$$p \vee \sim p .$$

3. Prawo sprzeczności:

$$\sim (p \wedge \sim p) .$$

4. Prawo podwójnej negacji:

$$\sim \sim p \Rightarrow p .$$

5. Pierwsze prawo sprowadzania do sprzeczności:

$$(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim p .$$

6. Drugie prawo sprowadzania do sprzeczności:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow \sim p .$$

7. Prawo przemienności koniunkcji:

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p) .$$

8. Prawo przemienności alternatywy:

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p) .$$

9. Prawo transpozycji prostej:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) .$$

10. Prawo De Morgana dla koniunkcji:

$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) .$$

11. Prawo De Morgana dla alternatywy:

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q) .$$

12. Prawo zaprzeczania implikacji:

$$\sim (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) .$$

13. Prawa zastępowania implikacji:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q) ;$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q) .$$

14. Prawa zastępowania koniunkcji:

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim (\sim p \vee \sim q) ;$$
$$(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim (p \Rightarrow \sim q) .$$

15. Prawa zastępowania alternatywy:

$$(p \vee q) \Leftrightarrow \sim (\sim p \wedge \sim q) ;$$
$$(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow q) .$$

16. Prawo zastępowania równoważności:

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) .$$

17. Prawo zaprzeczania równoważności:

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim (p \Rightarrow q) \vee \sim (q \Rightarrow p)) ;$$
$$\sim (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)) .$$

18. Prawo *modus ponendo ponens*:

$$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q .$$

19. Prawo *modus tollendo tollens*:

$$((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p .$$

20. Prawo *modus tollendo ponens*:

$$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow q .$$

21. Prawo *modus ponendo tollens*:

$$((\sim p \vee \sim q) \wedge p) \Rightarrow \sim q .$$

22. Prawo transpozycji złożonej:

$$((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \wedge \sim r) \Rightarrow \sim q) .$$

23. Prawo komutacji:

$$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow r)) .$$

24. Prawo eksportacji i importacji:

$$((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) .$$

25. Prawo łączności koniunkcji:

$$(p \wedge (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \wedge r) .$$

26. Prawo łączności alternatywy:

$$(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \vee r) .$$

27. Prawo rozdzielności koniunkcji względem alternatywy:

$$(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)) .$$

28. Prawo rozdzielności alternatywy względem koniunkcji:

$$(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r)) .$$

29. Prawo mnożenia następników:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r)) .$$

30. Prawo dodawania poprzedników:

$$((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \vee q) \Rightarrow r) .$$

31. Sylogizm Fregego:

$$(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) .$$

32. Koniunkcyjny sylogizm hipotetyczny:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r) .$$

33. Bezkonjunkcyjny sylogizm hipotetyczny:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)) .$$