

1. Formuła zdaniowa  $p \Leftrightarrow (\dots (p \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow p))) \dots)$ , w której zmienna  $p$  występuje  $n$  razy ( $n \geq 2$ ), jest ☐ x) tautologią wtedy i tylko wtedy, gdy  $n \geq 2$  jest liczbą naturalną parzystą.
2. Formuła zdaniowa  $p \vee q$  (alternatywa wykluczająca) jest równoważna formule zdaniowej ☐ x)  $\sim (p \Leftrightarrow q)$ .
3. Wnioskiem z systemu S2 jest formuła zdaniowa ☐ x)  $p \Rightarrow [(\sim q \wedge q) \Leftrightarrow \sim r]$ .
4. Wyrażenie ☐ x)  $\sim (\bigvee_x F(x, y) \wedge \bigvee_x G(x, y, z) \Leftrightarrow H(z))$  jest formułą kwantyfikatorową.
5. Dla dowolnych  $x, y : \mathbb{R}$  wyrażenie ☐ x)  $x^2 + y^2 < 0$  jest zdaniem logicznym.
6. Która z poniższych formuł zdaniowych jest tautologią? ☐ x)  $(p \Rightarrow p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \Rightarrow p \vee \sim q)$ .
7. Które z następujących zdań jest prawdziwe? ☐ x)  $\bigwedge_{x:\mathbb{R}} \bigwedge_{y:\mathbb{R}} x^2 + y^2 \geq -2xy$ .
8. Czy prawdziwe są następujące stwierdzenia? ☐ x) Formuła  $\bigvee_x \bigvee_y R(x, y) \Rightarrow \bigvee_y \bigvee_x R(x, y)$  jest wnioskiem z systemu aksjomatów Q1.
9. Funkcja zdaniowa  $F(n) := \bigvee_{k:\mathbb{Z}} n^3 - n = 3k$  zmiennej całkowitej  $n$ , jest prawdziwa ☐ x) dla wszystkich  $n : \mathbb{N}$ .
10. Prawem rachunku zdań jest formuła ☐ x)  $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow \sim p \vee \sim q$ .
11. Prawem rachunku kwantyfikatorów jest formuła ☐ x)  $\sim \bigwedge_x R(x, x) \Leftrightarrow \sim \bigwedge_x \bigwedge_y R(x, y)$ .
12. Prawem rachunku kwantyfikatorów jest formuła ☐ x)  $[\bigvee_x \sim P(x) \Rightarrow \bigvee_x \sim Q(x)] \Rightarrow \bigvee_x [\sim P(x) \Rightarrow \sim Q(x)]$ .
13. Prawdziwe jest zdanie ☐ x)  $\bigwedge_{x:\mathbb{R}} \bigwedge_{y:\mathbb{R}} (x + y)^2 > 2|xy|$ .
14. Prawdziwe jest zdanie ☐ x)  $\bigvee_{a:\mathbb{Q}} \bigvee_{b:\mathbb{Q}} [\sim a : \mathbb{Z} \wedge \sim b : \mathbb{Z} \wedge a + b : \mathbb{Z} \wedge a - b : \mathbb{Z}]$ .
15. Prawdziwe jest zdanie ☐ x)  $\bigwedge_{x:\mathbb{Z}} \bigwedge_{y:\mathbb{Z}} x^2 - 4y^2 \neq 9$ .
16. Funkcja zdaniowa  $F(y) := \bigvee_{x:\mathbb{R}} (x^2 + y^2 = 1 \wedge x \neq y)$  zmiennej  $y : \mathbb{R}$  jest ☐ x) zdaniem prawdziwym gdy  $-1 \leq y \leq 1$ .
17. Formułą zdaniową jest wyrażenie ☐ x)  $\sim (\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r) \sim)$ .
18. Wiadomo, że zdanie odpowiadające formule zdaniowej  $\sim p \Rightarrow (q \vee \sim r)$  jest fałszywe. Wówczas ☐ x) zdanie odpowiadające zmiennej  $q$  jest fałszywe.
19. Dane są funkcje zdaniowe  $F(x) :=$  „ $x$  jest matematykiem” oraz  $G(x, y) :=$  „ $x$  jest starszy od  $y$ ”. Wówczas schematem kwantyfikatorowym zdania „każdy matematyk jest starszy od pewnego matematyka” jest ☐ x)  $\bigwedge_x [F(x) \Rightarrow \bigvee_y (F(y) \wedge G(x, y))]$ .
20. Prawem rachunku kwantyfikatorów jest formuła ☐ x)  $\bigwedge_x \bigwedge_y (F(x) \wedge G(y) \Rightarrow H(x, y)) \Leftrightarrow [\bigwedge_x F(x) \wedge \bigwedge_y G(y) \Rightarrow H(x, y)]$ .
21. Następujące zdanie jest zdaniem analitycznym: ☐ x) „Jeżeli Jan skłamał lub Piotr skłamał, to jeżeli Piotr nie skłamał, to Jan nie skłamał”.
22. Dla dowolnych klas  $A, B$  i  $C$  zachodzi równość

- ☐ x)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .
23. Dla dowolnych klas  $A$ ,  $B$  i  $C$  zachodzi inkluzja  
☐ x)  $A \subset (A \cup B) \cap C$ .
24. Dla dowolnych klas  $A$ ,  $B$  i  $C$  zachodzi równoważność  
☐ x)  $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \cap B \cap C = \emptyset$ .
25. Dla dowolnych niepustych klas  $A$ ,  $B$  i  $C$  prawdą jest, że  
☐ x)  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ .
26. Każda funkcja  $R$   
☐ x) spełnia warunek  $\bigwedge_x \bigwedge_y \bigwedge_z [(x, y) : R \wedge (x, z) : R \wedge y = z]$ .
27. Dla każdego  $n : \mathbb{N}$ , relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{R}} \bigvee_{y:\mathbb{R}} (v = (x, y) \wedge x^n = y^2)\}$   
☐ x) jest funkcją.
28. Każda relacja jest  
☐ x) klasą równą pewnemu iloczynowi kartezjańskiemu  $A \times B$ .
29. Każda funkcja jest  
☐ x) relacją równoważności.
30. Dana jest relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{R}} \bigvee_{y:\mathbb{R}} (v = (x, y) \wedge 4x^2 + 2y^2 = 16)\}$ . Wówczas  
☐ x)  $\underline{D}(R) = \{x \mid x : \mathbb{R} \wedge -2 \leq x \leq 2\}$ .
31. Niech funkcje  $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będą określone wzorami  $f(x) := x - 1$ ,  $g(x) := x^2$  i  $h(x) := -2x + 2$  dla  $x : \mathbb{R}$ . Wówczas  
☐ x)  $g \circ f(x) = f \circ g(x) + h(x)$  dla każdego  $x : \mathbb{R}$ .
32. Relacja  $R := \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$  jest w klasie  $A := \{1, 2, 3\}$   
☐ x) antysymetryczna.
33. Klasa liczb całkowitych  $\mathbb{Z}$  jest  
☐ x) równoliczna z klasą liczb całkowitych nieparzystych.
34. Relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{R}} \bigvee_{y:\mathbb{R}} (v = (x, y) \wedge x + y : \mathbb{Z})\}$  jest  
☐ x) relacją porządku w  $\mathbb{R}$ .
35. Relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{Z}} \bigvee_{y:\mathbb{Z}} (v = (x, y) \wedge x - y : \mathbb{N})\}$  jest  
☐ x) relacją równoważności w  $\mathbb{Z}$ .
36. Relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{R}} \bigvee_{y:\mathbb{R}} (v = (x, y) \wedge x^4 = y^3)\}$  jest  
☐ x) funkcją różnowartościową.
37. Relacja  $R := \{v \mid \bigvee_{x:\mathbb{R}} \bigvee_{y:\mathbb{R}} (v = (x, y) \wedge x^4 = y^4)\}$  jest  
☐ x) relacją równoważności w  $\mathbb{R}$ .
38. Dana jest relacja  $R := \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)\}$ . Wówczas  
☐ x)  $\underline{D}(R^{-1}) = \{1, 2\}$ .
39. Formułą kwantyfikatorową jest wyrażenie  
☐ x)  $\bigwedge_x \Rightarrow P(x, y)$ .