Laura Nowogórska 242479
Szymon Wydmuch 242568

Rok akademicki 2022/2023
Wtorek, 14:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 4 – całkowanie numeryczne

Opis rozwiązania

Do rozwiązania zadania użyliśmy dwóch metod całkowania numerycznego: złożonej kwadratury Newtona-Cotesa opartej na trzech węzłach(wzór Simpsona) i kwadratury Gaussa – wielomiany Hermite'a.

Przebieg algorytmu dla Newtona-Cotesa:

1. Podział przedziału całkowania na n*2 przedziałów.
2. Obliczenie połowy długości podprzedziału:
$$h = \frac{b-a}{n*2}$$
3. Obliczenie pola każdego z podprzedziałów:
$$I_n = \frac{h}{3}(g(a)f(a) + 4g(\frac{a+b}{2})f(\frac{a+b}{2}) + g(b)f(b))$$
Gdzie g jest funkcją wagową - $g(x) = e^{-x^2}$, dodaną na potrzeby porównywania wyników obu metod.
4. Zsumowanie otrzymanych pól.

Algorytm powtarzany jest do momentu, w którym zostaje uzyskana dokładność wybrana przez użytkownika.

Przebieg algorytmu dla Gaussa

1. Wczytanie odpowiedniej tablicy(w zależności od ilości węzłów) współczynników.
2. Obliczenie dla każdego węzła wartości: $A_i f(x_i)$, gdzie A_i oraz x_i są odczytywane z tablicy.
3. Zsumowanie uzyskanych wartości.

Wyniki

Funkcja	Wynik teoretyczny	Kwadratura Gaussa-Hermite'a (5 węzłów)	Kwadratura Gaussa-Hermite'a (3 węzły)	Kwadratura Newtona-Cotesa (eps=1e-8)
$\lvert x-5 \rvert$	8.862	8.862264	8.86227	8.86226
2^x	1.99866	1.998660	1.998446	1.998662
$4log(x+3)$	0.652049	0.653225	0.726761	0.652049

Wnioski

- Współczynniki oraz węzły kwadratury Gaussa-Hermite'a są niezależne od postaci funkcji podcałkowej.
- Im więcej węzłów wykorzysta się w kwadraturze Gaussa-Hermite'a, tym wynik jest dokładniejszy
- Obie metody zwracają podobne wartości, które nieznacznie różnią się od teoretycznych(obliczonych za pomocą WolframAlpha)