Laura Nowogórska 242479
Szymon Wydmuch 242568

Rok akademicki 2022/2023
Wtorek, 14:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie *2* – rozwiązywanie układu N równań liniowych z N niewiadomymi

Opis rozwiązania

Do rozwiązania zadania użyliśmy metody Gaussa-Seidla. Jest to iteracyjna metoda rozwiązywania układów liniowych, których macierz główna jest macierzą przekątniowo dominującą.

Przebieg algorytmu:

1. Sprawdzenie, czy warunek zbieżności jest spełniony (czy macierz współczynników jest przekątniowo dominująca)
2. Rozkład macierzy A na sumę trzech: A=L+D+U (gdzie L – macierz z elementami różnymi od zera poniżej przekątnej, D – macierz z elementami różnymi od zera na przekątnej, U – macierz z elementami różnymi od zera powyżej przekątnej)
3. Utworzenie macierzy zawierającej rozwiązanie próbne $x_1=0$, $x_2=0$, …, $x_n=0$, gdzie n – liczba równań
4. Tworzenie macierzy odwrotnej do D, czyli D^{-1}
5. Obliczenie iloczynów macierzy: $D^{-1}b$, $D^{-1}L$, $D^{-1}U$
6. Obliczenie $x^{n+1} = D^{-1}b - D^{-1}Lx^{n+1} - D^{-1}Ux^n$
7. Krok 6 powtarzany jest do momentu osiągnięcia zadanej dokładności lub liczby iteracji.

Wyniki

Układ d)

$$\begin{bmatrix} 0.5 & -0.0625 & 0.1875 & 0.0625 \\ -0.0625 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.1875 & 0 & 0.375 & 0.125 \\ 0.0625 & 0 & 0.125 & 0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1.625 \\ 1 \\ 0.4375 \end{bmatrix}$$

Niewiadoma	Wartość wyznaczona analitycznie	Wartość obliczona przez program(iteracje:20)	Wartość obliczona przez program(dokładność:1e-8, wykonano po 54 iteracjach)
x_1	2	1.999	2
x_2	-3	-2.9998	-3
x_3	1,5	1.4987	1,5
x_4	0,5	0.4987	0,5

Układ j)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & -0.3 \\ -0.1 & -0.2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix}$$

Niewiadoma	Wartość wyznaczona analitycznie	Wartość obliczona przez program(iteracje:20)	Wartość obliczona przez program(dokładność:1e-8, wykonano po 14 iteracjach)
x_1	1	1	1
x_2	1	1	1
x_3	1	1	1

Wnioski

- Testowana metoda nie jest uniwersalna. Aby dobrze działać, wymaga ona podania układu równań, który spełnia warunki zbieżności. Aby zapewnić poprawne rozwiązywanie, można zaimplementować metodę, która przekształcałaby macierz na potrzeby wymogów metody.
- Metoda ta nie rozpoznaje układów sprzecznych czy też nieoznaczonych. Oblicza zamiast tego błędne wyniki.
- Z każdą iteracją wyniki są dokładniejsze.