電気工学2第5回

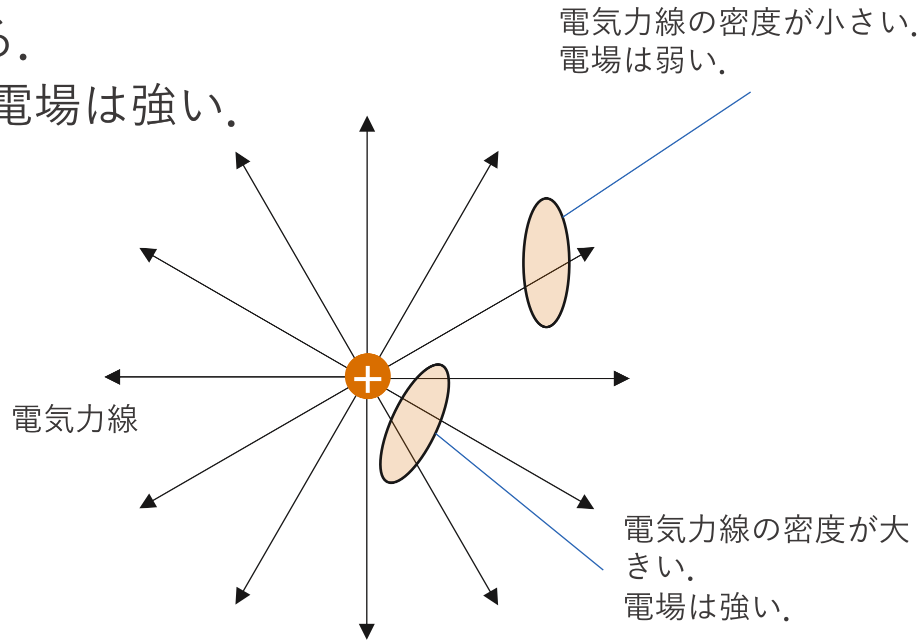
藤田 一寿

電気力線

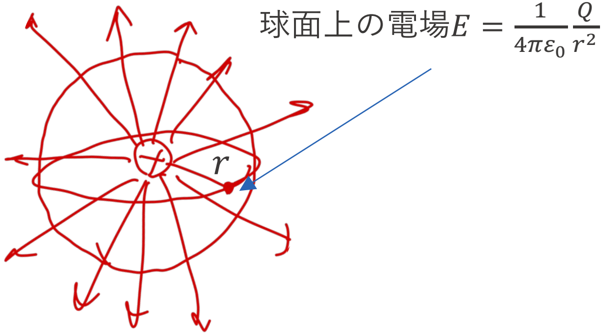
あくまでも，仮想的なものである．
実際に存在するわけではない．

電気力線

- 電気力線は電場の様子を表すために用いられる.
  - 仮想的なものである.
  - 電場の方向を表す.
  - 正から負へ向かう.
  - 単位面積あたりE（電場）本である.
  - 単位面積あたりの本数が多ければ電場は強い.



電気力線の総量



- 点電荷Qが作る電気力線の本数を求めてみる．
- Qを中心とした半径rの球を考える．
- 球面上の電場の大きさ$E(r)$は
- $E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$
- である．Eは電気力線の密度なので，電気力線の本数は電場×面積で求まる．よって，点電荷Qが出す電気力線の総量Nは
- $N=E(r)\cdot S(\mathrm{r})=\underbrace{\boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}}_{\text{単位面積当たりの電気力線の本数}}\underbrace{\boxed{4\pi r^2}}_{\text{球の表面積}}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$

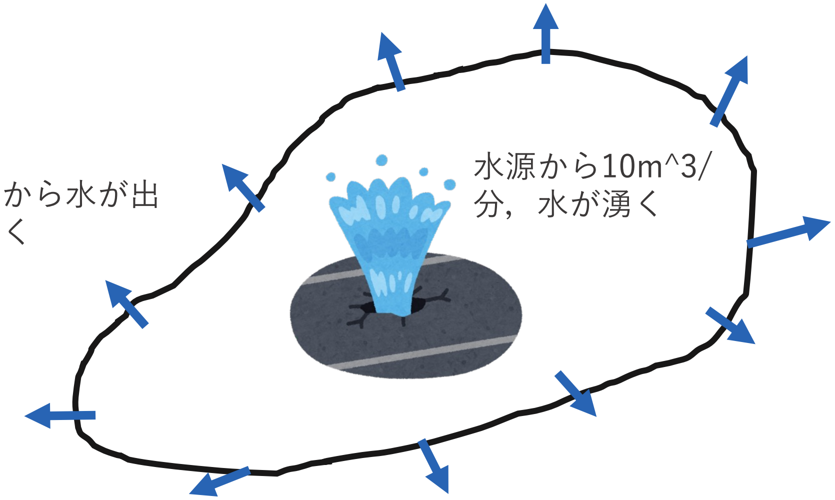
- つまり**電荷の出す電気力線の総量は電荷**Q**を誘電率で割ったもの**である．

ガウスの法則

■ ガウスの法則（積分形）

- ガウスの法則は様々な物理現象で見られる．
  - 電磁気学
  - 熱力学
  - 流体力学
- ガウスの法則は，閉曲面内の水源から湧き出す水の量と出ていく水の量が等しいというだけの法則である．

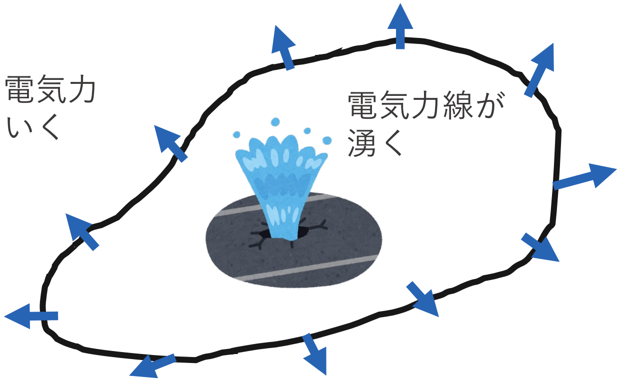
周囲から水が出ていく



囲った線から出ていく水の量の総量は10m^3/分

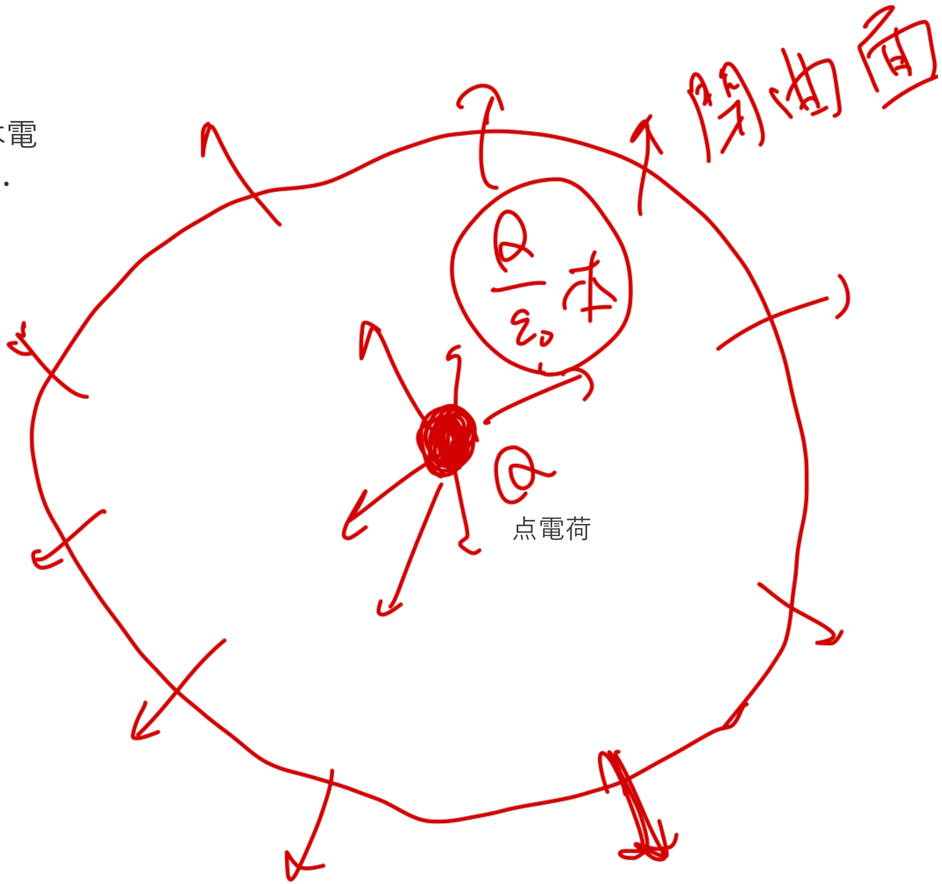
電磁気学でのガウスの法則

- 電磁気学では
  - 水源→電荷
  - 水→電気力線
  - 水の流れ→電場
- のように対応する.
- つまり，ガウスの法則は，水源である電荷から出てくる電気力線の総量と閉曲面から出ていく電気力線の総量は等しいことを示している.



手書き解説

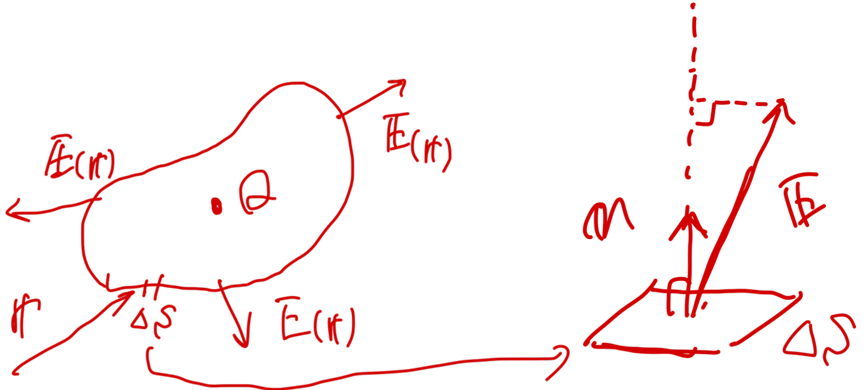
点電荷からQ/ε_0本電気力線が出ている．



点電荷を囲んだ閉曲面から出ていく電気力線の本数は，点電荷から出ている電気力線の本数に等しい．

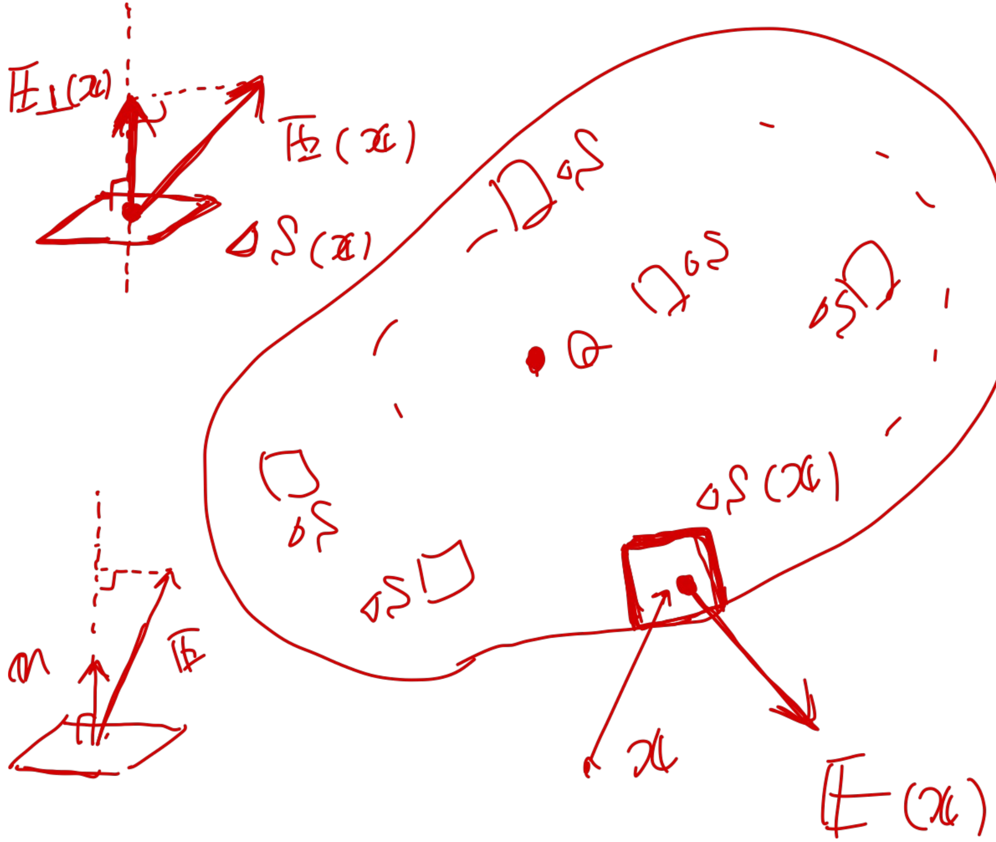
閉曲面から出ていく電気力線の本数

- 閉曲面の微小領域を考える．
- 微小領域の場所を$\boldsymbol{r}$，面積を $\Delta S(\boldsymbol{r})$，電場を $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$とすると，微小領域から出ていく電気力線の本数$\Delta N$は
- $\Delta N = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) \Delta S$
- ここで $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})$は微小領域に対し垂直な単位ベクトルである．
- 閉曲面Sから出ていく電気力線の総本数NはΔN を面積分すれば求まる．
- $N = \int_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}S$



発展

手書き解説



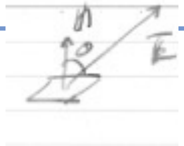
$$E_\perp(x) = \underline{E(x)\cdot n(x)}$$

ΔS対してEの垂直成分

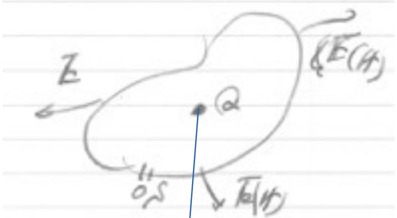
||

ΔSから出ていく電気力線の単位面積当りの本数.

ガウスの法則（積分形）　発展



- 電気力線の本数は閉曲面内の電荷をQとすると Q/ε_0だから
- $N = \int_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$
- 単位体積当たりの電荷を $\rho(\boldsymbol{r})$ をするとQは
- $Q = \int_V \rho(\boldsymbol{r}) dV$
- と表せる．以上をまとめると，
- $\int_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho(\boldsymbol{r}) dV$
- となる．これをガウスの法則（積分形）という．

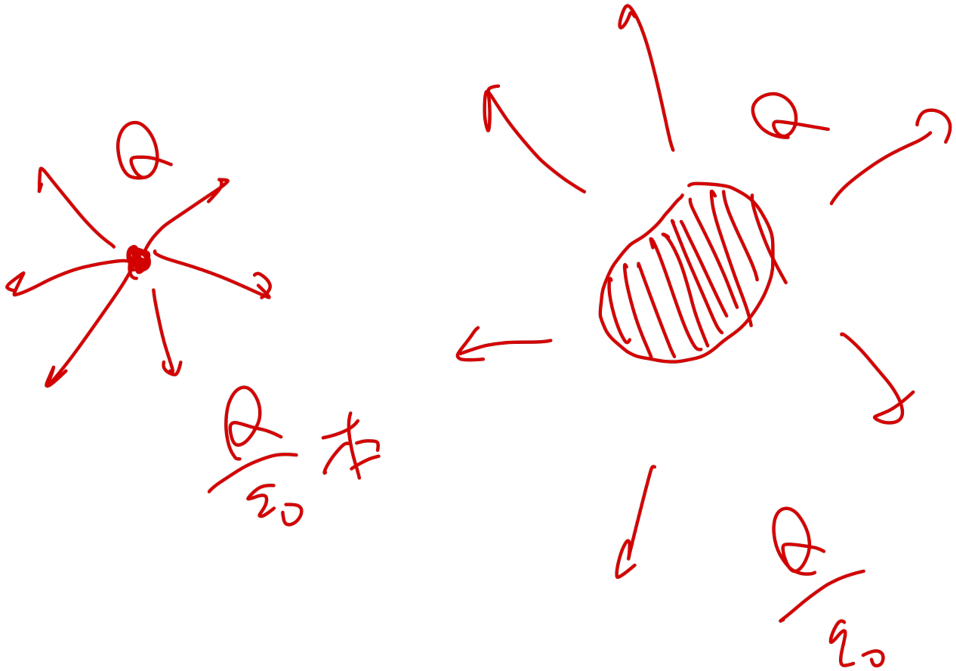


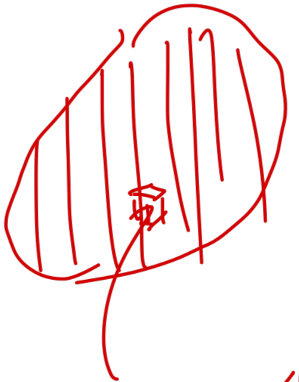
電荷が空間に分布している場合

余裕がない人は，
ガウスの法則は$ES = Q/\varepsilon_0$
と覚える．Sは電荷を囲む閉曲面の表面積，Eは閉曲面上の電場の大きさ，Qは閉曲面内の電荷である．ただし，この式が成り立つには，電場が閉曲面から垂直に出て，且つ閉曲面上で電場の大きさが変わらないという条件が必要である．

手書き解説

$$\int_V \rho(x)\, dV \quad [C]$$





$$\delta Q = \rho(x)\, dV(x)$$

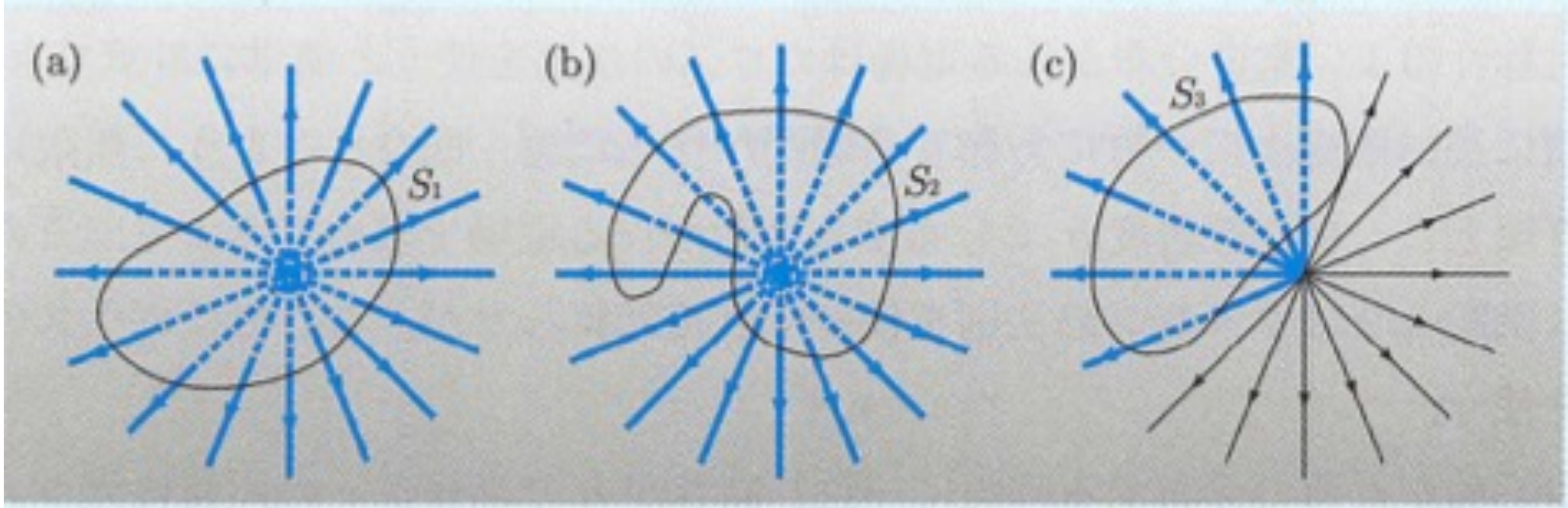
電荷密度

ガウスの法則のまとめ

- ガウスの法則は，水源から出る水の量と水源を囲んだ枠から出ていく水の量が等しことを表す.
- 電磁気学では，電荷は電気力線を発すると考える.
- つまり，電磁気学でのガウスの法則は，電荷から湧き出す電気力線の本数と電荷を囲んだ閉曲面から出ていく電気力線の本数が等しいことを表す.
- 電場は電気力線の面積密度を表す.
- 電荷をQ，それを囲んだ閉曲面の面積をS，閉曲面上の電場の大きさをEとする（閉曲面上の電場は等しいとする）と
- $ES = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$　(電気力線の本数 = 電場(面積密度)×面積＝電荷量$/\varepsilon_0$)
- である.

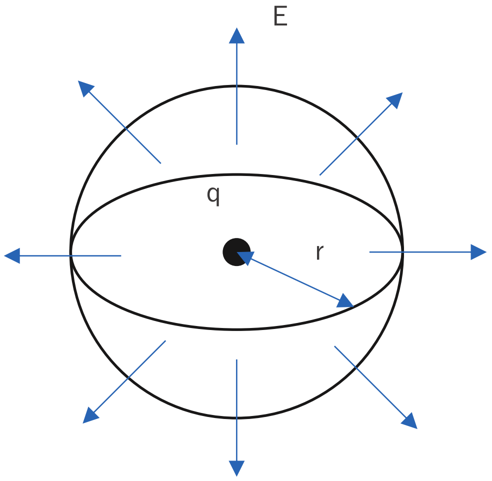
もう一度，ガウスの法則

- 電荷Qから発生する電気力線の本数 $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ は，その電荷を囲んだ領域から出ていく電気力線の本数 ES と等しい.



点電荷が作る電場

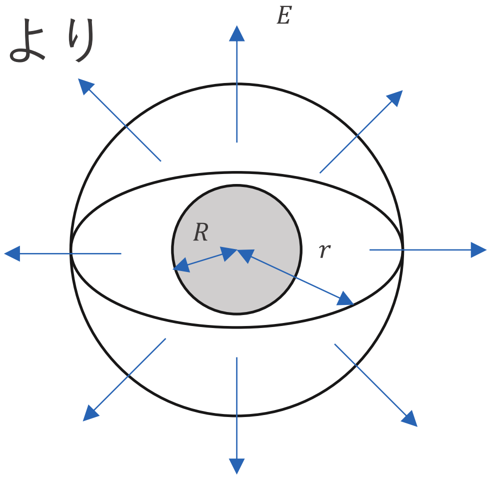
- 点電荷が作る電場をガウスの法則から求めてみる．
- 電荷qをもつ点電荷が，それを中心とした半径rの球で囲まれているとする．
- 球の表面積は$4\pi r^2$だから，ガウスの法則より
- $4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$
- よって，点電荷が作る電場は
- $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$
- となる．



ガウスの法則：閉曲面から出る電気力線の本数と点電荷から
発生する電気力線の本数は等しい．
電気力線の本数$N = ES = Q/\varepsilon_0$

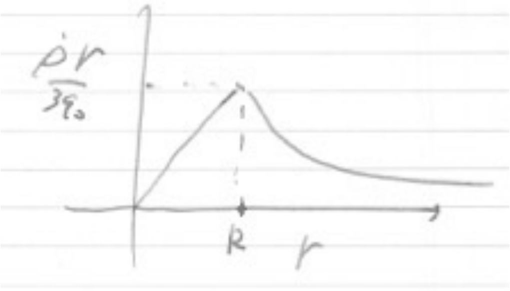
球内の一様に分布する電荷が作る電場

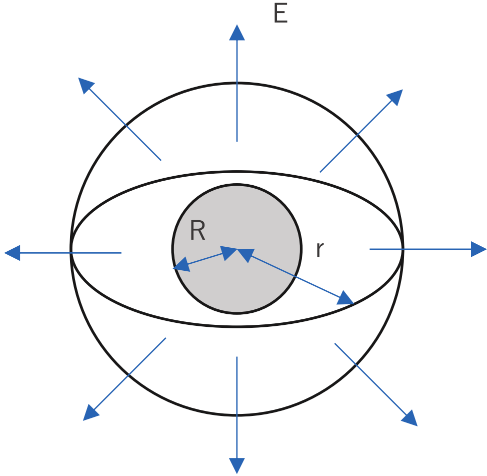
- 球内の一様に分布する電荷が作る電場を求めてみる.
- 半径Rの球に電荷密度ρで均一に電荷が分布しているとする.
- この球の中心からrの場所の電場を求める.
- 電荷が分布している球と同心の半径rの球を考える.
- $R \leq r$の時,
- 半径rの球内にある電荷は$\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, よってガウスの法則より
- $4\pi r^2 E = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho/\varepsilon_0$
- $E = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$



球内の一様に分布するが作る電場

- $R > r$ の時（電荷分布の内部），
- 半径rの球内にある電荷は$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho$，よってガウスの法則より
- $4\pi r^2 E = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho / \varepsilon_0$
- $E = \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}$



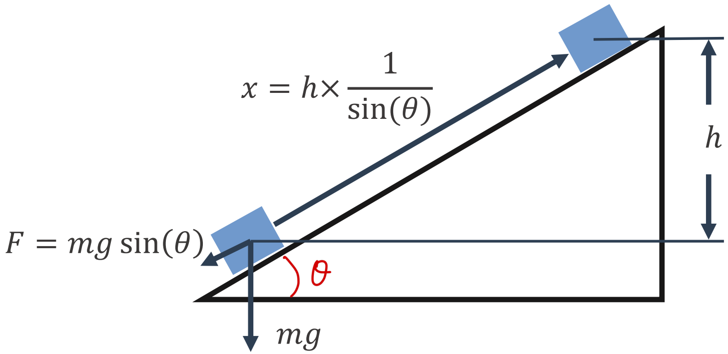


電位

力学でのポテンシャルエネルギー

- 斜面に質量mの物体があるとする．
- 斜面上を，距離xほど物体を移動させる．
- 物体を押すのに必要な力Fは
- $F = mg\sin(\theta)$
- である．移動させるのに必要な仕事Wは

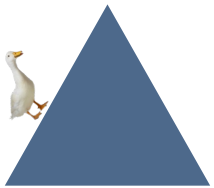
$$
\begin{aligned}
W &= Fx \\
&= mg\sin(\theta) \times h \times \frac{1}{\sin(\theta)} \\
&= mgh
\end{aligned}
$$



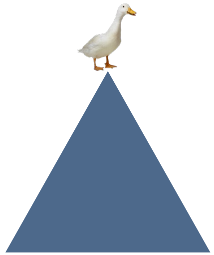
- 最終的に求まった式は位置エネルギーの式である．
- つまり，仕事は位置エネルギーに変換されたとみなせる．

■ もうすこし簡単に言えば

- 山登りするためには，仕事をしなければならない．

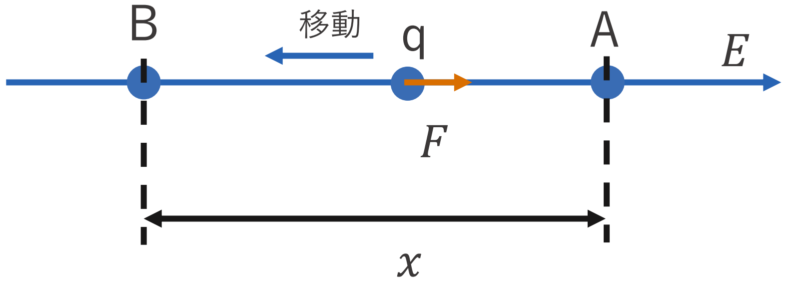


- 山にのぼるために使った仕事は，山の高さ分の位置エネルギーに変換される．



■ 電場と電位と仕事の関係

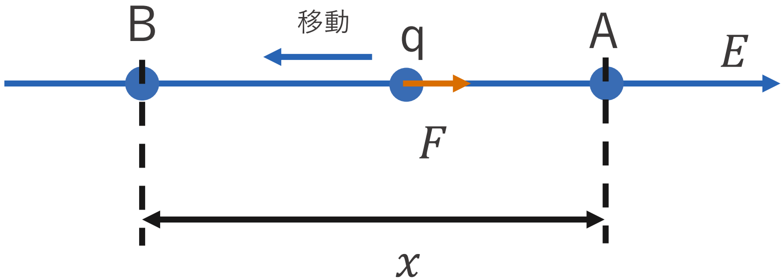
- 簡単な場合
- 図のように電場Eと同じ向きの直線上に距離x離れた点A，Bがある．
- 電荷qを点Aから点Bまで移動させる．このとき必要な仕事Wはいくらか？
- 電荷qが電場から受ける力（クーロン力）Fは
- $F = qE$
- AB間の移動に要する仕事は
- $W = Fx = qEx$



電場と電位と仕事

- 図のように電場Eと同じ向きの直線上に距離 x 離れた点A，Bがある．
- 電荷qを点Aから点Bまで移動させる．このとき必要な仕事Wは
- $W = Fx = qEx$
- $q = 1$のときの仕事は
- $W = Ex$
- **この仕事は，1Cの電荷のポテンシャルエネルギーとなる．**
- **これを電位という．**

仕事をした分のエネルギーが電荷に貯まる．

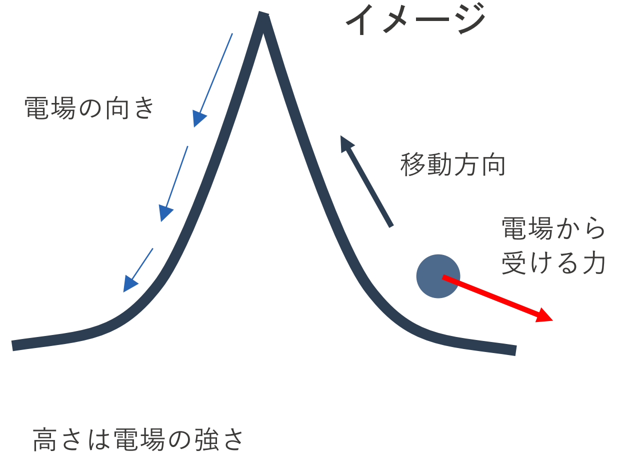


電場と電位と仕事

- 電荷を電場という坂を登るために仕事をする.
- その仕事が電荷のポテンシャルエネルギーとしてたまる.
- 電荷が1Cのとき，このポテンシャルエネルギーを電位，静電エネルギーという.

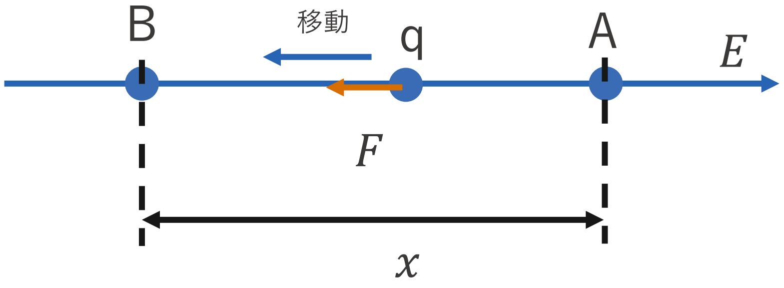
- 電場：坂
- 電場の向き：坂の下る方向
  - 下る方向に重力が加わる
- 電場の強さ：坂の傾きの大きさ
- 電位：位置エネルギー

電荷が山を登る
イメージ



■ 仕事と積分

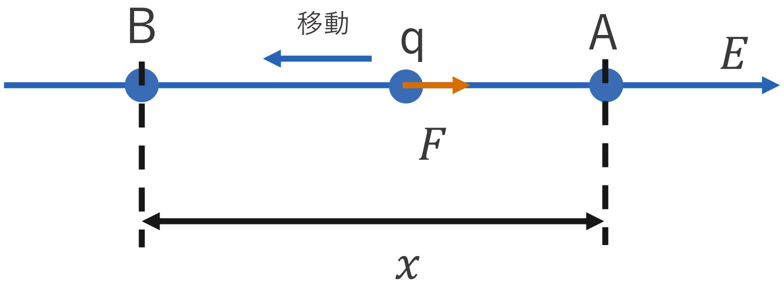
- 図のような場合，仕事は力と距離をかけたものと高校では習ったかもしれない．
- $W = Fx$
- この式は，点Aから点Bまで移動するために必要な力を積分したものである．つまり，
- $W = \int_{AB} Fr\, dr = Fx$



仕事と積分

- 図のように，力Fに逆らって移動するとすると，
- $W = -\int_{AB} Fr\,dr = -Fx$
- と書ける．力に逆らって移動するので，力Fは移動方向に対し反対方向である．移動方向を正とするとFは負となり，ちゃんと仕事は正となる．

- 感覚的には
  - 力に逆らう場合（上り坂）は疲れる．
  - 力に沿う場合（下り坂）は楽ちん．

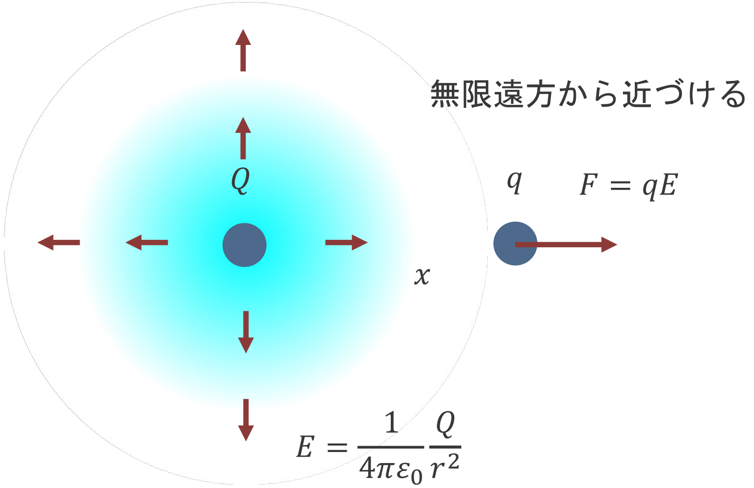


点電荷の電位

- 点電荷Qが作る電場中を点電荷qを基準点（無限遠方）から点電荷Qに移動させると考える．その時必要な仕事は

$$
\begin{aligned}
W &= -\int_{\infty}^{x} F dr \\
&= -\int_{\infty}^{x} qE dr \\
&= -\int_{\infty}^{x} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2} dr \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{x}
\end{aligned}
$$

力に逆らうから
マイナスが付く



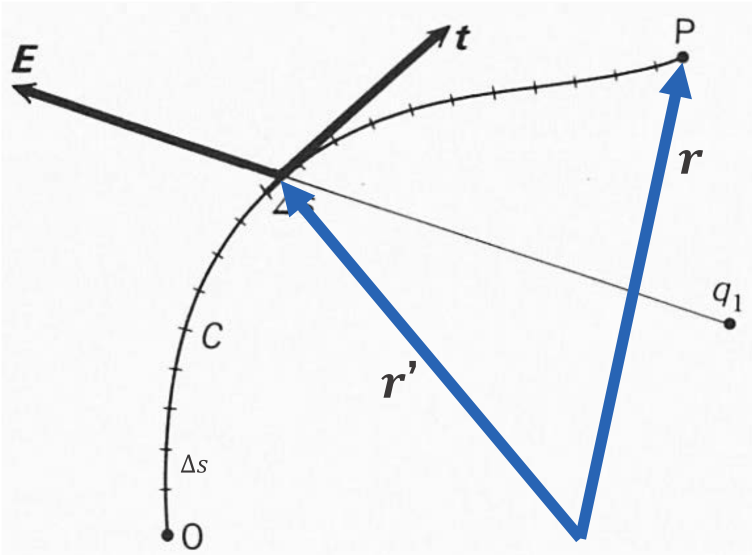
- ただし，xをQとqの距離とする．

点電荷の電位

- qを1Cと考えると
- $\phi(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x}$
- これは点電荷Qが電場を作り，１Cの電荷を基準点（無限遠方）から，Qからxの距離のところまで移動させるのに必要な仕事である.
- つまり，**これは，無限遠方と基準としたときの点電荷が作る電位である.**
  - 無限遠方が基準でなければ数式は異なる.

もっと一般的に考える

- 基準を点Oとして点Pでの電位（静電ポテンシャル）は
- $\phi(\boldsymbol{r}) = -\int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds'$

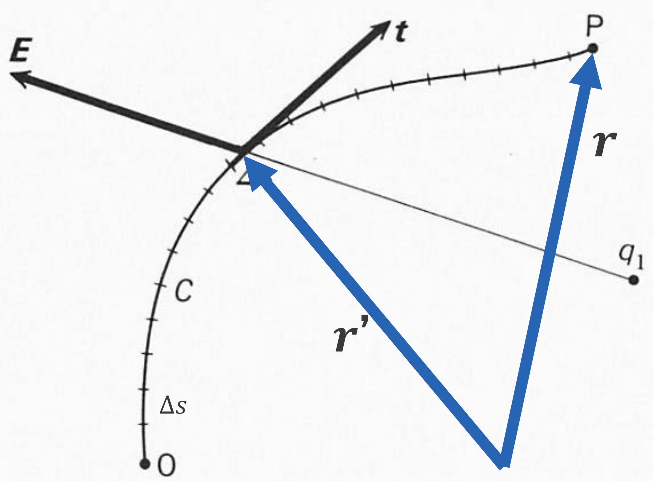


発展

電位の一般的な式

- 電場$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$中にある1Cの電荷を基準点$O$から$P$に移動させる．電荷が場所$\boldsymbol{r}'$にあるときに電荷が電場から受ける力を$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}')$とすると，移動させるために必要な仕事は
- $W(\boldsymbol{r}) = -\int_{OP}\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds'$
- ここで$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')$は移動方向を表す単位ベクトルである．
- 電場から$F(r') = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$の力を受けるから
- $W(\boldsymbol{r}) = -\int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds'$
- これが電位である．

発展



電位差

- 任意の点と任意の点での電位の差を電位差という．
  - 任意の点と任意の点の間で積分したものになっている．

$\varphi(r_P)$ $\varphi(r_{P'})$

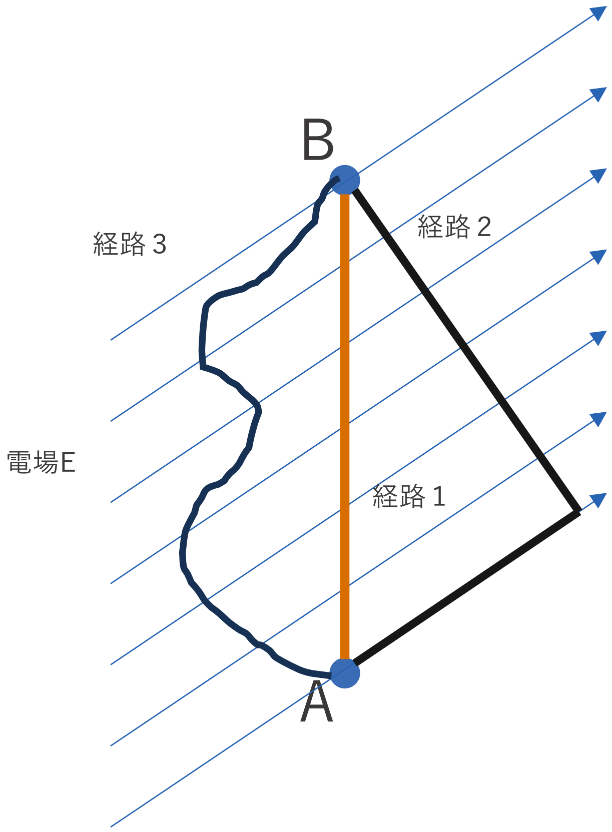
P P'

- ２点，点Pと点P’電位差は
- $\phi(\boldsymbol{r_{P'}}) - \phi(\boldsymbol{r_P}) = -\int_{OP'}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds' - (-\int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds')$
- とかける．
- $\int_{OP'}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds' = \int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds' + \int_{PP'}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds'$
- だから
- $\phi(\boldsymbol{r_{P'}}) - \phi(\boldsymbol{r_P}) = -\int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds' - \int_{PP'}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds' - (-\int_{OP}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds') = -\int_{PP'}\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\}ds'$

発展

■ 電位，電位差は経路によらない

- 電位および電位差の値は経路によらない．



電荷をAからBへ移動させる時，どの経路を通っても同じ仕事が必要である．

つまり，電位差の計算もどの経路で行っても同じである．

■ 経路が異なっても仕事は同じか具体的に計算してみる

点電荷qを電場E中を点Aから点B(距離x)まで移動するときに必要な仕事を計算してみる.

経路ABの移動で必要な仕事は，移動で必要な力は$F = qE$なので

$$W = qEx$$

経路ACBの移動で必要な仕事はどうなるか？
経路ACの移動で必要な仕事は，移動距離は$x\cos\theta$で必要な力は$F = qE\cos\theta$なので

$$W_{AC} = Fx\cos\theta = qEx\cos^2\theta$$

経路CBの移動で必要な仕事は，移動距離は$x\sin\theta$で必要な力は$F = qE\sin\theta$なので

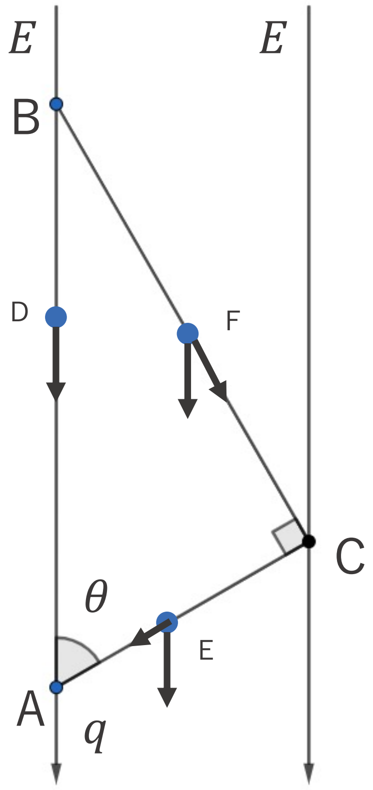
$$W_{CB} = Fx\sin\theta = qEx\sin^2\theta$$

よって，経路ACBの移動で必要な仕事は

$$W = qEx\cos^2\theta + qEx\sin^2\theta$$

$$W = qEx(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = qEx$$

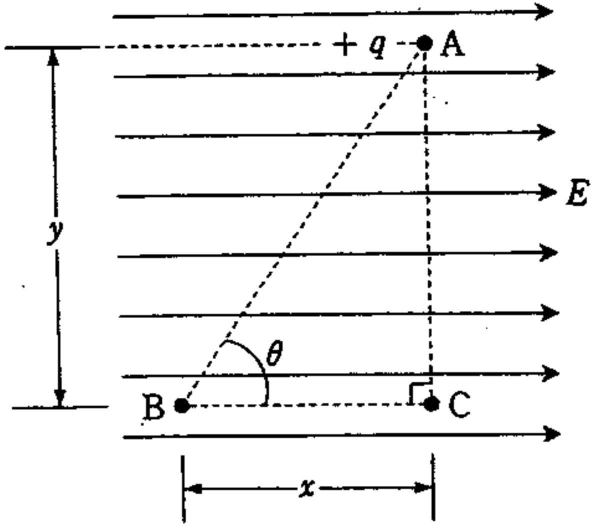
となり，経路が異なっても同じことが分かる.



問題

- 図のような一様電場中の点Ａに$+q[C]$の電荷がある．この電荷をＡからＢへ動かすときの仕事[J]はどれか．ただし，電界の強さを$E[V/m]$，ＢＣ間の距離を$x[m]$，ＡＣ間の距離を$y[m]$とする．

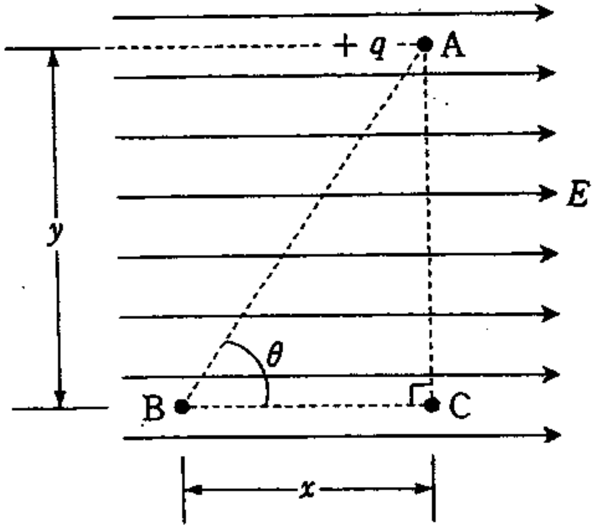
1. qEx
2. qEy
3. $qEx+qEx$
4. $qEx/\sin\theta$
5. $qEx/\cos\theta$



問題

- 図のような一様電場中の点Ａに$+q[C]$の電荷がある．この電荷をＡからＢへ動かすときの仕事[J]はどれか．ただし，電界の強さを$E[V/m]$，ＢＣ間の距離を$x[m]$，ＡＣ間の距離を$y[m]$とする．

1. qEx
2. qEy
3. $qEx+qEx$
4. $qEx/\sin\theta$
5. $qEx/\cos\theta$



経路ABの移動で必要な仕事と経路ACBの移動で必要な仕事は同じである．
また，AC間は等電位面なので仕事は必要ない．
よって移動に必要な仕事はBC間の移動で必要な仕事のみである．
よって移動で必要な仕事は

$$W = qEx$$

もう少し詳しい説明

- 図のような一様電場中の点Ａに$+q[C]$の電荷がある．この電荷をＡからＢへ動かすときの仕事[J]はどれか．ただし，電界の強さを$E[V/m]$，ＢＣ間の距離を$x[m]$，ＡＣ間の距離を$y[m]$とする．

1. qEx
2. qEy
3. $qEx+qEx$
4. $qEx/\sin\theta$
5. $qEx/\cos\theta$

AからBに直接移動させるために必要な仕事W_{AB}とAからC，CからBと移動させるために必要な仕事W_{ACB}は等しい．

$$W_{AB}=W_{ACB}$$

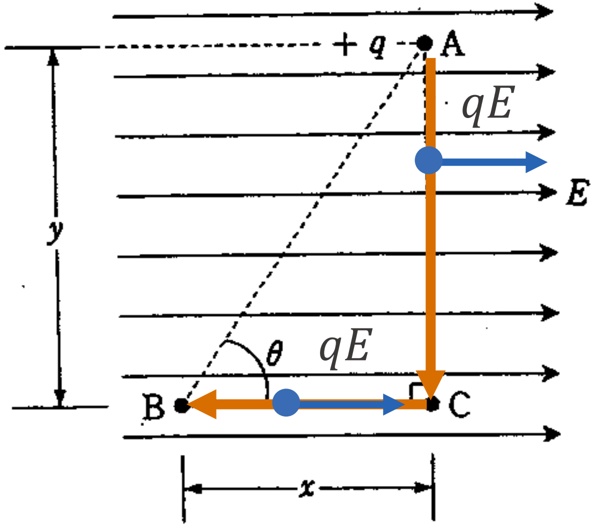
AからCの移動に必要な仕事W_{AC}は

$$W_{AC}=-F_{AC}\times y$$

電荷には電場により力qEかかるが移動方向に対し垂直なので$F_{AC}=0$である．
よって$W_{AC}=0$である．
CからBの移動に必要な仕事W_{CB}は

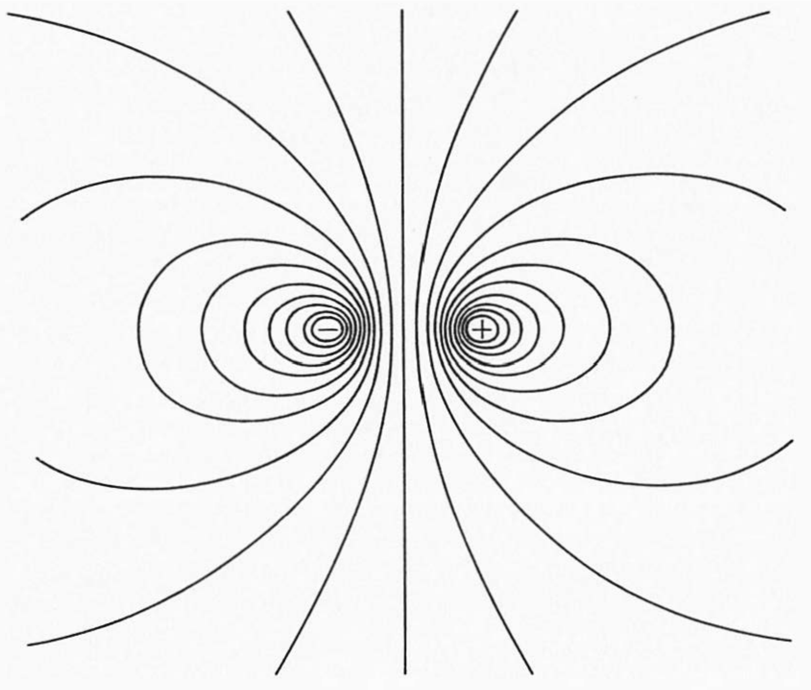
$$W_{CB}=-F_{CB}\times x$$

電荷には電場により力$F_{CB}=-qE$かかる．よって$W_{CB}=qEx$である．
つまり，AからBに電荷を移動させるのに必要な仕事は$W_{AB}=W_{ACB}=W_{AC}+W_{CB}=qEx$



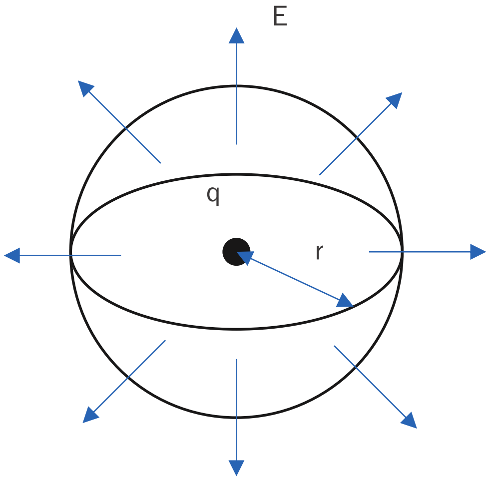
等電位面

- 電位が等しい面を等電位面という.
  - 地図で言う等高線にあたる.



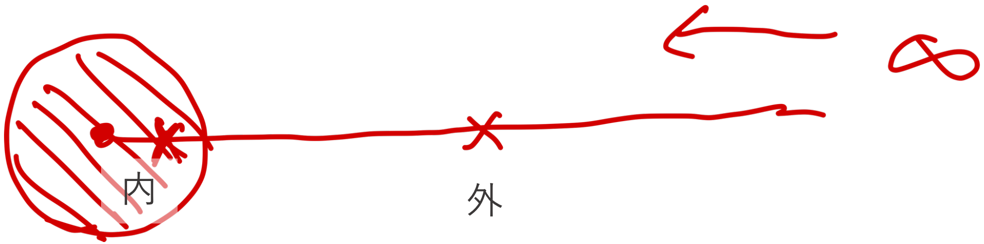
点電荷の電位

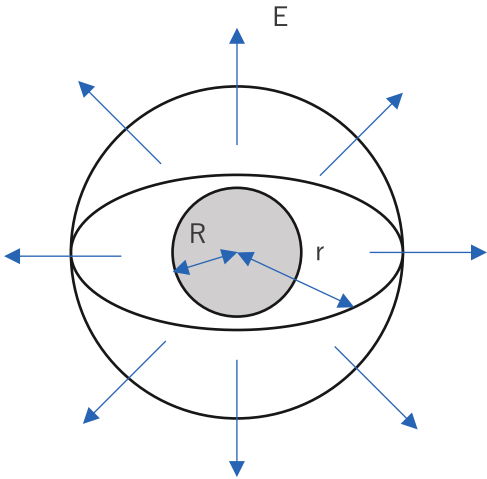
- 電荷qをもつ点電荷が作る電場は
- $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$
- である．
- 無限遠方を0として電荷からの距離rの場所の電位は
- $V = -\int_{\infty}^{r}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{x^2}dx = \left[\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{x}\right]_{\infty}^{r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r}$



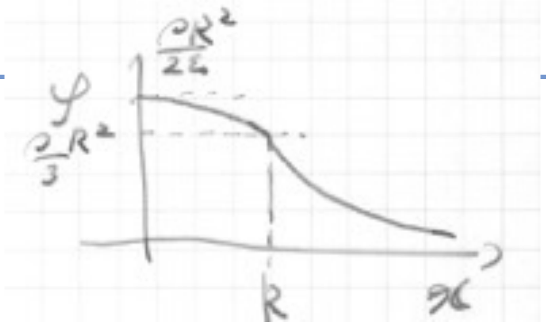
球内の一様に分布する電荷の電位

- 半径Rの球に電荷密度ρで均一に電荷が分布しているとする.
- 無限遠方を基準としたとき，この球の中心からrの場所の電位は
- $R \leq r$の時,
- 電場$E = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$なので電位は
- $V = -\int_{\infty}^{r} \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 x^2} dx = \left[\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 x}\right]_{\infty}^{r} = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$

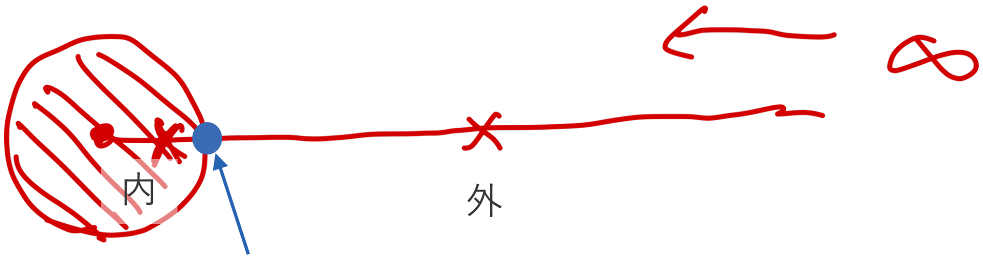




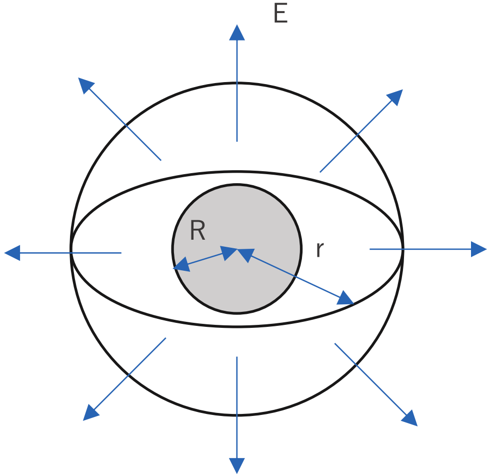
球内の電荷が作る電場



- $R > r$ の時,
- 電場は$E = \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}$なので電位は
- $V = -\int_{\infty}^{r} E dx = -\int_{R}^{r} \underset{\text{内}}{\frac{x\rho}{3\varepsilon_0}} dx - \int_{\infty}^{R} \underset{\text{外}}{\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 x^2}} dx = -\left[\frac{x^2\rho}{6\varepsilon_0}\right]_R^r + \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}$
- $V = -\frac{r^2\rho}{6\varepsilon_0} + \frac{R^2\rho}{6\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho}{6}(3R^2 - r^2)$



ここまでは外側の条件で電位を求めて,
ここからは内側の条件で電位を求める.



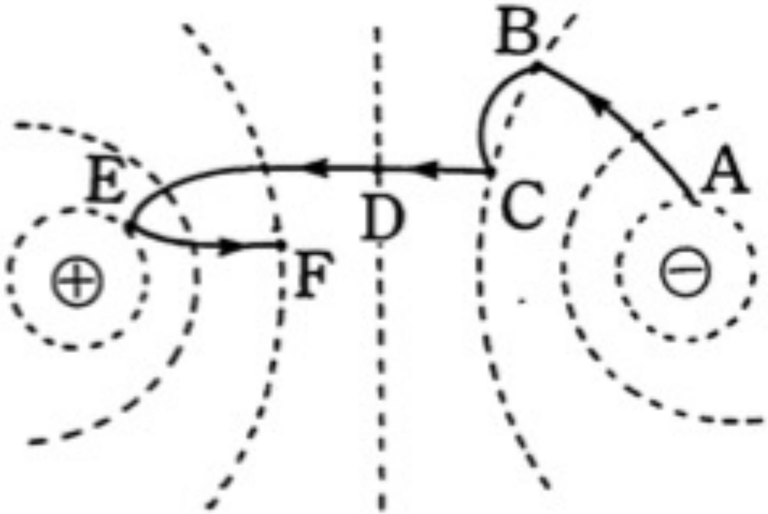
■ 電位のまとめ

- 電位は1Cの電荷が持つポテンシャルエネルギーである.
- **1Cの電荷を0[V]から$\boldsymbol{\phi}$[V]間移動させるときに必要な仕事は$\boldsymbol{\phi}$[J]となる.**
- **1Cの電荷を$\boldsymbol{\phi_0}$[V]から$\boldsymbol{\phi_1}$[V]間移動させるときに必要な仕事は$\boldsymbol{\phi_1 - \phi_0}$[J]となる.**
- 無限遠方を基準とした時，点電荷Qからx離れた場所の電位は
- $\phi(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x}$
- である.
- 電位は重ね合わせることが出来る.
- **仕事は，始点と終点が同じなら，どの経路を通っても同じである.**

問題

- 図は正負等量の２つの点電荷の周りの電場を3Vごとの等電位線で示したものである．この電場中で2.0×10^{-5}Cのｎ電荷をA→B→…→Fの経路で運ぶ時，外力のする仕事が次のようになる区間はどれか．

1. 最大
2. 0
3. 負

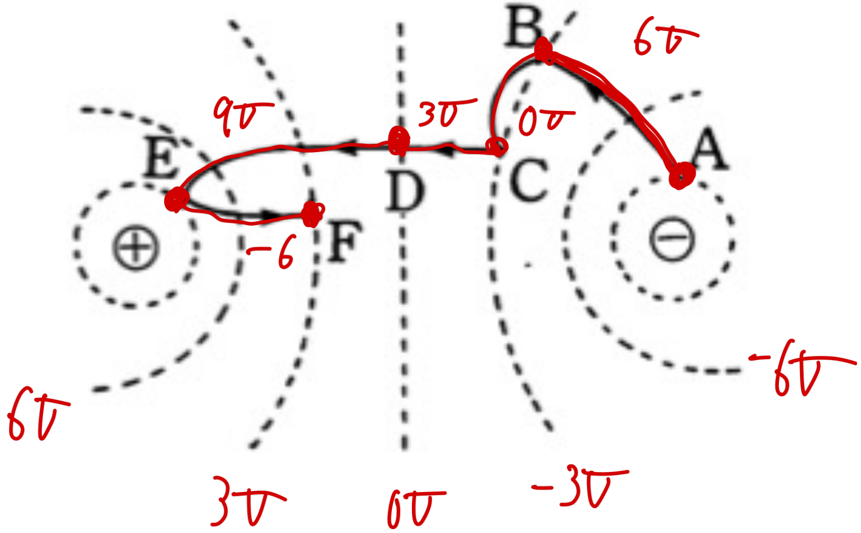


問題

- 図は正負等量の２つの点電荷の周りの電場を3Vごとの等電位線で示したものである． この電場中で2.0×10^{-5}Cの n 電荷をA→B→…→Fの経路で運ぶ時，外力のする仕事が次のようになる区間はどれか．

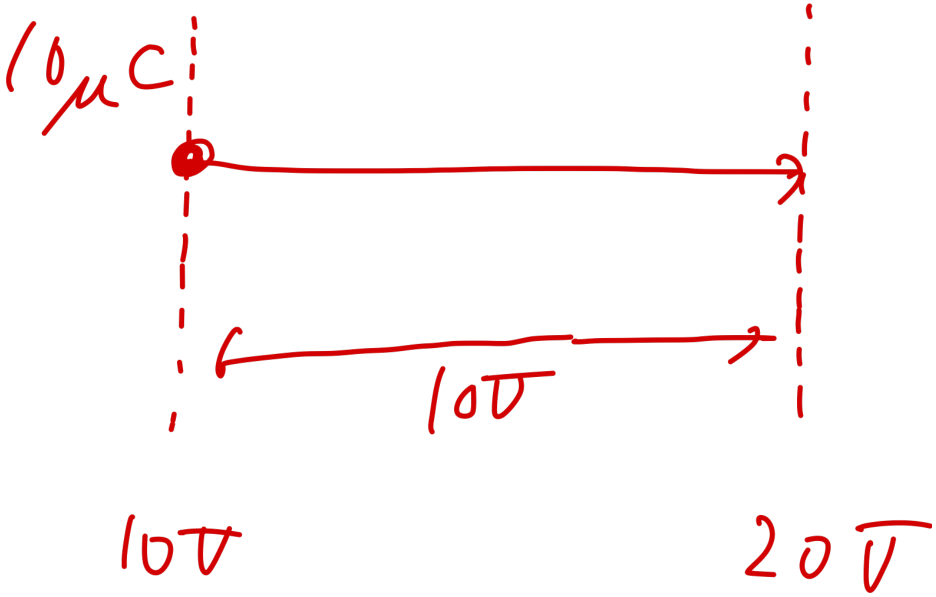
1. 最大
2. 0
3. 負

1. 正の電荷を運ぶとき，最も高く電位を上げる移動が最も仕事を必要とする．よって，DからEへの移動が最も仕事を必要とする．
2. 等電位面上を移動する場合，仕事を必要としない．よってBからCへの移動に必要な仕事は0である．
3. 正の電荷を運ぶ時，電位が下がる移動は負の仕事になる．よってEからFへの移動は負の仕事となる．



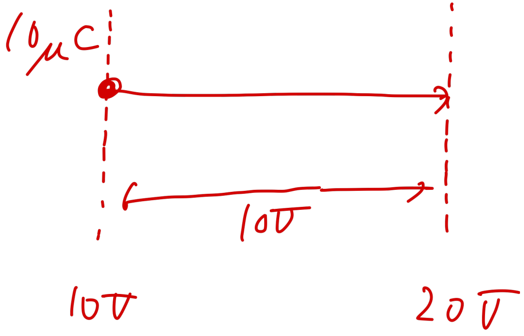
問題

- $10\mu C$の点電荷を電位が10Vから20Vまでゆっくり動かすために必要な仕事[μJ]を求めよ.



問題

- $10\mu C$の点電荷を電位が10Vから20Vまでゆっくり動かすために必要な仕事[μJ]を求めよ.

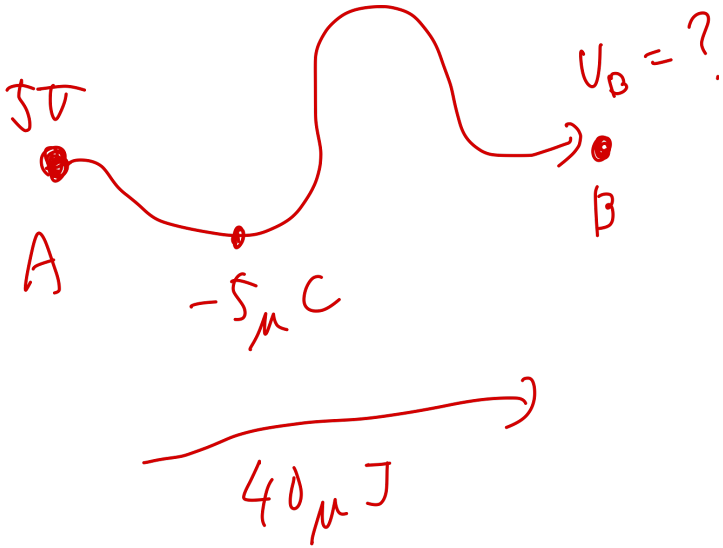


電位差は10Vなので移動に必要な仕事Wは

$$W = qV = 10[\mu C]\times 10[V] = 100[\mu J]$$

問題

- $-5\mu C$の点電荷を点Aから点Bまでゆっくり動かすのに$40\mu J$の仕事が必要であった．点Aの電位が$V_A = 5V$でであるとき，点Bの電位V_Bを求めよ．



問題

- $-5\mu C$の点電荷を点Ａから点Ｂまでゆっくり動かすのに$40\mu J$の仕事が必要であった．点Ａの電位が$V_A = 5V$ででであるとき，点Ｂの電位V_Bを求めよ．

AB間の電位差をVとすると移動に必要な仕事Wは

$$W = qV$$

よって

$$V = \frac{W}{q} = \frac{40\mu J}{-5\mu C} = -8[V]$$

電位差は$V = V_B - 5$[V]なので

$$V_B = V + 5$$

$$V_B = -8 + 5$$

$$V_B = -3[\mathrm{V}]$$

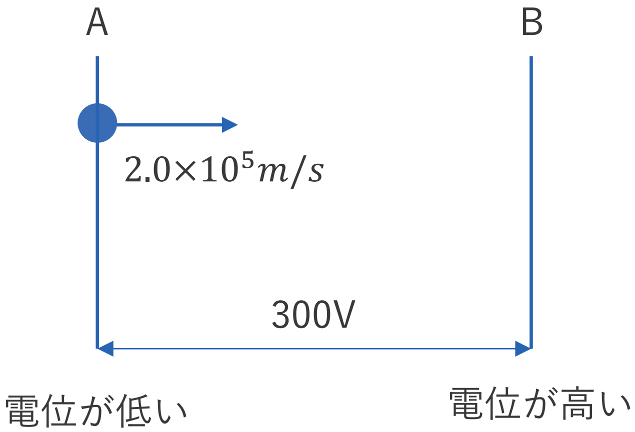
問題

- 電場内に2点A，Bがあり，AはBよりも電位が3.0×10^{2}Vだけ低い．質量6.4×10^{-27}kg，電気量3.2×10^{-19}Cの粒子がA→Bの向きに進んできて，速さ2.0×10^{5}m/sでAを通過した．Bを通過するときの速さは何m/sか．

問題

- 電場内に2点A，Bがあり，AはBよりも電位が3.0×10^2Vだけ低い．質量6.4×10^{-27}kg，電気量3.2×10^{-19}Cの粒子がA→Bの向きに進んできて，速さ2.0×10^5m/sでAを通過した．Bを通過するときの速さは何m/sか．

Aを通過する時，電荷は運動エネルギーを持っている．



電荷は電位が高い場所に移動するので，$300q$[J]のエネルギーを失う．

問題

- 電場内に2点A，Bがあり，AはBよりも電位が3.0×10^{2}Vだけ低い．質量6.4×10^{-27}kg，電気量3.2×10^{-19}Cの粒子がA→Bの向きに進んできて，速さ2.0×10^{5}m/sでAを通過した．Bを通過するときの速さは何m/sか．

電位差Vを高い方へ移動するときに失うエネルギーは

$$W = qV$$

初速v0とし，Bを通過するときの速さをvとすると，粒子の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - qV = \frac{1}{2}mv^2$$

よって，Bを通過するときの粒子の速さは

$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qV}{m}} = \sqrt{2.0\times2.0\times10^{10} - \frac{2\times3.2\times10^{-19}\times3.0\times10^{2}}{6.4\times10^{-27}}} = \sqrt{4.0\times10^{10} - 3.0\times10^{-19+2+27}}$$

よって，$v = 1.0\times10^{5}$m/s

問題

- 正しいのはどれか．アルファベットで答えよ．

a. 電場の強さは+1[C]の電荷に働く力によって定義される．
b. 電場の強さの単位は[m/V]で表される．
c. 単一電荷によって生じる電場の強さは電荷からの距離の２乗に比例する．
d. 電場はスカラー量である．
e. 電位は電場中で+1[C]の電荷を移動させるのに要する仕事である．
f. 単一電荷によって生じる電位は電荷からの距離に反比例する．
g. 電位はベクトル量である．

問題

- 正しいのはどれか．アルファベットで答えよ．

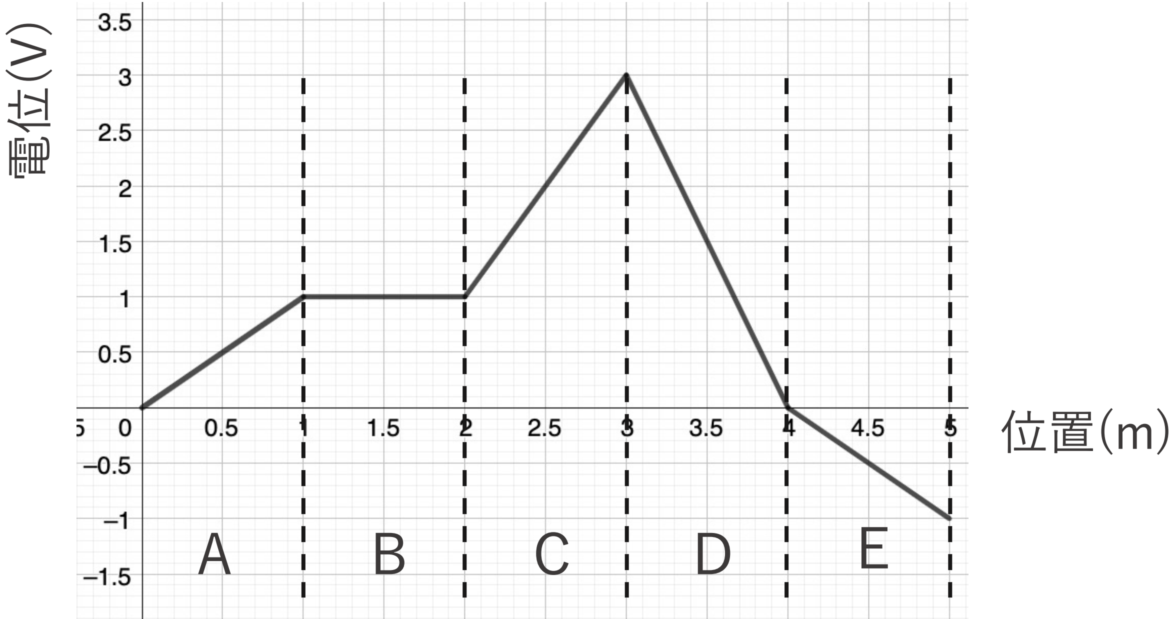
a. 電場の強さは+1[C]の電荷に働く力によって定義される．
b. 電場の強さの単位は[m/V]で表される．
c. 単一電荷によって生じる電場の強さは電荷からの距離の２乗に比例する．
d. 電場はスカラー量である．
e. 電位は電場中で+1[C]の電荷を移動させるのに要する仕事である．
f. 単一電荷によって生じる電位は電荷からの距離に反比例する．
g. 電位はベクトル量である．

a. 正しい．
b. V/mである．
c. 電場は逆二乗則が成り立つので反比例である．
d. 電場はベクトル量である．
e. 正しい
f. 正しい．
g. 電位はスカラー量である．

■ 問題

- 図のように電位が変化するとき，以下の問いに答えよ．

1. 電場の大きさのグラフを描け．ただし，電場は右向きを正とする．ただし，電場は右向きを正とする．
2. 区間Ａと電場の大きさ（絶対値）が等しい区間を求めよ．



問題

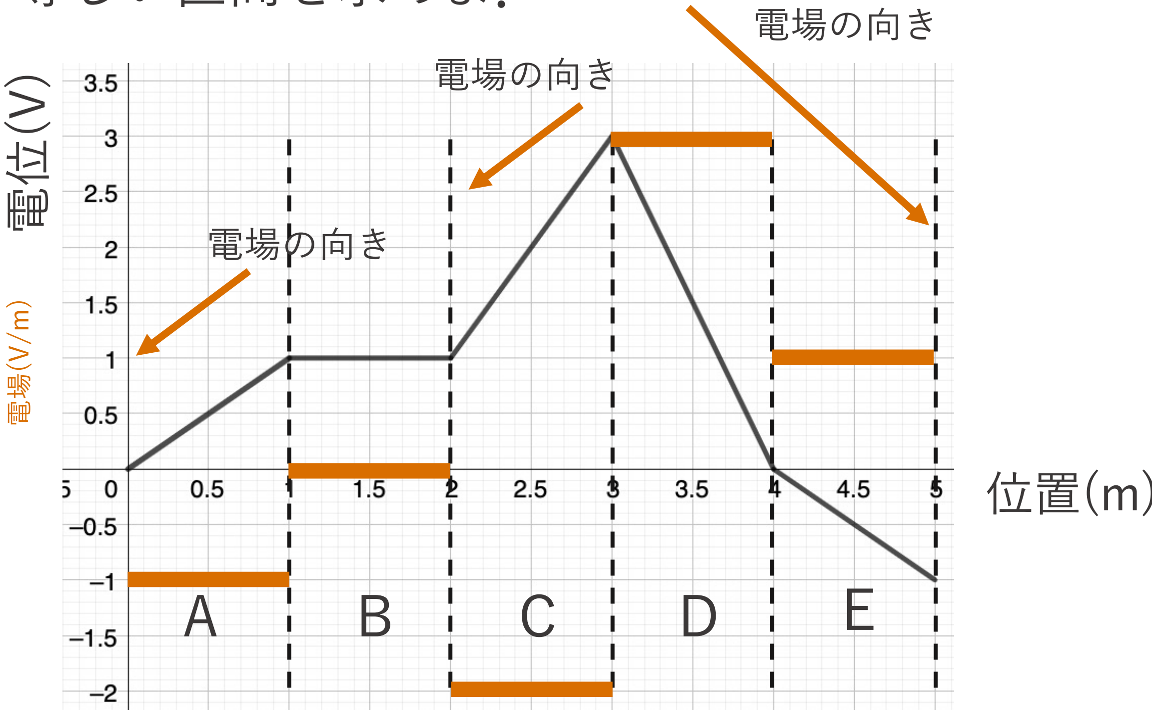
- 図のように電位が変化するとき，以下の問いに答えよ．

1. 電場の大きさのグラフを描け．ただし，電場は右向きを正とする．
2. 区間 A と電場の大きさが等しい区間を求めよ．

1. 電位は1Cをx移動させるのに必要な仕事なので

$$V = (-E)x$$

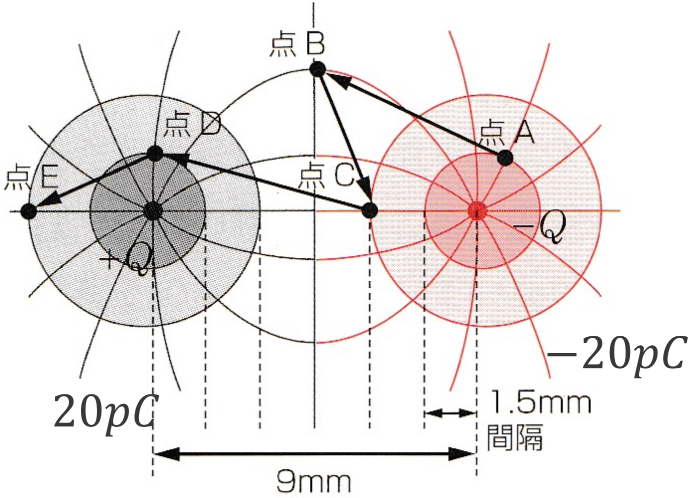
つまり，電場Eは傾きx(-1)である．
よって，グラフは図のようになる．
2. 区間Aと電場の大きさが等しい区間は，区間Aと傾きの大きさが等しい区間であるので，区間Eが答えである．



問題

- 真空中に$\pm 20pC$の点電荷が9mm離れて静置している．以下の問いに答えよ．
  ただし，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^9\mathrm{Nm^2/C^2}$ とする．また，図の閉曲線は等電位面を表す．

1. 図のように，正負電荷間を1.5mm間隔で区切ったときのABCDE各点の電位を求めよ．
2. 図において，単位正電荷（+1C）を次のように移動した．
   A→B，B→C，C→D，D→E 各区間の仕事を求めよ．
3. 単位正電荷をA→Eの経路で直線的に移動したときの仕事を求めよ．



問題

- 真空中に±20pCの点電荷が9mm離れて静置している．以下の問いに答えよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を 9.0×$10^9$Nm^2/C^{2}とする．また，図の閉曲線は等電位面を表す．

1. 図のように，正負電荷間を1.5mm間隔で区切ったときのABCDE各点の電位を求めよ．

1. 点電荷の作る電位は

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} = \frac{9.0\times10^9\times20\times10^{-12}}{r} = \frac{18\times10^{-2}}{r}$$

よって，それぞれの点での電位は

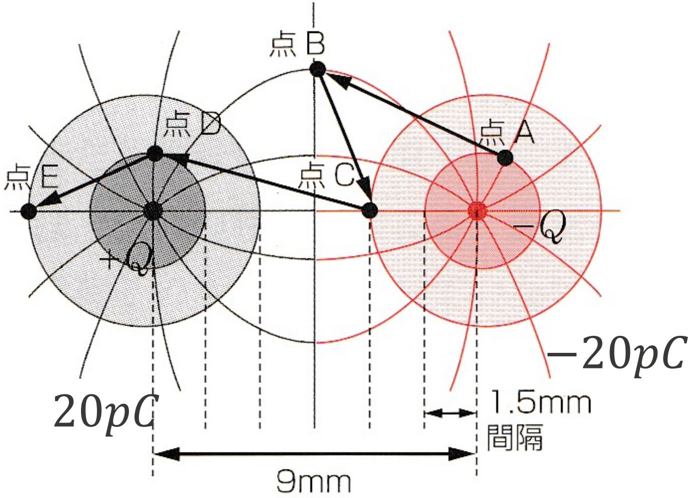
A：$\frac{18\times10^{-2}}{7.5\times10^{-3}} - \frac{18\times10^{-2}}{1.5\times10^{-3}} = -\frac{4\times18\times10^{-2}}{7.5\times10^{-3}} = -96V$

B：$0V$

C：$\frac{18\times10^{-2}}{6\times10^{-3}} - \frac{18\times10^{-2}}{3\times10^{-3}} = -\frac{18\times10^{-2}}{6\times10^{-3}} = -30V$

D：$96V$

E：$30V$



問題

- 真空中に$\pm 20pC$の点電荷が9mm離れて静置している．以下の問いに答えよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を 9.0×$10^9 \mathrm{Nm^2/C^2}$とする．また，図の閉曲線は等電位面を表す．

2. 図において，単位正電荷（+1C）を次のように移動した．
A→B，B→C，C→D，D→E 各区間の仕事を求めよ．
3. 単位正電荷を A→E の経路で直線的に移動したときの仕事を求めよ．

2.
A→B ：$W_{AB} = q(V_B - V_A) = 96J$
B→C ：$W_{BC} = q(V_C - V_B) = -30J$
C→D ：$W_{CD} = q(V_D - V_C) = 126J$
D→E ：$W_{DE} = q(V_E - V_D) = -66J$
3.
A→E ： $W_{AE} = 96 - 30 + 126 - 66 = 126J$