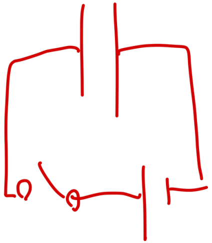
電気工学2第9回

藤田一寿

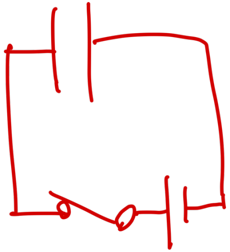
過渡現象

コンデンサの充電

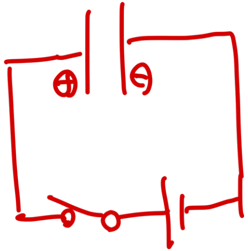
コンデンサの充電



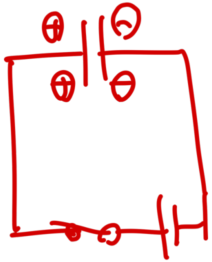
最初はスイッチがオフ．
コンデンサに電荷はたまっていない．



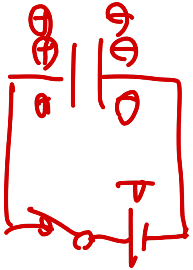
$t = 0$
スイッチをオンにした瞬間．
コンデンサには，まだ電荷はたまっていない．



コンデンサに徐々に電荷がたまる．



コンデンサに徐々に電荷がたまる．

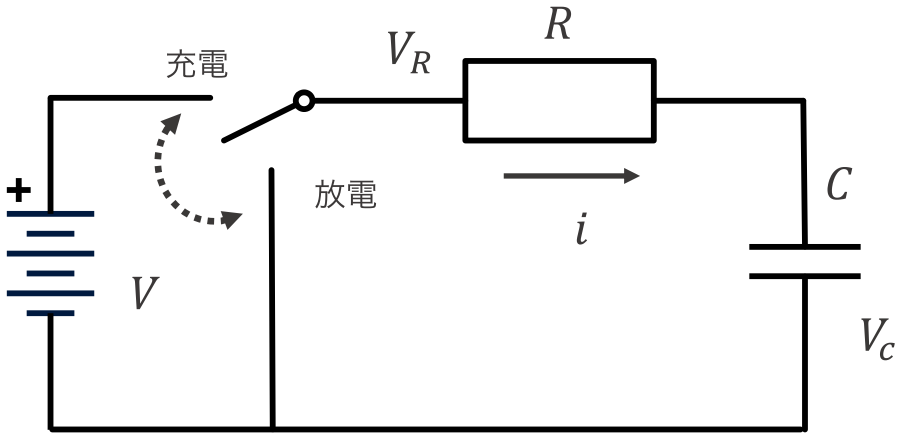


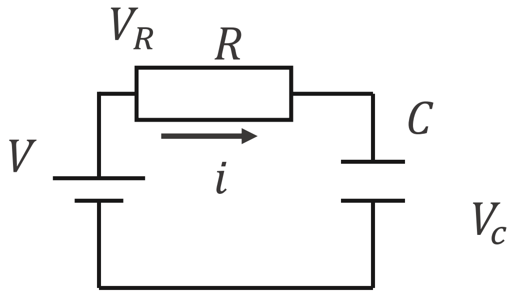
十分に時間が経つと，コンデンサに$Q = CV$の電荷がたまる．

充電

過渡現象（充電）

- 図のような直流回路を考える．
- コンデンサに電荷が溜まっていないとする．
- スイッチを充電側に移動させると，コンデンサに電流が流れ，電荷が溜まっていく．これは，コンデンサの両端電位差が電源電圧Vになるまで続く．
- コンデンサに電荷を貯めることを充電という．



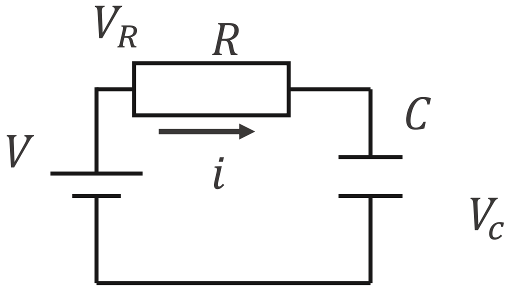


過渡現象（充電）

- 抵抗とコンデンサに加わる電圧をそれぞれV_R，V_cとすると，
- $V = V_R + V_c$
- $\underline{V_R = iR}$，$Q = CV_c$，$\underline{I = \frac{dQ}{dt}}$より，

オームの法則　　電流の定義．電流は電荷の時間変化である．

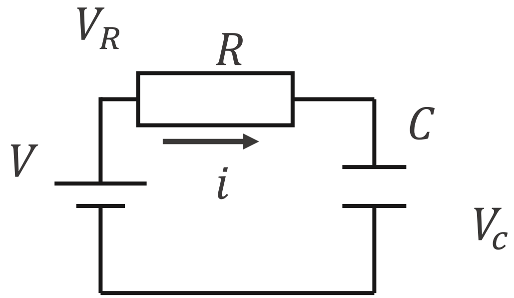
- $V = iR + \frac{Q}{C} = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$
- これをQについて解けば，コンデンサに蓄積される電荷の時間変化が分かる．



発展

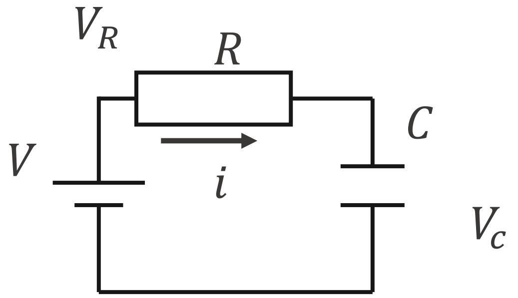
過渡現象　（充電）

- $V = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$を両辺$R$で割り，項を移項すると，
- $\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{CR} - \frac{V}{R} = 0$となる．
- $Z = \frac{Q}{CR} - \frac{V}{R}$とおき，$t$で微分すると
- $\frac{dZ}{dt} = \frac{1}{CR}\frac{dQ}{dt}$
- となる（Qはtの関数）．
- $\frac{dQ}{dt} = CR\frac{dZ}{dt}$
- これを代入すると
- $CR\frac{dZ}{dt} + Z = 0$



発展

■ 過渡現象（充電）



- $V = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C}$を両辺$R$で割り，項を移項すると，
- $\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{CR} - \frac{V}{R} = 0$となる．
- $Z = \frac{Q}{CR} - \frac{V}{R}$とおき，両辺を$t$で微分すると
- $\frac{dZ}{dt} = \frac{1}{CR}\frac{dQ}{dt}$となる（$Q$は$t$の関数）．両辺に$CR$をかけると
- $\frac{dQ}{dt} = CR\frac{dZ}{dt}$となる．
- $\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{CR} - \frac{V}{R} = 0$ に，これらを代入すると
- $CR\frac{dZ}{dt} + Z = 0$

発展

過渡現象 （充電）

- $CR\frac{dZ}{dt}+Z=0$は変数分離形なので
- $\frac{1}{Z}\frac{dZ}{dt}=-\frac{1}{CR}$

Zで割る

- $\frac{1}{Z}dZ=-\frac{1}{CR}dt$

dtかける

- $\int\frac{1}{Z}dZ=-\int\frac{1}{CR}dt$

両辺積分する

- $\log Z=-\frac{1}{CR}t+A'$
- $Z=e^{-\frac{1}{CR}t+A'}=e^{-\frac{1}{CR}t}e^{A'}$
- $Z=Ae^{-\frac{1}{CR}t}$

$A=e^{A'}$

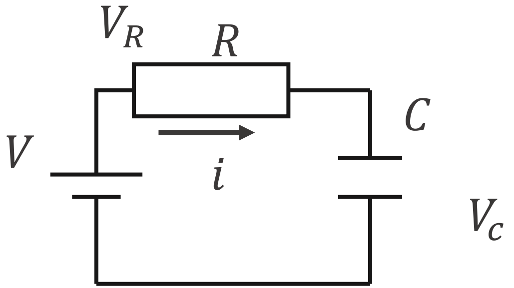
- よって,
- $Ae^{-\frac{1}{CR}t}=\frac{Q}{CR}-\frac{V}{R}$
- $Q=Ae^{-\frac{1}{CR}t}+CV$　　一般解
- $t=0$のとき$Q=0$ なので
- $Ae^{-\frac{1}{CR}\times 0}+CV=0$
- $A=-CV$
- $Q=-CVe^{-\frac{1}{CR}t}+CV$
- $Q=CV\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$　　特殊解

発展

過渡現象　(充電)

発展

- $Q = CV(1 - e^{-\frac{1}{CR}t})$かつ$Q = CV_C$なので$V_C$は
- $V_c = V\ (1 - e^{-\frac{1}{CR}t})$
- 電流iは
- $i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}CV\left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right) = \frac{CV}{CR}e^{-\frac{1}{CR}t} = \frac{V}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$

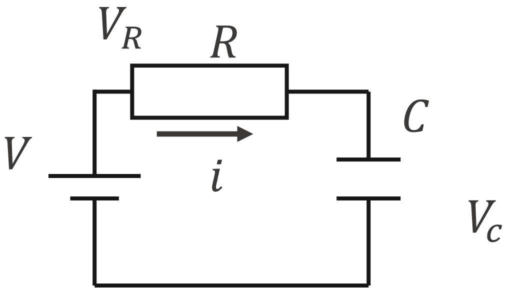


資格試験内で計算は不可能だから，時定数はCRと覚える．

過渡現象　（充電）

発展

- 電流$i = \frac{V}{R} e^{-\frac{1}{CR}t}$なので抵抗にかかる電圧は
- $V_R = Ve^{-\frac{1}{CR}t}$
- である．
- $\tau = CR$としたとき，　τ を時定数と呼ぶ．

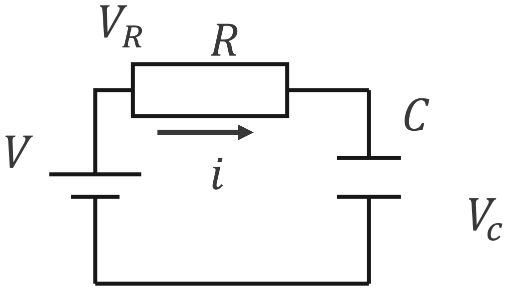


資格試験内で計算は不可能だから，時定数はCRと覚える．

過渡現象（充電）

- 図のように，抵抗とコンデンサを直流電源に繋いだ時の電圧変化は次のようになる．
- コンデンサの電圧V_Cの時間変化
  - $V_c = V\,(1 - e^{-\frac{1}{CR}t})$
- 抵抗の電圧V_Rの時間変化
  - $V_R = Ve^{-\frac{1}{CR}t}$
- **$\tau = CR$としたとき，τを時定数と呼ぶ．**

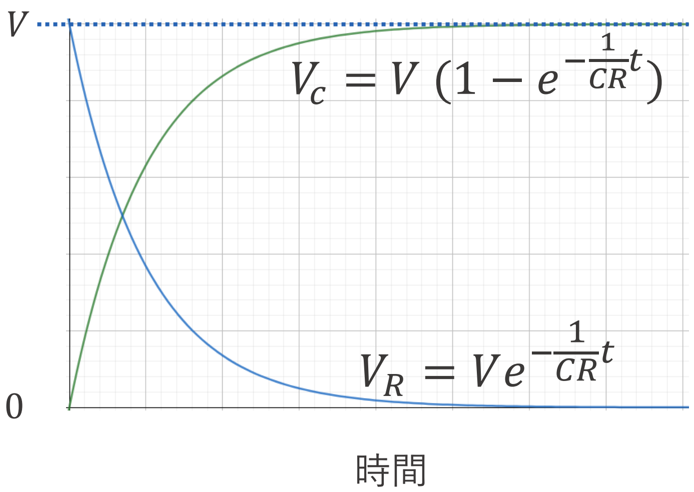
重要

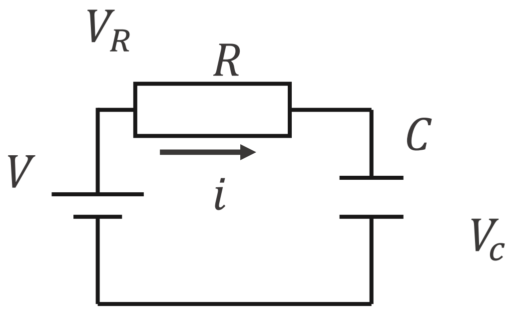


過渡現象 （充電）

- 抵抗とコンデンサに加わる電圧は図のように変化する.
- コンデンサに電荷が蓄積されるに伴いコンデンサの電圧V_Cも増加する.
- 一方抵抗の電圧V_Rは減衰する.

重要

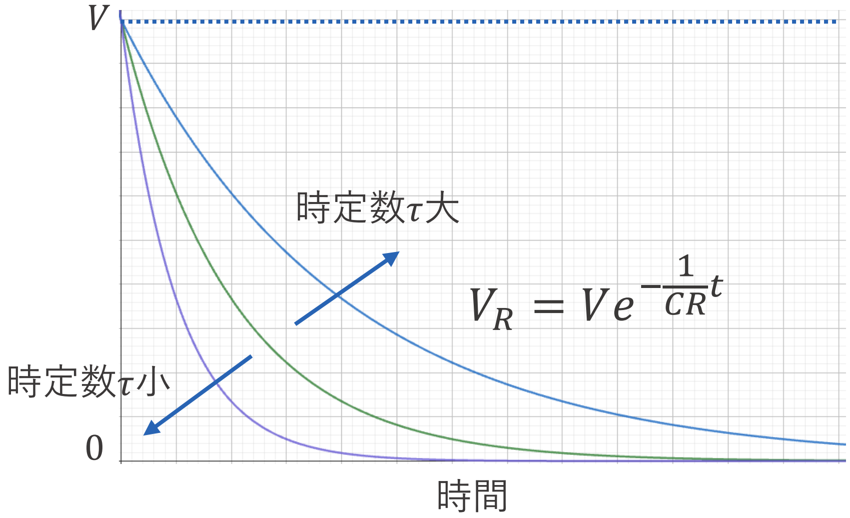


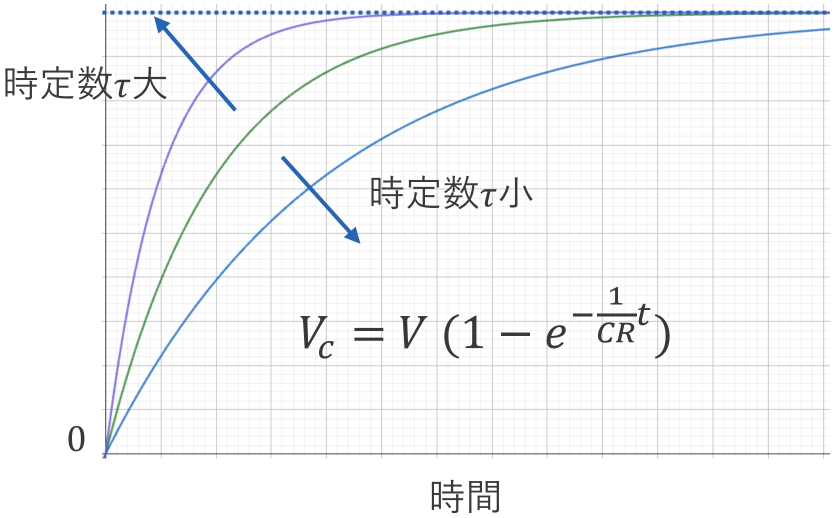


■ 過渡現象 （充電）

• 抵抗とコンデンサに加わる電圧は時定数を変えることで，図のように変化する．

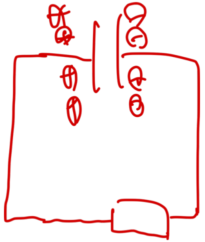
重要



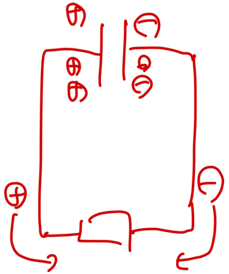


コンデンサの放電

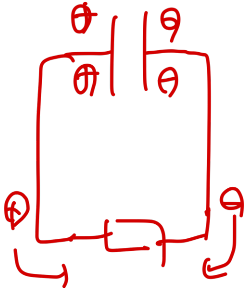
コンデンサの放電



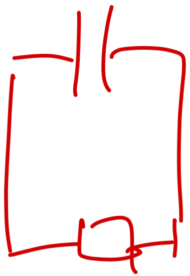
$t=0$
スイッチをオフにした瞬間．
コンデンサに電荷がたまっている．



コンデンサの電荷が徐々に減る



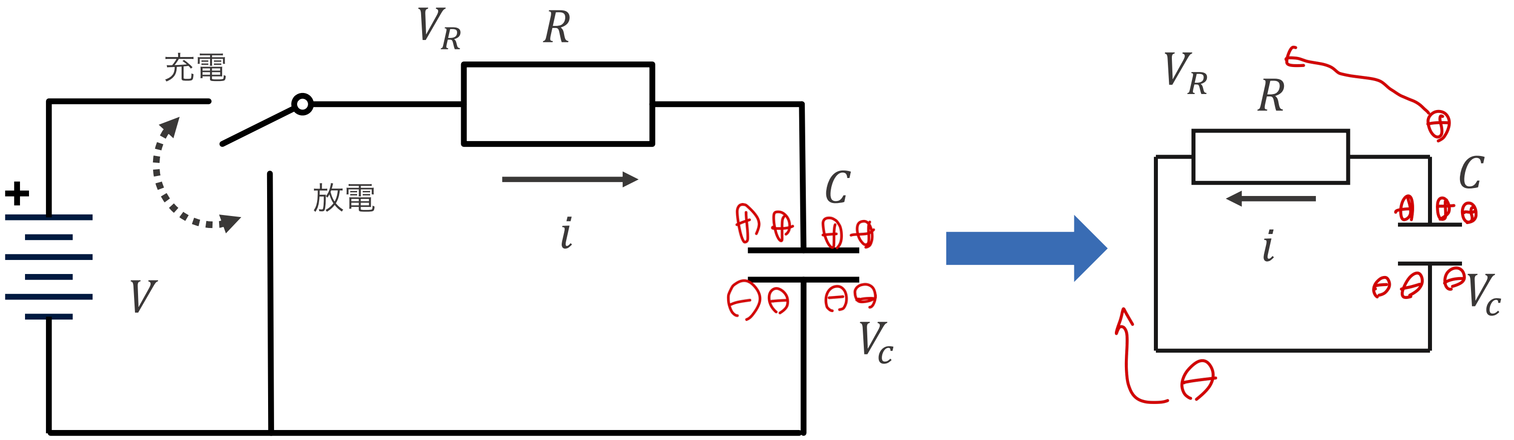
コンデンサの電荷が徐々に減る



十分に時間が経つと，コンデンサにたまっていた電荷はなくなる．

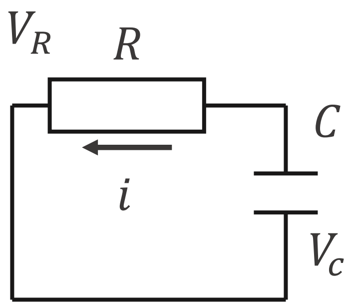
過渡現象（放電）

- スイッチを充電側にし，十分に時間がたつとコンデンサに$Q = CV$ほど電荷が蓄積される．
- そこで，スイッチを放電の方に入れると，コンデンサにたまった電荷が消費され，減少していく．
  - コンデンサが電源の代わりになる．



過渡現象（放電）

- 抵抗とコンデンサに加わる電圧をそれぞれV_R，V_cとすると，電源がないので
- $V_R + V_c = 0$
- $V_R = iR$および$Q = CV_c$より，
- $iR + \frac{Q}{C} = \frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C} = 0$
- $\frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C} = 0$
- $Q = Ae^{-\frac{1}{CR}t}$
- 初期条件は$Q_0 = Q = CV$なので
- $Q = CVe^{-\frac{1}{CR}t}$



発展

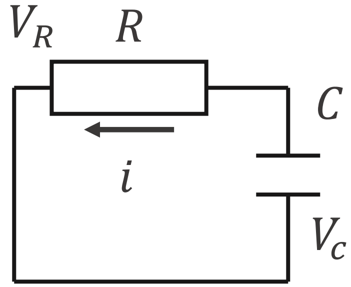
変数分離形の微分方程式
充電のときやったので計算は省略

過渡現象（放電）

- $Q = CVe^{-\frac{1}{CR}t}$から，Vcは
- $V_c = V\,e^{-\frac{1}{CR}t}$
- 抵抗にかかる電圧は
- $V_R = -V_c = -V\,e^{-\frac{1}{CR}t}$
- 電流iは
- $i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}CVe^{-\frac{1}{CR}t} = -\frac{CV}{CR}e^{-\frac{1}{CR}t} = -\frac{V}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$
- $\tau = CR$としたとき，τを時定数と呼ぶ．

資格試験内で計算は不可能だから，時定数はCRと覚える．

電圧の時間変化もよく出ているので，余裕がある人はVcの式も覚える．覚えられない人は指数関数的に変化することを覚えておく．

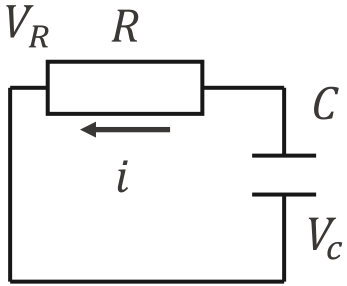


発展

過渡現象（放電）

- 図のように，抵抗とコンデンサを直流電源に繋いだ時の電圧変化は次のようになる．
- コンデンサの電圧V_Cの時間変化
  - $V_c = Ve^{-\frac{1}{CR}t}$
- 抵抗の電圧V_Rの時間変化
  - $V_R = -Ve^{-\frac{1}{CR}t}$
- **$\tau = CR$としたとき，τを時定数と呼ぶ．**

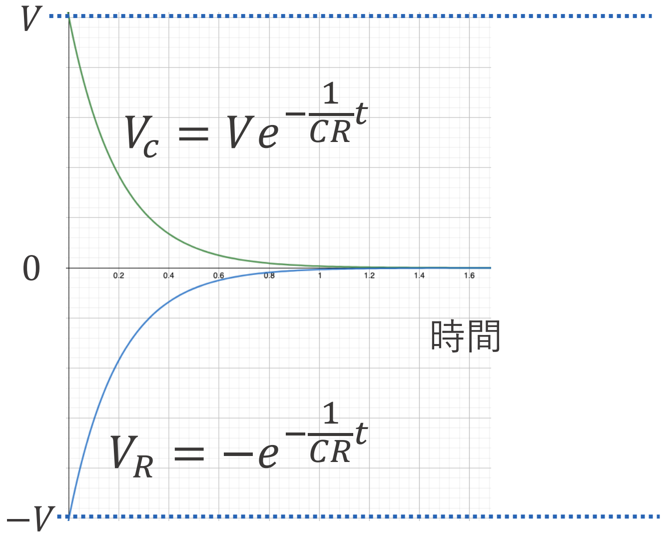
重要

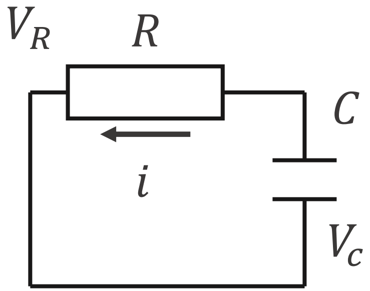


過渡現象 （放電）

- 抵抗とコンデンサに加わる電圧は図のように変化する.
- コンデンサの電荷が放電されるとともに，コンデンサの電圧Vcは指数関数的に減衰していく.
- 抵抗の電圧は，コンデンサによりもたらされるので，V_Cとともに0に近づく.

重要

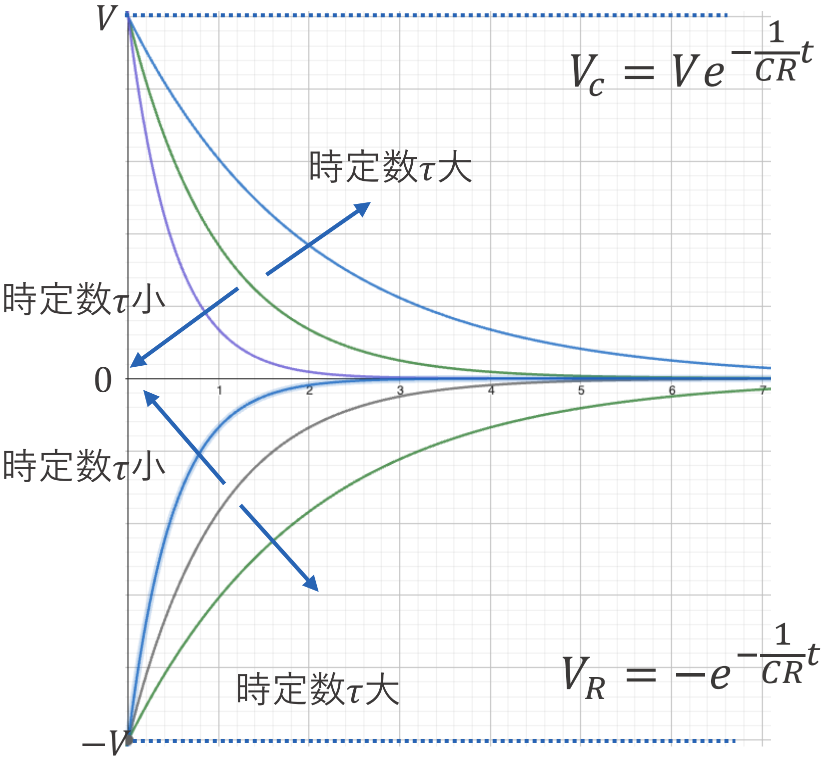




■ 過渡現象（放電）

- 抵抗とコンデンサに加わる電圧は時定数を変えることで，図のように変化する．

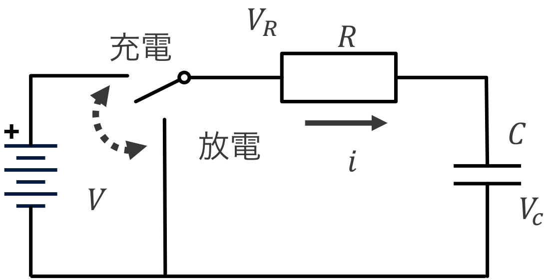
重要

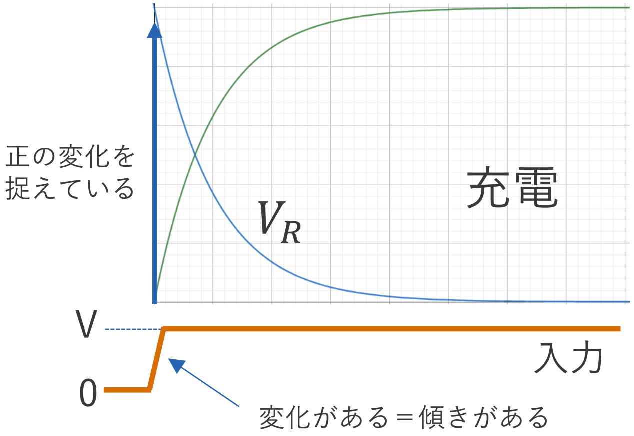


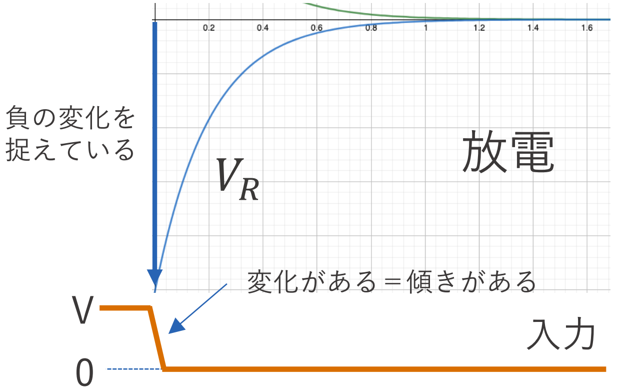
微分回路と積分回路

微分回路

- 抵抗の電圧 V_R の時間変化を見てみると，充電および放電が始まった瞬間に大きな値を取り，時間とともに0に近づく．
- つまり，時間変化が急激な場所（オン・オフの場所）で大きな値をとっている．
- 時間変化が急激な場所は微分が大きいので，V_R は微分を表していると見ることもできる．
- そのため，V_Rを測定する回路は**微分回路**とも呼ばれる．

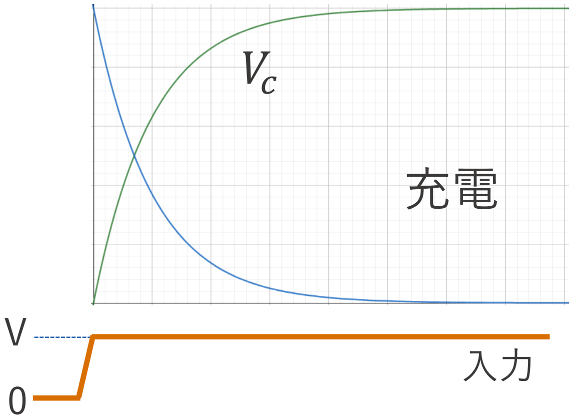


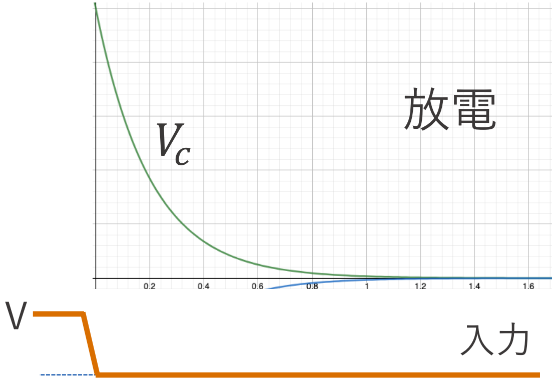


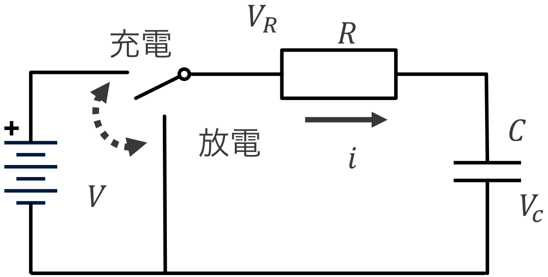


■ 積分回路

- 一方，コンデンサの電圧V_Cの時間変化を見てみると，充電および放電が始まると時間とともに増加および減少する．
- つまり，V_Cは入力を足し続けていると見ることもできる．これは，積分に相当する計算とみなせるだろう．
- よって，V_Cを出力とする回路は**積分回路**とも呼ばれる．







積分回路の解析

超発展

- 積分している雰囲気があるコンデンサの電圧は
- $V_c = V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- これをマクローリン展開してみる.
- $V_C = V\left(1 - 1 + \frac{t}{\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 + \cdots\right)$
- $V_C = V\left(\frac{t}{\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 + \cdots\right)$
- tはなんだろうか．直流が入力される場合は，その継続時間と見なせるだろう．直流において積分とは，入力電圧Vが時間に対し線形，つまりVtの計算をすることとと見なして良いだろう.
- Vt の計算が積分回路でなされるには，$\left(\frac{t}{\tau}\right)^2$ が無視できるほど小さい必要がある.
- つまり，$\frac{t}{\tau}$が十分小さければ $V_C \sim \frac{Vt}{\tau}$となり積分しているとみなせる（1次近似という）．tは直流の継続時間なので．矩形波では周期Tの1/2と見なせる．つまり，周期Tが時定数τに対し，十分小さければ矩形波入力のとき積分回路は積分していると見なせる.
- では，$\frac{t}{\tau}$が更に小さいとどうなるだろうか． 1 次の項も無視できてしまい $V_C \sim 0$となり，積分みなせなくなる （0次近似という）.
- つまり， $\frac{t}{\tau}$が無視できないほど大きく， $\left(\frac{t}{\tau}\right)^2$ が無視できるほど小さいのならば積分回路は積分していると見なせるということである.
- よって，入力が矩形波で時定数τに対し周期Tが小さすぎず大きすぎないときだけ（1 次近似で良いときだけ）積分していると見なせるのである.
- $\frac{t}{\tau}$が無視できるほど小さいときは周期が極めて小さいときである．このとき周波数は極めて高いのでインピーダンス$\frac{1}{j\omega C}$が0と見なせコンデンサに電圧がかからないときでもある．なかなかうまくできている.

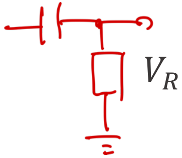
$\tau = CR$が極めて大きいときも 1 次の項を無視できる．Cが極めて大きいときはコンデンサーのインピーダンスは0と見なせるし，Rが極めて大きいときはほとんど電流が流れなずV_cは変化しない.

まとめ（CR回路の場合）

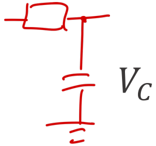
重要

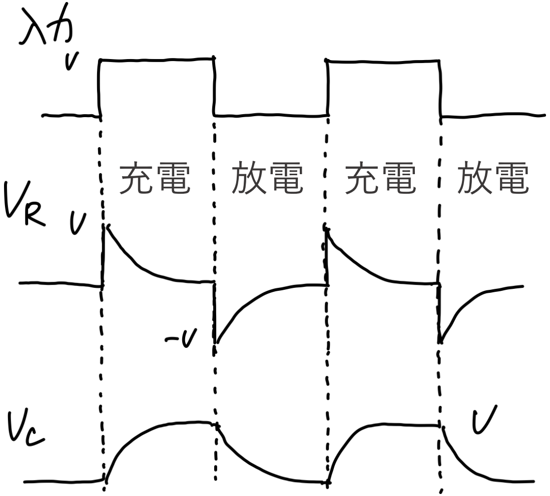
- 電圧は指数関数的に変化する．

- 微分回路は抵抗の電圧を見ている．
  - 入力の変化を捉える．
  - 矩形波なら，オン・オフの瞬間が最も電圧の絶対値は大きく，時間が立つに連れ0に近づく．



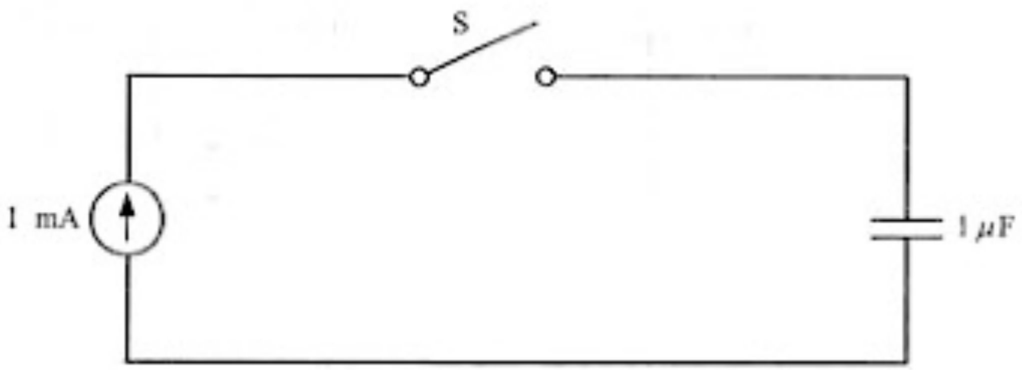
- 積分回路はコンデンサの電圧を見ている．
  - 入力を蓄積していくように見える．
  - 矩形波なら，オンの瞬間は0だが，徐々に増えていく．オフにすると溜まった電荷による電圧が徐々に減少していき0に近づく．





問題

- 図の直流定電流電源は1mAである．$t = 0$でスイッチSを閉じて10μs経過した後の1μFのキャパシタの両端の電圧はいくらか．ただし，スイッチSを閉じる前にキャパシタの両端の電圧はゼロとする．
（29ME）



問題

- 図の直流定電流電源は1mAである．$t=0$でスイッチSを閉じて10μs経過した後の1μFのキャパシタの両端の電圧はいくらか．ただし，スイッチSを閉じる前にキャパシタの両端の電圧はゼロとする．（29ME）

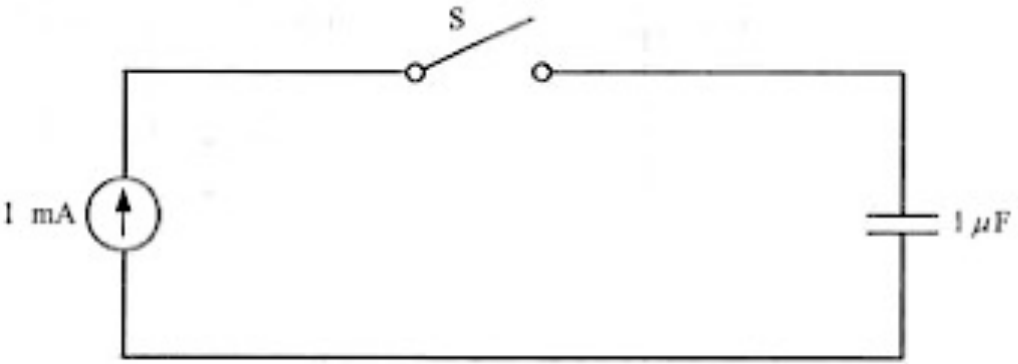
電荷と電流の関係は

$$I=\frac{dQ}{dt}=C\frac{dV}{dt}$$

よって

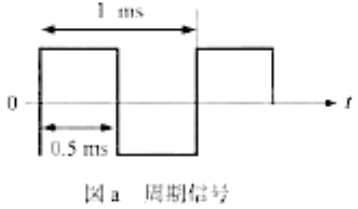
$$1\times10^{-6}\times\frac{V}{10\times10^{-6}}=1\times10^{-3}$$

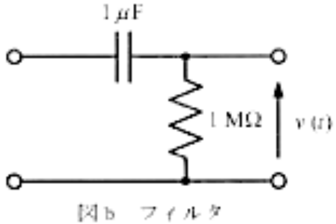
$$V=0.01V$$

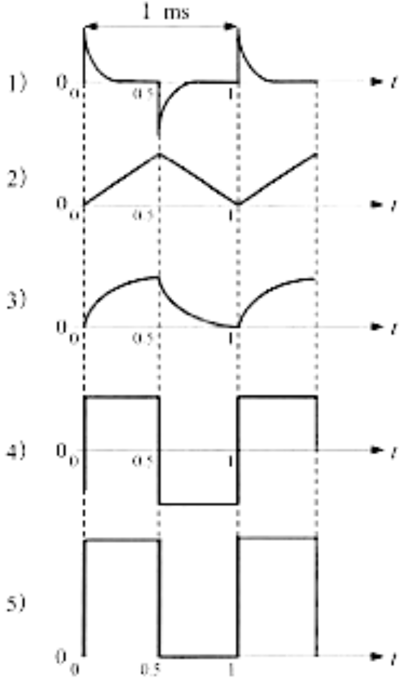


問題

- 図aの周期信号（周期1ms）を図bのフィルタに入力した．出力$v(t)$に最も近い波形はどれか．（28ME）

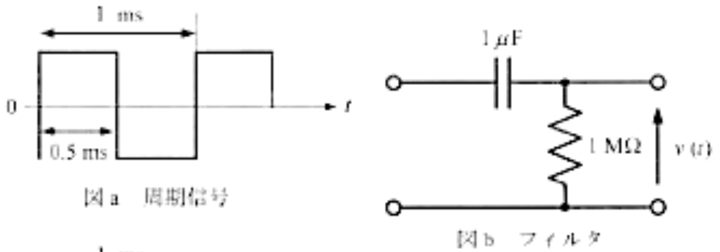


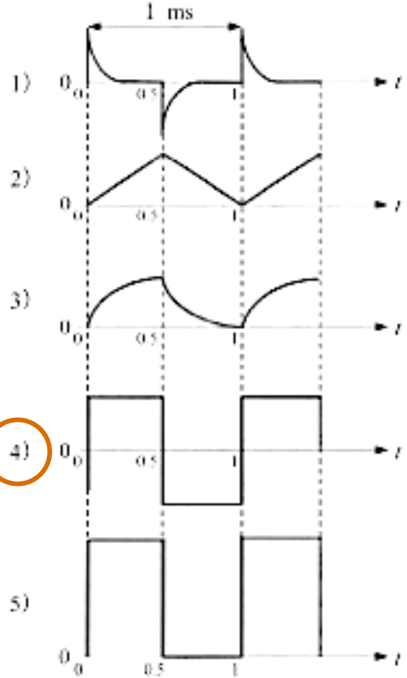


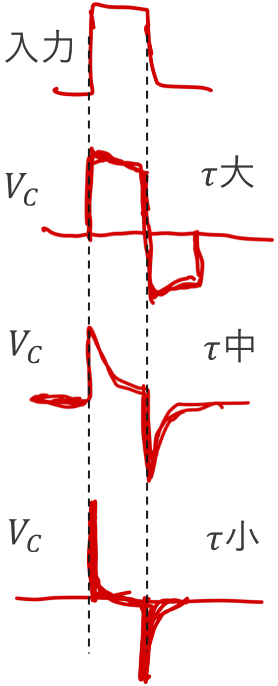


問題

- 図aの周期信号（周期1ms）を図bのフィルタに入力した．出力$v(t)$に最も近い波形はどれか．（28ME）







抵抗の電圧$v(t)$が出力になっている．入力をvとすると
$v(t)$は充電時$v(t)=ve^{-\frac{1}{CR}t}$である．
また放電時は$v(t)=-ve^{-\frac{1}{CR}t}$である．
以上から1が正解のように思える．しかし，時定数は

$$\tau=1\times10^{-6}\times1\times10^{6}=1s$$

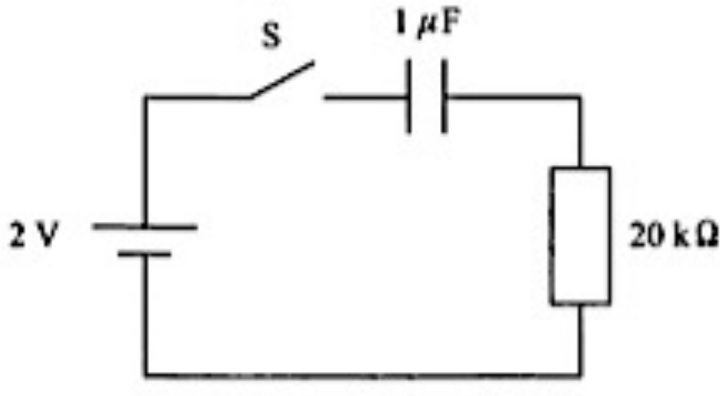
である．つまり，$v(t)=ve^{-t}$となる．例えば1sのときの$v(t)$は

$$v(1)=ve^{-1}\approx v\times\frac{1}{3}\approx0.3v$$

であり，１のように0.5msで0に近い値になることはない．
逆に，0.5ms後でも$v(t)$はほぼ入力vのままである．
よって4が答えである．

問題

- 図の回路において，スイッチSを閉じてから20ms後の抵抗両端電圧[V]に最も近いのはどれか．ただし，スイッチを閉じる前のコンデンサは充電されていないものとし，自然対数の底eは2.7とする．（第42回ME2種）



問題

- 図の回路において，スイッチSを閉じてから20ms後の抵抗両端電圧[V]に最も近いのはどれか．ただし，スイッチを閉じる前のコンデンサは充電されていないものとし，自然対数の底eは2.7とする．（第42回ME2種）

抵抗の電圧は指数関数的に減衰するので

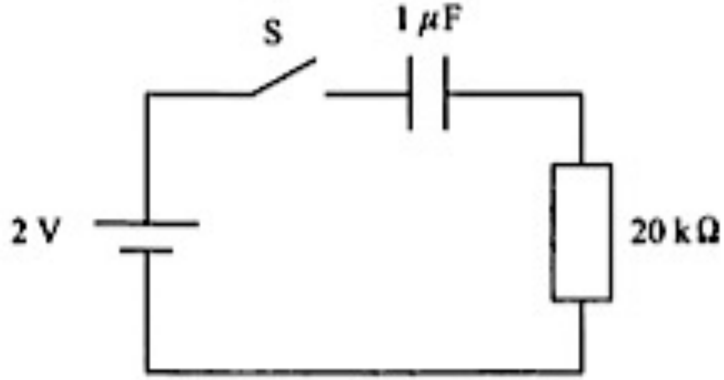
$$V_R = 2e^{-t/\tau}$$

時定数は

$\tau = CR = 1\times10^{-6}\times20\times10^{3} = 2\times10^{-2}s$
$= 0.02s$

よって20ms後の抵抗の電圧は

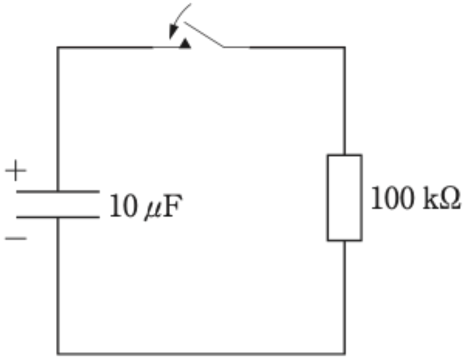
$$V_R(0.02) = 2\times e^{-\frac{0.02}{0.02}} = 2\times e^{-1} \cong 0.74$$

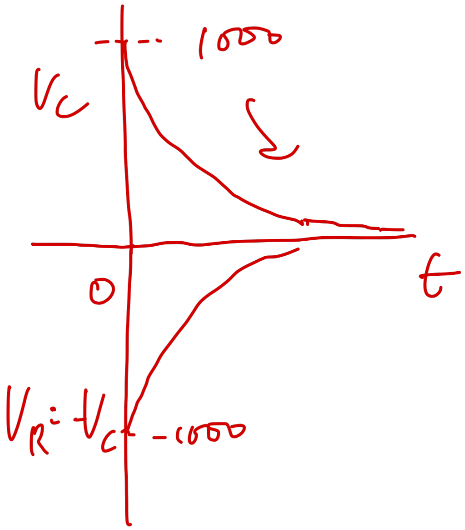


問題

- 図の回路でコンデンサが 1000V で充電された状態でスイッチを 閉じる。スイッチを閉じてから 1 秒後の電流値[mA]に最も近いのはどれか。(臨床工学技士国家試験30回)

1. 10
2. 6.3
3. 5.0
4. 3.7
5. 1.0





問題

- 図の回路でコンデンサが 1000V で充電された状態でスイッチを 閉じる。スイッチを閉じてから 1 秒後の電流値[mA]に最も近いのはどれか。(臨床工学技士国家試験30回)

1. 10
2. 6.3
3. 5.0
4. 3.7
5. 1.0

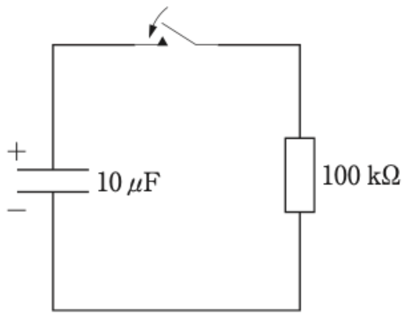
コンデンサの放電なので，コンデンサの電圧は指数関数的に減る．よって1秒後のコンデンサの電圧V_Cは

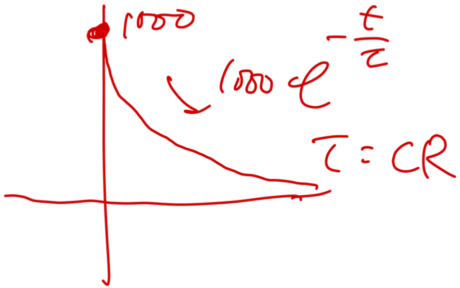
$$V_c = V\,e^{-\frac{1}{CR}t} = 1000 \times e^{-\frac{1}{10\times10^{-6}\times100\times10^{3}}\times1}$$
$$= 1000e^{-1}$$

抵抗にはコンデンサと同じ大きさの電圧がかかる．ここで，eを3と大雑把に近似すると，電流Iはオームの法則から

$$I = \frac{333}{100\times10^{3}} = 3.33\times10^{-3}$$

これに最も近い選択肢は4

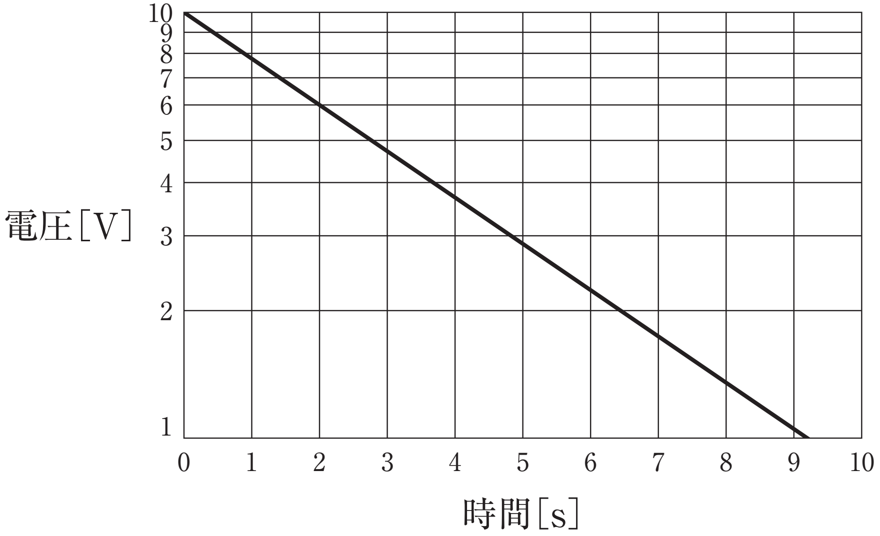




問題

- コンデンサを10Vに充電した後，100Ωの抵抗で放電した場合のコンデンサにかかる電圧の経時変化を図の片対数グラフを示す．コンデンサの静電容量[F]はどれか．（臨床工学技士国家試験34）

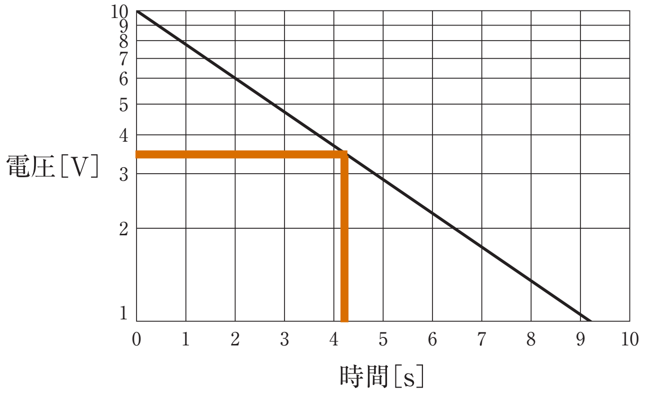
1. 0.02
2. 0.04
3. 0.1
4. 0.2
5. 0.4



問題

- コンデンサを10Vに充電した後，100Ωの抵抗で放電した場合のコンデンサにかかる電圧の経時変化を図の片対数グラフを示す．コンデンサの静電容量[F]はどれか．（臨床工学技士国家試験34）

1. 0.02
2. 0.04
3. 0.1
4. 0.2
5. 0.4



これは，典型的なCR回路の放電である．コンデンサにかかる電圧Vcは指数関数的に減衰する．よって$V_c = 10e^{-\frac{t}{CR}}$である．
R=100なので$V_c = 10e^{-\frac{t}{100C}}$となる．ここで$-\frac{t}{100C} = -1$の時を考える．このとき，$V_c$は$V_c = 10e^{-1} = \frac{10}{e}$となる．e=3と大まかに近似すると$V_c$は約3.3Vである．
その時の時間はグラフから，おおよそ4sで有ることが分かる．よって100C=4なので，
C=4/100=0.04となる．

この手の問題のコツ：$-\frac{t}{\tau} = -1$とおく．

問題

- 図の回路において、スイッチをa側にして十分時間が経過した後、 b側に切換えた。正しいのはどれか。(臨床工学技士国家試験29回)

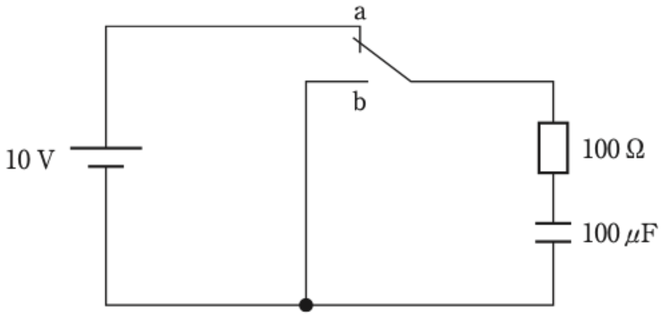
a.　抵抗の最大電流値は 100mA である。

b.　回路の時定数は 0.1s である。

c.　コンデンサの両端電圧の最大値は 5V である。

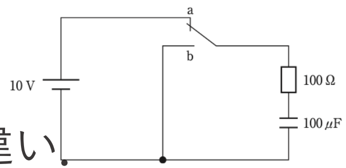
d.　コンデンサの両端電圧は指数関数的に増加する。

e.　抵抗に流れる電流は指数関数的に減少する



問題

- 図の回路において、スイッチをａ側にして十分時間が経過した後、ｂ側に切換えた。正しいのはどれか。(臨床工学技士国家試験29回)



a.　抵抗の最大電流値は 100mA である。

十分充電しているのでコンデンサの電圧の最大値は10Vである．このとき流れる電流は$\frac{10V}{100\Omega} = 0.1A$となる．よって正しい．

b.　回路の時定数は 0.1s である。

時定数は$\tau = CR = 100\mu\times 100s = 10000\mu s = 0.01s$である．よって間違い．

c.　コンデンサの両端電圧の最大値は 5V である。

コンデンサの電圧の最大値は10Vである．よって間違い．

d.　コンデンサの両端電圧は指数関数的に増加する。

放電するのでコンデンサの電圧は指数関数的に減少する．よって間違い．

e.　抵抗に流れる電流は指数関数的に減少する。

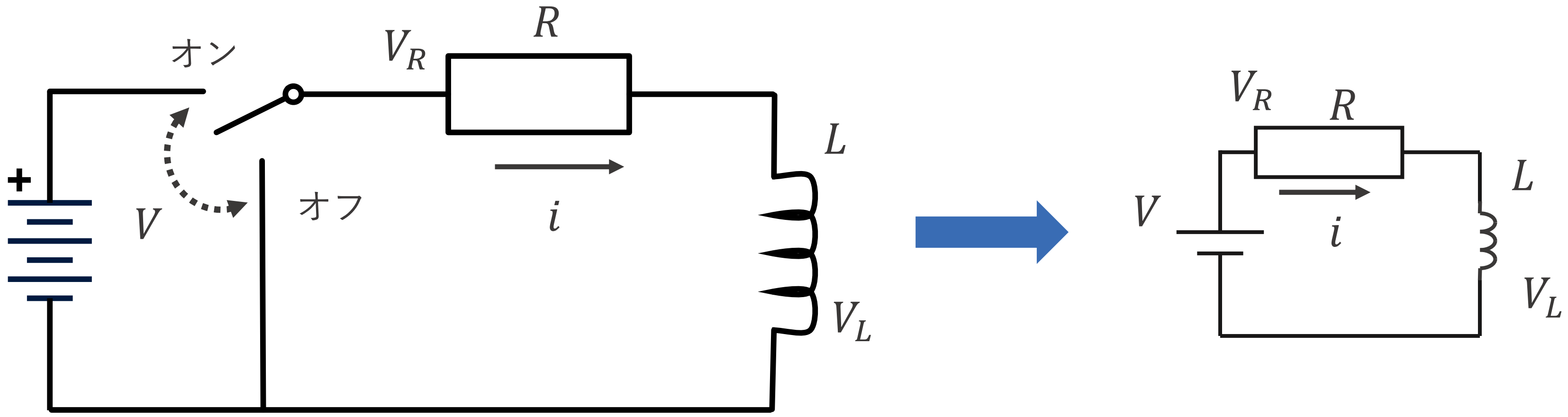
放電するのでコンデンサの電圧は指数関数的に減少する．オームの法則から，電圧が指数関数的に減少すれば電流も指数関数的に減少するので，正しい．

コイルの過渡現象

コイルに電流を流した瞬間

■ 過渡現象（オン）

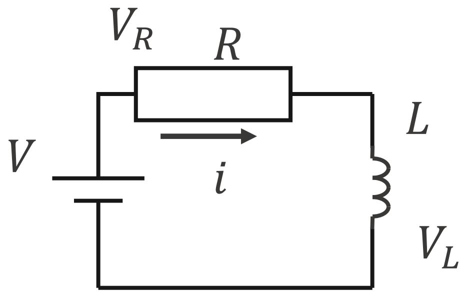
- 図のような直流回路を考える．
- スイッチをオン側に移動させると，コイルに電流が流れ，誘導起電力は発生する．



過渡現象（オン）

発展

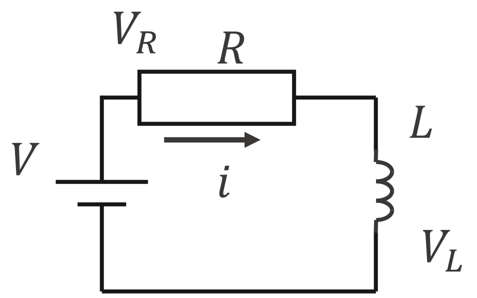
- 抵抗とコンデンサに加わる電圧をそれぞれV_R，V_cとすると，
- $V = V_R + V_L$
- $V_R = iR$，$V_L = -L\frac{di}{dt}$より，
- $V = iR - L\frac{di}{dt}$
- これをiについて解けば，コイル全体を流れる電流の時間変化が分かる．



過渡現象（オン）

発展

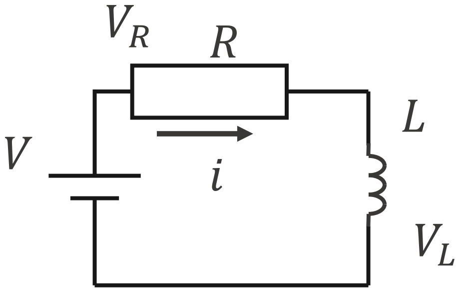
- $V = iR - L\dfrac{di}{dt}$を両辺Lでわり，0 equalの形にすると
- $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{iR}{L} - \dfrac{V}{L} = 0$となる．
- $Z = \dfrac{iR}{L} - \dfrac{V}{L}$とおくと
- $\dfrac{dZ}{dt} = \dfrac{R}{L}\dfrac{di}{dt}$
- $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{L}{R}\dfrac{dZ}{dt}$
- これを代入すると
- $\dfrac{L}{R}\dfrac{dZ}{dt} + Z = 0$



過渡現象（オン）

発展

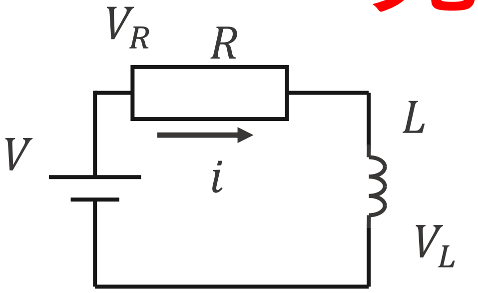
- $\frac{L}{R}\frac{dZ}{dt}+Z=0$は変数分離形なので
- $\frac{1}{Z}\frac{dZ}{dt}=-\frac{R}{L}$
- $\frac{1}{Z}dZ=-\frac{R}{L}dt$
- $\log Z=-\frac{R}{L}t$
- $Z=Ae^{-\frac{R}{L}t}$
- よって，
- $Ae^{-\frac{R}{L}t}=\frac{iR}{L}-\frac{V}{L}$
- $i=Ae^{-\frac{1}{CR}t}+\frac{V}{R}$
- $t=0$のとき$i=0$なので
- $i=Ae^{-0\times t}+\frac{V}{R}$
- $A=-\frac{V}{R}$
- $i=-\frac{V}{R}e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{V}{R}=\frac{V}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$



過渡現象（オン）

発展

- 回路を流れる電流は
- $i = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$
- $\tau = \frac{L}{R}$としたとき，τ を時定数と呼ぶ.
- 抵抗にかかる電圧は
- $V_R = V\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$
- コンデンサにかかる電圧は
- $V_L = V - V\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = Ve^{-\frac{R}{L}t}$

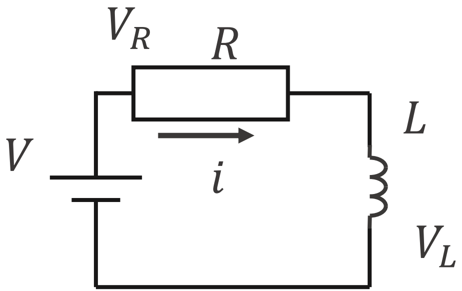


資格試験内で計算は不可能だから，時定数はL/Rと覚える.

過渡現象（オン）

- 図のように，抵抗とコイルを直流電源に繋いだ時の電圧変化は次のようになる．
- コイルの電圧V_Cの時間変化
  - $V_L = Ve^{-\frac{R}{L}t}$
- 抵抗の電圧V_Rの時間変化
  - $V_R = V(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$
- **$\boldsymbol{\tau = L/R}$としたとき，$\boldsymbol{\tau}$を時定数と呼ぶ．**

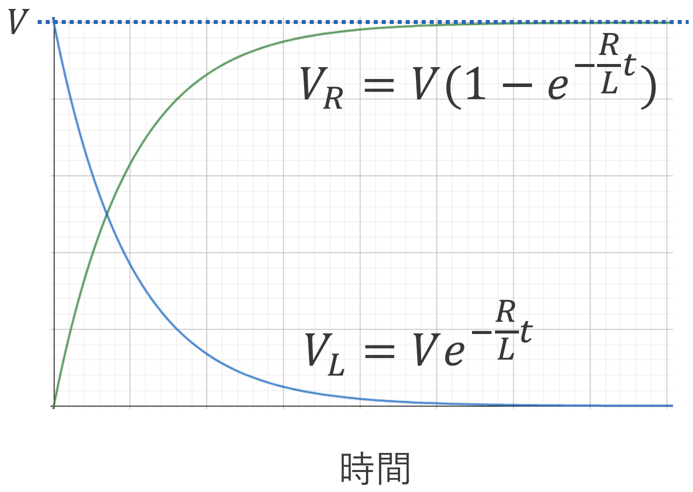
重要

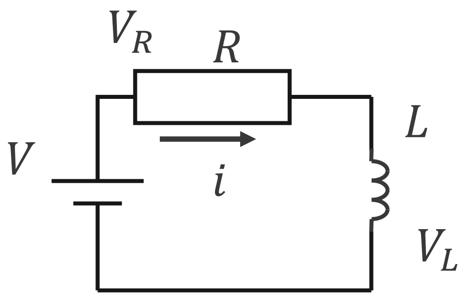


過渡現象 （オン）

重要

- 抵抗とコイルに加わる電圧は図のように変化する.
- コイルの誘導起電力により最初は電圧Vがコイルにかかるが，時間とともに減衰する.
- 一方抵抗の電圧V_Rは時間とともに増加し，最終的にほぼVになる.

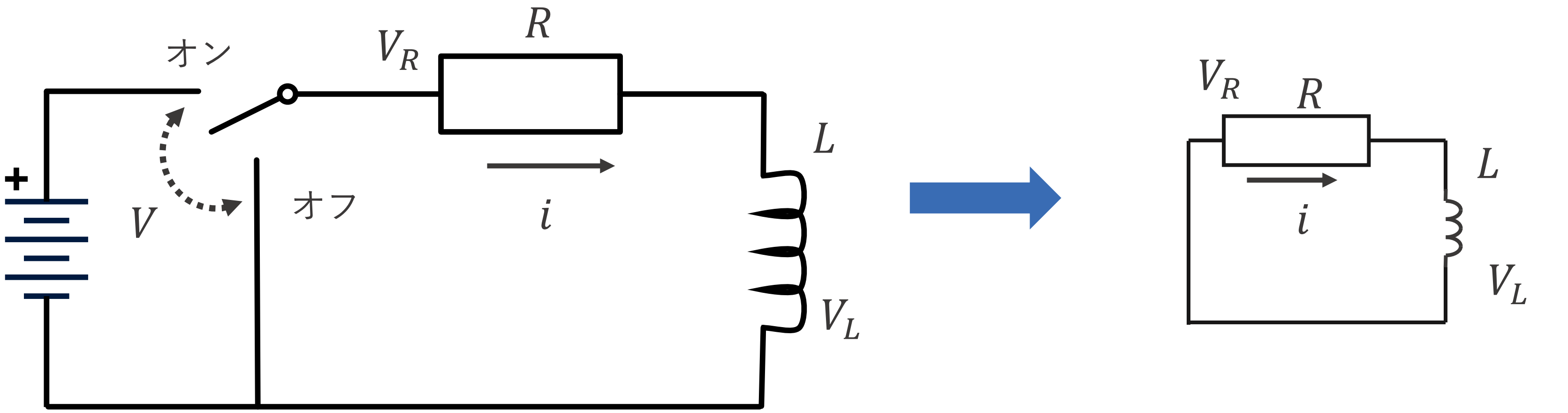




コイルの電源をオフにした瞬間

過渡現象（オフ）

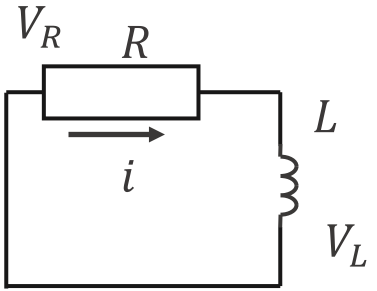
- スイッチをオン側にし，十分時間が立つとコイル内の磁場は一定になり誘導起電力はなくなる．
- その状態で，スイッチをオフ側に入れると，コイルに電流が流れなくなりコイル内の磁場が変化する．
- この磁場の変化が誘導起電力を発生させる．
- コイルが電源の代わりになる．



過渡現象（オフ）

発展

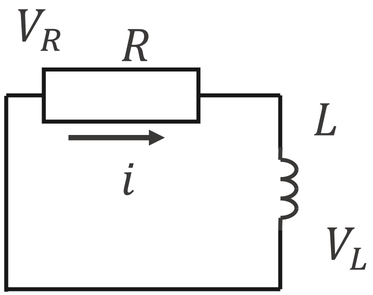
- 抵抗とコイルに加わる電圧をそれぞれV_R，V_Lとすると，電源がないので
- $V_R + V_L = 0$
- $V_R = iR$および$V_L = L\dfrac{di}{dt}$より，
- $iR + L\dfrac{dI}{dt} = 0$
- $\dfrac{iR}{L} + \dfrac{di}{dt} = 0$
- $i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$
- 初期条件は$i_0 = V/R$なので
- $i = \dfrac{V}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$



電源が切れると順方向に電圧が生じるため，V_Lは正となりマイナスがとれる．
変数分離形の微分方程式
充電のときやったので計算は省略

過渡現象（オフ）

- $i = \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$から$V_R$は
- $V_R = V\, e^{-\frac{R}{L}t}$
- V_Lは
- $V_L = -V_R = -V\, e^{-\frac{R}{L}t}$
- $\tau = L/R$としたとき，τ を時定数と呼ぶ．



資格試験内で計算は不可能だから，時定数はL/Rと覚える．

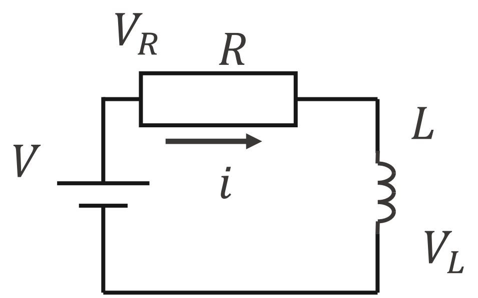
電圧の時間変化もよく出ているので，余裕がある人はV_Lの式も覚える．覚えられない人は指数関数的に変化することを覚えておく．

発展

過渡現象（オフ）

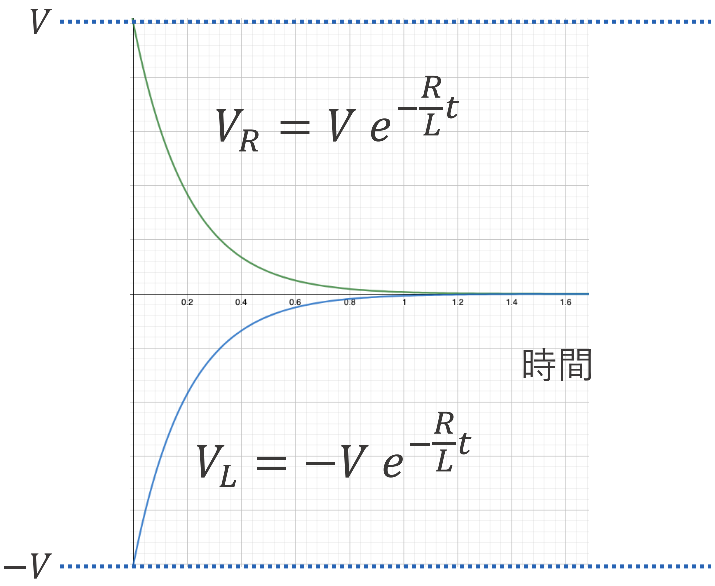
- 図のように，抵抗とコイルを直流電源に繋いだ時の電圧変化は次のようになる．
- コイルの電圧V_Cの時間変化
  - $V_L = -V\,e^{-\frac{R}{L}t}$
- 抵抗の電圧V_Rの時間変化
  - $V_R = V\,e^{-\frac{R}{L}t}$
- **$\tau = L/R$としたとき，τを時定数と呼ぶ．**

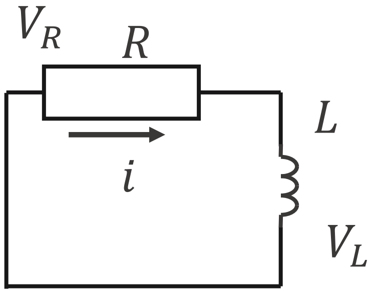
重要



過渡現象（オフ）

- 抵抗とコイルに加わる電圧は図のように変化する．
- コイルはスイッチがオフになった途端，磁場を維持するため誘導起電力を生じるが，時間とともに指数関数的に減衰していく．
- 抵抗の電圧は，コイルによりもたらされるので，V_Lとともに0に近づく．



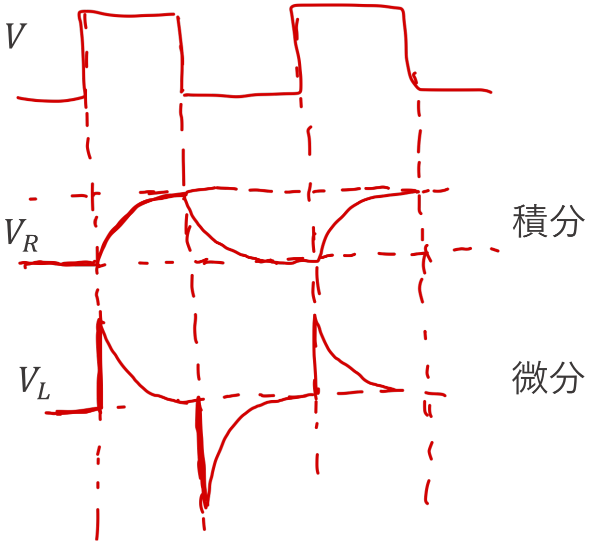


まとめ（LR回路の場合）

重要

- 電圧は指数関数的に変化する．

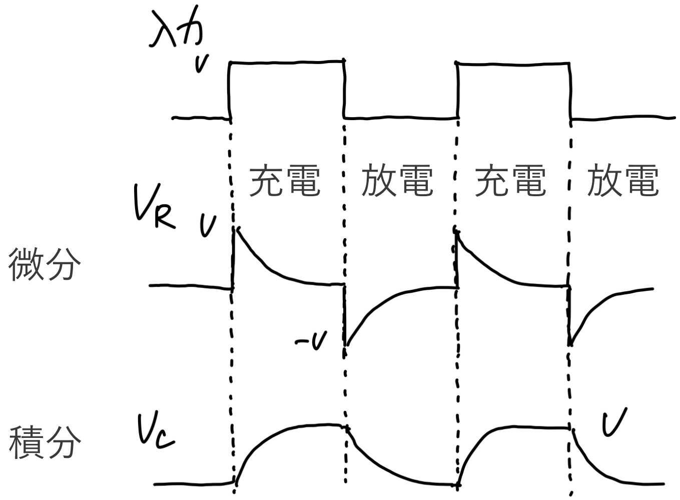
- 抵抗の電圧を見た時，入力を蓄積しているように見える．
  - 抵抗の電圧を見たとき，LR回路は積分回路である．
- コイルの電圧を見た時，入力が変化した時を捉えているように見える．
  - コイルの電圧を見たとき，LR回路は微分回路である．



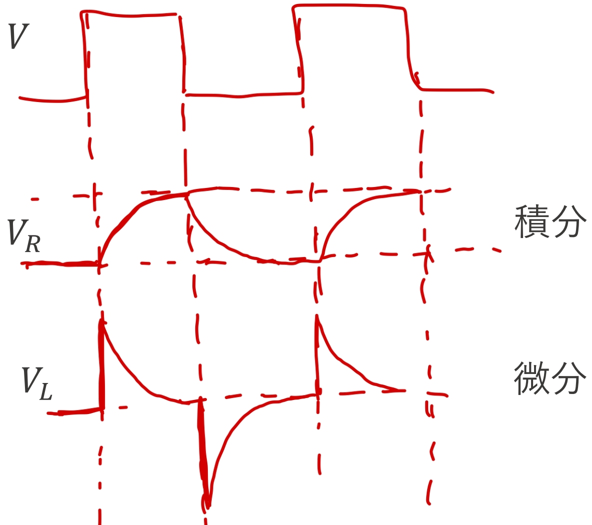
コンデンサの逆

- コイルの過渡現象はコンデンサの逆だと覚えておく．
- しかし時定数が違う
  - コンデンサ：CR
  - コイル：L/R

CR回路

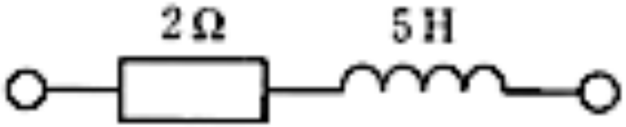


LR回路



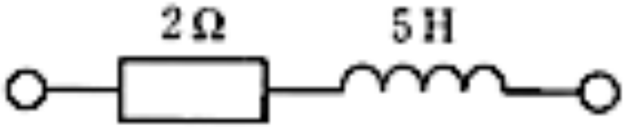
問題

- 図に示す回路の時定数[s]を求めよ．（国家試験26）



問題

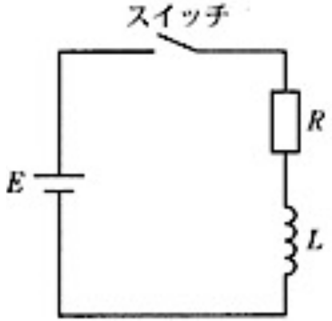
- 図に示す回路の時定数[s]を求めよ．（国家試験26）



$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5}{2} = 2.5s$$

問題

- 図の回路において$t = 0$でスイッチを入れた．正しいのはどれか．（国家試験27）

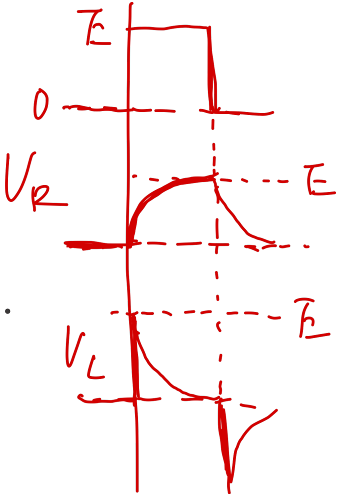


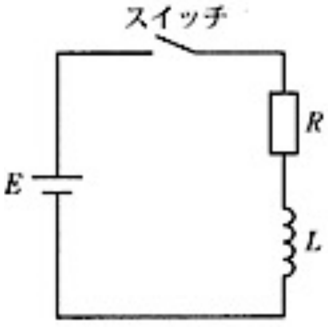
1. 時定数はLRである．
2. 直後に抵抗にかかる電圧はEとなる．
3. 直後に流れる電流は$\frac{E}{R}$となる．
4. 時間が十分に経過すると抵抗にかかる電圧は$\frac{E}{2}$となる．
5. 時間が十分に経過すると抵抗で消費される電力は$\frac{E^2}{R}$となる．

問題

- 図の回路において$t = 0$でスイッチを入れた．正しいのはどれか．（国家試験27）

1. 時定数はLRである．
2. 直後に抵抗にかかる電圧はEとなる．
3. 直後に流れる電流は$\frac{E}{R}$となる．
4. 時間が十分に経過すると抵抗にかかる電圧は$\frac{E}{2}$となる．
5. 時間が十分に経過すると抵抗で消費される電力は$\frac{E^2}{R}$となる．





1. 時定数はL/Rである．これは間違い．
2. 直後に抵抗にかかる電圧は0である．　これは間違い．
3. 直後に流れる電流は0である．　これは間違い．
4. 時間が十分に経過すると抵抗にかかる電圧はEである．　これは間違い．
5. 時間が十分に経過すると抵抗にかかる電圧はEなので，抵抗で消費される電力は

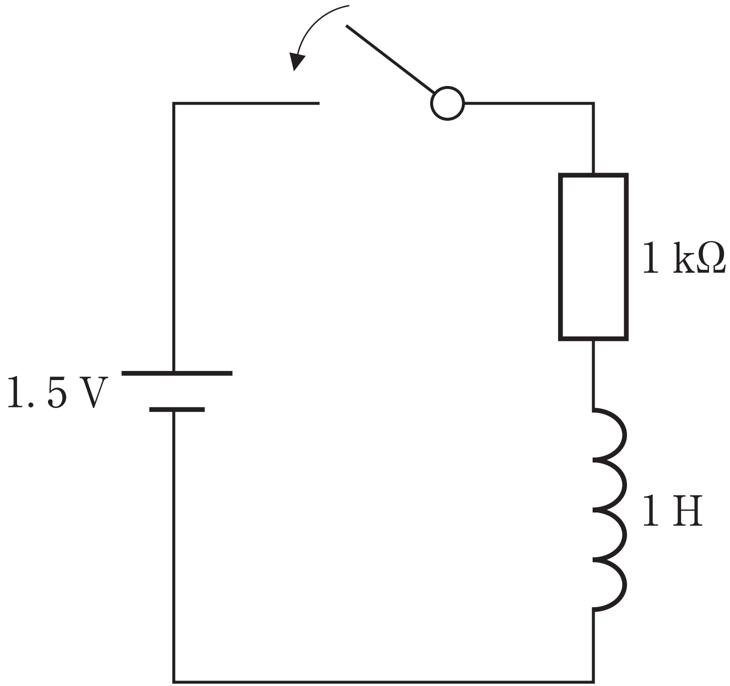
$$W = IV = E^2/R$$

なので，これが正解．

問題

- 図の回路でスイッチを閉じてから1ms後にインダクタの両端にかかる電圧[V]に最も近いのはどれか．ただし，自然対数の底eは2.7とする．

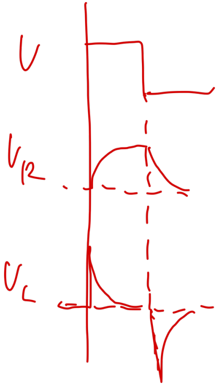
1. 1.5
2. 1.2
3. 0.9
4. 0.6
5. 0.3



問題

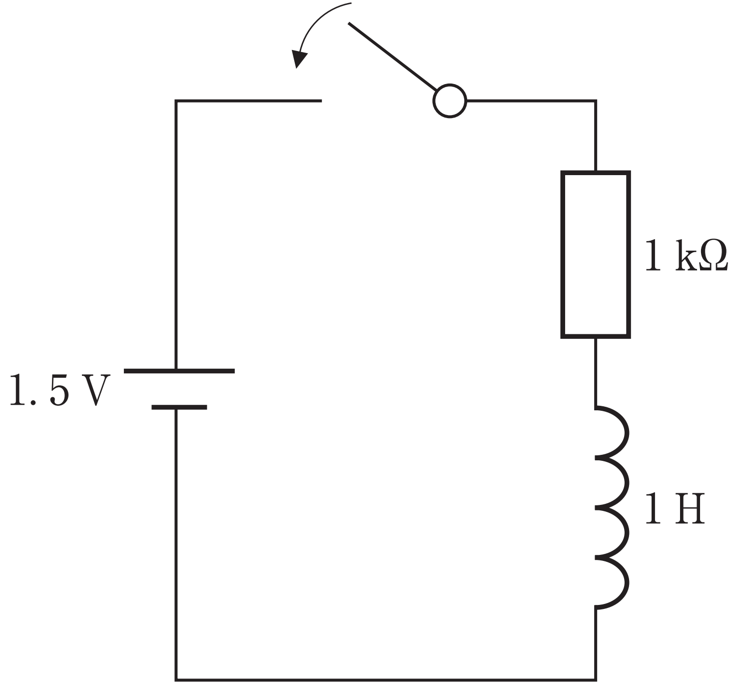
- 図の回路でスイッチを閉じてから1ms後にインダクタの両端にかかる電圧[V]に最も近いのはどれか．ただし，自然対数の底eは2.7とする．

1. 1.5
2. 1.2
3. 0.9
4. 0.6
5. 0.3



$V_L = V e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\tau = \frac{L}{R}$

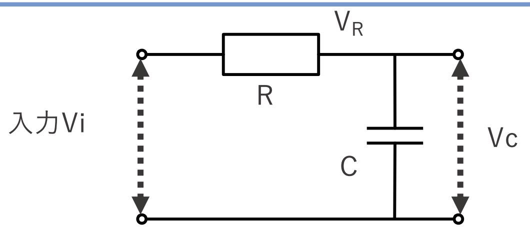


インダクタはコンデンサと特性が逆なので，スイッチをオンにするとインダクタにかかる電圧は指数関数的に減衰していく．つまり，$V_L = V_i e^{-t/\tau}$．時定数はL/Rである．

よって

$$V_L = 1.5 \times 2.7^{-\frac{0.001\mathrm{s} \times 1000\Omega}{1\mathrm{H}}} = 1.5 \times 2.7^{-1} \approx 0.56$$

抑えるポイント



- コンデンサ，コイルの特性
  - RC回路
    - コンデンサの電圧は積分，抵抗の電圧は微分
      - コンデンサは，電荷を徐々に貯める．つまり電圧も徐々に大きくなる（足されている感じ＝積分）．
    - グラフでイメージを掴む
    - 充電時の電圧変化は$V_C = V_i(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), V_R = V_i e^{-\frac{t}{\tau}}$，放電時は $V_C = V_i e^{-\frac{t}{\tau}}, V_R = -V_i e^{-\frac{t}{\tau}}$
  - RLフィルタはRC回路と素子の特性が逆と覚える．
  - 時定数
    - CRフィルタ：$\tau = CR$
    - LRフィルタ：$\tau = L/R$
  - 矩形波を入力として与えたときのV_RとV_Cの時間変化が重要
    - 時定数により見た目が変化する．
    - 時定数大→電圧の緩やかな時間変化
    - 時定数小→電圧の急激な時間変化