電気工学2第4回

藤田 一寿

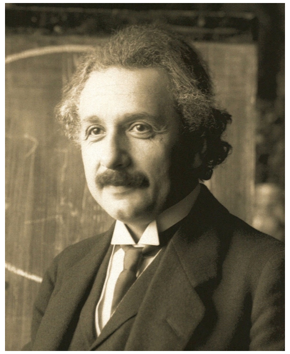
電磁気学基礎

電磁気学の歴史

- 静電気（タレス　紀元前6世紀）
  - 琥珀をこすると引力が発生する
- 磁石（タレス　紀元前6世紀）
- クーロンの法則（1785）
- ビオ・サバールの法則（1820）
- 電気力線（ファラデー，1821）
- 電磁回転（ファラデー，1821）
- 電磁誘導の発見（ファラデー，1831）
- マックスウェル方程式（1865）
- 特殊相対性理論（アインシュタイン，1905）

ファラデー

マックスウェル



アインシュタイン

キャベンディッシュ

- 1731年生まれイングランド人
- ビオ曰く「歴史上最も金持ちの科学者で金持ちの中で最も優れた科学者」
- デービー曰く「ニュートンの死以来，キャベンディッシュの死ほど英国が大きな損失をこうむったことはない」
- 人間嫌いで研究内容に関して対外的にあまり発表していない
  - クーロンの法則、オームの法則，シャルルの法則を独自に誰よりも早く発見している．ちゃんと発表していたらキャベンディッシュの法則になっていたかも．
  - 希ガスの抽出に人類で初めて成功した．
    - 100年間誰も知らなかった．
    - キャベンディッシュの方法を使って100年後の人々が希ガスの抽出に成功した．
  - キャベンディッシュがちゃんと成果を発表していれば，科学は数十年は前進していたかも知れない．
- キャベンディッシュの業績はマックスウェルにより死後約70年後にまとめられら．

ファラデー

- 1791年生まれのイングランド人
- 教育を受けていないので数学が苦手
- デービーの最大の発見はファラデーである
  - ちなみにデービーは6つの元素(B, Na, Mg, K Ca, Ba)を発見した化学者
- 実験とプレゼンの達人
- アインシュタインはファラデーの肖像画を飾っていた

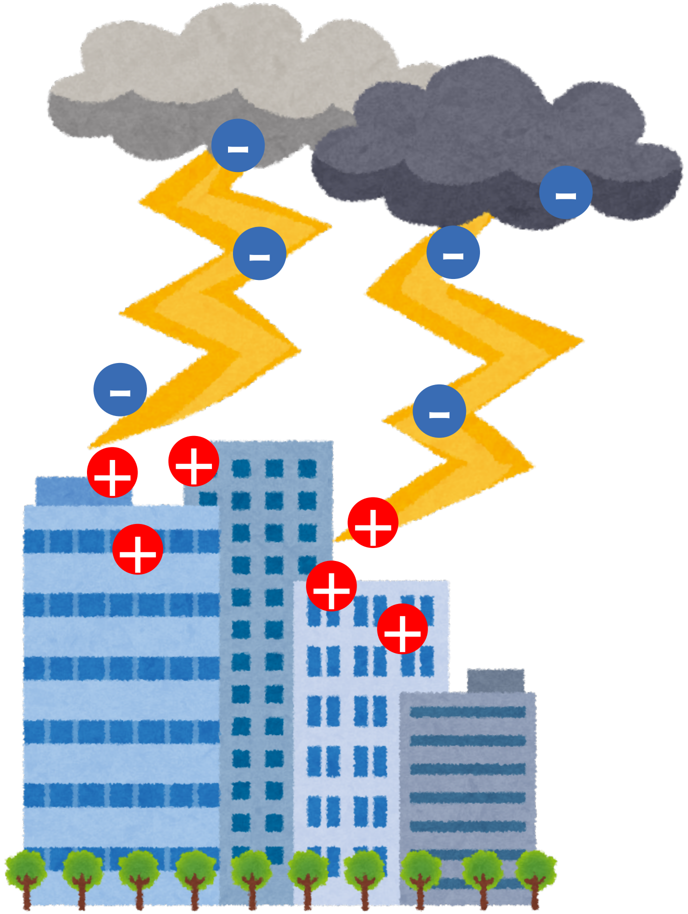
マックスウェル

- 1831年生まれのスコットランド人
- 電磁気学の基礎方程式を確立
- 統計力学の基礎を築いた人物の一人
- 史上初のカラー写真
- アインシュタインはマックスウェルの肖像画も飾っている

身近な電気的な現象

静電気

下敷きで髪をこすると，下敷きに負電荷が移動して増え，上には正電荷が残る．
髪の正電荷が下敷きの負電荷に引き寄せられることで髪が逆立つ．



雲の下の方に負電荷がたまり，雲の下の方に比べ地上は正電荷が溜まった状態になる．
限界を超えると放電現象が起こる．

電荷

■ 電荷

- 電荷には正(＋)の電荷と負(ー)がある.
- 同じ電荷同士は反発する.
- 異なる電荷同士は引き合う.
- 電荷同士の間で生じる力をクーロン力（静電気力）という.
- 電荷には大きさがある(単位はCクーロン).

クーロンの法則

静電気力(クーロン力)

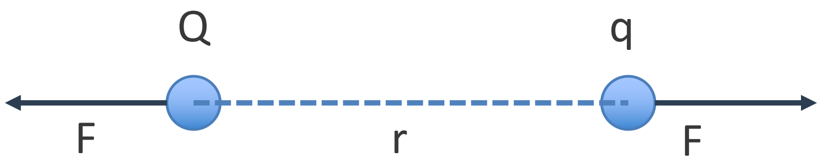
- 電荷が複数ある場合，お互いに力を与え合う．
- 力は距離の2乗に反比例する（逆二乗則）．
- これをクーロンの法則という． キャベンディッシュがすでに見つけていたのだが…

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}$$

クーロンの法則

力	F [N]
距離	r[m]
電荷	Q, q[C]
真空の誘電率	ε_0

ε0 = 8.854x10^-12F/m

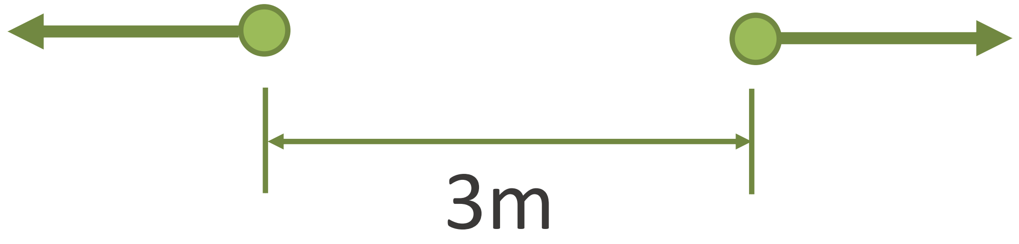


本当に逆二乗則でいいのか？
今の所，計測の結果ほぼ2ではある．

逆に逆二乗則が成り立つと何が言えるか？

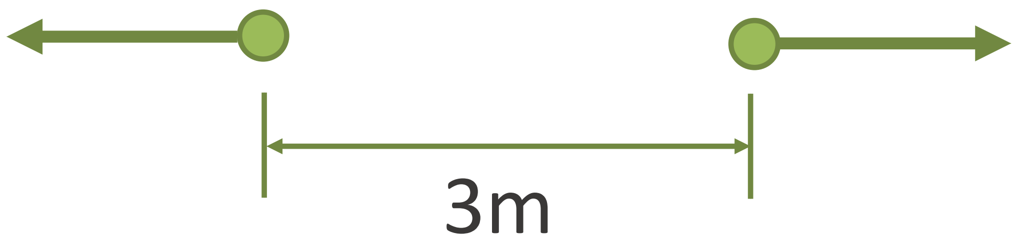
■ クーロン力の計算

- 点電荷A，Bが3m隔てた場所に置かれている．点電荷A，Bがそれぞれ$1.0\mathrm{x}10^{-3}$C，$2.0\mathrm{x}10^{-4}$Cで帯電しているとき，電荷にかかる力の大きさを求めよ．ただし，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}^2$とする．



クーロン力の計算

- 点電荷A，Bが3m隔てた場所に置かれている．点電荷A，Bがそれぞれ$1.0 \mathrm{x} 10^{-3}$C，$2.0 \mathrm{x} 10^{-4}$Cで帯電しているとき，電荷にかかる力の大きさを求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^9 \mathrm{Nm^2/C^2}$とする．



クーロンの法則より

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2} = 9.0\times10^9\times \frac{1.0\times10^{-3}\times2.0\times10^{-4}}{3^2} = 2.0\times10^2 \mathrm{N}$$

問題

- 真空中で，1[C]と5[C]の２つの点電荷が3[m]離れて置かれている．電荷間に働く静電気力（クーロン力）[N]の大きさと方向（引力，斥力）を求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を$9.0\times10^9\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

問題

- 真空中で，1[C]と5[C]の２つの点電荷が3[m]離れて置かれている．電荷間に働く静電気力（クーロン力）[N]の大きさと方向（引力，斥力）を求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を$9.0\times10^9\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

クーロンの法則より

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}=9.0\times10^9\times\frac{1\times5}{3^2}=5\times10^9[\mathrm{N}]$$

クーロン力は正電荷同士なので斥力として働く．

力とベクトル

力とベクトル

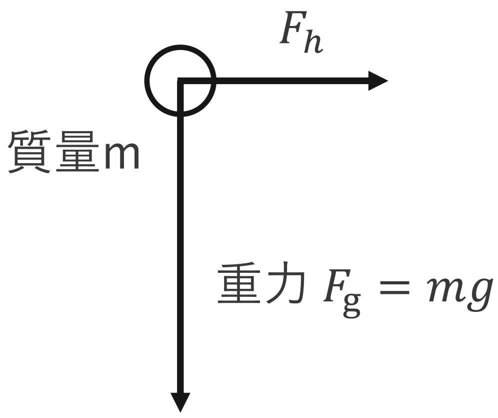
- 力には大きさと向きがある.
- 大きさのみの量をscalerという.
  - 重さ，位置エネルギーなど
- 大きさと向きを持つ量をvectorという.
  - 力など

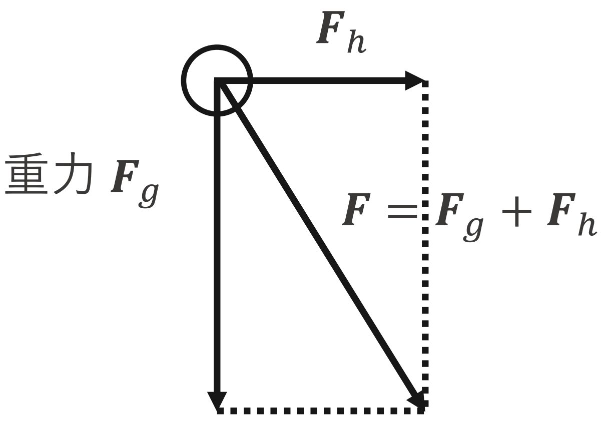
質量m
これは向きを持っていない.
Scaler量

重力mg
物体は地面方向に引っ張られている
ため，向きを持つ.
Vecter量

力の合成

- 重力F_{g}により下に落下している物体に，真横から力F_hを加えるとどうなるか？
- 斜めに物体は落下するだろう．
- つまり，物体は斜め方向の力を受けている．
- この斜めの力を求めるときにベクトルで考える．
- 重力$\boldsymbol{F}_g$，真横の力$\boldsymbol{F}_h$とすると斜めの力$\boldsymbol{F}$は次のように書ける．
- $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_g + \boldsymbol{F}_h$
- これを力の合成という．

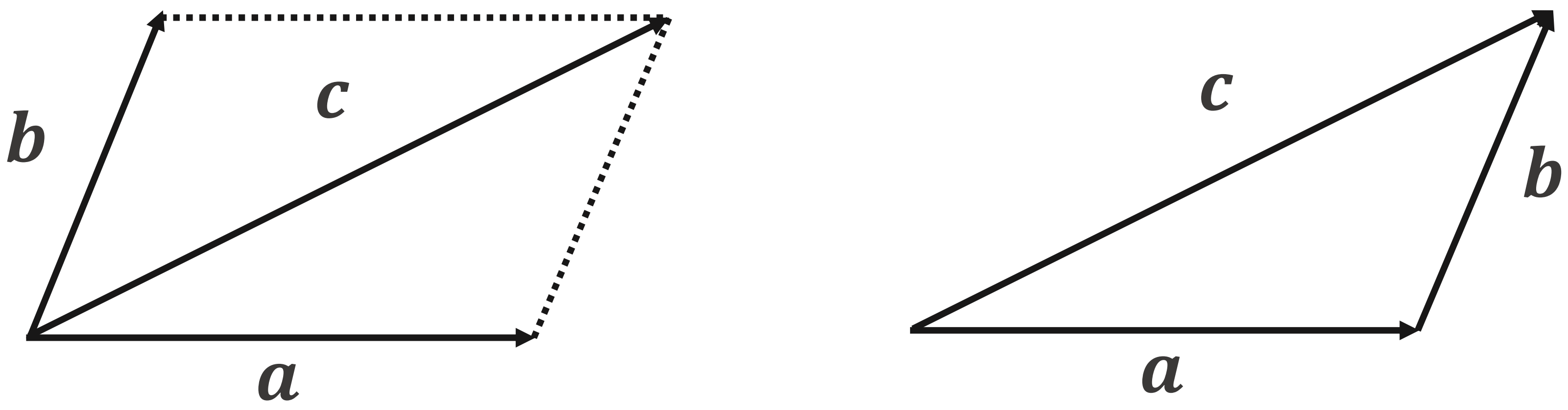




大学では多くの場合，ベクトルは太字で書く．

ベクトルの足し算

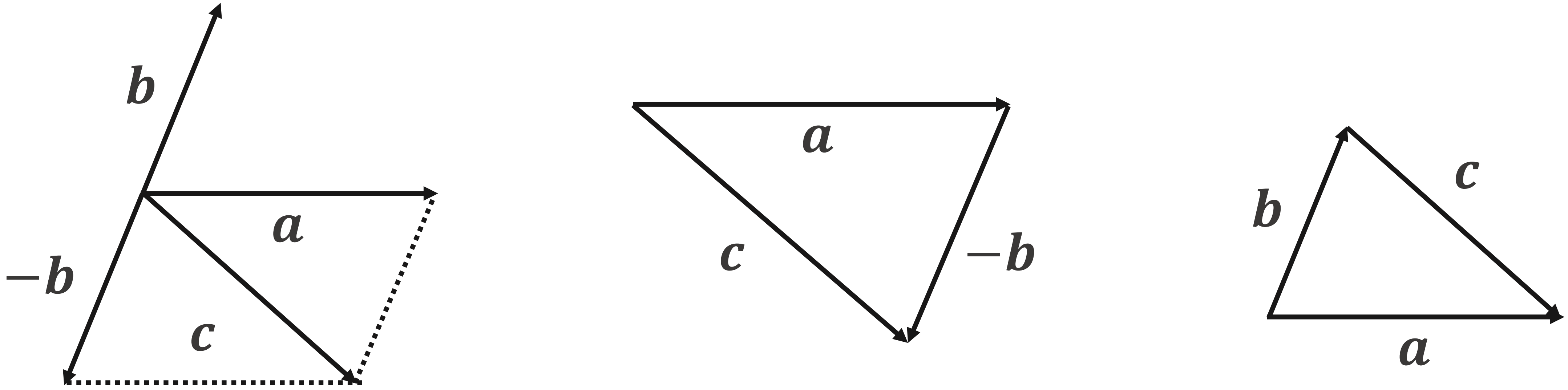
- ベクトル$\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$，$\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)$がある．
- ベクトルの足し算は次のように書ける．
- $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$
- $(c_1, c_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$



ベクトル$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$の関係

ベクトルの引き算

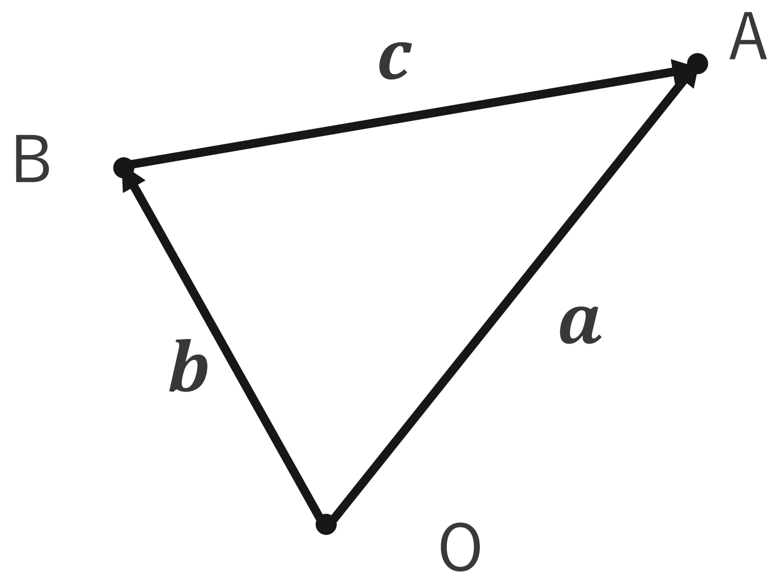
- ベクトル$\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$，$\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)$がある．
- ベクトルの引き算は次のように書ける．
- $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$
- $(c_1, c_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$



ベクトル$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$の関係

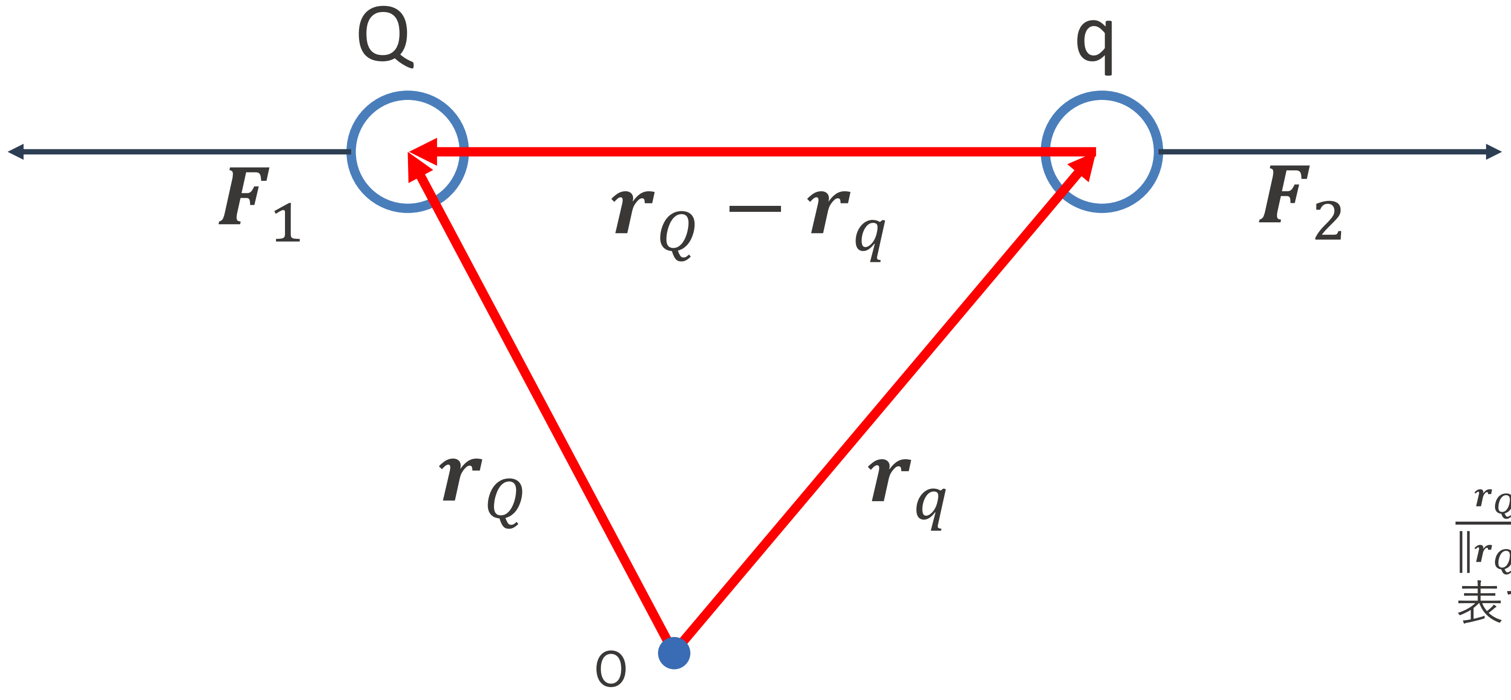
ベクトルの引き算

- ベクトル$\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$，$\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)$がある．
- ベクトルの引き算は次のように書ける．
- $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$
- ベクトル $\boldsymbol{a}$を点Aの場所，ベクトル $\boldsymbol{b}$を点Bの場所とすると，ベクトル $\boldsymbol{c}$は点Bから点Aへのベクトルとなる．



■ クーロンの法則のベクトル表記

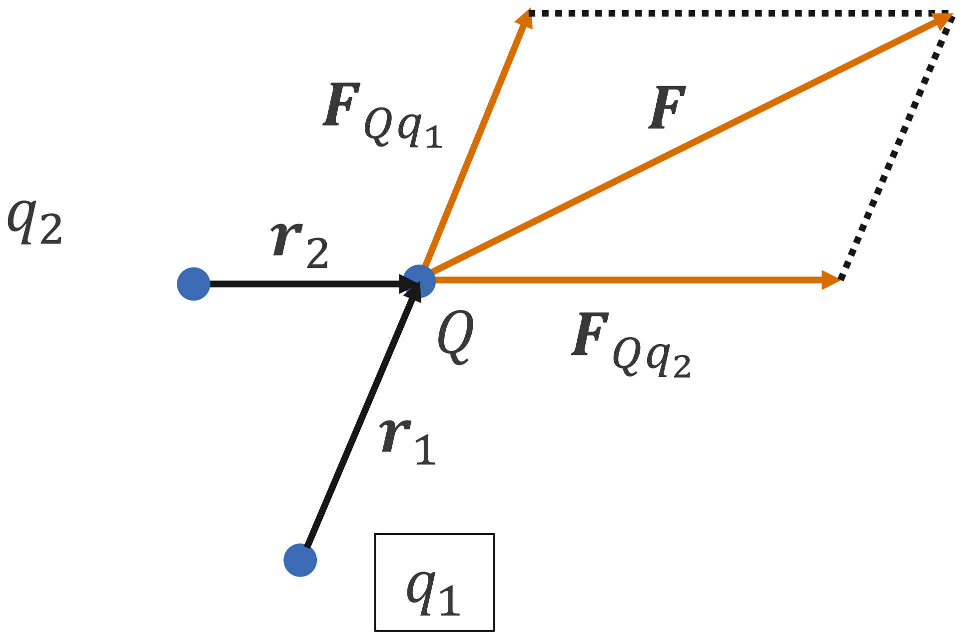
- 力はベクトルなので，クーロンの法則もベクトルで書く必要がある．
- $\boldsymbol{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{\|\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q\|^2}\frac{\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q}{\|\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q\|} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{\|\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q\|^3}(\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q)$



$\frac{\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q}{\|\boldsymbol{r}_Q-\boldsymbol{r}_q\|}$はqからQ向きを表す単位ベクトルである．

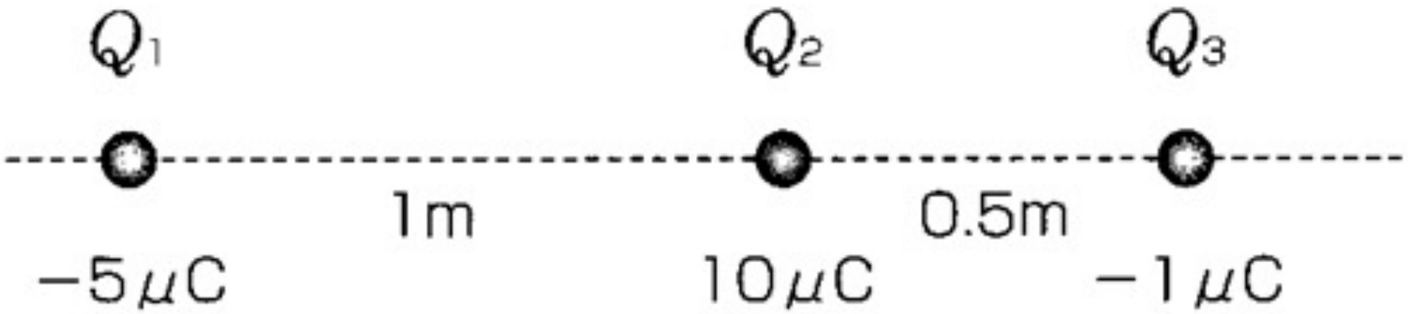
重ね合わせの原理

- 複数電荷があった場合，それぞれの電荷がお互いにクーロン力を発生させる．
- クーロン力は互いに独立に作用する．
- つまり，ある電荷が受けるクーロン力は他の電荷から個々に受けるクーロン力の和である．
- $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{Qq_1} + \boldsymbol{F}_{Qq_2}$
- $\boldsymbol{F}_{Qq_1} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 Q}{\|\boldsymbol{r}_1\|^3}\boldsymbol{r}_1$
- $\boldsymbol{F}_{Qq_2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_2 Q}{\|\boldsymbol{r}_2\|^3}\boldsymbol{r}_2$



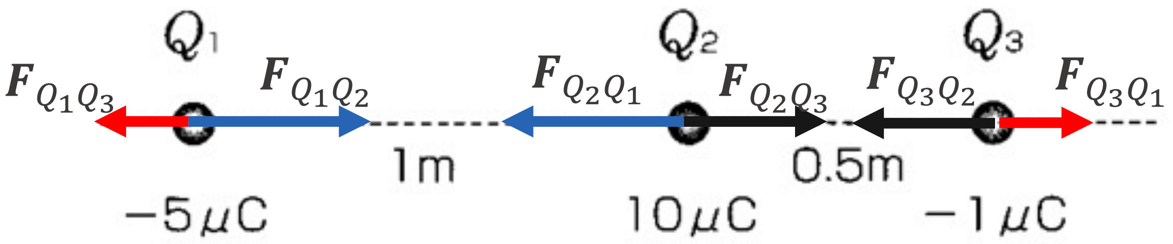
問題

- 図に示すように真空中で１直線上に並んだ３個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ．ただし，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を$9.0\times10^9\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．



問題

- 図に示すように真空中で1直線上に並んだ3個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^9\mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}^2$とする．



矢印をクーロン力とすると，図のようにそれぞれの電荷がお互いにクーロン力を発生させている．
それぞれの電荷に働くクーロン力を求めるには，個々の電荷が発生させるクーロン力を求め，それを加算しなければならない．
それぞれの電荷が発生させるクーロン力の大きさは

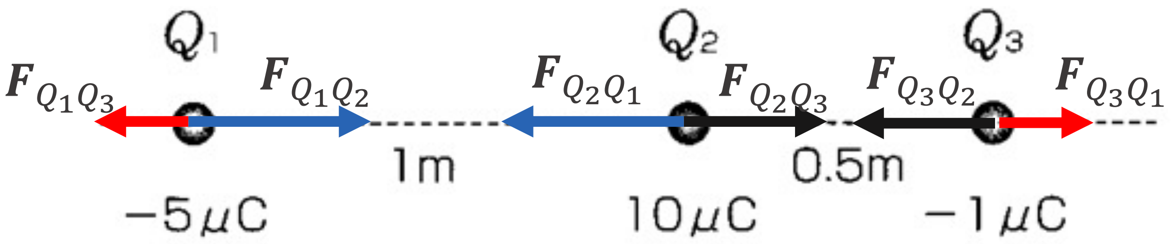
$$\left\|F_{Q_1Q_2}\right\| = \left\|F_{Q_2Q_1}\right\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{5\mu\times10\mu}{1^2} = 9.0\times10^9\times50\times10^{-12} = 4.5\times10^{-1}$$

$$\left\|F_{Q_1Q_3}\right\| = \left\|F_{Q_3Q_1}\right\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{5\mu\times1\mu}{1.5^2} = \frac{9.0\times10^9\times5\times10^{-12}}{15\times15\times10^{-2}} = 2\times10^{-2}$$

$$\left\|F_{Q_2Q_3}\right\| = \left\|F_{Q_3Q_2}\right\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{10\mu\times1\mu}{0.5^2} = \frac{9.0\times10^9\times10\times10^{-12}}{5\times5\times10^{-2}} = 3.6\times10^{-1}$$

■ 問題

- 図に示すように真空中で１直線上に並んだ３個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ．ただし， $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を 9.0×10^{9}Nm^2/C^{2}とする．



$\|\boldsymbol{F}_{Q_1Q_2}\| = \|\boldsymbol{F}_{Q_2Q_1}\| = 4.5\times10^{-1}$， $\|\boldsymbol{F}_{Q_1Q_3}\| = \|\boldsymbol{F}_{Q_3Q_1}\| = 2\times10^{-2}$， $\|\boldsymbol{F}_{Q_2Q_3}\| = \|\boldsymbol{F}_{Q_3Q_2}\| = 3.6\times10^{-1}$から

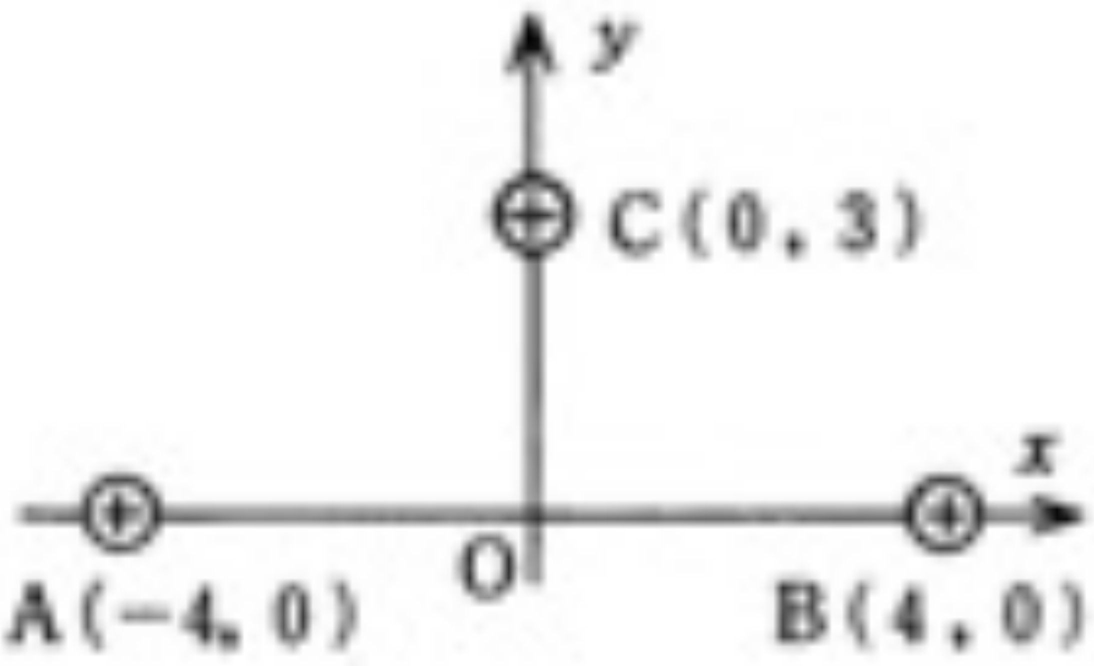
$$\|\boldsymbol{F}_{Q_1}\| = \|4.5\times10^{-1} - 2\times10^{-2}\| = \|4.3\times10^{-1}\|$$
$$\|\boldsymbol{F}_{Q_2}\| = \|4.5\times10^{-1} - 3.6\times10^{-2}\| = \|0.9\times10^{-1}\|$$
$$\|\boldsymbol{F}_{Q_3}\| = \|3.6\times10^{-1} - 2\times10^{-2}\| = \|3.4\times10^{-1}\|$$

力を右向きを正としたスカラー量で書くと，

$$F_{Q_1} = 4.3\times10^{-1}$$
$$F_{Q_2} = -0.9\times10^{-1}$$
$$F_{Q_2} = -3.4\times10^{-1}$$

問題

- xy座標面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷がある．点C $(0, 3.0)$ に 2.5×10^{-7}Cの点電荷を置く時，これにはどの方向に何Nの力がはたらくか．座標の単位はmで，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．



問題

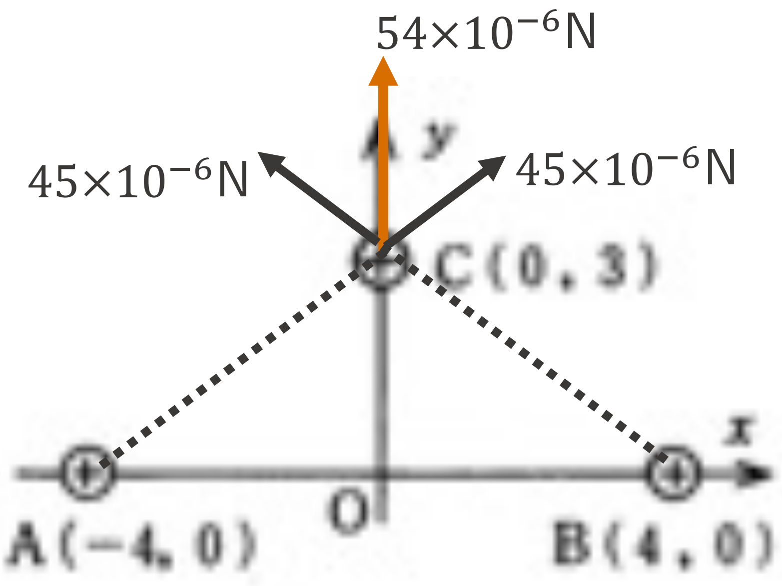
- xy座標面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷がある．点C $(0, 3.0)$ に 2.5×10^{-7}Cの点電荷を置く時，これにはどの方向に何Nの力がはたらくか．座標の単位はmで，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

CがA，Bそれぞれから受ける力の大きさは，

$$9.0\times10^{9}\times\frac{5.0\times10^{-7}\times2.5\times10^{-7}}{4^2+3^2}=45\times10^{-6}\mathrm{N}$$

AとBから受ける力の合力は

$$45\times10^{-6}\times\frac{3}{5}\times2=54\times10^{-6}\mathrm{N}$$



問題

- 真空中において，図のように一直線上にＡ，Ｂ，Ｃの３点がある．Ａ点とＣ点に$+1[C]$，Ｂ点に$-1[C]$の電荷があるとき，誤っているのはどれか．ただし，AB間の距離はBC間の距離の2倍である．（23回国家試験）

1. Aの電荷に働く力の方向はAからBに向かう方向である．
2. Bの電荷に働く力の方向はBからCに向かう方向である．
3. Cの電荷に働く力の方向はCからBに向かう方向である．
4. Aの電荷に働く力の大きさはBの電荷に働く力より大きい．
5. Bの電荷に働く力の大きさはCの電荷に働く力より小さい．

問題

- 真空中において，図のように一直線上にＡ，Ｂ，Ｃの３点がある．Ａ点とＣ点に$+1[C]$，Ｂ点に$-1[C]$の電荷があるとき，誤っているのはどれか．ただし，AB間の距離はBC間の距離の2倍である．（23回国家試験）

1. Aの電荷に働く力の方向はAからBに向かう方向である．
2. Bの電荷に働く力の方向はBからCに向かう方向である．
3. Cの電荷に働く力の方向はCからBに向かう方向である．
4. Aの電荷に働く力の大きさはBの電荷に働く力より大きい．
5. Bの電荷に働く力の大きさはCの電荷に働く力より小さい．

BC間の距離をlとするし，力を右向きを正としたスカラー量で表すと

$$F_A = F_{AB} + F_{AC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{4l^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{9l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\frac{5}{36}$$

$$F_B = F_{BA} + F_{BC} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{4l^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(-\frac{1}{4} + 1\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\frac{3}{4}$$

$$F_C = F_{CA} + F_{CB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{9l^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\left(\frac{1}{9} - 1\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\frac{8}{9}$$

よって，
Aに働く力はAからB向きなので1は正しい．
Bに働く力はBからC向きなので2は正しい．
Cに働く力はCからB向きなので3は正しい．
Aに働く力の大きさはBに働く力より小さいので4は間違い．
Bに働く力の大きさはCに働く力より小さいので5は正しい．

電場 (Electric field)

工学の人は電界とよく言うが，この講義では電場で統一する．

なぜ見えない力が働くのか？

- クーロン力は目に見えないが伝わっている．どうやって伝わっているのか？

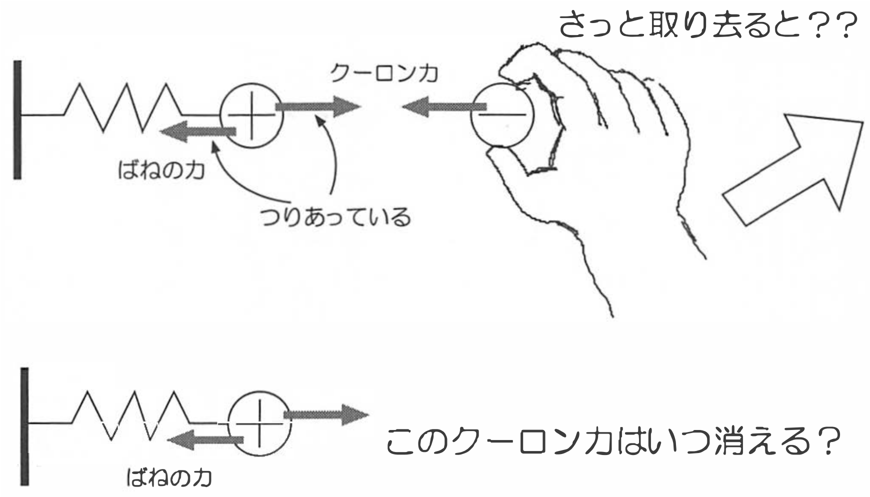
- よくわからないが，直接相手に伝わる．
  - 遠隔作用説

- 何か力を伝える媒質があって，それを伝わって相手に伝わる．
  - 近接作用説
  - 何を伝わって力が届くのか
    - エーテル？
    - 電場

疑問

- 図のようにクーロン力とバネの力が釣り合っている状態があるとする.
- バネとつながっていない電荷を取り去るとどうなるのか？

- 電荷が遠のくと即時にクーロン力も弱くなる？
- 空間を通じじわじわクーロン力が弱くなる？

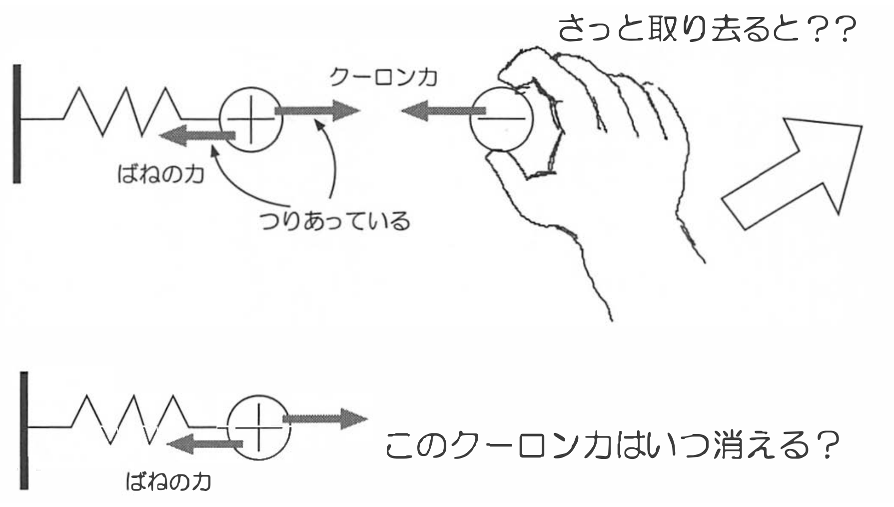


（前野，よくわかる電磁気学）

疑問

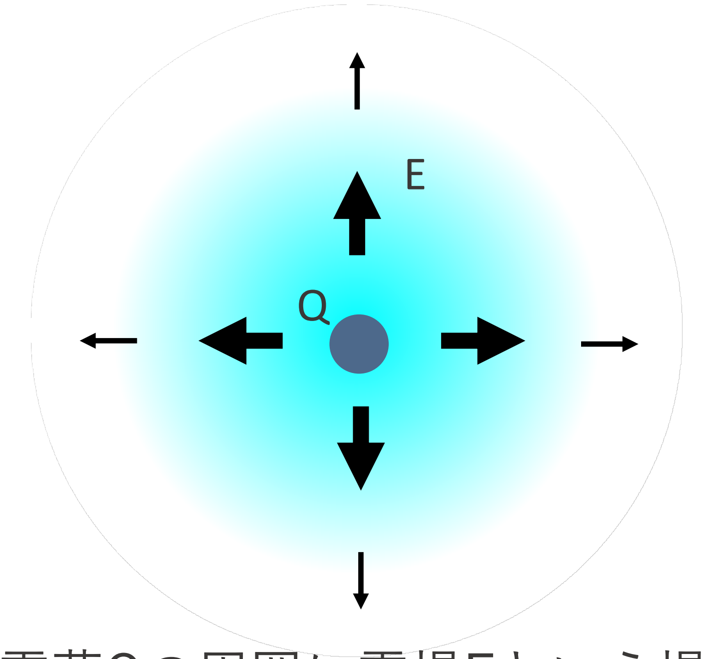
- 電荷が複数あるとクーロン力は生じる.

- 電荷が一つのときは，電荷は何もしないのか？
- 電荷が一つになった途端に，電気的な作用は消え去るのか？

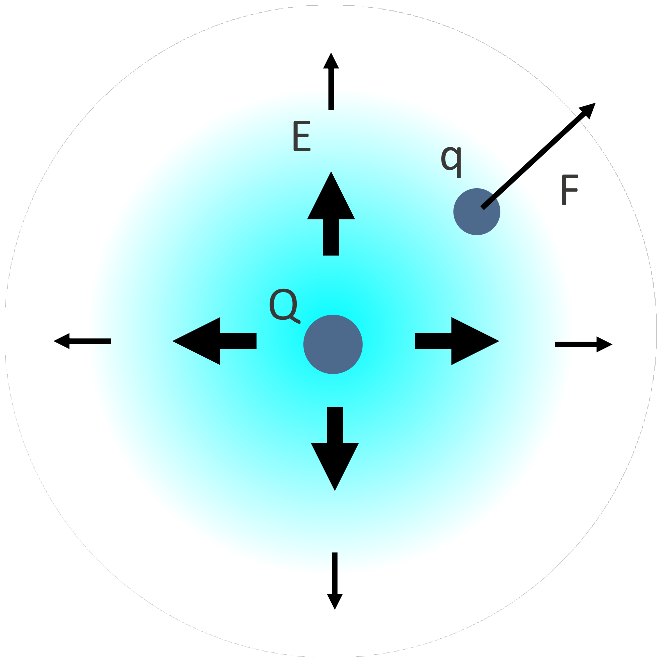


（前野，よくわかる電磁気学）

電場



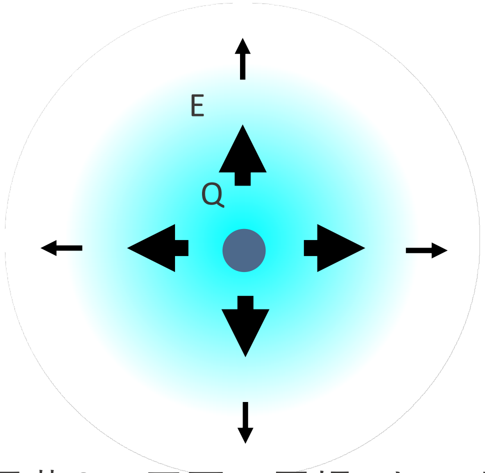
電荷Qの周囲に電場Eという場が生じると考える.



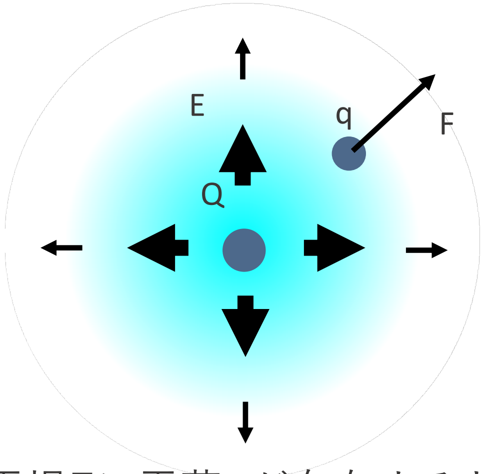
電場Eに電荷qが存在すると,
その電荷には力Fが働く.
つまり電場が電荷に力を働きかけたと考える.

電場

- 電場がクーロン力を伝える.
- 電場は電荷が空間に作り出すということにしておく.
  - 本当はそれだけではないけれど.
- 電場は1[C]の電荷が場から受ける力だとする.
- 電場の単位はN/C（もしくはV/m）である.



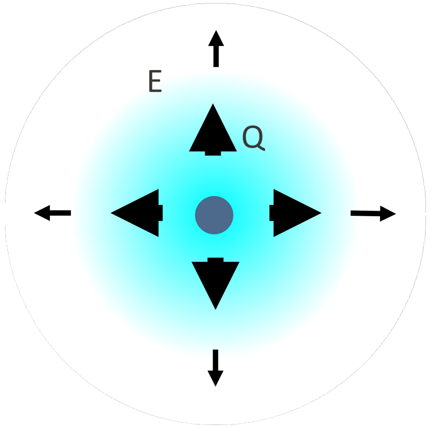
電荷Qの周囲に電場Eという場が生じる



電場Eに電荷qが存在するとその電荷には力Fが働く

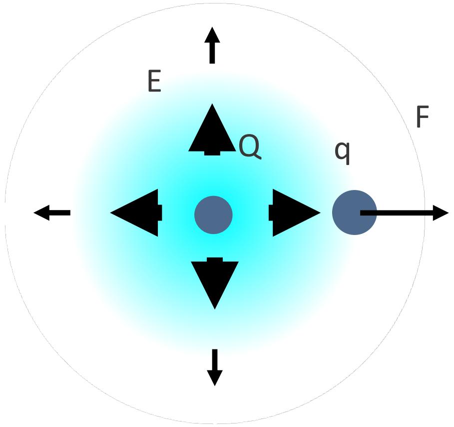
■ 点電荷が作る電場

- 電場とは，１Cの電荷が場から受ける力である．
- 点電荷Qが周囲に作る電場の大きさは，



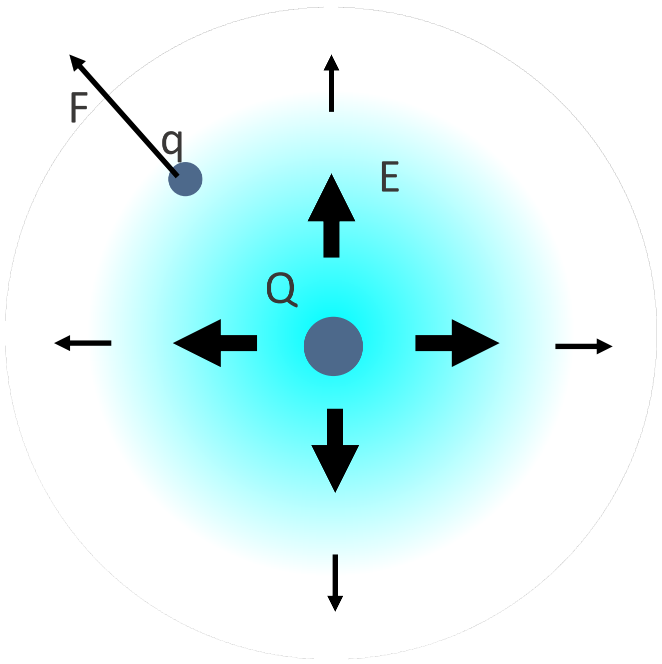
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

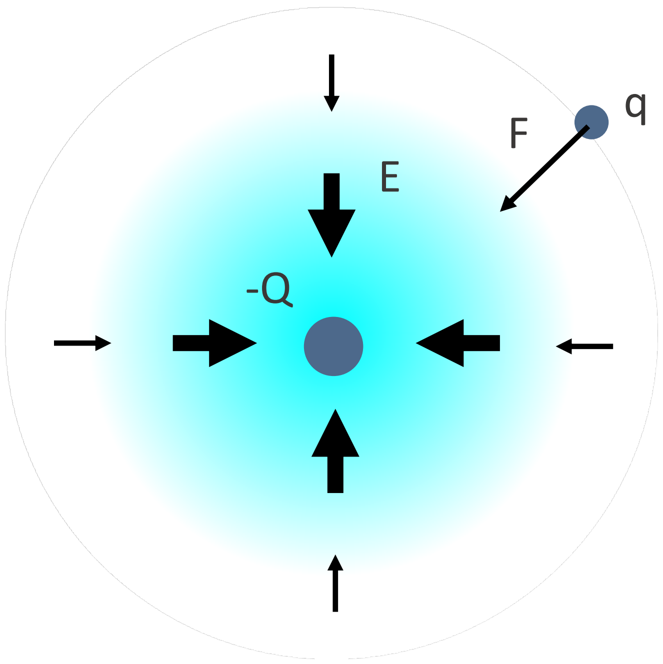
- もし，電荷がqCであれば，その電荷が受ける力の大きさは



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}$$
$$= qE$$

電場はベクトル





正の電荷は電荷から外向きに電場を形成する.
正の電荷qを置くと，電荷Qの反対方向にクーロン力が生じる.

負の電荷は電荷から内向きに電場を形成する.
正の電荷qを置くと，電荷-Qの方向にクーロン力が生じる.

電場のまとめ

- クーロン力は電場が与える.
- 電場は，場が1Cの電荷に与える力である.
- 電場はベクトルである.
- 電場$\boldsymbol{E}$が電荷qに与える力$\boldsymbol{F}$は次のように書ける.
- $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$

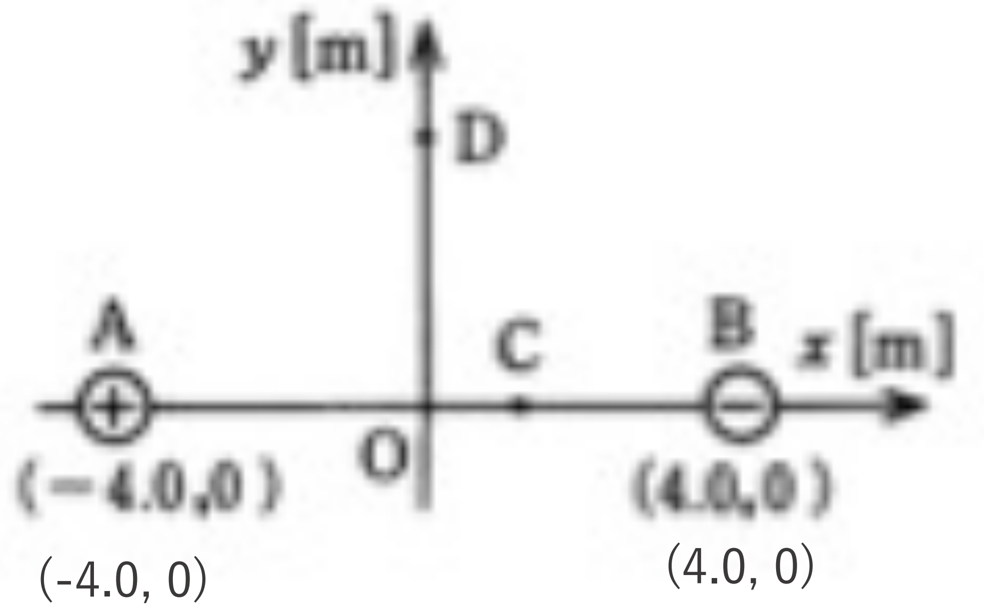
問題

- 点電荷$Q[C]$から10cm離れた点における電場が
$$E = 2\times10^4[N]$$
- であるとする．電荷$Q[C]$を求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を$9.0\times10^9\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

問題

- xy座表面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-6}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に-5.0×10^{-6}Cの点電荷がある．座標の単位はmで，$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を$9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

1. 点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ．
2. 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ．



問題

- xy座表面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-8}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に-5.0×10^{-8}Cの点電荷がある．座標の単位はmで，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ．

1. 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ．

1. CにA，Bそれぞれが作る電場の大きさ E_A, E_B は，

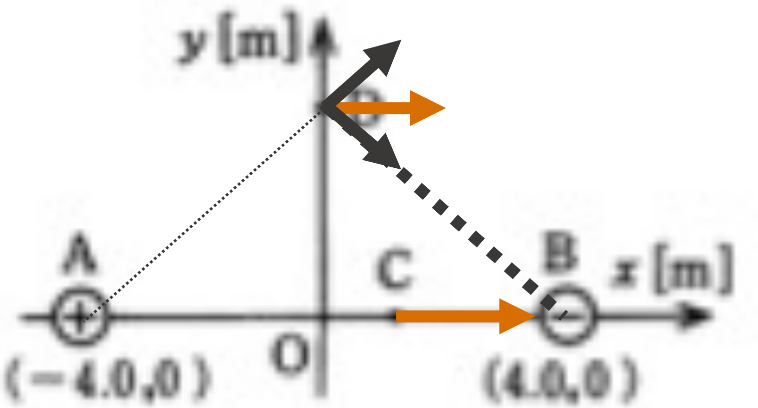
$$E_A = 9.0\times10^9\times\frac{5.0\times10^{-8}}{5^2} = 1.8\times10, E_B = 9.0\times10^9\times\frac{5.0\times10^{-8}}{3^2}$$
$$= 5\times10$$

AとBが生成する電場は点Cでは同じなので，点Cの電場の大きさは
$E_C = 18 + 50 = 68\mathrm{N/C}$

2. 点DにA，Bそれぞれが作る電場の大きさ E_A, E_B は

$$E_A = E_B = 9.0\times10^9\times\frac{5.0\times10^{-8}}{4^2+3^2} = 1.8\times10$$

電場 E_A, E_B を合成すれば点Dの電場は求まる．
$E_D = 18\times\frac{4}{5}\times2 = 28.8\mathrm{N/C}$

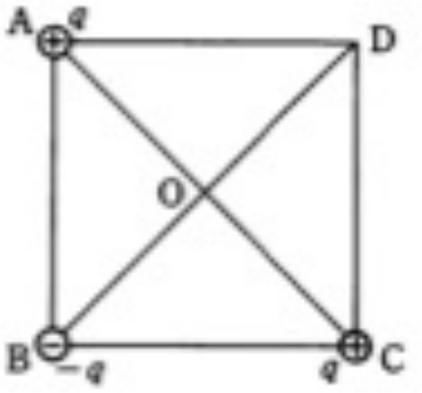


(-4.0, 0) (4.0, 0)

問題

- 1辺の長さa[m]の正方形ABCDのAとCにq[C]の正の点電荷，Bに$-q$[C]の負の点電荷が固定されている.

1. 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ.
2. Dにも$-q$[C]の負電荷をおき，AとCの n 点電荷を固定したままで，BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時，これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か.



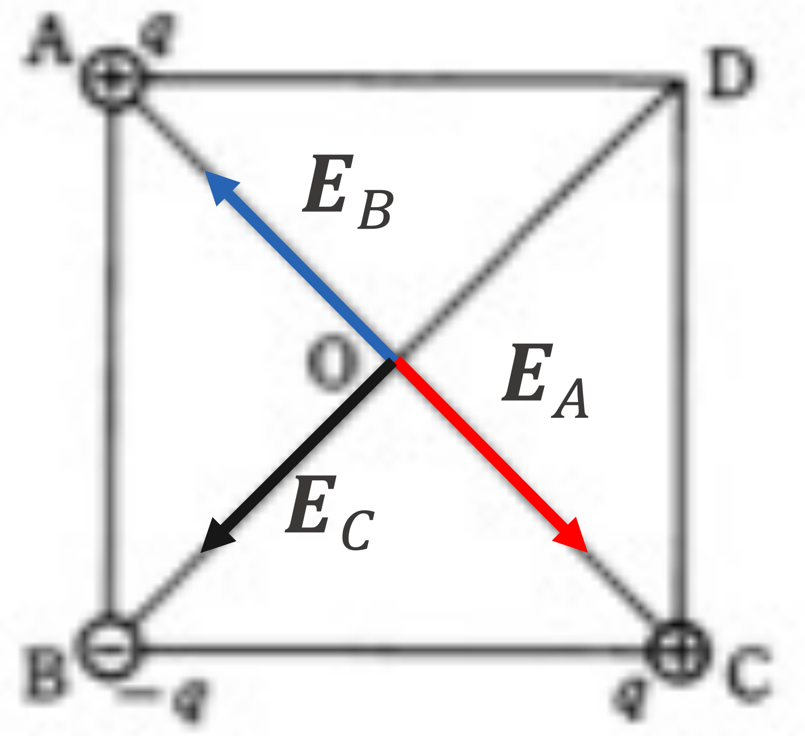
問題

- 1辺の長さa[m]の正方形ABCDのAとCにq[C]の正の点電荷，Bに $-q$[C]の負の点電荷が固定されている．

1. 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ．
2. Dにも $-q$[C]の負電荷をおき，AとCの n 点電荷を固定したままで，BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時，これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か．

1. AとC上の点電荷はそれぞれ反対方向の電場を形成し，かつ同じ大きさである．そのため，それぞれが作る電場は相殺される．点Bが作る電場が点Oの電場である．よって

$$E_O = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{a^2}$$



問題

- 1辺の長さa[m]の正方形ABCDのAとCにq[C]の正の点電荷，Bに $-q$[C]の負の点電荷が固定されている．

1. 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ．
2. Dにも $-q$[C]の負電荷をおき，AとCの n 点電荷を固定したままで，BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時，これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か．

2. 点AC上にある正電荷による合力と負電荷による斥力が打ち消す位置がつりあう位置である．Oからxの点でつりあうとすると，正電荷から受ける合力は，

$$F_{BA}=F_{BC}=F_{DA}=F_{DC}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2$$

負電荷により受ける斥力は

$$F_{BD}=F_{DB}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4x^2}$$

これらの力がつりあうので

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4x^2}$$

$$\frac{1}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2=\frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{(2x)^3}{\left(\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}=1$$

$$4x^2=\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+x^2$$

$$x^2=\frac{1}{3}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2$$

よって

$$x=\frac{a}{\sqrt{6}}$$