

電気工学2第8回 誘導起電力, 変圧器

藤田 一寿

アンペールの法則

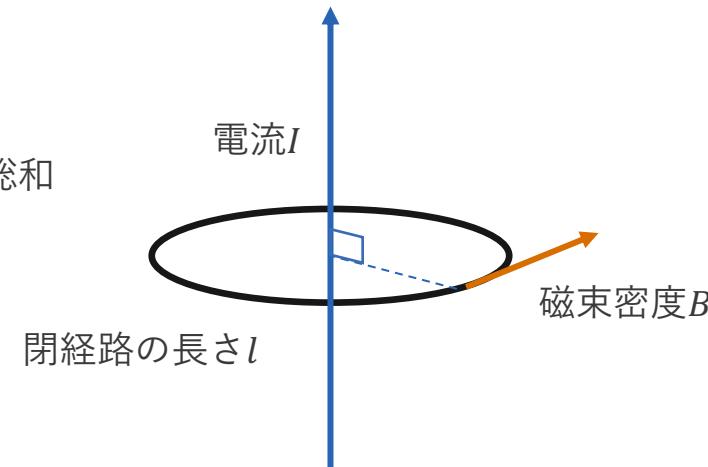
■ 簡単なアンペールの法則

- 閉経路を垂直に貫く電流を I , 閉経路上の進行方向の磁束密度を B , 経路長を l とすると次の関係が成り立つ.
- ただし, 経路上の磁束密度は一定とする.

$$Bl = \mu_0 I$$

↑
経路に沿って B を足したときの総和
↑
経路内を貫く電流の総和

磁束密度×経路長 = $\mu_0 \times$ 電流



■ アンペールの法則

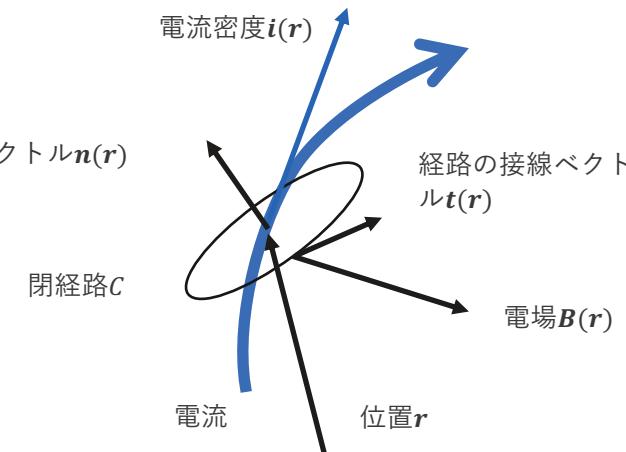
- ・電流Iを閉経路Cで囲んだとする。
- ・Cに沿って、磁束密度Bと経路の接線ベクトルtの内積を積分すると次のような等式が成り立つ。

$$\int_C \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{r}) ds = \mu_0 \int_S \mathbf{i}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) dS$$

経路に沿ってBを足したときの総和

経路内を貫く電流の総和

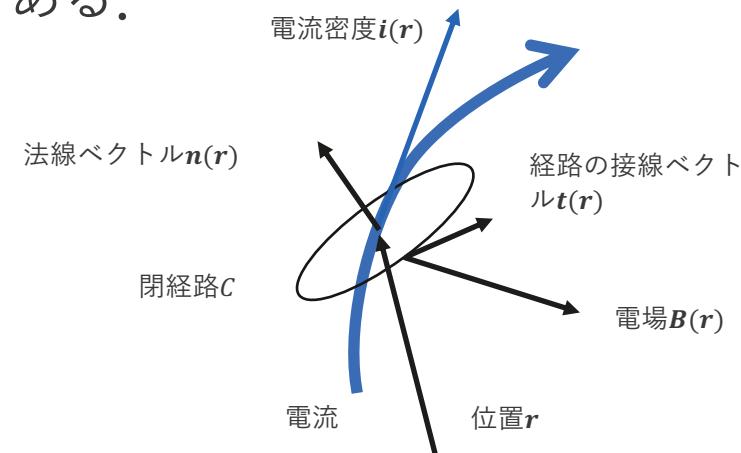
- ・これをアンペールの法則という。
- ・Nは経路Cの作る面の法線ベクトルである。
- ・Sは閉経路の面積である。



発展

■ アンペールの法則

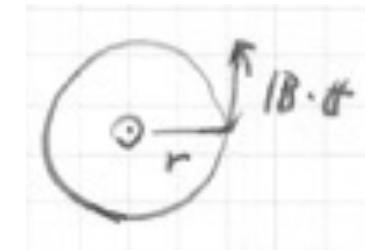
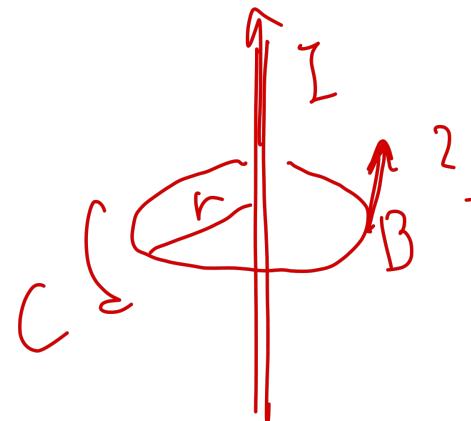
- $\int_C \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{r}) d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{i}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) dS$
- $\mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{r})$ は経路方向の磁束密度の成分である。
- よって、左辺は経路に沿って磁束密度を足したものである。
- $\mathbf{i}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r})$ は場所 \mathbf{r} における単位面積あたりの閉経路が作る面を垂直に貫く電流の量である。
- よって、右辺は閉経路を貫く電流の総和である。



発展

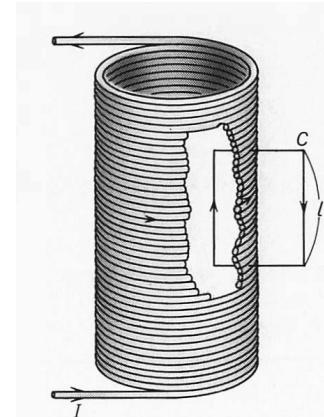
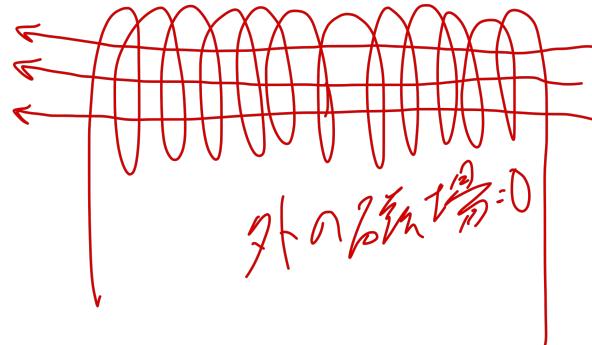
■ 無限に長い直線導線に流れる電流が作る磁場の磁束密度

- 無限に長い直線導線に流れる電流が作る磁場を求める。
- 図のように直線に対し垂直な半径 r の円を考える。
- アンペールの法則から次の等式が成り立つ。
- $2\pi r B = \mu_0 I$ (磁束密度×経路長 = μ_0 × 電流)
- よって、直線導線に流れる電流が作る磁場の磁束密度は
- $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



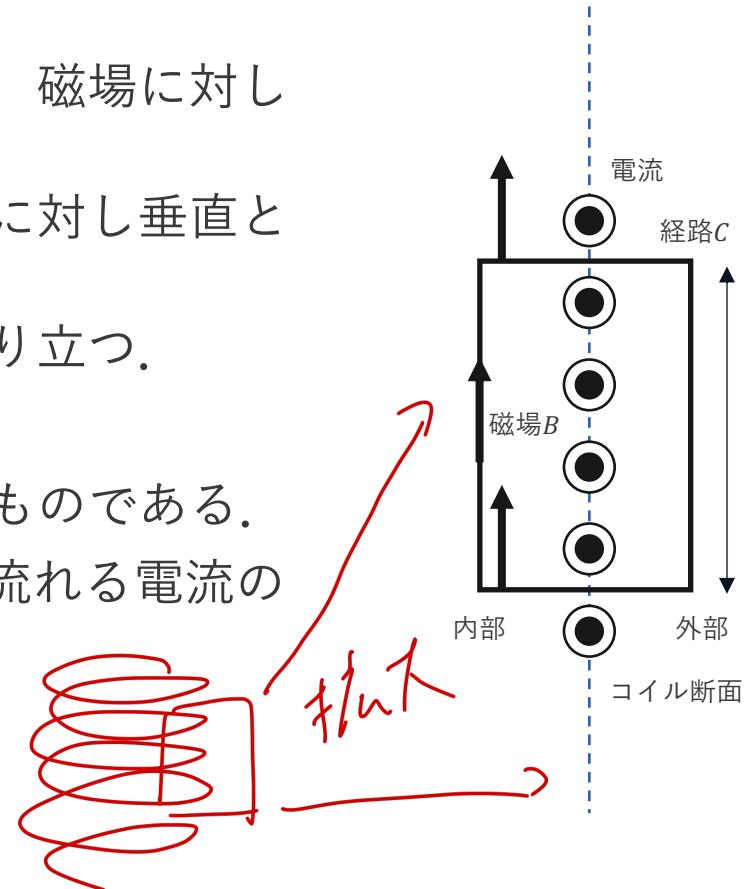
■ 無限に長いコイルが作る磁場

- 単位長さあたりの巻数nの無限に長いコイルに電流Iを流したときに作られるコイル内部の磁場の磁束密度を求める。
- 無限に長いため、**磁場は一様であり、コイルに対し並行ある**と考えられる。
- 無限遠方の磁場は0となるが、磁場は一定である。つまり、**コイル外部の磁場は0でなくてはならない**。



■ 無限に長いソレノイドが作る磁場

- 図のように閉経路Cを考える。
- 経路は長方形で電流に対して垂直で、かつ、磁場に対して平行である。
- そうすると、磁場は長辺に対し並行で短辺に対し垂直となる。
- よって、アンペールの法則から次の式が成り立つ。
- $$Bl = \mu_0 n l I$$
- Bl は内部長辺に沿って磁束密度を積分したものである。
- 経路内に nl 本の導線があるので、経路内を流れる電流の総和は $n l I$ である。
- よって磁束密度は
- $$B = \mu_0 n I$$



■ 問題

- 磁気の性質について正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験34）
 1. 無限に長いソレノイドでは内部の磁束密度は一様である。
 2. 有限長のソレノイドでは外部に一様な磁場が存在する。
 3. 一回巻き円形コイルの中心における磁場の大きさは、円形コイルの半径の2乗に反比例する。
 4. 直線電流によって生じる磁場の大きさは、電流からの距離の2乗に反比例する。
 5. 永久磁石に使用する磁性体の比透磁率は約1である。

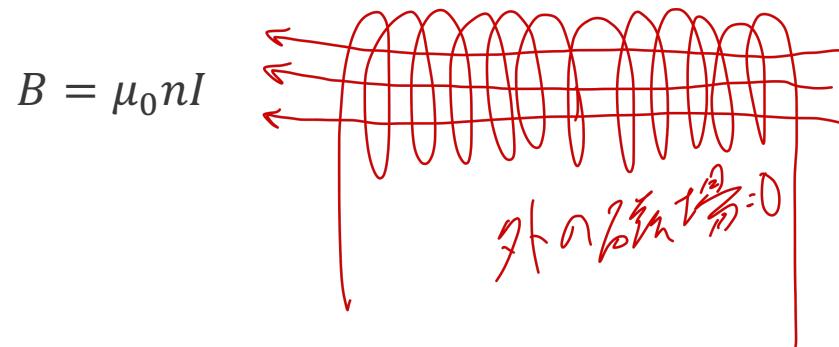
■ 問題

- ・磁気の性質について正しいのはどれか. (臨床工学技士国家試験34)

1. 無限に長いソレノイドでは内部の磁束密度は一様である.
2. 有限長のソレノイドでは外部に一様な磁場が存在する.
有限長の場合, ソレノイドの端から端への磁場が発生し, ソレノイドから遠ければ遠いほど弱くなる.
3. 一回巻き円形コイルの中心における磁場の大きさは, 円形コイルの半径の2乗に反比例する.
半径に反比例する.
4. 直線電流によって生じる磁場の大きさは, 電流からの距離の2乗に反比例する.
距離に反比例する.
5. 永久磁石に使用する磁性体の比透磁率は約1である.
関係ない.

■ コイルのポイント

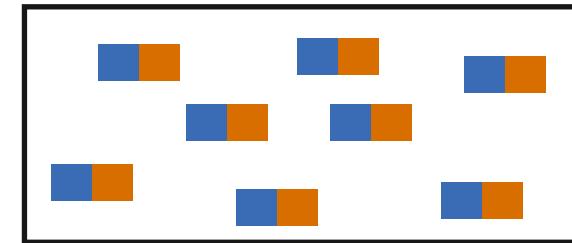
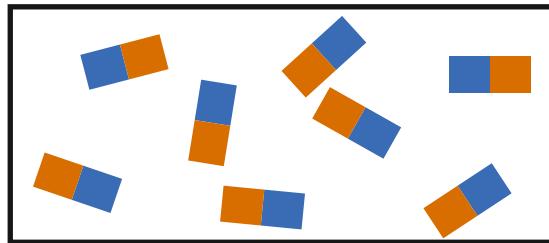
- 無限に（十分に）長いコイルの作る磁場
 - 無限に長いため、磁場は一様であり、コイルに対し並行あると考えられる
 - 無限遠方の磁場は0となるが、磁場は一定である。つまり、**コイル外部の磁場は0でなくてはならない。**
- n 回巻きコイルに電流 I を流したときに発生する磁場の磁束密度は
 - $B = \mu_0 nI$



磁性体

■ 磁性体

- ・鉄やニッケルは永久磁石でもないのに、永久磁石に引き寄せられる。なぜか？
- ・鉄やニッケルが一時的に磁石になり、永久磁石と引き合うと考えられる。
- ・物質の中には小さな磁石があり（もしくは生じ），それが揃うと磁石として振る舞う。



磁石は難しのでそんなもんか程度に聞く。スピンは回転の意味ではない。量子の世界は古典論的発想では分からない。

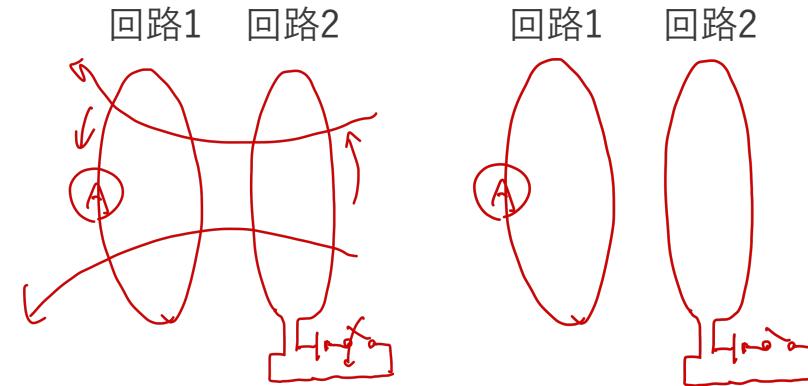
■ 磁性体

- 外部の磁場などにより物質が磁場を帯びることを磁化という。
- 物質が磁化するときの性質を磁性という。
 - 反磁性：磁場をかけられると、その地場を打ち消すような磁場を作る。
 - 常磁性：磁場がかけられると、その磁場を強める。
 - 強磁性：外部磁場だけではどのような磁場ができるか決まらない。外部磁場がないときでも磁場を作ることもある。

誘導起電力

■ 電磁誘導

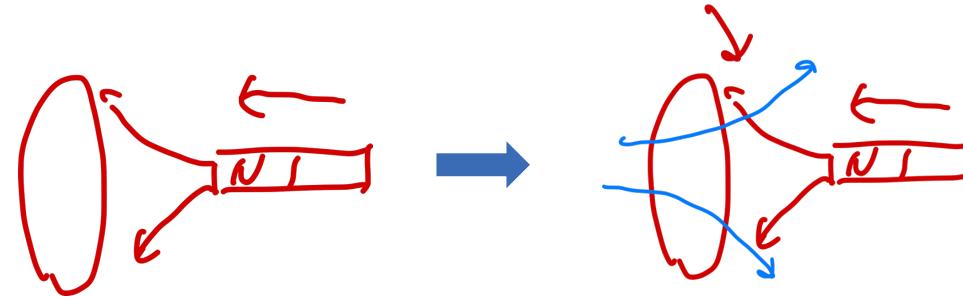
- ・導線を流れる電流が磁場を作る
- ・磁場を導線に近づけるとどうなるか？



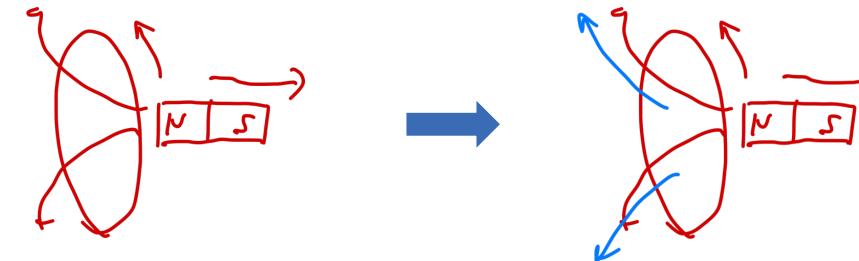
- ・2つの回路を並べ片方に電流を流す。回路2のスイッチをON, OFFした瞬間に回路1に電流が流れる。（ファラデー, 1831）
- ・回路2の代わりに磁石を近づけたり遠ざけたりしても電流は流れる。
- ・回路に、磁場の変化を与えた時、電流が生じる。この現象を電磁誘導という。この時生じる電流と電圧をそれぞれ、誘導電流、誘導起電力という。

■ 誘導電流の向き（レンツの法則）

- N極を近づける.
- 回路が現在の磁場を維持するため磁石の磁場を打ち消す方向に磁場を作ろうとする.
- 電流が流れる.

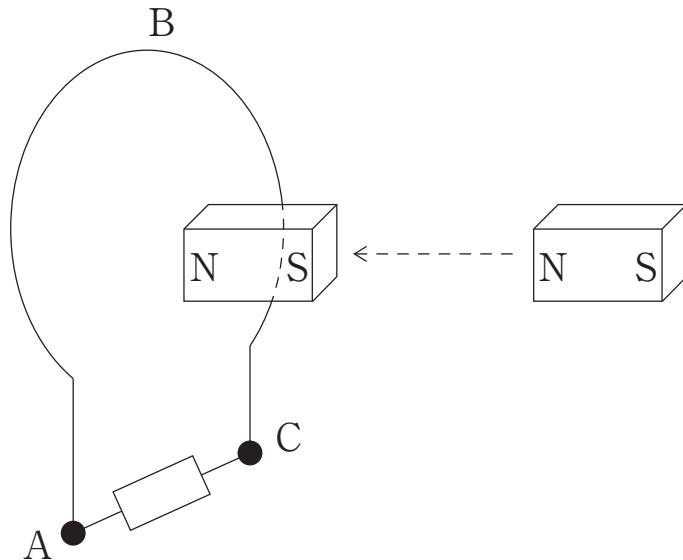


- N極を遠ざける.
- 回路が現在の磁場を維持するため磁石の磁場と同じ方向に磁場を作ろうとする.
- 電流が流れる.



■ 問題

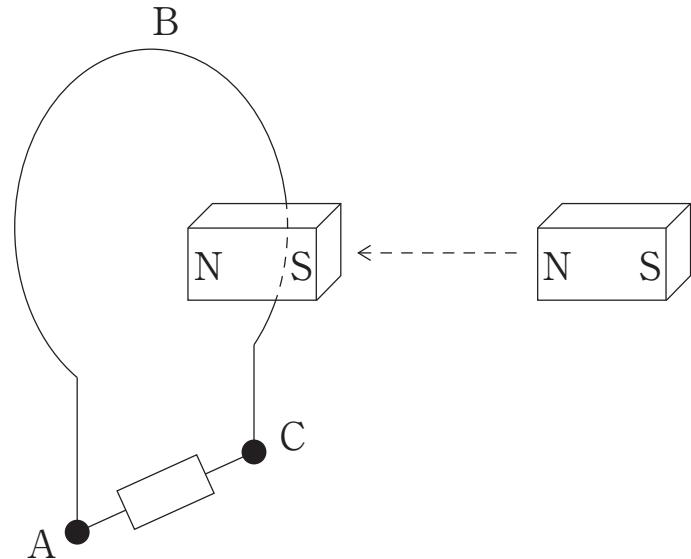
- 図のような1回巻きのコイルの中心に向けて磁石を急速に動かした後、磁石を停止させた。このとき、コイルに流れる電流について正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験36）
- 磁石の動きに関わらず、電流は流れない。
 - 磁石が動いている間、電流はA→B→Cの方向に流れる。
 - 磁石が動いている間、電流はC→B→Aの方向に流れる。
 - 磁石が停止すると、電流はA→B→Cの方向に流れる。
 - 磁石が停止すると、電流はC→B→Aの方向に流れる。



■ 問題

- 図のような1回巻きのコイルの中心に向けて磁石を急速に動かした後、磁石を停止させた。このとき、コイルに流れる電流について正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験36）

- 磁石の動きに関わらず、電流は流れない。
- 磁石が動いている間、電流はA→B→Cの方向に流れる。
- 磁石が動いている間、電流はC→B→Aの方向に流れる。**
- 磁石が停止すると、電流はA→B→Cの方向に流れる。
- 磁石が停止すると、電流はC→B→Aの方向に流れる。



磁場の変化がないと誘導起電力は発生しない。

■ 問題

- ・次の状況の場合に、検流計Gに流れる電流は（ア），（イ），（ウ）のうちどれか。

（ア）右向きに流れる（イ）左向きに流れる（ウ）流れない

1. 図(a)で、磁石をコイル方向に動かす。

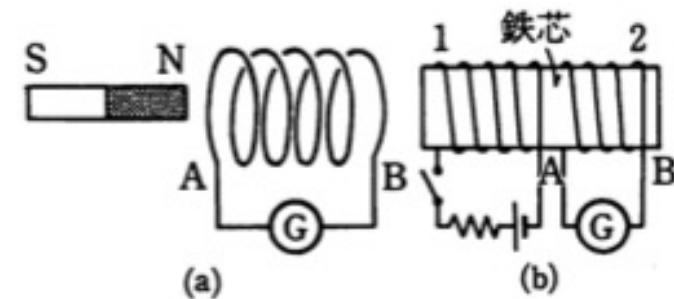
2. 図(a)で、磁石をコイルの中に留める。

3. 図(a)で、磁石をコイルから遠ざける。

4. 図(b)で、スイッチを入れた直後。

5. 4の状態から十分長い時間がたったあと。

6. 5の状態からスイッチを切った直後。



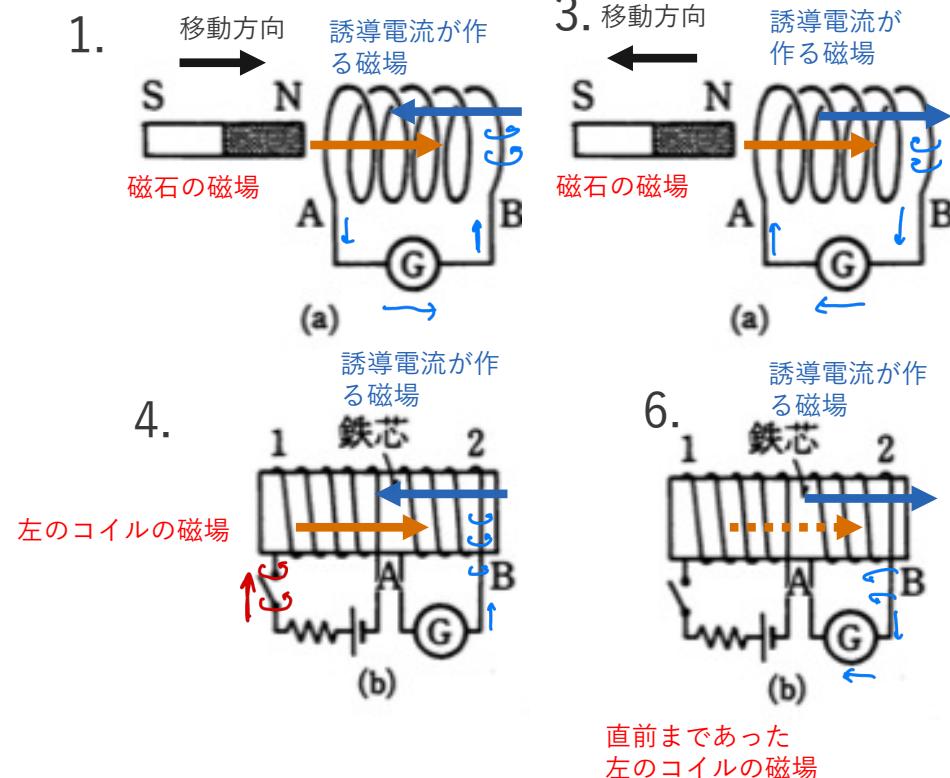
問題

- 次のおののの場合に、検流計Gに流れる電流は（ア）、（イ）、（ウ）のうちどれか。

（ア）右向きに流れる（イ）左向きに流れる（ウ）流れない

- 図(a)で、磁石をコイル方向に動かす。
- 図(a)で、磁石をコイルの中に留める。
- 図(a)で、磁石をコイルから遠ざける。
- 図(b)で、スイッチを入れた直後。
- 4の状態から十分長い時間がたったあと。
- 5の状態からスイッチを切った直後。

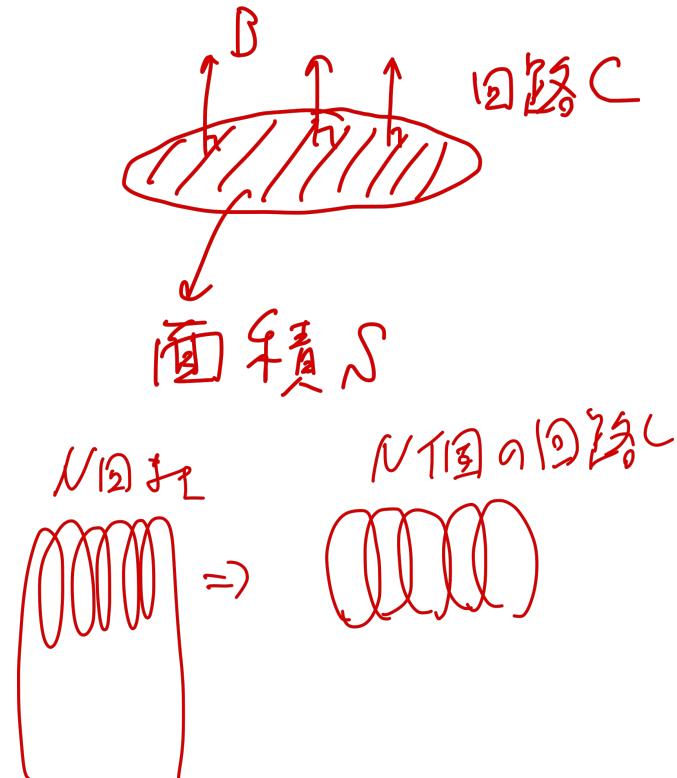
- （ア）
- （ウ）
- （イ）
- （ア）
- （ウ）
- （イ）



誘導起電力の大きさ

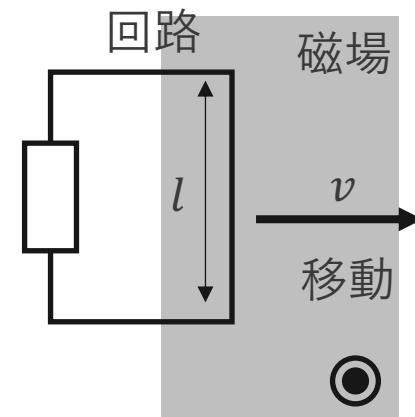
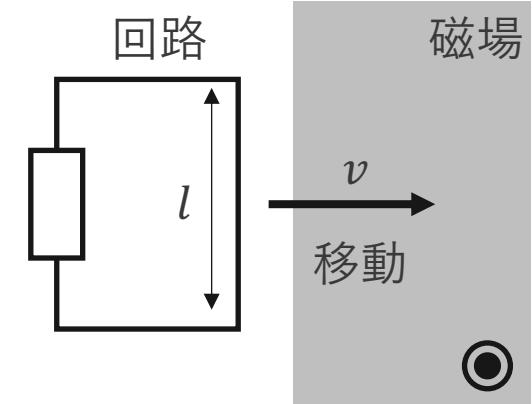
■ 誘導起電力の大きさ

- 面積 S の閉じた導線 C を垂直に貫く磁束の密度を B とすると、閉経路を貫く磁束 Φ は
- $\Phi = BS$
- である。誘導起電力は次のように表される。
- $V = -\frac{d\Phi}{dt}$
 - 誘導起電力 = 磁束の変化 ÷ 時間変化
- これをファラデーの法則という。
- N 回巻きのコイルでは
- $V = -N \frac{d\Phi}{dt}$
- の起電力が生じる。



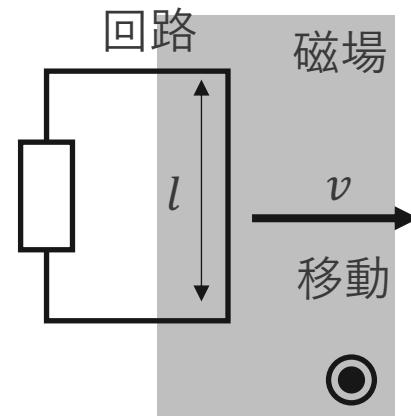
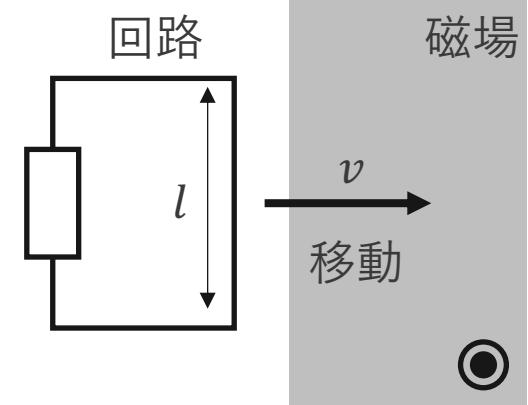
■ 磁場中を移動する回路

- ・磁場の変化が誘導起電力を発生する。
- ・回路を磁場中に挿入し、回路内の磁場を変化させれば誘導起電力が発生するだろう。
- ・図のように一様に分布した長方形の磁場があるとする。磁場に対し垂直で磁場の分布に対し平行においた長方形の回路を磁場に速度 v で挿入する。回路の磁場に近い辺の長さは l とする。
- ・磁場分布に接した瞬間を $t = 0$ とすると、回路内の磁場分布の面積は vtl である。



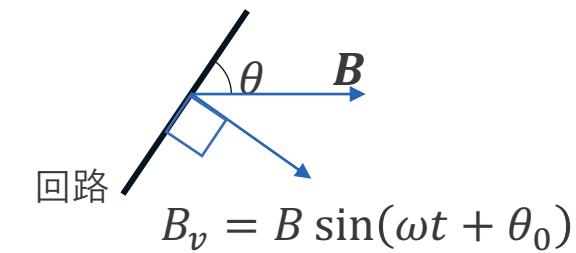
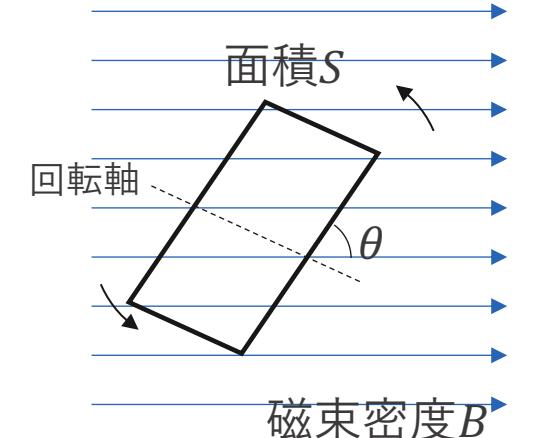
■ 磁場中を移動する回路

- ・磁場分布に接した瞬間を $t = 0$ とすると、回路内の磁場分布の面積は vtl である。
- ・磁場の磁束密度を B とすると、回路を貫く磁束は
- ・ $\Phi = vtlB$
- ・である。よって、回路に発生する誘導起電力は
- ・ $|V| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{d}{dt}(vtlB) = vlb$
- ・となる。
- ・ただし、回路全体が磁場中に入ると磁場変化はなくなり誘導起電力は0となる。



■ 磁場中を回転する回路

- 図のように、一様な磁場中で回路を磁場に対し垂直な軸の周りで一定の速度で回転させたとき、起電力が発生する。
- 回路の回転の角速度を ω , $t = 0$ の時の角度を θ_0 とすると、回路を貫く磁場は
- $\Phi = BS \sin(\omega t + \theta_0)$
- である。 $B \sin(\omega t + \theta_0)$ は回路に対し垂直な磁束密度の大きさを表す。
- よって誘導起電力は
- $V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS \sin(\omega t + \theta_0)) = -BS\omega \cos(\omega t + \theta_0)$
- となる。



■ 問題

- 卷数20回のコイルを貫く磁束3秒間に0.5Wbから2.0Wbまで一定の割合で変化した。コイルに発生する電圧[V]はどれか。（臨床工学技士国家試験35）
 - 5
 - 10
 - 40
 - 75
 - 90

■ 問題

- 卷数20回のコイルを貫く磁束3秒間に0.5Wbから2.0Wbまで一定の割合で変化した。コイルに発生する電圧[V]はどれか。（臨床工学技士国家試験35）

1. 5
2. 10
3. 40
4. 75
5. 90

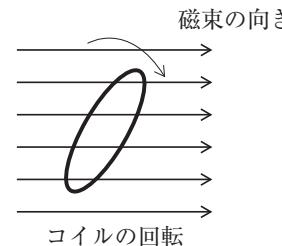
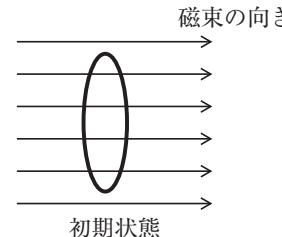
誘導起電力は

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{20(2.0-0.5)}{3} = \frac{20 \times 1.5}{3} = 20 \times 0.5 = 10V$$

■ 問題

- 初期状態では巻数10回の円形コイルに0.2Wbの磁束が直行している。コイル面に時計まわりに1秒あたり5rad（ラジアン）回転させるとk、コイルに発生する起電力の振幅[V]はどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

1. 0.4
2. 1
3. 2
4. 10
5. 25



問題

- 初期状態では巻数10回の円形コイルに0.2Wbの磁束が直交している。コイル面に時計まわりに1秒あたり5rad（ラジアン）回転させるとk、コイルに発生する起電力の振幅[V]はどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

1. 0.4

1巻のコイルを貫く磁束は

$$BS \cos \theta = BS \cos \omega t$$

2. 1

よってn巻のコイルを貫く磁束は

$$B' = nBS \cos \omega t$$

3. 2

誘導起電力は

4. 10

$$V(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = nBS\omega \sin \omega t$$

よって振幅Vは

5. 25

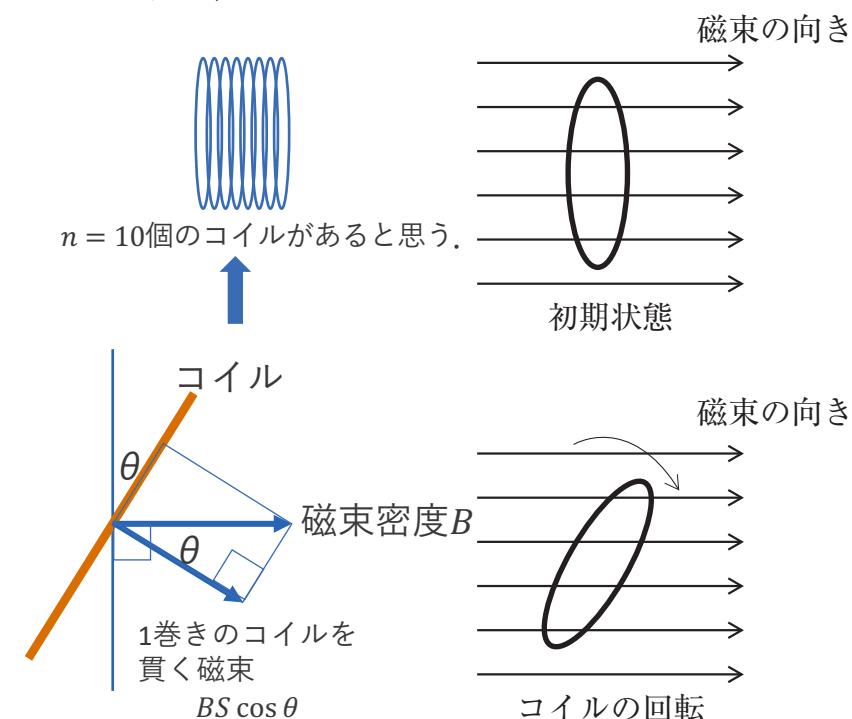
$$V = nBS\omega$$

$$n = 10, BS = 0.2, \omega = 5 \text{ だから } V = 10 \times 0.2 \times 5 = 10V$$

θ の取り方でsinとcosが変わることに注意する。

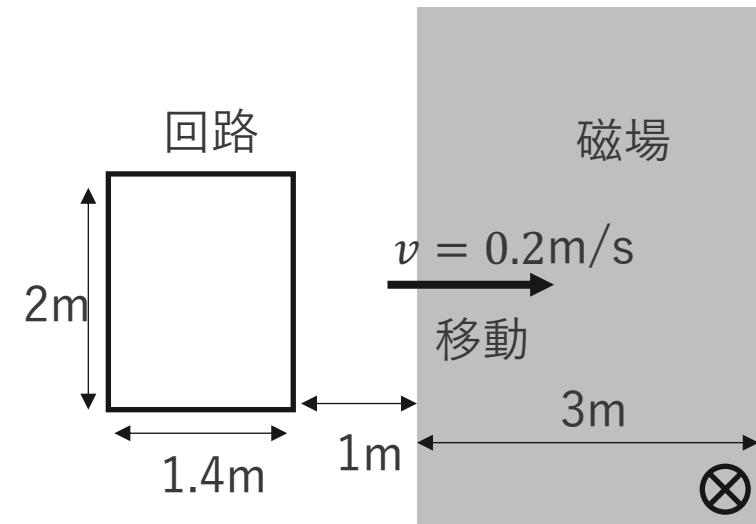
とは言っても、どちらも結果は同じになる。

0.2Wbの磁束が直交とは $BS \cos 0 = BS = 0.2$ を意味する。



■ 問題

- 図に示すように、長方形 ($2m \times 1.4m$) の導線が磁場のない領域から、 $0.2m/s$ の速度で磁束密度 $10T$ の磁場を通過して、再び磁場のない領域に抜けた。導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ (0sから30s)。ただし、0sのとき図の位置に導線はある。電流は時計回りを正とし、回路全体の抵抗を 10Ω とする。



問題

- 図に示すように、長方形 ($2m \times 1.4m$) の導線が磁場のない領域から、 $0.2m/s$ の速度で磁束密度 $10T$ の磁場を通過して、再び磁場のない領域に抜けた。導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ (0sから30s)。ただし、0sのとき図の位置に導線はある。電流は時計回りを正とし、回路全体の抵抗を 10Ω とする。

0sから5s、12sから20s、27sから30sでは、磁場の変化が無いので誘導電流は発生しない。

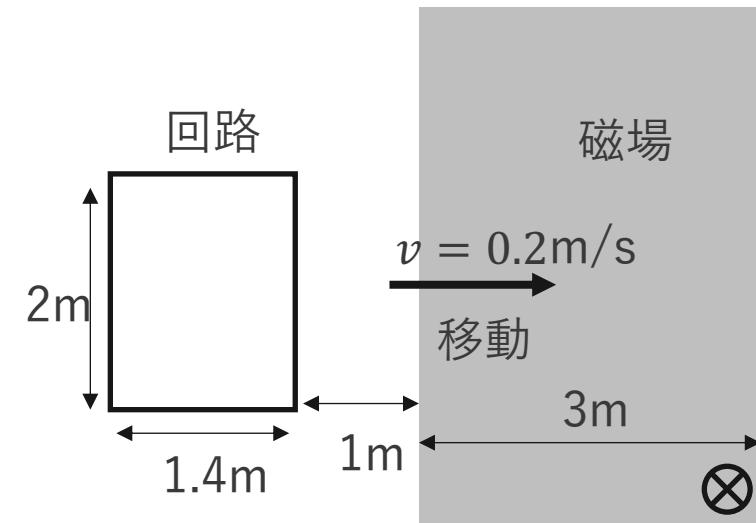
5sから12sまでは、回路内に磁場の変化があるため誘導電流が生じる。このときの誘導起電力は

$$|V| = \frac{d}{dt}(Blvt) = Blv = 10 \times 2 \times 0.2 = 4V$$

また、誘導電流は反時計回りの方向に流れる。よって誘導電流は

$$I = -\frac{4}{10} = -0.4A$$

となる。



問題

- 図に示すように、長方形 ($2m \times 1.4m$) の導線が磁場のない領域から、 $0.2m/s$ の速度で磁束密度 $10T$ の磁場を通過して、再び磁場のない領域に抜けた。導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ (0sから30s)。ただし、0sのとき図の位置に導線はある。電流は時計回りを正とし、回路全体の抵抗を 10Ω とする。

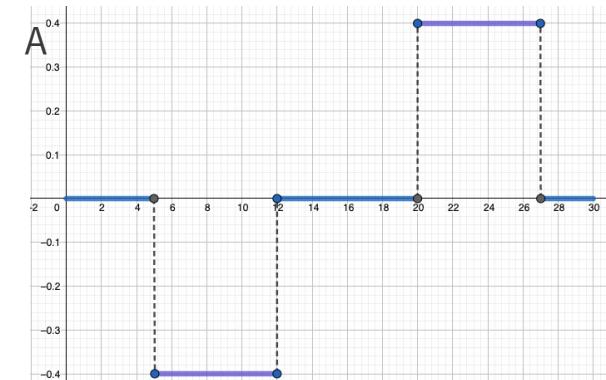
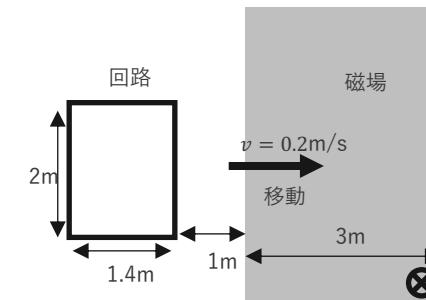
20sから27sまでは、回路が磁場から出でていくので回路内の磁場の変化があり誘導電流が生じる。このときの誘導起電力は

$$|V| = \frac{d}{dt}(Blvt) = Blv = 10 \times 2 \times 0.2 = 4V$$

また、誘導電流は時計回りの方向に流れる。よって誘導電流は

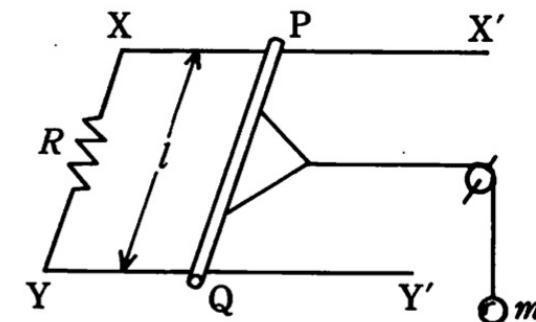
$$I = \frac{4}{10} = 0.4A$$

となる。



■ 問題

- 2本の導線 XX' , YY' を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平に固定し, X , Y に $R\Omega$ の抵抗を接続する。導線に垂直に質量 $M[kg]$ の導体棒をのせ, これに意図をつけて, 同じ水平面上の滑車を経て, 質量 $m[kg]$ のおもりをつるす。はじめ, 棒をおさえておき, 鉛直上向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 棒を放す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間, 糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する。
 - おもりの速度が $v[m/s]$ である瞬間の加速度 a を求めよ。
 - おもりはやがて一定速度に達する。その速度 v_f を求めよ。
 - 一定速度に達したときに, 導体に流れる電流 I_f を求めよ。



問題

- 2本の導線XX', YY'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平に固定し, X, Yに $R\Omega$ の抵抗を接続する。導線に垂直に質量 $M[kg]$ の導体棒をのせ, これに意図をつけて, 同じ水平面上の滑車を経て, 質量 $m[kg]$ のおもりをつるす。はじめ, 棒をおさえておき, 鉛直上向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 棒を放す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間, 糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する。

- おもりの速度が $v[m/s]$ である瞬間の加速度 a を求めよ。

棒を引っ張る力 F_m は

$$F_m = mg$$

誘導起電力 V は

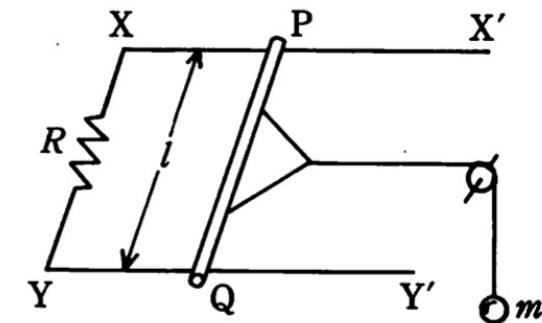
$$V = -\frac{d}{dt} l(vt + x_0)B = -Blv$$

よって誘導電流 I は

$$I = \frac{V}{R} = \frac{Blv}{R}$$

この誘導起電力により生じる磁場からの力 F_B は

$$F_B = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$



よって棒が受ける力 F は

$$F = (M+m)a = F_m - F_B = mg - \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

よって加速度は

$$a = \frac{1}{M+m} \left(mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} \right)$$

■ 問題

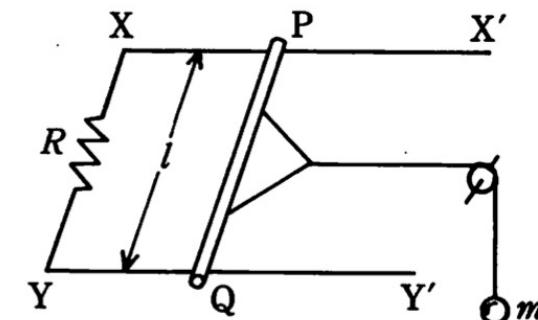
- 2本の導線XX', YY'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平に固定し, X, Yに $R\Omega$ の抵抗を接続する。導線に垂直に質量 $M[kg]$ の導体棒をのせ, これに意図をつけて, 同じ水平面上の滑車を経て, 質量 $m[kg]$ のおもりをつるす。はじめ, 棒をおさえておき, 鉛直上向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 棒を放す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間, 糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する。
2. おもりはやがて一定速度に達する。その速度 v_f を求めよ。

加速度 a が0のとき一定速度となるので

$$a = \frac{1}{M+m} \left(mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} \right) = 0$$

$$\frac{B^2 l^2 v}{R} = mg$$

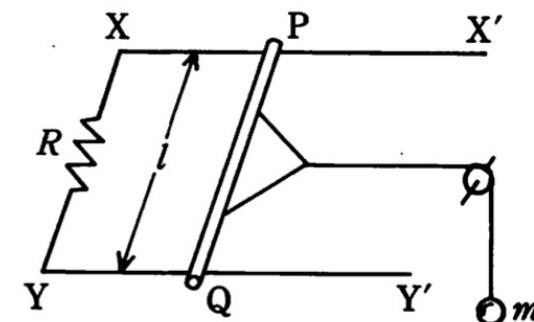
$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$



問題

- 2本の導線XX', YY'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平に固定し, X, Yに $R\Omega$ の抵抗を接続する。導線に垂直に質量 $M[kg]$ の導体棒をのせ, これに意図をつけて, 同じ水平面上の滑車を経て, 質量 $m[kg]$ のおもりをつるす。はじめ, 棒をおさえておき, 鉛直上向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 棒を放す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間, 糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する。
3. 一定速度に達したときに, 導体に流れる電流 I_f を求めよ。

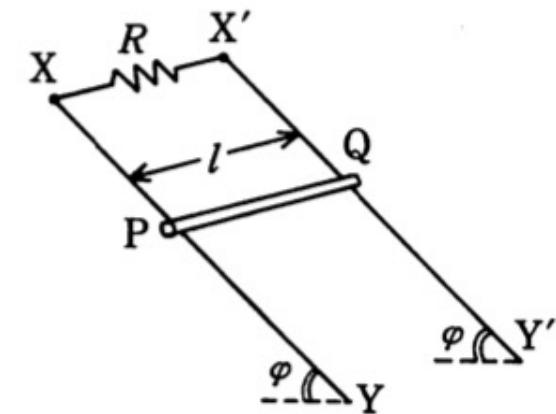
$$I = \frac{Blv}{R} \text{かつ } v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \text{だから電流 } I_f \\ I_f = \frac{mg}{Bl}$$



■ 問題

- 2本の導線XY, X'Y'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平面から角度 φ だけ傾けて固定し, X, X'に $R\Omega$ の抵抗を接続する。鉛直下向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 導線に垂直に質量 $m[kg]$ の導体棒をのせると, 棒は滑り出す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する。

1. 棒の速度が $v[m/s]$ の瞬間の加速度を求めよ。
2. 棒はやがて一定の速度になる。その速度は何[m/s]か。



問題

- 2本の導線XY, X'Y'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平面から角度 φ だけ傾けて固定し, X, X'に $R\Omega$ の抵抗を接続する。鉛直下向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 導線に垂直に質量 $m[kg]$ の導体棒をのせると, 棒は滑り出す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する。

1. 棒の速度が $v[m/s]$ の瞬間の加速度を求めよ。
2. 棒はやがて一定の速度になる。その速度は何[m/s]か。

1. 棒が重力から受ける斜面に対し水平な力は

$$F_g = mg \sin \varphi$$

誘導電流の大きさは

$$I = V/R = \frac{d}{dt} (l(vt + x_0)B \cos \varphi)/R = \frac{lvB}{R} \cos \varphi$$

よって磁場から受ける力の斜面に対し水平な力は

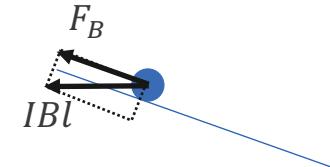
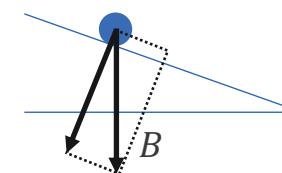
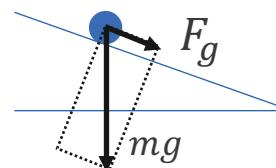
$$F_B = IlB \cos \varphi = \frac{l^2 B^2 v \cos^2 \varphi}{R}$$

棒が受ける力は $F_g - F_B$ なので加速度 a は

$$a = \frac{F_g - F_B}{m} = g \sin \varphi - \frac{l^2 B^2 v \cos^2 \varphi}{mR}$$

- 2本の導線XY, X'Y'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平面から角度 φ だけ傾けて固定し, X, X'に $R\Omega$ の抵抗を接続する。鉛直下向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 導線に垂直に質量 $m[kg]$ の導体棒をのせると, 棒は滑り出す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する。

1. 棒の速度が $v[m/s]$ の瞬間の加速度を求めよ。
2. 棒はやがて一定の速度になる。その速度は何[m/s]か。



問題

- 2本の導線XY, X'Y'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平面から角度 φ だけ傾けて固定し, X, X'に $R\Omega$ の抵抗を接続する。鉛直下向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 導線に垂直に質量 $m[kg]$ の導体棒をのせると, 棒は滑り出す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する。

1. 棒の速度が $v[m/s]$ の瞬間の加速度を求めよ。
2. 棒はやがて一定の速度になる。その速度は何[m/s]か。

2. 棒の速度が一定になる条件は加速度 $a = 0$ である。

よって

$$a = g \sin \varphi - \frac{l^2 B^2 v \cos^2 \varphi}{mR} = 0$$

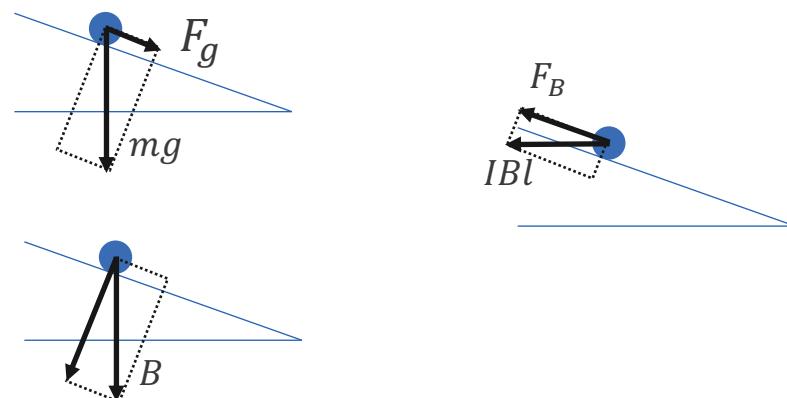
を v について解けば良い。

$$\frac{l^2 B^2 v \cos^2 \varphi}{mR} = g \sin \varphi$$

$$v = \frac{mgR \sin \varphi}{l^2 B^2 \cos^2 \varphi}$$

- 2本の導線XY, X'Y'を, $l[m]$ の間隔で平行にかつ水平面から角度 φ だけ傾けて固定し, X, X'に $R\Omega$ の抵抗を接続する。鉛直下向きに一様な磁束密度 $B[Wb/m^2]$ の磁場をかけ, 導線に垂直に質量 $m[kg]$ の導体棒をのせると, 棒は滑り出す。重力加速度を $g[m/s^2]$ とし, 棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する。

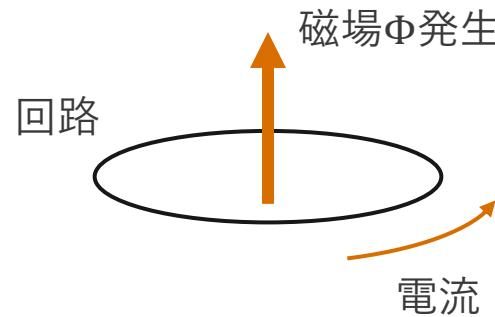
1. 棒の速度が $v[m/s]$ の瞬間の加速度を求めよ。
2. 棒はやがて一定の速度になる。その速度は何[m/s]か。



自己インダクタンス

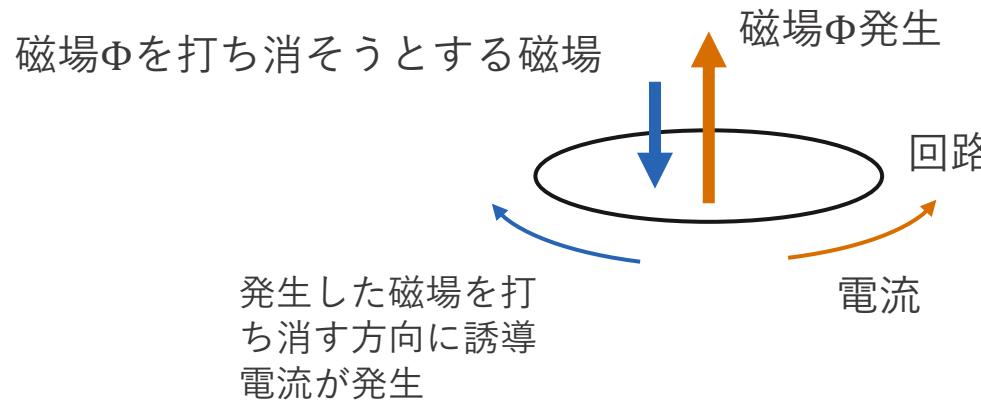
■自己インダクタンス

- 閉じた回路Cに I の電流を流すとき発生する磁場の磁束は次のように表せる.
- $\Phi = LI$ 磁束=定数×電流と書ける.
- L は比例定数である.



■自己インダクタンス

- ・電流が変化すると磁場も変化するため、その磁場の変化のため回路に誘導起電力が発生する。誘導起電力は $\Phi = LI$ だから
- ・ $V = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$
- ・と表せる。
- ・ L を自己インダクタンスという。単位はH(ヘンリー)=Vs/A



■ コイルの自己インダクタンス

- 単位長さあたりの巻数 n , 長さ l , 断面積 S のコイルの自己インダクタンスを求める。
 nl が総巻数

- コイルに電流 I を流したときその内に発生する磁場の磁束密度は

$$\bullet B = \mu_0 n I$$

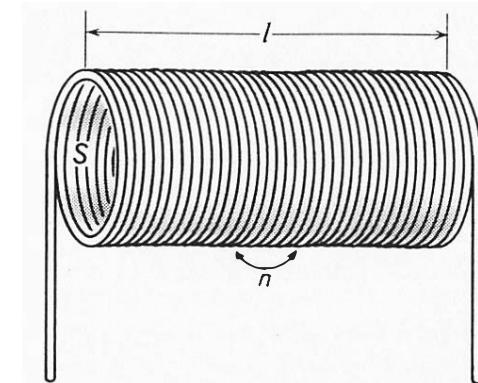
- である。コイル全体を貫く磁束はコイル一巻きを貫く磁束に巻数をかけたものなので

$$\bullet \Phi = nlBS = \mu_0 n^2 l S I$$

- よって自己インダクタンス L は

$$\bullet -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mu_0 n^2 l S I) = -\mu_0 n^2 l S \frac{d}{dt} I \text{ から}$$

$$\bullet L = \mu_0 n^2 l S$$



■ 問題

- 透磁率 $\mu = 6.3 \times 10^{-3}$ の鉄心に単位長さ（1[m]）当たり $n=1000$ 回一様に巻かれた無限長ソレノイドの断面積を $S = 100 [cm^2]$ 、流れる電流を $I = 5 [A]$ とするとき、1[m]当たりの自己インダクタンスを求めよ。

■ 問題

- 透磁率 $\mu = 6.3 \times 10^{-3}$ の鉄心に単位長さ（1[m]）当たり $n=1000$ 回一様に巻かれた無限長ソレノイドの断面積を $S = 100[cm^2]$ 、流れる電流を $I = 5[A]$ とするとき、1[m]当たりの自己インダクタンスを求めよ。

$$L = \mu n^2 l S = 6.3 \times 10^{-3} \times 1000^2 \times 100 \times 10^{-4} = 63\text{H/m}$$

■ 問題

- ・インダクタに流れる電流を2秒で0.5Aから1Aに一定の割合で増加させた。そうすると2Vの誘導起電力が生じた。このインダクタの自己インダクタンス[H]を求めよ。

問題

- インダクタに流れる電流を2秒で0.5Aから1Aに一定の割合で増加させた。そうすると2Vの誘導起電力が生じた。このインダクタの自己インダクタンス[H]を求めよ。

電圧と電流の関係は

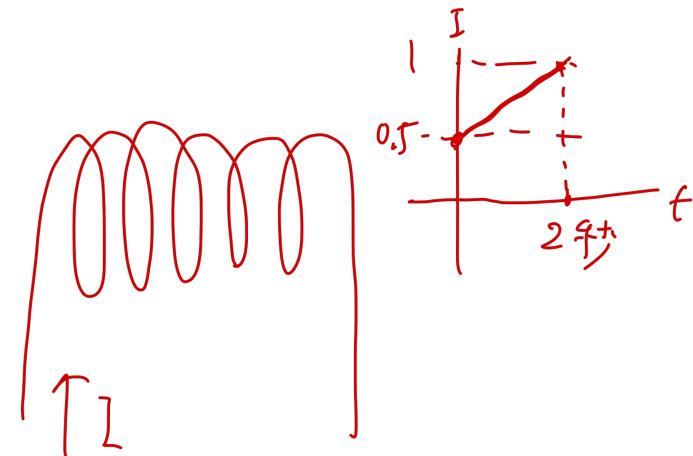
$$V = -L \frac{dI}{dt}$$

だから

$$L \times \frac{1 - 0.5}{2} = 2$$

よって

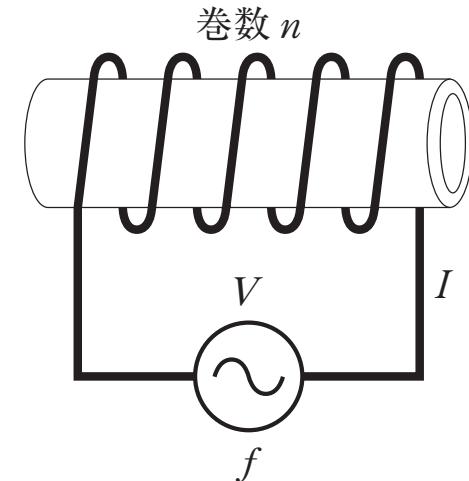
$$L = 8\text{H}$$



■ 問題

- 図のように、巻数nの中空コイルに周波数fの交流電圧Vを加え、電流Iを流したとき、正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

- 巻数nを増加させると、電流Iは減少する。
- コイル径を大きくすると、電流Iは増加する。
- コイルに鉄心を入れると、電流Iは増加する。
- 周波数fを高くすると、電流Iは増加する。
- 電圧Vを高くすると、電流Iは減少する。



■ 問題

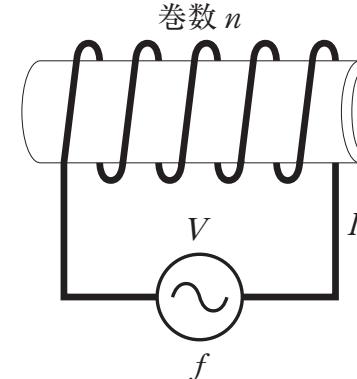
- 図のように、巻数nの中空コイルに周波数fの交流電圧Vを加え、電流Iを流したとき、正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

1. **巻数nを増加させると、電流Iは減少する。**

$L = \mu_0 n^2 l S$, $\dot{V} = j\omega L \dot{I}$ より $\dot{V} = j\omega \mu_0 n^2 l S \dot{I}$, $I = \frac{\dot{V}}{j\omega \mu_0 n^2 l S}$ なので巻数を増加させると電流は減少する。よって正しい。

2. コイル径を大きくすると、電流Iは増加する。

径を大きくするとSが大きくなるので、径を大きくすると電流は小さくなる。よって間違い。



■ 問題

- 図のように、巻数nの中空コイルに周波数fの交流電圧Vを加え、電流Iを流したとき、正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

3. コイルに鉄心を入れると、電流Iは増加する。

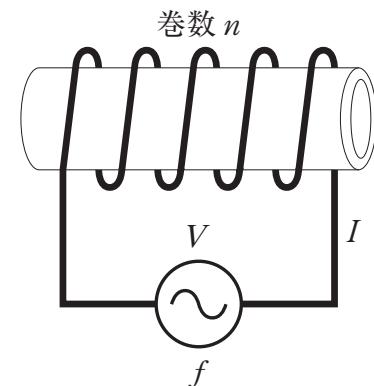
鉄心を入れると透磁率が増えるので電流は小さくなる。よって間違い。

4. 周波数fを高くすると、電流Iは増加する。

周波数が高くなると ω が大きくなるので、電流は小さくなる。よって間違い。

5. 電圧Vを高くすると、電流Iは減少する。

$\dot{V} = j\omega L \dot{I}$ より電圧を高くすると電流は増加する。よって間違い。



■ 問題

- 1巻きコイルに2Aの電流を流したとき、0.08Wbの磁束が生じた。このコイルを50回巻にしたときの自己インダクタンス[H]を求めよ。

■ 問題

- 1巻きコイルに2Aの電流を流したとき、0.08Wbの磁束が生じた。このコイルを50回巻にしたときの自己インダクタンス[H]を求めよ。

$$\Phi = \mu_0 n^2 l S I = 1 \times 2 \times \mu_0 l S = 0.08$$
$$\mu_0 l S = \frac{0.08}{2} = 0.04$$

よって

$$L = \mu_0 n^2 l S = 50^2 \times 0.04 = 100\text{H}$$

コイルのエネルギー

■ コイルのエネルギー

- ・インダクタンス L のコイルに電流 I を流したときに貯まるエネルギー W は次のように書ける。
- ・ $W = \frac{1}{2}LI^2$

おまけ

コイルの誘導起電力は

$$\phi(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$$

となる。微小時間 Δt の間に電荷 $I(t)\Delta t$ の電荷がコイルを通過するので、外から

$$\Delta W = \phi(t)I(t)\Delta t$$

の仕事をしなければならない。よって、時刻 0 から t_1 までになされる仕事は

$$W = \int_0^{t_1} \phi(t)I(t)dt = L \int_0^{t_1} \frac{dI(t)}{dt} \cdot I(t)dt = L \int_0^{t_1} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (I^2(t))dt = \frac{1}{2} L [I^2(t)]_0^{t_1} = \frac{1}{2} LI^2$$

■ 問題

- 20Hのインダクタに2Aの電流が流れているとき、インダクタに蓄えられるエネルギー[J]はいくらか。

■ 問題

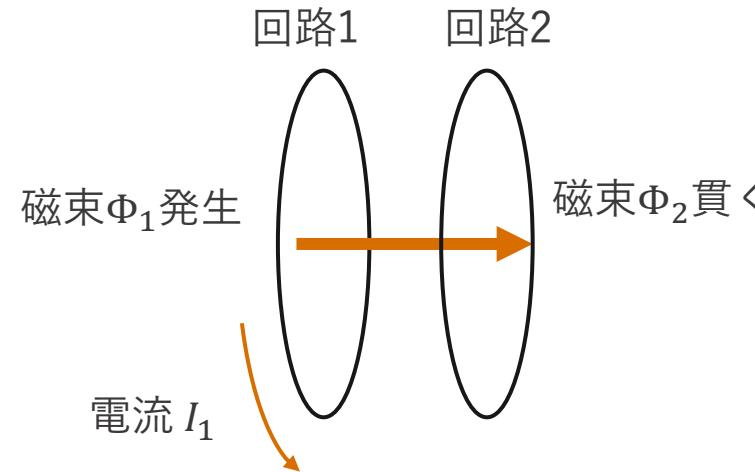
- 20Hのインダクタに2Aの電流が流れているとき、インダクタに蓄えられるエネルギー[J]はいくらか。

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 2^2 = 40[J]$$

相互インダクタンス

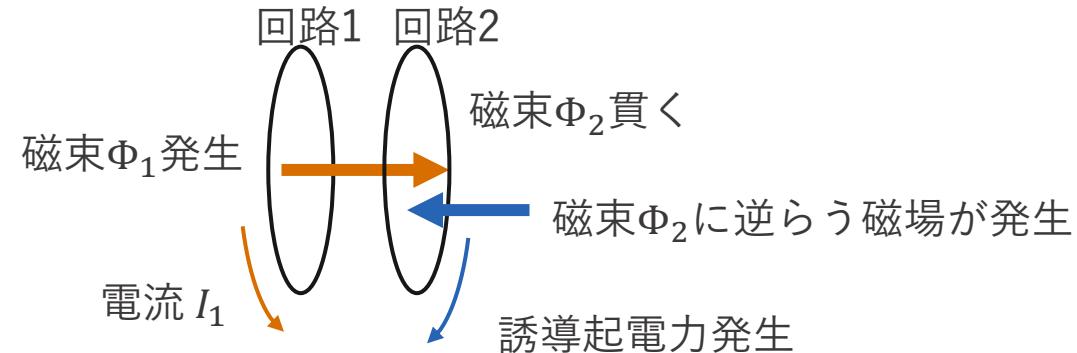
■ 相互インダクタンス

- 図のようにコイルを並べ、回路1に電流 I_1 を流すと磁束 Φ_1 ができる。その磁束は回路2の内部を貫く。
- 磁束 Φ_1 は電流 I_1 に比例するので、回路2内部の磁束 Φ_2 も電流 I_1 に比例するだろう。つまり磁束 Φ_2 は次のように書ける。
- $\Phi_2 = L_{21}I_1$ 磁束2=定数×電流1と書ける。



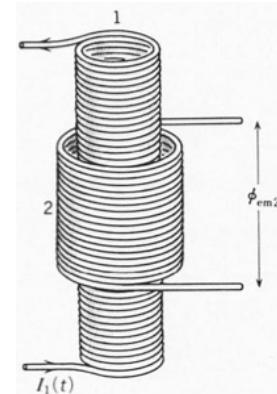
■ 相互インダクタンス

- 磁束 Φ_2 が時間変化すると回路2に誘導起電力 V_2 が生じる。 V_2 は次のように書ける.
- $V_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$
- 逆の場合も同様に
- $V_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$
- 実は、 $L_{12} = L_{21}$ であり、これを相互インダクタンスという.



■ 2つのコイルの相互インダクタンス

- それぞれ単位長さあたりの巻数 n_1, n_2 , 長さ l_1, l_2 , 断面積 S_1, S_2 の2つのコイル1, 2が図のように重ねてある。
- コイル1に電流 I_1 を流したとき, コイル内部に発生する磁場の磁束密度は
- $B = \mu_0 n_1 I_1$
- となる。コイル2を貫く磁束は, コイル一巻きあたり BS_1 でコイル2の巻数は $n_2 l_2$ だから
- $\Phi_2 = BS_1 n_2 l_2 = \mu_0 n_1 n_2 l_2 S_1 I_1$
- である。よって, 相互インダクタンス M は
- $M = \mu_0 n_1 n_2 l_2 S_1$



■ 変圧

- は自己インダクタンスを L の回路1に流れる電流を $I_1(t)$ とする。回路に電流を流すには、電流の時間変化によって生じる誘導起電力に見合う電圧 $\phi_1(t)$ をかけなければならない。よって

- $$\phi_1(t) = L \frac{dI_1(t)}{dt}$$

- となる。一方、回路2に生じる起電力は相互インダクタンス M とすると

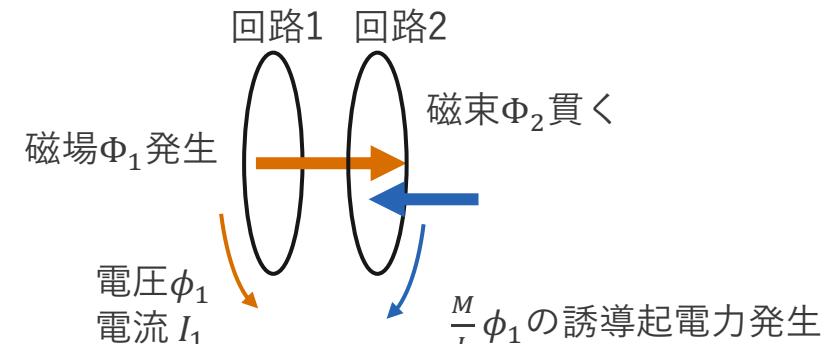
- $$\phi_2(t) = -M \frac{dI_1(t)}{dt}$$

- 式を整理すると

- $$\phi_2(t) = -\frac{M}{L} \phi_1(t)$$

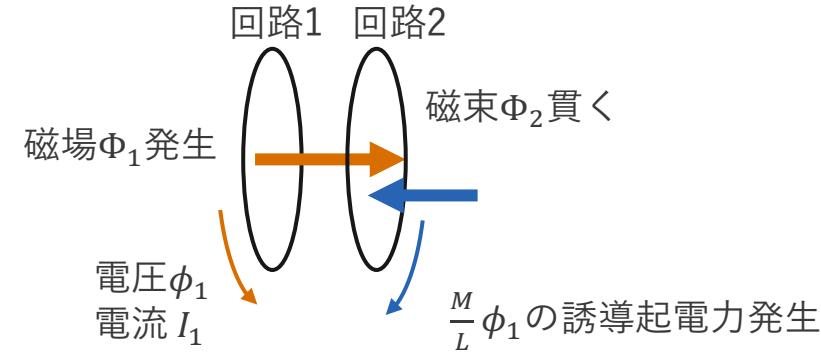
- となる。

- つまり、回路1にかけた電圧の $\frac{M}{L}$ 倍の電圧が回路2に生じる。



■ 変圧

- また、回路に同じ長さ同じ面積のコイルを2つ使った場合、自己インダクタンスと相互インダクタンスは
- $L = \mu_0 n_1^2 l S, M = \mu_0 n_1 n_2 l S$
- と書けるから回路2のコイルの電圧は
- $\phi_2(t) = -\frac{n_2}{n_1} \phi_1(t)$
- となる。
- コイルの巻数で電圧の大きさを変えることができる。誘導起電力を用い電圧を変えることを変圧という。
- 変圧を実現する回路素子を変圧器という。
- 実際に変圧器は2つのコイルから構成される。



■ 問題

- 2つのコイル間の相互インダクタンスが 0.5H のとき、一方のコイルの電流が 1ms の間に 10mA から 12mA に変化すると、他方のコイルに生じる誘導起電力の大きさ [mV] はどれか。(臨床工学技士国家試験29回)
 1. 50
 2. 100
 3. 250
 4. 500
 5. 1000

■ 問題

- 2つのコイル間の相互インダクタンスが 0.5H のとき、一方のコイルの電流が 1ms の間に 10mA から 12mA に変化すると、他方のコイルに生じる誘導起電力の大きさ [mV] はどれか。(臨床工学技士国家試験29回)

1. 50

2. 100

$$\phi_2(t) = -M \frac{dI_1(t)}{dt} \text{だから}$$

3. 250

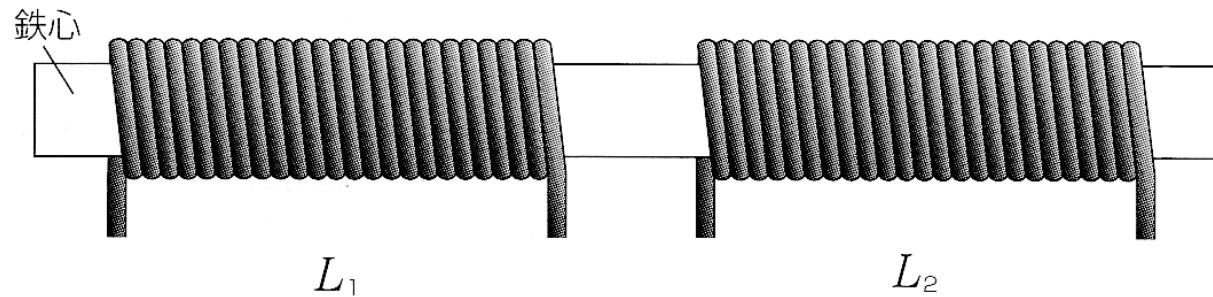
$$\phi_2(t) = -0.5 \times \frac{(12 - 10) \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} = -1V$$

4. 500

5. 1000

■ 問題

- 図のように同一の鉄心に巻かれた相互インダクタンス0.3[H]のインダクタ L_1, L_2 がある。 L_1 を流れる電流が0.2秒間に200[mA]変化したとき、 L_2 に生じる誘導起電力を[V]求めよ。



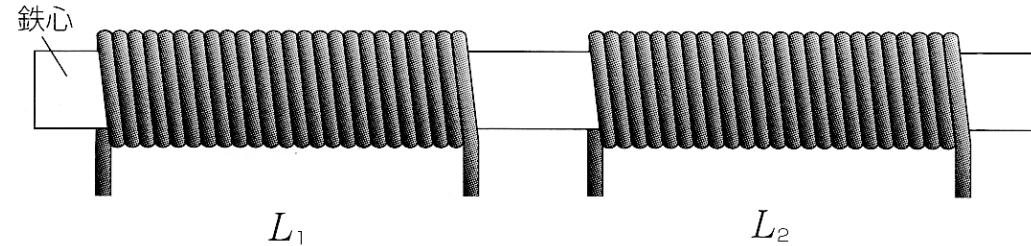
■ 問題

- 図のように同一の鉄心に巻かれた相互インダクタンス0.3[H]のインダクタ L_1, L_2 がある。 L_1 を流れる電流が0.2秒間に200[mA]変化したとき、 L_2 に生じる誘導起電力を[V]求めよ。

起電力は

$$\begin{aligned}\phi_2(t) &= -M \frac{dI_1(t)}{dt} \\ &= -0.3 \times \frac{200 \times 10^{-3}}{0.2} = -0.3\end{aligned}$$

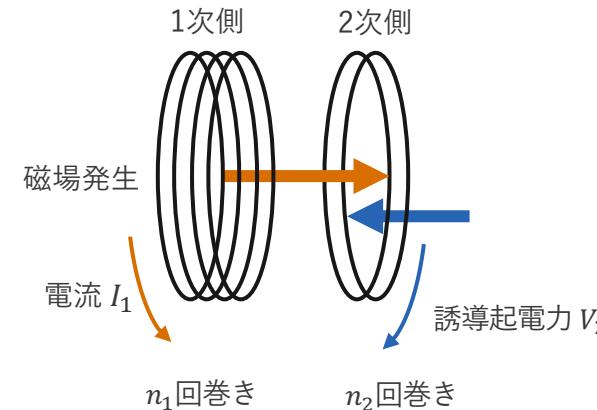
よって誘導起電力は0.3V



变压器

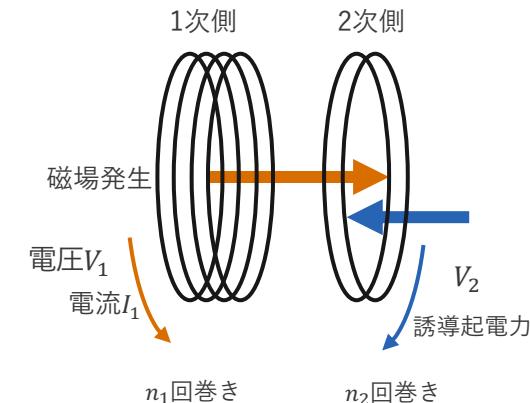
■ 変圧器

- 図のように2つのコイルを並べたり重ねたりする。
- 片方のコイルに電流 I_1 を流すと、もう一つのコイルにも磁場が発生するため誘導起電力 V_2 が生じる。
- 電流を流したコイルを1次側、もう一つのコイルを2次側という。

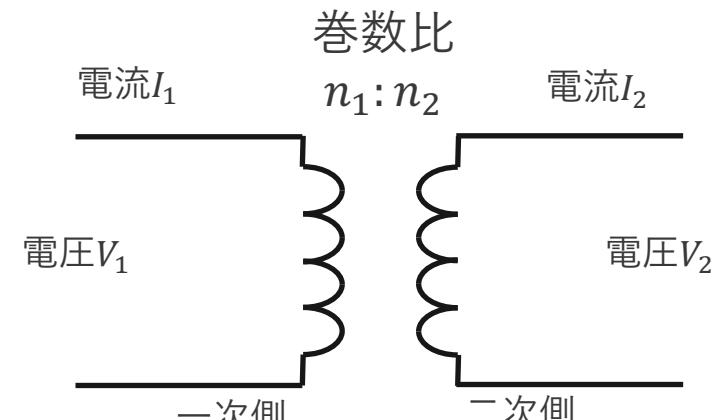
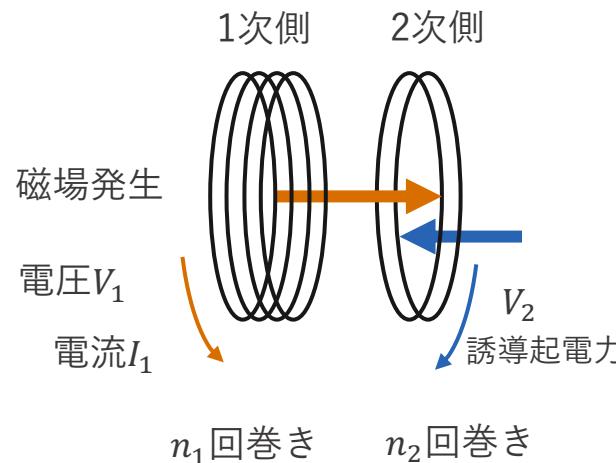


■ 変圧器

- 1次側のコイルの巻数を n_1 , 2次側のコイルの巻数を n_2 とする.
- 1次側のコイルに電圧 V_1 をかけた場合, 2次側のコイルで発生する電圧 V_2 は
- $V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$
- となる.
- また, 1次側および2次側の電力を P_1 , P_2 とすると
- $P_1 = V_1 I_1 = P_2 = V_2 I_2$
- となり, それぞれの電力は等しい (理想的には) .



■ 変圧器の回路記号



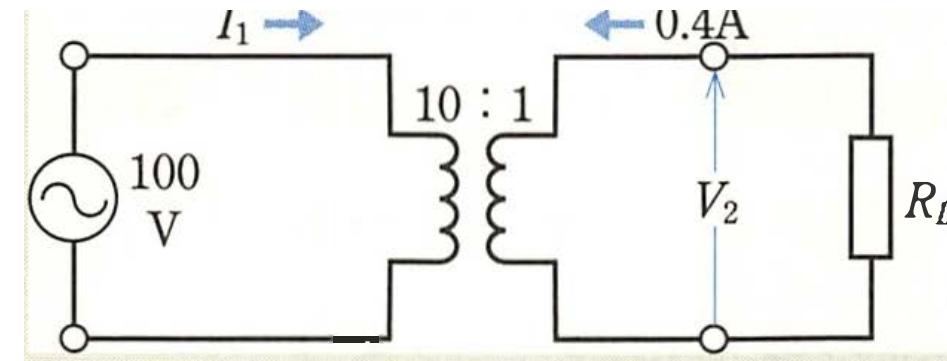
$$\text{電圧の関係} : V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

$$\text{電力の関係} : P_1 = P_2 = I_1 V_1 = I_2 V_2$$

■ 例題

・図の回路において次の値を求めよ。

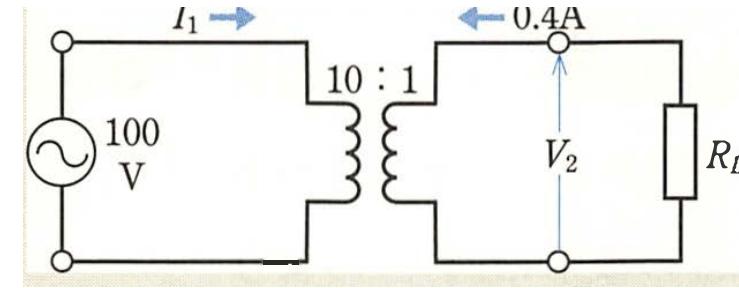
1. 電圧 V_2
2. 電流 I_1
3. 抵抗 R_L



■ 例題

・図の回路において次の値を求めよ。

1. 電圧 V_2
2. 電流 I_1
3. 抵抗 R_L



$$1. V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1 = \frac{1}{10} \times 100 = 10$$

$$2. P = 0.4 \times 10 = 100I_1$$

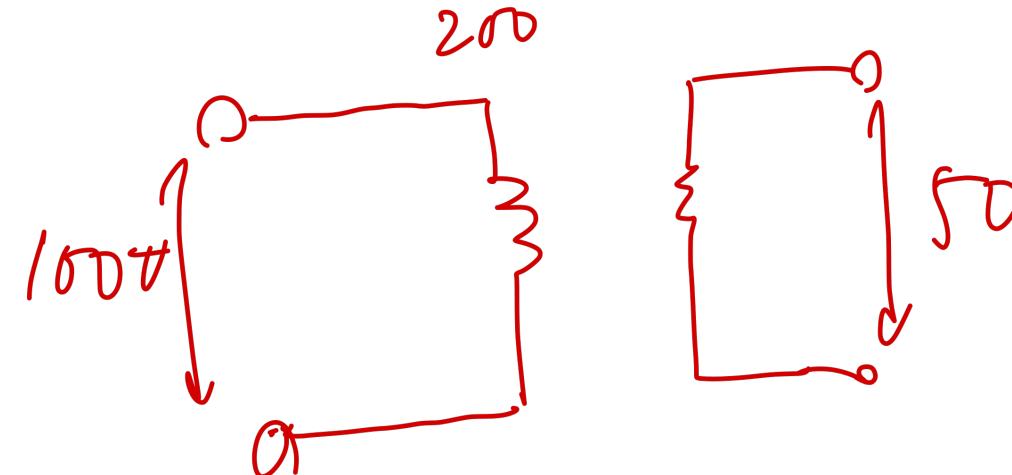
$$I_1 = 0.04 \text{ A}$$

$$3. R_L = \frac{V_2}{I_2} = \frac{10}{0.4} = 25 \Omega$$

■ 問題

- 変圧器の 200 回巻きの 1 次側コイルに 100V の正弦波交流電圧を加えた。この変圧器の 2 次側コイルから 50V の電圧を取り出したい場合、2 次側コイルの巻数 [回] はどれか。ただし、変圧器は理想変圧器とする（臨床工学技士国家試験28回）。

1. 50
2. 100
3. 200
4. 500
5. 800



問題

- 変圧器の 200 回巻きの 1 次側コイルに 100V の正弦波交流電圧を加えた。この変圧器の 2 次側コイルから 50V の電圧を取り出したい場合、2 次側コイルの巻数 [回] はどれか。ただし、変圧器は理想変圧器とする（臨床工学技士国家試験28回）。

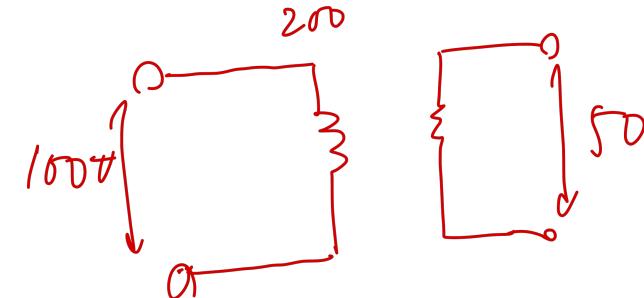
- 50
- 100**
- 200
- 500
- 800

巻数を N とすると、

$$50 = \frac{N}{200} \times 100$$

$$\frac{N}{200} = \frac{50}{100}$$

よって $N = 100$.



■ 問題

- 変圧器の一次側に 1 A の正弦波電流を流すと、二次側抵抗 10Ω の両端に 5 V の電圧が生じた。一次側コイルの巻数が 100 回であるとき、二次側コイルの巻数はどれか。ただし、変圧器は理想変圧器とする。(臨床工学技士国家試験30回)
 1. 20
 2. 100
 3. 200
 4. 1000
 5. 2000

問題

- 変圧器の一次側に 1 A の正弦波電流を流すと、二次側抵抗 10Ω の両端に 5 V の電圧が生じた。一次側コイルの巻数が 100 回であるとき、二次側コイルの巻数はどれか。ただし、変圧器は理想変圧器とする。(臨床工学技士国家試験30回)

- 20
- 100
- 200**
- 1000
- 2000

オームの法則より

$$I_2 = \frac{5}{10} = 0.5\text{A}$$

1次側と2次側で消費される電力は等しいので、

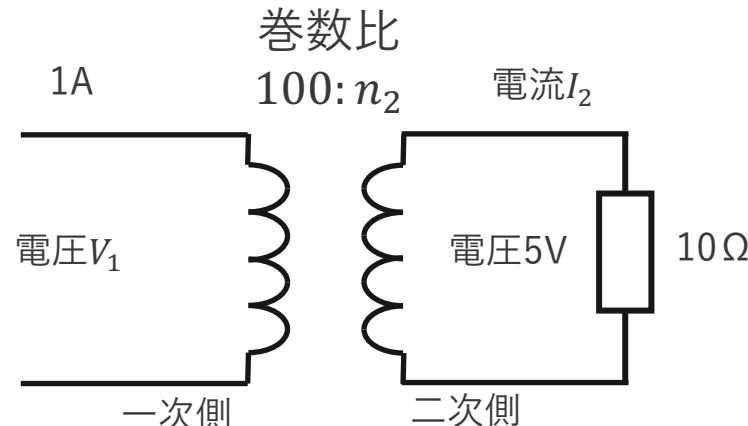
$$V_1 \times 1 = 5 \times 0.5$$

よって $V_1 = 2.5\text{V}$ である。

巻数比と電圧の関係から

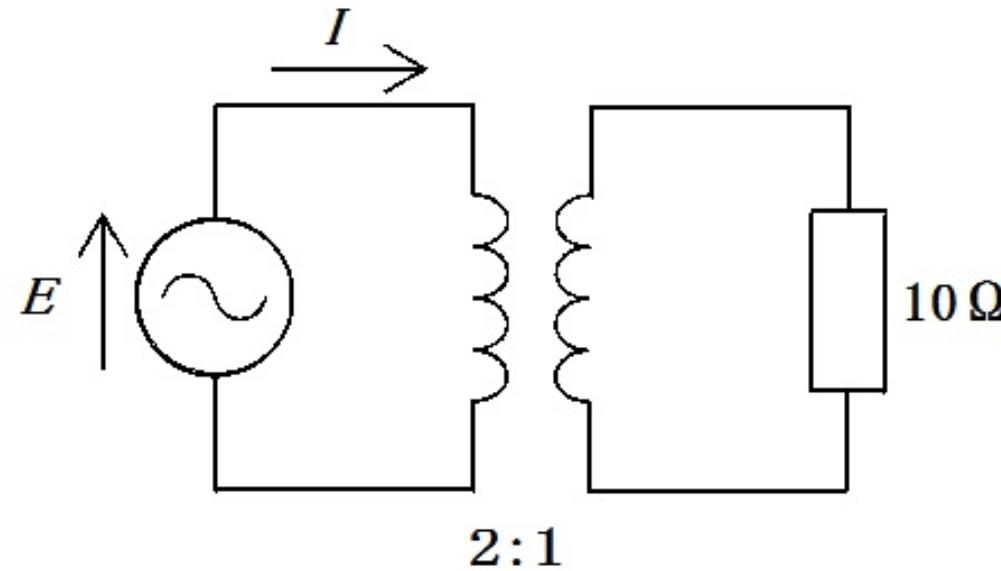
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{2.5}$$

よって、 $n_2 = 200$ である。



■ 問題

- 図の変圧器の一次側電流 I が2Aのとき、電圧 $E[V]$ を求めよ。ただし、変圧器の巻数比は2:1とする(臨床工学技士国家試験31回)。



問題

- 図の変圧器の一次側電流 I が2Aのとき、電圧 $E[V]$ を求めよ。ただし、変圧器の巻数比は2:1とする(臨床工学技士国家試験31回)。

1次側と2次側の電力は等しいので

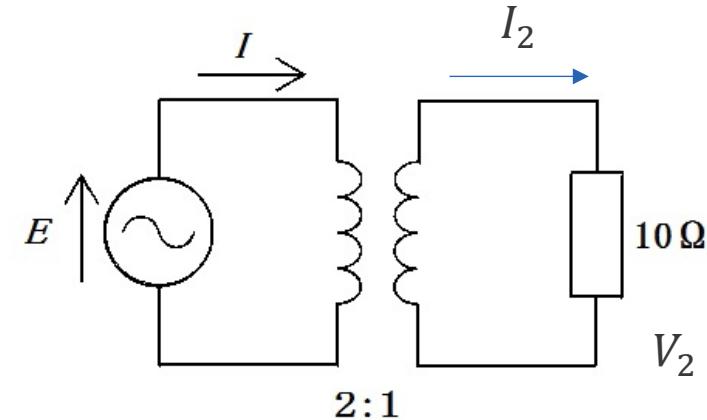
$$IE = I_2 V_2 = \frac{V_2^2}{R}$$

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} E \text{だから}$$

$$IE = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 E^2}{R}$$

$$I = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 E}{R}$$

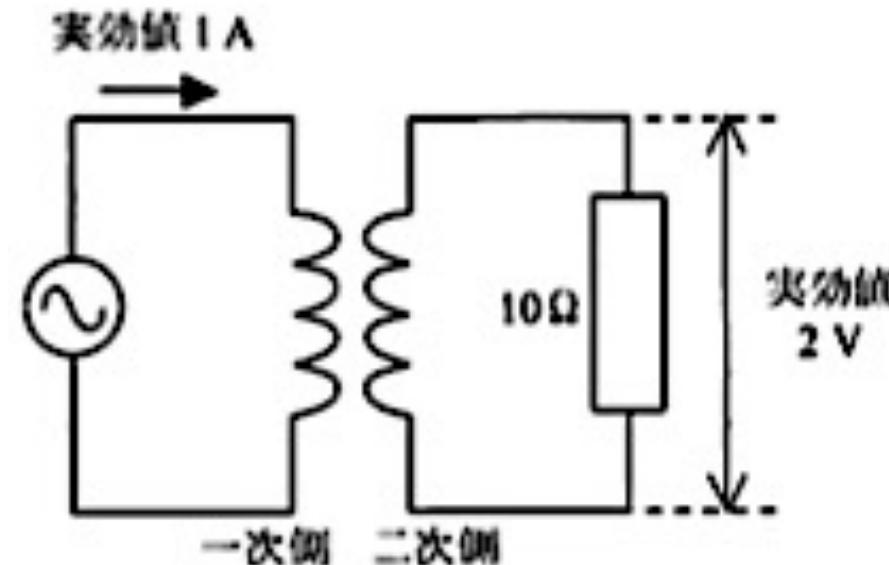
$$E = \frac{IR}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \frac{2 \times 10}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 80V$$



■ 問題解説

- 図の変圧器で一次側のコイルの巻数が100回であるとき二次側のコイルの巻数[回]はどれか。ただし、変圧器での電力損失は無視できるものとする。(第41回ME2種)

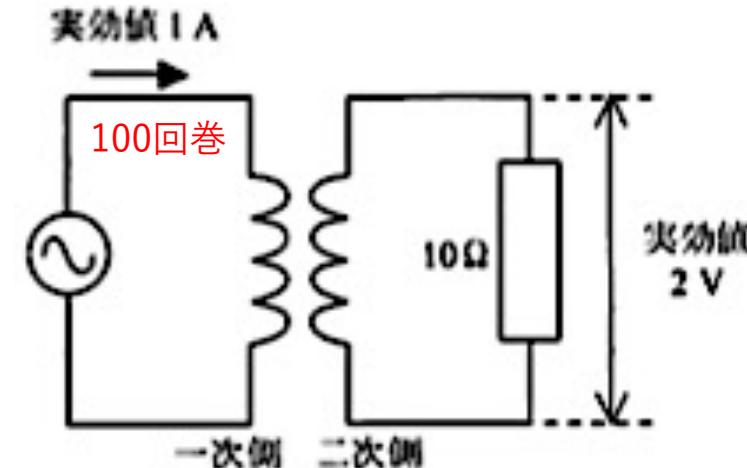
1. 20
2. 50
3. 100
4. 200
5. 500



問題解説

- 図の変圧器で一次側のコイルの巻数が100回であるとき二次側のコイルの巻数[回]はどれか。ただし、変圧器での電力損失は無視できるものとする。(第41回ME2種)

- 20 2次側の回路に流れる電流は
- 50 $I = \frac{2}{10} = 0.2A$
- 100 2次側の電力 P_2 は
- 200 $P_2 = 2 \times 0.2 = 0.4W$
- 500 1次側と2次側の電力は等しいので
 $P_1 = V_1 I_1 = P_2 = 0.4 W$
 $V = \frac{P_2}{I_1} = \frac{0.4}{1} = 0.4V$
つまり巻数は



$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

$$n_2 = \frac{n_1 V_2}{V_1} = 100 \times \frac{2}{0.4} = 500$$

$$P_2 = V_2 I_2$$

■ 問題

- 1次巻線数 n_1 , 2次巻線数 n_2 の理想変圧器について正しいのはどれか.
(27回)
 - a. 交流電圧の変換に用いられる.
 - b. コイルの発生する誘導起電力を利用している.
 - c. 1次と2次のインピーダンス比は巻数の2乗に反比例する.
 - d. 1次電圧を v_1 , 2次電圧を v_2 としたとき $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ が成立する.
 - e. 1次電流を i_1 , 2次電流を i_2 としたとき $\frac{i_2}{i_1} = \frac{n_1}{n_2}$ が成立する.

問題

- 1次巻線数 n_1 , 2次巻線数 n_2 の理想変圧器について正しいのはどれか。 (27回)
 - a. 交流電圧の変換に用いられる。
 - b. コイルの発生する誘導起電力を利用している。
 - c. 1次と2次のインピーダンス比は巻数の2乗に反比例する。
 - d. 1次電圧を v_1 , 2次電圧を v_2 としたとき $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ が成立する。
 - e. 1次電流を i_1 , 2次電流を i_2 としたとき $\frac{i_2}{i_1} = \frac{n_1}{n_2}$ が成立する。
 - a. 正しい。
 - b. 正しい。
 - c. $Z_1 = \frac{v_1}{i_1}$, $Z_2 = \frac{v_2}{i_2}$, $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{v_1}{i_1}}{\frac{v_2}{i_2}} = \frac{v_1 i_2}{v_2 i_1} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$, よって巻数の比の2乗である。そもそも文章がおかしいが…
 - d. $v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1$, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1}$ だから間違い。
 - e. $i_1 v_1 = i_2 v_2$

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

よって正しい。