電気工学2 第2回
キルヒホッフの法則，電力

公立小松大学

藤田 一寿

キルヒホッフの法則，テブナンの法則，電力

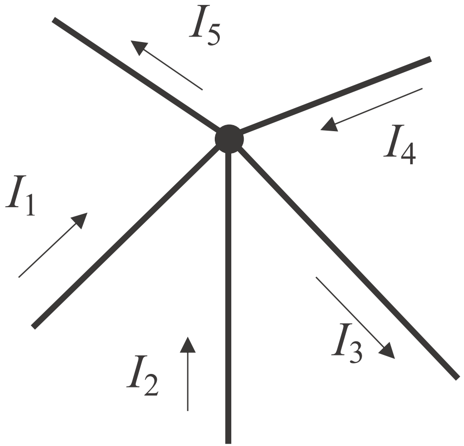
キルヒホッフの法則

キルヒホッフの法則

重要!!

- キルヒホッフ第1法則（電流保存則）
  - 分岐点に流れ込む電流の和は，流れ出す電流の総和に等しい．
    - 水の流れと同じように考える（ただし，蒸発は無視）．
    - 消えることはない（流れ込む電流>流れ出す電流，とはならない）．
    - 湧き出すこともない（流れ込む電流<流れ出す電流，とはならない）．

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$$



- 分岐点における電流の総和は0である．

$$I_1 + I_2 + (-I_3) + I_4 + (-I_5) = 0$$

電流の流れを表すため矢印をつけているが，矢印と逆向きに電流は流れても良い．その時は電流は負となる．

キルヒホッフの法則

- キルヒホッフ第2法則
  - 回路網中の任意の閉回路を一定の向きにたどるとき，回路の各部の起電力の総和と電圧降下の総和は等しい.

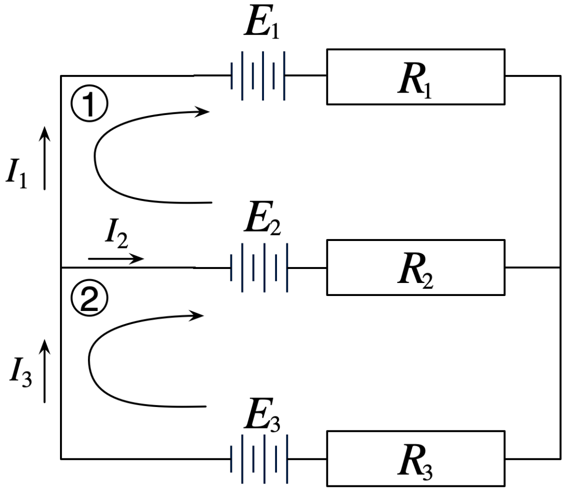
閉回路1

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

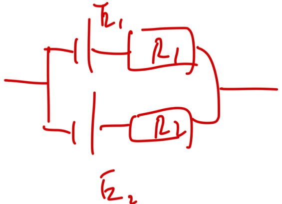
閉回路2

$$E_2 - E_3 = R_2 I_2 + R_3 I_3$$

起電力　　　　電圧降下

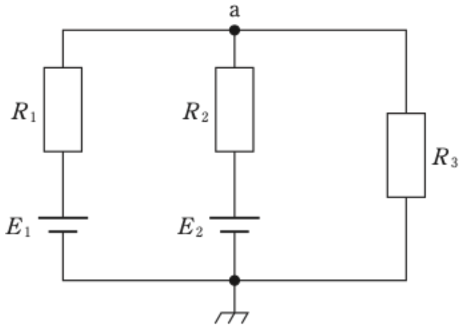


閉回路1の式を変形すると$E_1 - R_1 I_1 = E_2 - R_2 I_2$となる.
つまり，キルヒホッフ第2法則は並列回路において並列になっている回路(E_1とR_1の回路と E_2とR_2の回路)の両端電圧は等しこと言っている.



問題

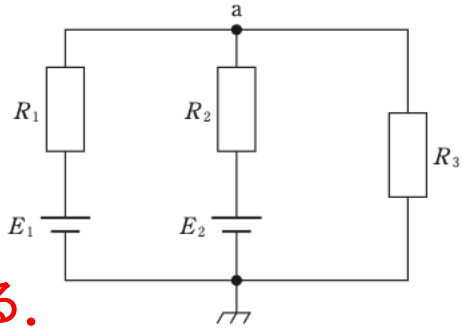
- 図の回路でキルヒホッフの法則を用いた解法について誤っているのはどれか．（臨床工学技士国家試験34）



1. 図の回路には3つの閉回路がある．
2. a点の電位は起電力E2とR2の両端の電圧降下の差となる．
3. a点に流れ込む電流とa点から流れ出す電流の和は等しい．
4. 一つの閉回路に含まれる電圧降下の大きさと起電力の大きさは等しい．
5. 一つの閉回路内で設定する電流の向きによって起電力の正負は変わる．

問題

- 図の回路でキルヒホッフの法則を用いた解法について誤っているのはどれか．（臨床工学技士国家試験34）



1.　図の回路には3つの閉回路がある．
2.　**a点の電位は起電力E_2とR_2の両端の電圧降下の差となる．**
   差ではなく和となる．
3.　a点に流れ込む電流とa点から流れ出す電流の和は等しい．
   電流保存則
4.　一つの閉回路に含まれる電圧降下の大きさと起電力の大きさは等しい．
   キルヒホッフ第2法則
5.　一つの閉回路内で設定する電流の向きによって起電力の正負は変わる．

問題

図の回路で成立するのはどれか．（臨床工学技士国家試験33）

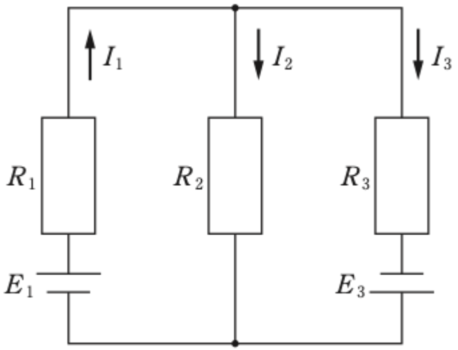
a) $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

b) $I_1 + I_2 + I_3 = E_1/R_1$

c) $I_1R_1 + I_3R_3 = E_1 - E_3$

d) $I_1R_1 + I_2R_2 = E_1$

e) $-I_2R_2 + I_3R_3 = E_3$



問題

図の回路で成立するのはどれか．（臨床工学技士国家試験33）

a)　$I_1 - I_2 - I_3 = 0$

流れ込む電流と流れ出す電流の和は0なので成り立つ．

b)　$I_1 + I_2 + I_3 = E_1/R_1$

成り立たない．

c)　$I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 - E_3$

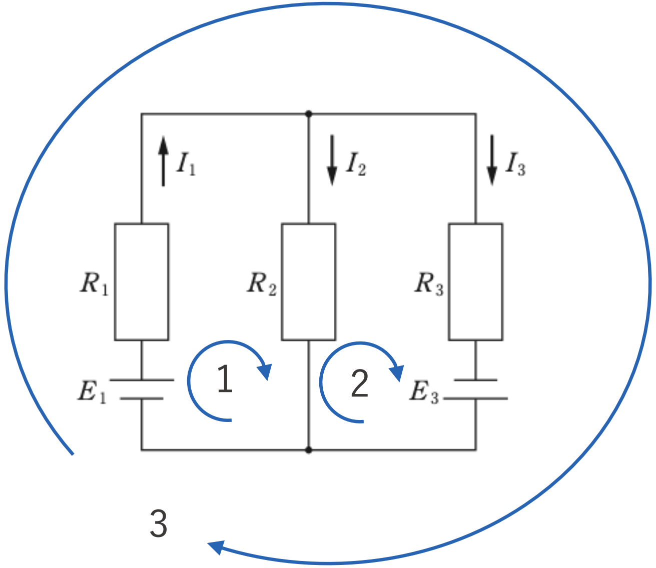
閉回路3を考えると，右辺のE_3の符号が間違っている．

d)　$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1$

閉回路1を考えると，成り立つ．

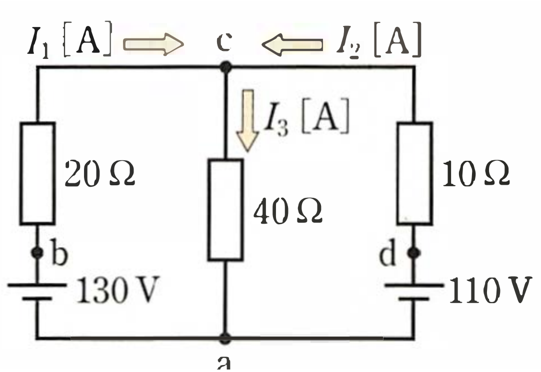
e)　$-I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_3$

閉回路2を考えると，成り立つ．



問題

- 図に示す回路を流れる電流の向きを図のように決め，電流I1，I2，I3を求めよ．



問題

- 図に示す回路を流れる電流の向きを図のように決め，電流I1，I2，I3を求めよ．

$I_1 + I_2 = I_3 \cdots 1$
$20I_1 + 40I_3 = 130 \cdots 2$
$10I_2 + 40I_3 = 110 \cdots 3$
3より

$$I_2 = 11 - 4I_3$$

これを1に代入すると

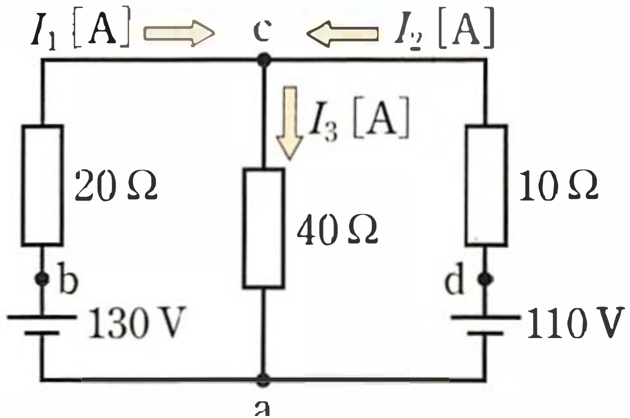
$$I_1 + 11 - 4I_3 = I_3$$
$$I_1 - 5I_3 = -11$$
$$20I_1 - 100I_3 = -220$$

これと2より

$$140I_3 = 350$$
$$I_3 = 2.5\text{A}$$

よって

$$I_1 = -11 + 12.5 = 1.5\text{A}$$
$$I_2 = 2.5 - 1.5 = 1\text{A}$$

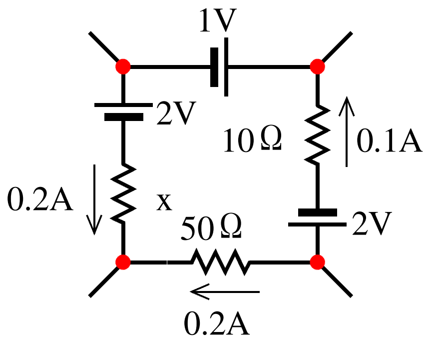


問題解説

第25回 (2003)

【AM21】電圧源と抵抗からなる回路の各部の電流値および方向を調べたら図のようになった。未知抵抗 x はいくらか。

(1)　5 Ω
(2)　10 Ω
(3)　20 Ω
(4)　40 Ω
(5)　80 Ω

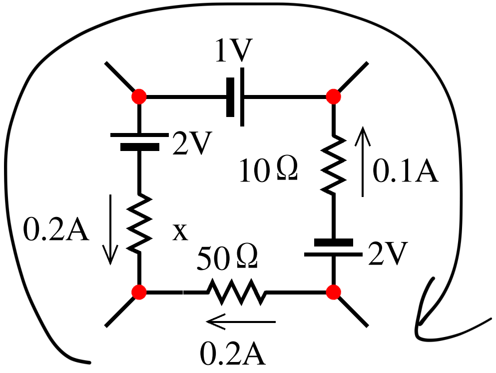


問題解説

第25回 (2003)

【AM21】電圧源と抵抗からなる回路の各部の電流値および方向を調べたら図のようになった。未知抵抗 x はいくらか。

(1)　5 Ω
(2)　10 Ω
(3)　20 Ω
(4)　40 Ω
(5)　80 Ω



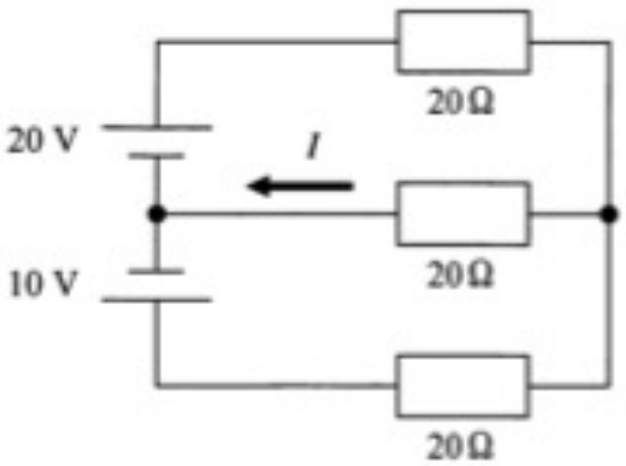
矢印の向きに電流が流れていると想定すると，キルヒホッフの第2法則から次の式が成り立つ．よって

$$-0.2x - 0.1 \times 10 + 0.2 \times 50 = 2 + 1 + 2$$
$$= 5$$
$$-0.2x = 5 + 1 - 10 = -4$$
$$x = 20$$

問題解説

- 図の回路の電流I[A]はどれか．キルヒホッフの法則を使って解け．（第42回ME2種改）

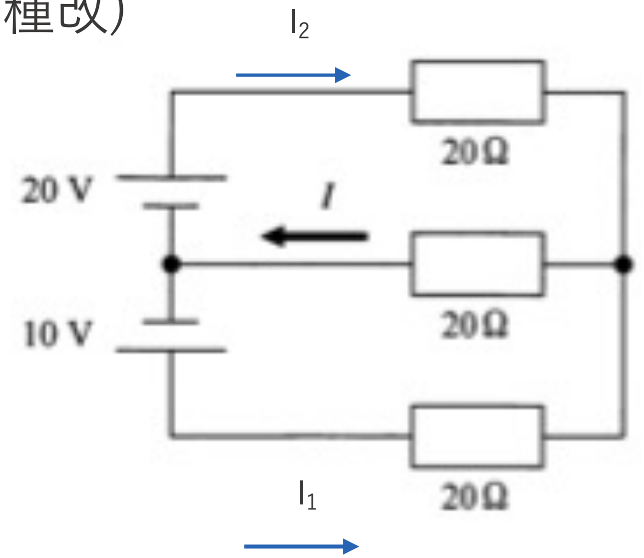
1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. 0.5



問題解説

- 図の回路の電流I[A]はどれか．キルヒホッフの法則を使って解け．（第42回ME2種改）

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. 0.5



キルヒホッフの法則より

$I = I_1 + I_2$　…1

$20I + 20I_2 = 20$　…2

$20I + 20I_1 = 10$　…3

式2，３より

$I_1 + I_2 = -2I + 1.5$

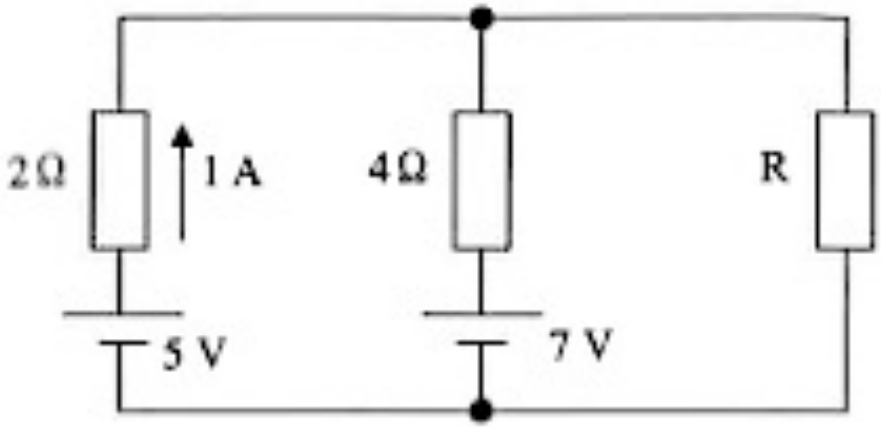
これを1に代入すると

3I=1.5

I=0.5

問題解説

- 図の回路において抵抗Rの大きさは何Ωか．キルヒホッフの法則で解け．（第40回ME2種）

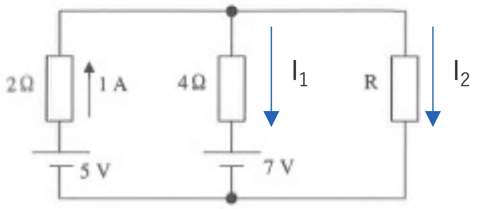


1. 0.5
2. 1.0
3. 1.5
4. 2.0
5. 2.5

問題解説

- 図の回路において抵抗Rの大きさは何Ωか．キルヒホッフの法則で解け．（第40回ME2種改）

1. 0.5
2. 1.0
3. 1.5
4. 2.0
5. 2.5



キルヒホッフの法則から

$I_1 + I_2 = 1 \quad \cdots 1$

$4I_1 + 2 = -7 + 5 = -2 \quad \cdots 2$

$RI_2 + 2 = 5 \quad \cdots 3$

2より$I_1 = -1\text{A}$

1より$I_2 = 1 + 1 = 2\text{A}$

よって3より

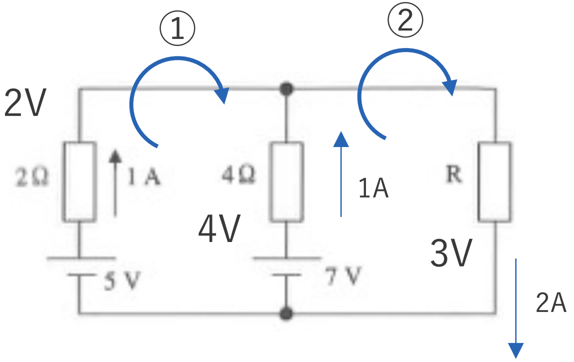
$2R + 2 = 5$

$R = 1.5\Omega$

問題解説

- 図の回路において抵抗Rの大きさは何Ωか．キルヒホッフの法則で解け．（第40回ME2種改）

1. 0.5
2. 1.0
3. 1.5
4. 2.0
5. 2.5



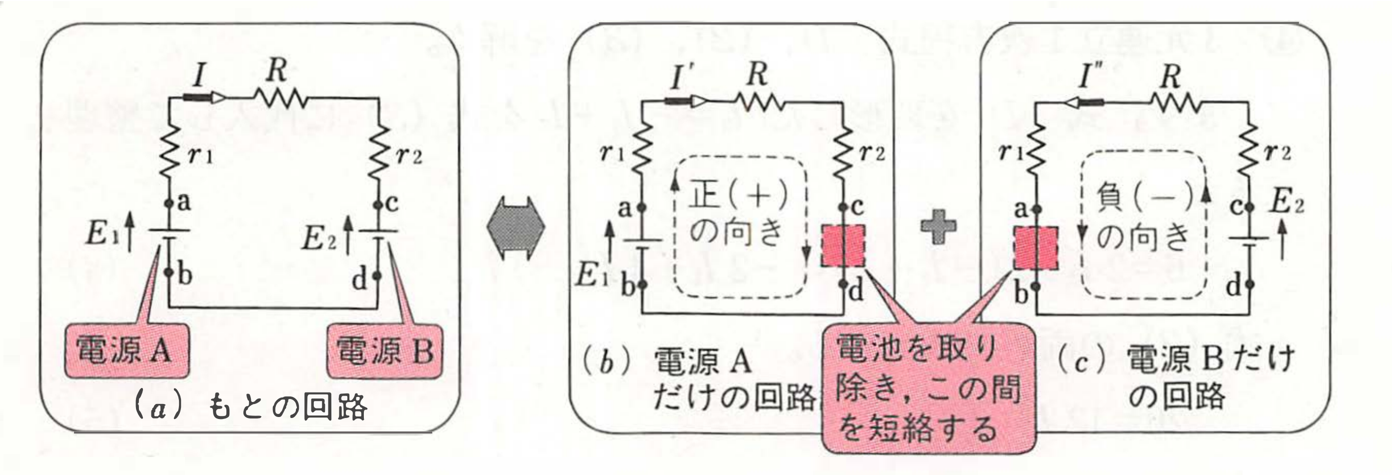
別解
2Ωの抵抗に1A流れているので，この抵抗には2Vかかっている．
閉回路①を考えと，キルヒホッフの第2法則より4Ωの抵抗には4Vかかっている．よって4Ωの抵抗には1A流れている．
電流保存則から，抵抗Rには2A流れている．
閉回路②を考えると，キルヒホッフの第2法則から抵抗Rには3Vかかっている．
よって，$R = \frac{3}{2} = 1.5$Ωとなる．

重ね合わせの原理

重ね合わせの理

- 回路網に２つ以上の起電力を含む場合，各枝路を流れる電流は，個々の起電力が単独にあり，他の起電力を短絡したときに，その枝路に流れる電流の代数和に等しい．

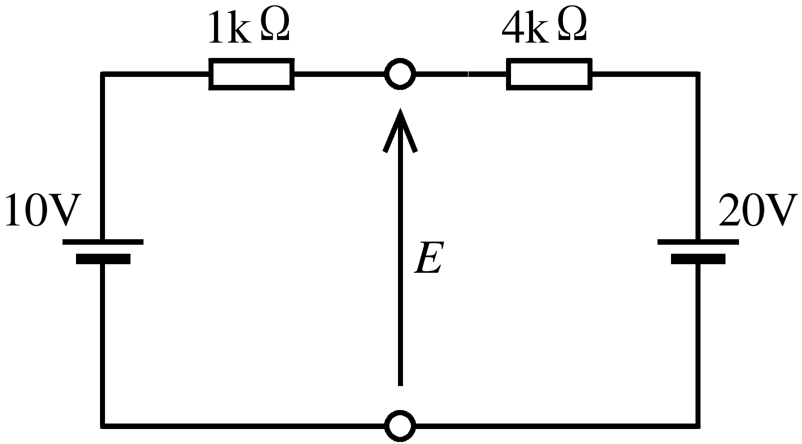
$$I = I' + (-I'')$$



問題解説

- 図の回路の電圧Eは何Vか．重ね合わせの原理を用いて解け．

1. 10
2. 12
3. 14
4. 18
5. 20



問題解説

- 図の回路の電圧Eは何Vか．重ね合わせの原理を用いて解け．

1. 10
2. 12
3. 14
4. 18
5. 20

下図のように各電源を短絡した回路を考える．
20Vを短絡させたとき，1kΩの抵抗にかかる電圧V_1は，

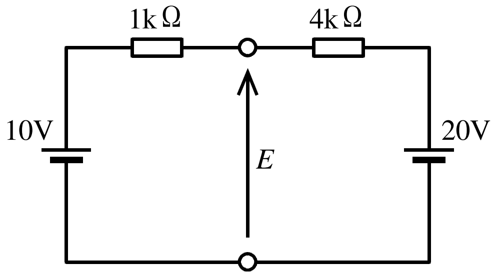
$$V_1 = 10\times\frac{1}{5} = 2$$

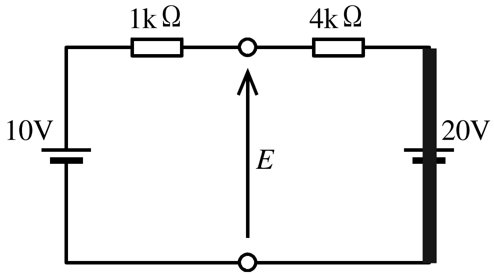
である．10Vの電源を短絡させたときに1kΩの抵抗にかかる電圧V_2は

$$V_2 = 20\times\frac{1}{5} = 4$$

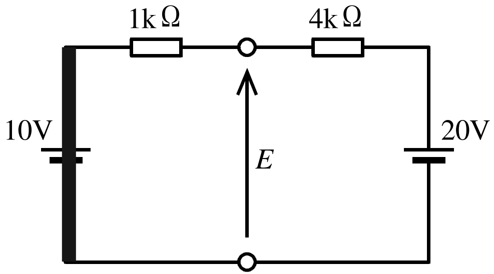
時計回りに回路を見ると，10Vの電源の場合，1kΩの抵抗では2V電圧が下がり，20Vの電源の場合，電圧4Vが上がっているとみなせる．
よってEは

$$E = 10 - 2 + 4 = 12$$





20Vを短絡



10V を短絡

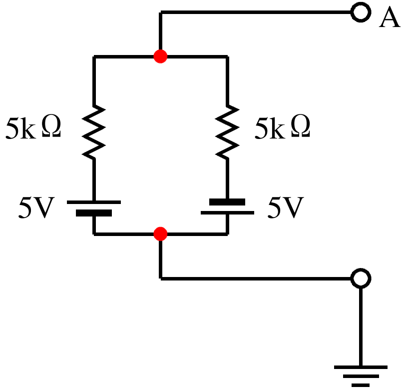
問題解説

第27回（2005）

【AM21】図の直流回路で、A 点の電位は何 V か。

（1）－5
（2）－2.5
（3）0
（4）2.5
（5）5

重ね合わせの原理で解け.

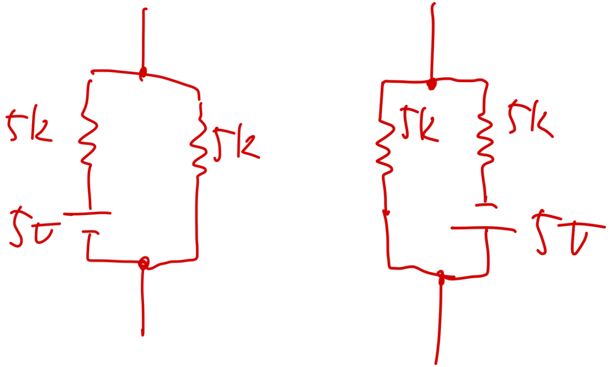


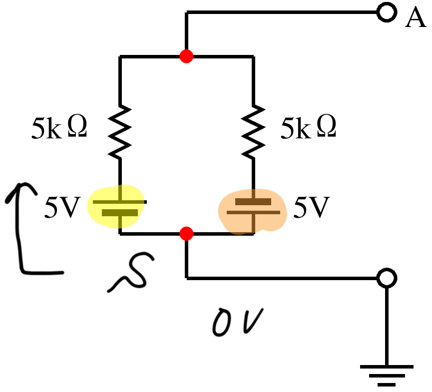
問題解説

第27回 (2005)

【AM21】図の直流回路で、A 点の電位は何 V か。

(1) －5
(2) －2.5
(3) 0
(4) 2.5
(5) 5





それぞれの電源が短絡した場合を考える．
右の5Vの電源が短絡したとすると，5kΩの抵抗で起こる電圧降下V_1は，

$$V_1 = \frac{5}{2} = 2.5$$

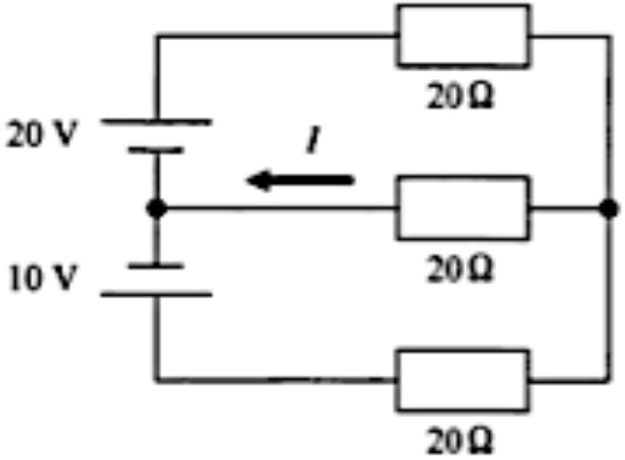
どちらの電源も5Vなので，左の電源が短絡したときの電圧降下V_2も2.5Vである．
両方の電源同じ向きなので，回路を時計回りに見ると，どちらの回路で起こった電圧降下は電圧を下げる効果となっている．
よって

$$V = 5 - 2.5 - 2.5 = 0$$

問題解説

- 図の回路の電流I[A]はどれか．重ね合わせの原理を使って解け．(第42回ME2種改)

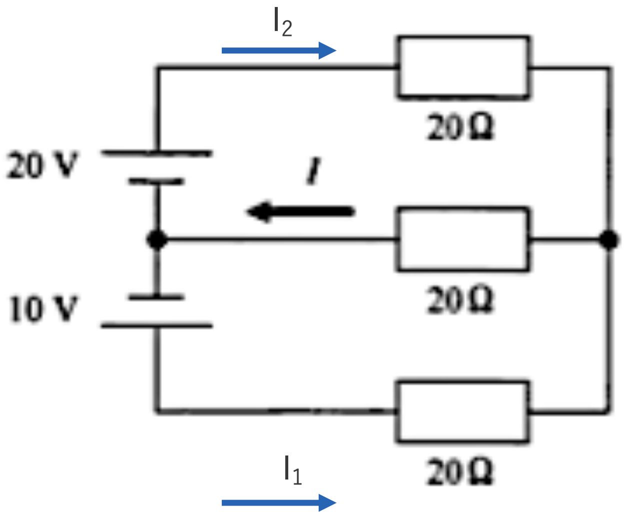
1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. 0.5



問題解説

- 図の回路の電流I[A]はどれか．（第42回ME2種）

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. **0.5**

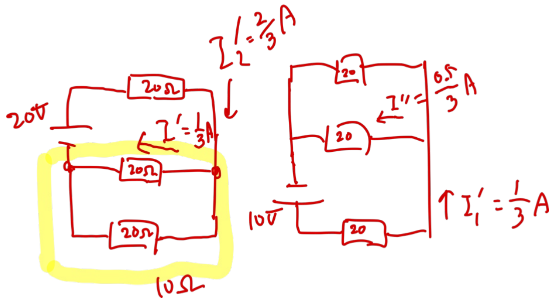


10Vの電源が短絡しているとすると，
回路の合成抵抗は

$$20 + (20 + 20)/2 = 30$$

なので，$I_2 = 20/30$ A
よって$I = 1/3$A
また，20Vの電源が短絡しているとすると
回路の合成抵抗は30なので，
$I_1 = 10/30$ A
よって$I = 0.5/3$ A

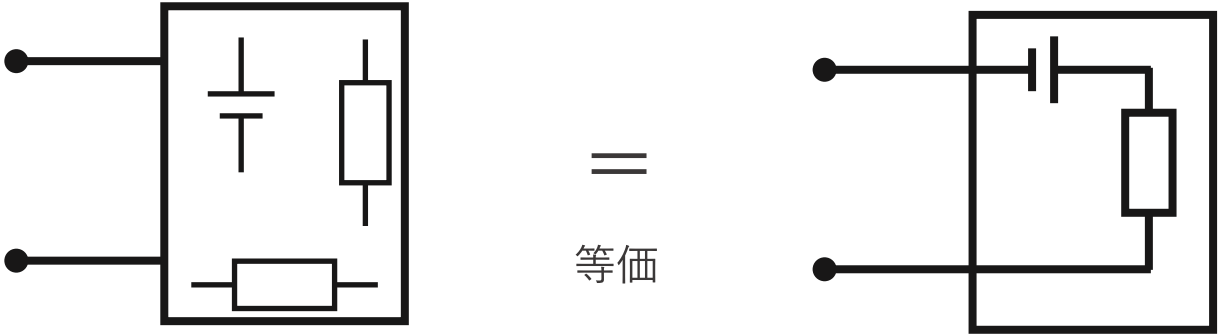
重ね合わせの原理より，I=1/3+0.5/3=0.5A



テブナンの定理

テブナンの定理

- 線形な素子（抵抗など電圧と電流の関係が比例する素子）から回路が出来ている場合，どのような回路でも電圧源と抵抗だけの簡単な等価回路にできる．
- 複雑な回路を単純な等価回路において考えるときに使う．

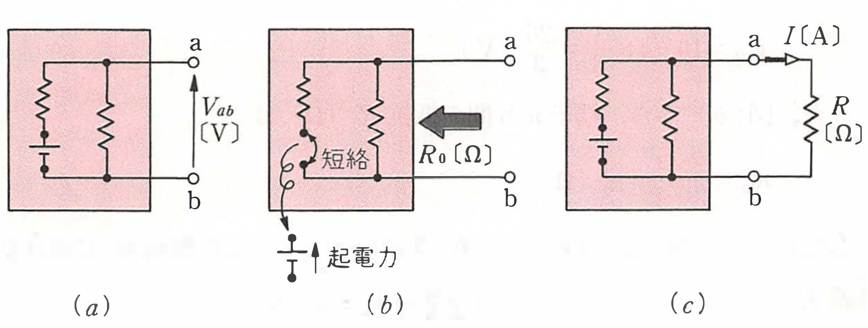


複雑な回路　　単純な回路

テブナンの定理

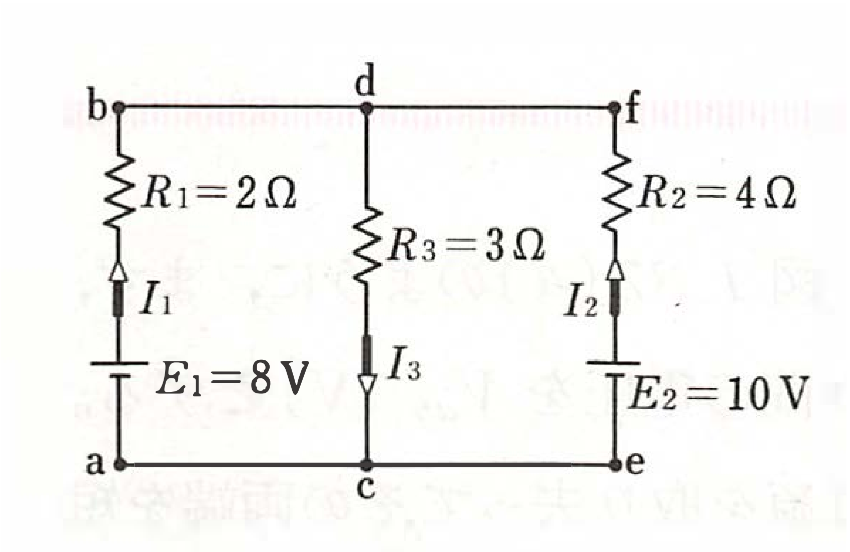
- 等価回路の求め方
- (a)のようにab間の電圧をVabとする
- (b)のように，電源を取り除き短絡させる．そして，ab間の抵抗をR0とする．
- (c)のようにab間に抵抗Rを接続すると，抵抗Rに流れる電流Iはとなる．

$$I = \frac{V_{ab}}{R_0 + R}$$



問題

- 電流I3をテブナンの定理を用い求めよ.



問題

- 電流I3をテブナンの定理を用い求めよ．

図aのような回路を考える．
回路に流れる電流をIとすると

$$2I + 4I = 8 - 10$$
$$6I = -2$$
$$I = -\frac{1}{3}$$

よって電圧Vdcは

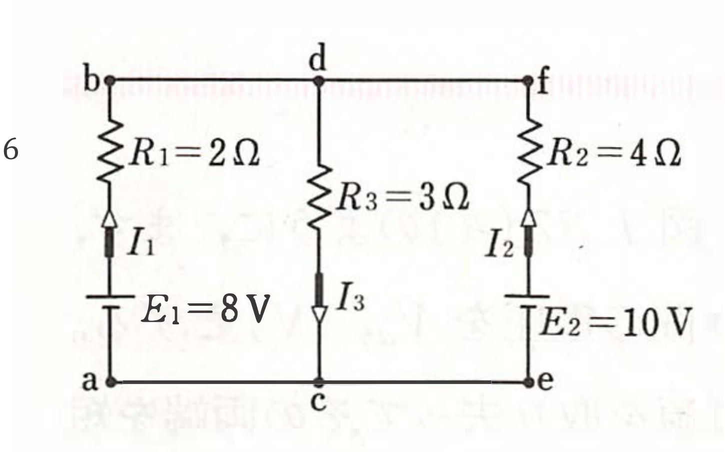
$$V_{dc} = 8 + \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$$

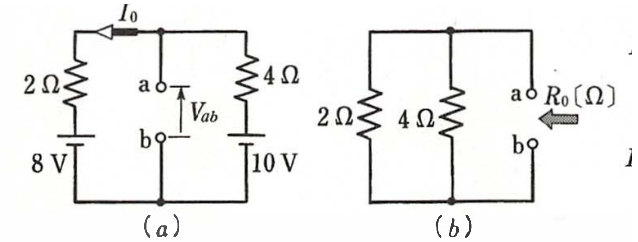
また，図bのような回路を考えると，その合成抵抗Rは

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$
$$R = \frac{4}{3}$$

つまり等価回路は図cとなる．電流I3は

$$\frac{4}{3}I_3 + 3I_3 = \frac{26}{3}$$
$$4I_3 + 9I_3 = 26$$
$$13I_3 = 26$$
$$I_3 = 2$$

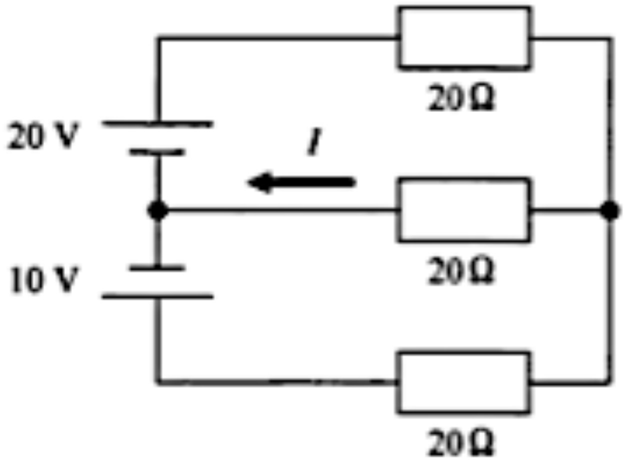




問題解説

- 図の回路の電流I[A]はどれか．テブナンの定理を使って解け．（第42回ME2種改）

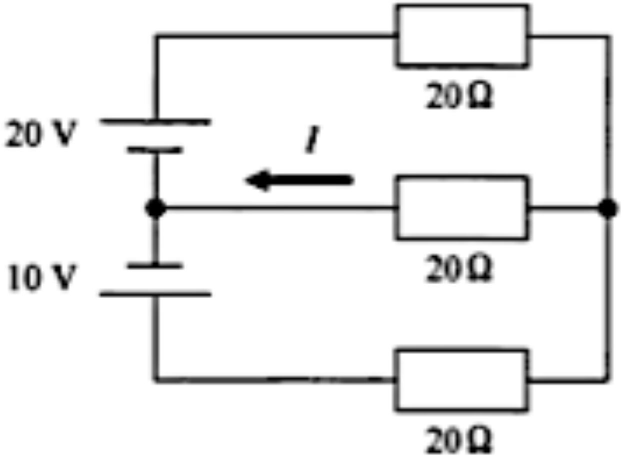
1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. 0.5

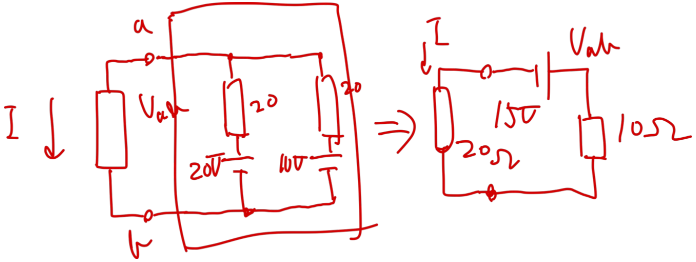


問題解説

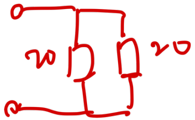
- 図の回路の電流I[A]はどれか．テブナンの定理を使って解け．(第42回ME2種改)

1. 0.1
2. 0.2
3. 0.3
4. 0.4
5. **0.5**

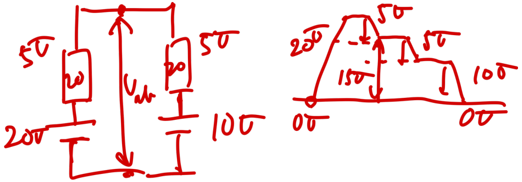




Iが流れる抵抗のみで構成される回路と，それ以外の回路とできていると考える．
それ以外の回路の合成抵抗は，電圧源を短絡すると20Ωの並列回路となるので，10オームである．



また，両端電圧は15Vとなる．

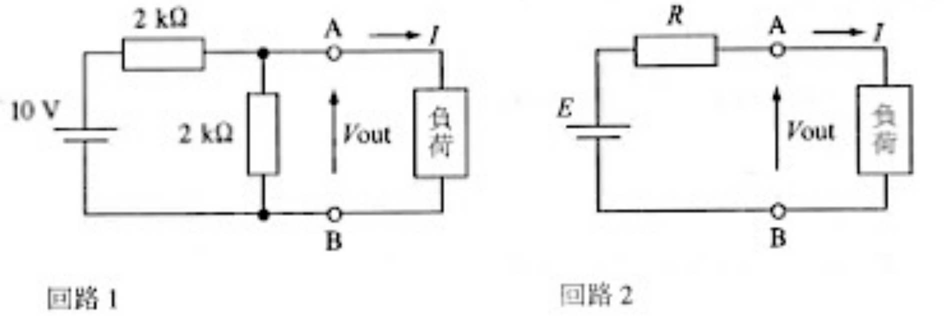


よって，等価回路は15Vの電圧源と10Ωの抵抗からなる回路だと分かる．
そうすると，合成抵抗は10+20=30Ω，電源電圧は15Vなので，I=0.5A

問題解説

- 回路1と回路2に同じ負荷をつないだ時，負荷にかかる電圧Voutと流れる電流Iが一致した．回路2の電源電圧Eと抵抗Rの値の組み合わせで正しいのはどれか．（第37回ME2種）

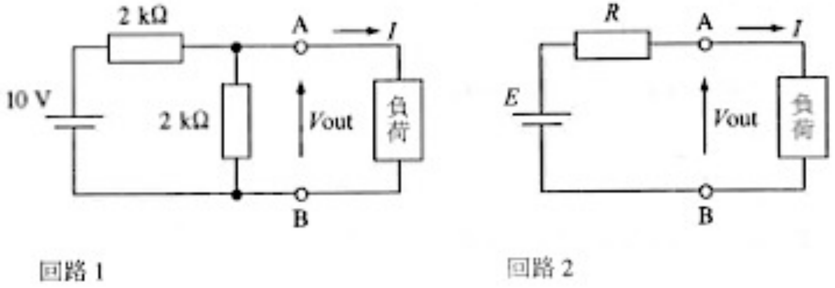
1. E=5V，R=1kΩ
2. E=5V，R=2kΩ
3. E=5V，R=4kΩ
4. E=10V，R=2kΩ
5. E=10V，R=4kΩ

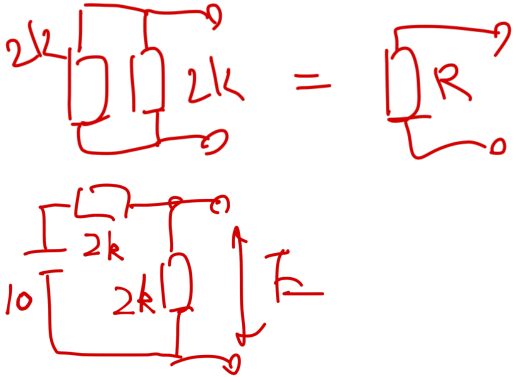


問題解説

- 回路1と回路2に同じ負荷をつないだ時，負荷にかかる電圧Voutと流れる電流Iが一致した．回路2の電源電圧Eと抵抗Rの値の組み合わせで正しいのはどれか．(第37回ME2種)

1. E=5V，R=1kΩ
2. E=5V，R=2kΩ
3. E=5V，R=4kΩ
4. E=10V，R=2kΩ
5. E=10V，R=4kΩ



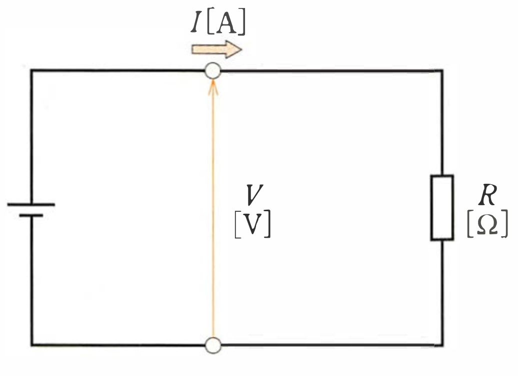


回路２はテブナンの定理を用い回路１を等価回路に変えたものと考えられる．
よってテブナンの定理を用い，回路１に負荷がないとして，次のAB間の合成抵抗，AB間の電圧を計算すればよい．
電源を短絡させたときのAB間の合成抵抗Rは，
$R = 2k/2 = 1k\,\Omega$
AB間の電圧Eは，
$E = 10/2 = 5\text{V}$

電力

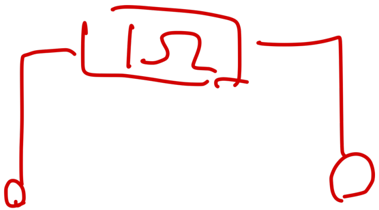
電力

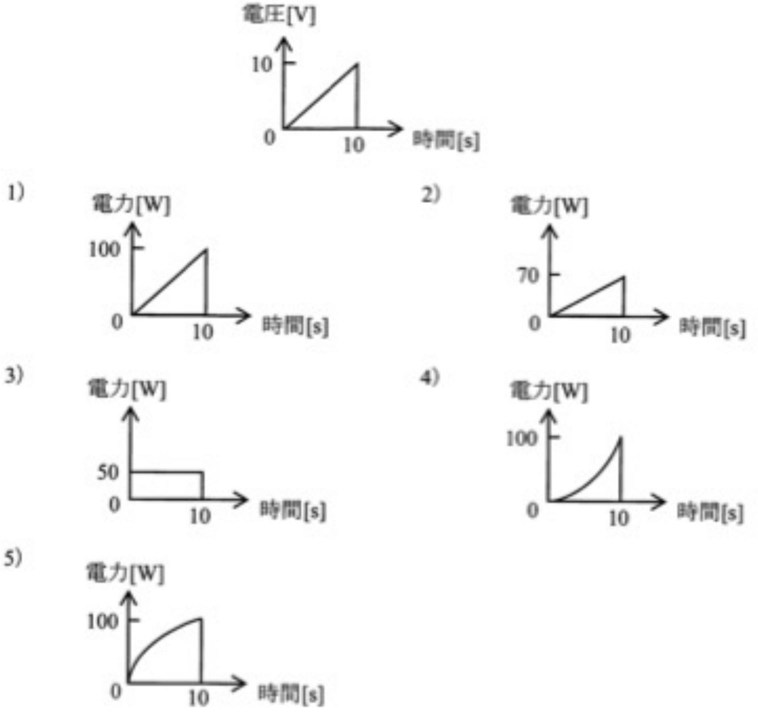
- 電流を流すためには電気エネルギーを必要とする．言い方を変えれば，電流を流すと回路は電気エネルギーを消費する．
- 電気エネルギーが**単位時間あたりにする仕事の大きさを電力**という．
- 単位はワット（W）である．
  - 1W=1J/s
- 電力Pは次の式で表される．
- $P = IV$
- 図の回路の電力は，オームの法則より次に表せる．
- $P = IV = RI^2 = V^2/R$



問題解説

- 1Ωの抵抗器の両端電圧が図のような波形であった．抵抗器の消費電力の波形として正しいのはどれか．（第42回ME2種）





問題解説

- 1Ωの抵抗器の両端電圧が図のような波形であった．抵抗器の消費電力の波形として正しいのはどれか．（第42回ME2種）

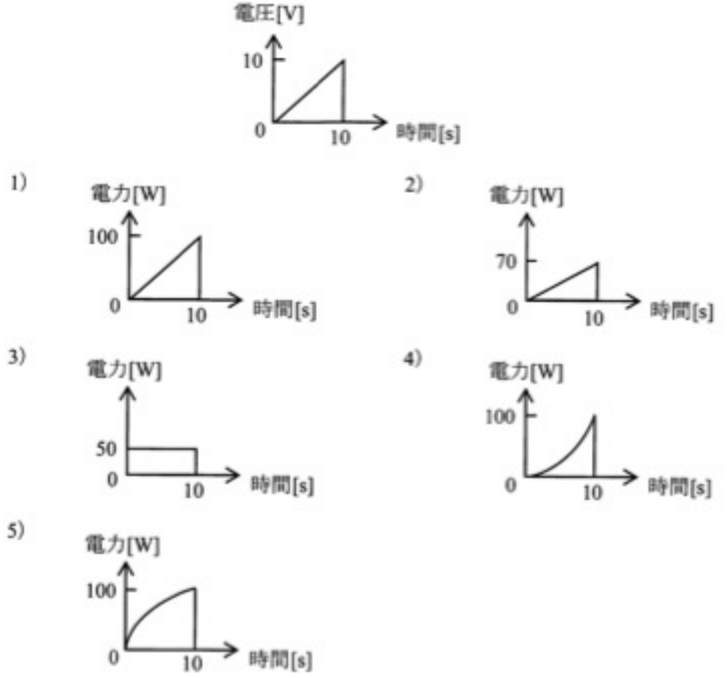
電力Pは

$$P = IV = V^2/R$$

$R = 1$だから

$$P = V^2$$

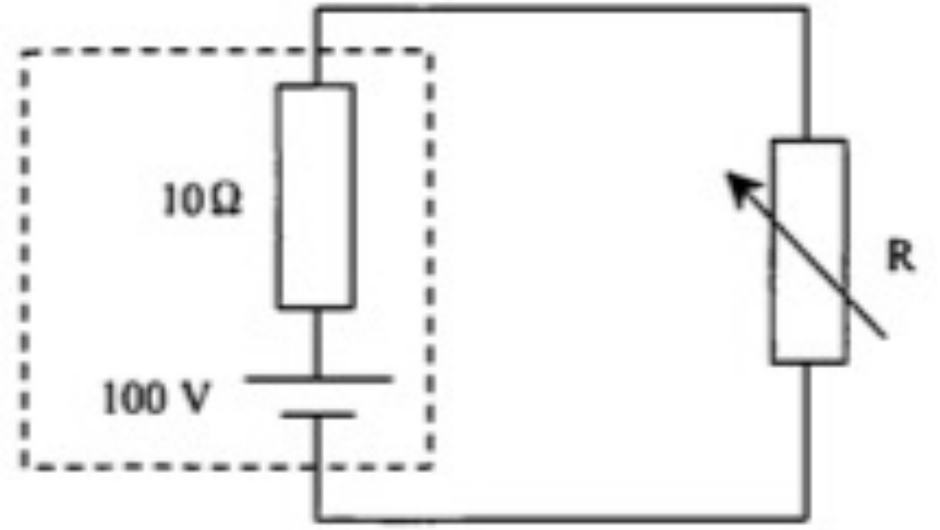
図から，$V = t$の関係がある事がわかる．
よって$P = t^2$なので答えは4である．



問題解説

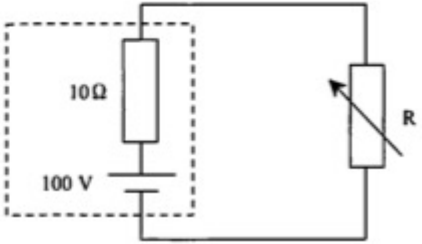
- 起電力100V，内部抵抗10Ωの電源に可変抵抗Rを接続し，Rを調節してRの消費電力を最大にした．このときのRの消費電力[W]はどれか．（第41回ME2種）

1. 25
2. 50
3. 125
4. 250
5. 500



■ 問題解説

- 起電力100V，内部抵抗10Ωの電源に可変抵抗Rを接続し，Rを調節してRの消費電力を最大にした．このときのRの消費電力[W]はどれか．（第41回ME2種）



1. 25
2. 50
3. 125
4. 250
5. 500

抵抗Rに加わる電圧Vは

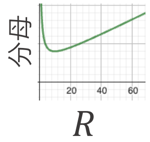
$$V = 100R/(R+10)$$

Rで消費される電力Pは

$$P = IV = V^2/R = 10000R/(R+10)2 = 10000/(R+20+100/R)$$

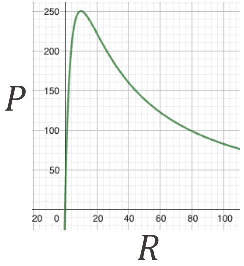
分母が最小のときにPは最大となる．
分母は$R>0$の領域で凸関数なので微分が０のとき分母は最小となるので，
分母を微分すると

$$1 - 100/R^2 = 0$$
$$R = 10$$



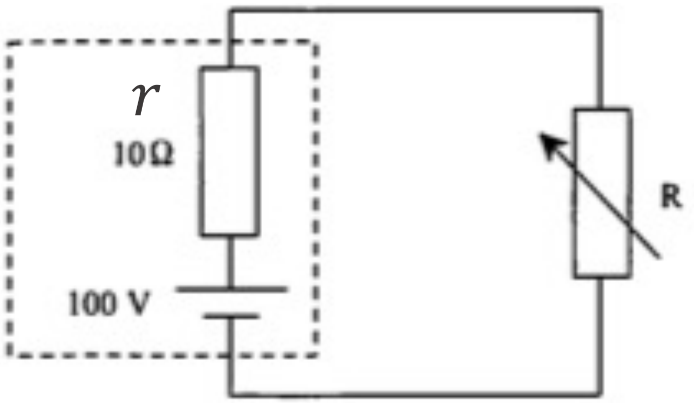
このときの電力は

$$P = 10000/(10+20+10) = 10000/40 = 250\mathrm{W}$$



問題対策

- 図のような回路の場合，負荷抵抗Rと内部抵抗rが等しい時， 負荷抵抗R の消費電力が最大となる．



電力量

- 電気がある時間に行った仕事を電力量という.
- 単位はジュール[J]
- 電気が電力Pでt秒間行った仕事，すなわち電力量Wは
- $W = Pt$
- となる.

電力×時間=電力量＝仕事

問題解説

6Ωの抵抗を5本並列に接続し，その端子間に2Vの電圧を10分間加えたときの消費エネルギーは何Jか．（第33回ME2種）

1. 120
2. 500
3. 1200
4. 1800
5. 2000

問題解説

6Ωの抵抗を5本並列に接続し，その端子間に2Vの電圧を10分間加えたときの消費エネルギーは何Jか．（第33回ME2種）

1. 120
2. 500
3. 1200
4. 1800
5. 2000

合成抵抗Rは

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} \times 5$$

$$R = \frac{6}{5}$$

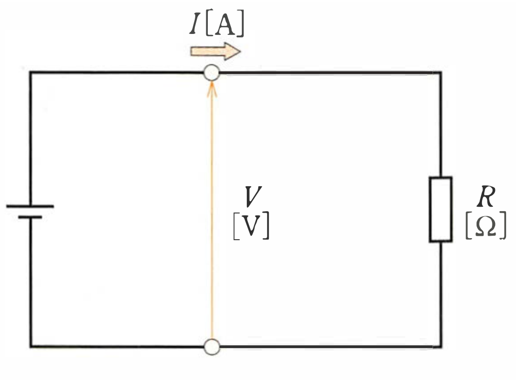
消費エネルギーWは

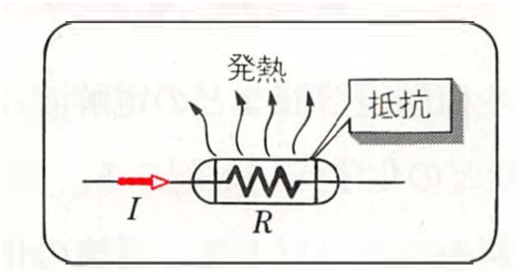
$$W = Pt = IVt = \frac{V^2}{R}t = 2^2 \times 10 \times 60 \times \frac{5}{6} = 2 \times 10^3 \text{ J}$$

■ 電気による発熱

- 図のような抵抗と電源からなる単純な回路でも電力（電気エネルギー）を消費している.
- その電力は抵抗で消費され，熱エネルギーに変換されている.
- 抵抗でt秒間に発生する熱量W[J]は
- $W = Pt = IVt = RI^2t = \dfrac{V^2t}{R}$

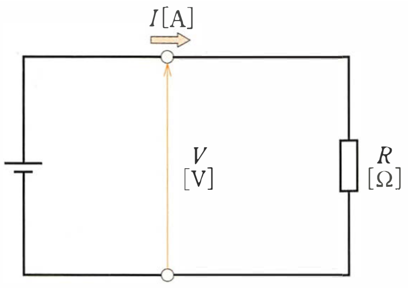
電力×時間=電力量＝仕事→熱





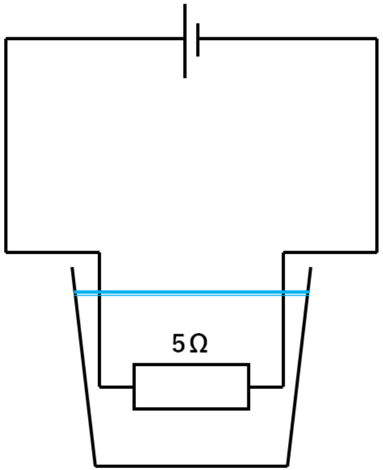
■ 熱容量と消費電力

- ある量の物質の温度を１℃(K)上昇させるために必要なエネルギー（熱量）を熱容量Cという.
- 熱容量Cは，質量m [kg]，比熱c $[\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}]$とすると
- $C = mc$
- 比熱cは1kgの物質を1℃上させるために必要な熱量.
- 図の回路の抵抗でt秒物質を熱したとする．熱がすべて温度上昇に使われたとすると物質の温度上昇ΔTは
- $\Delta T = \dfrac{W}{C} = \dfrac{IVt}{C} = \dfrac{IVt}{mc}$



問題解説

- 図のような回路で，水300gを10分間温めた．水は何度上昇するか．ただし，電力はすべて熱に変換され，その熱はすべて温度上昇に使われるとする．水の比熱は $4.2\mathrm{J}\cdot\mathrm{g}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ とする．



電力×時間=電力量＝仕事→熱

1°C上げるのに必要な熱量C
C=質量×比熱

問題解説

- 図のような回路で，水300gを10分間温めた．水は何度上昇するか．ただし，電力はすべて熱に変換され，その熱はすべて温度上昇に使われるとする．水の比熱は $4.2\mathrm{J}\cdot\mathrm{g}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ とする．

電力量Wは

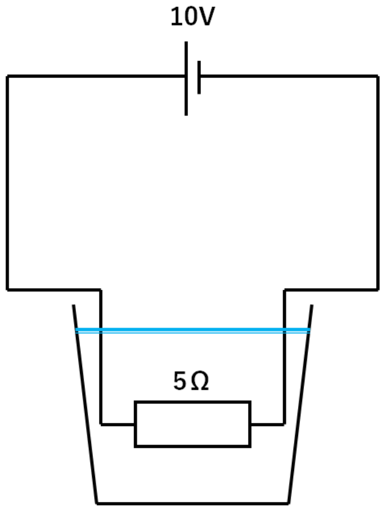
$$W = \frac{10^2}{5}\times 10\times 60 = 12\times 10^3\mathrm{J}$$

熱容量Cは

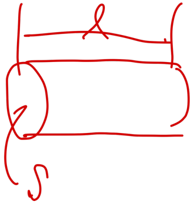
$$C = 300\times 4.2 = 1260$$

よって温度上昇ΔTは

$$T = \frac{12000}{1260} \cong 9.5℃$$



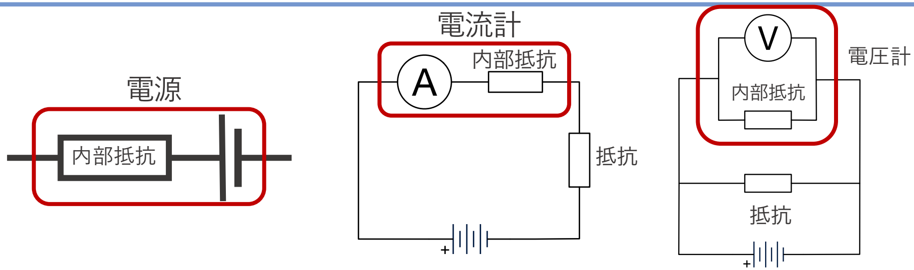
直流回路のポイント



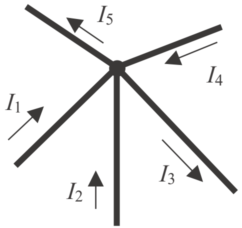
- 抵抗の計算
  - $R = \rho\frac{l}{S}$ （ρ抵抗率，l抵抗の長さ，S抵抗の断面積）
- オームの法則
  - $V = RI$ （V抵抗にかかる電圧，R抵抗の抵抗値，I抵抗を流れる電流）
- 直列回路
  - 合成抵抗$R = R_1 + R_2 + \cdots$
  - 各抵抗（2抵抗）の電圧降下は$V_1 = V \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}, V_2 = V \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$
  - **各抵抗に流れる電流は同じ**
- 並列回路
  - 合成抵抗$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$
  - **各抵抗にかかる電圧は同じ**
  - 各抵抗（2抵抗）に流れる電流は並列回路に流れ込む電流をIとすると $I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}, I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$

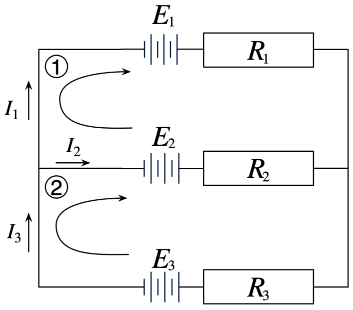
直流回路のポイント

- 内部抵抗
  - 電源の内部抵抗は，電源と直列
  - 電圧計の内部抵抗は，電圧計と並列
  - 電流計の内部抵抗は，電流計と並列



- キルヒホッフの法則
  - 分岐点に流れ込む電流の和と流れ出す電流の和は等しい
  - 回路網中の任意の閉回路を一定の向きにたどるとき，回路の各部の起電力の総和と電圧降下の総和は等しい





- 電力
  - $W = IV = I^2R = V^2/R$
- 電力量
  - 電力×時間=電力量＝仕事
- 直流のとき，コンデンサは開放，コイルは短絡