電気工学2第10回
フィルタ

藤田 一寿

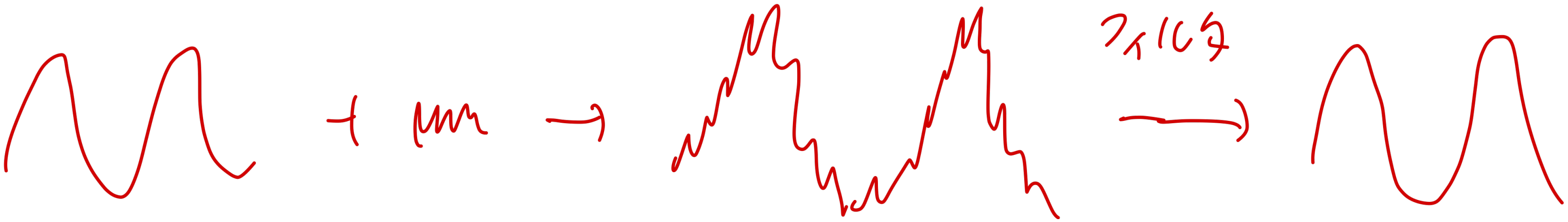
フィルタ

フィルタとは

- 不要な周波数成分を取り除き，必要な周波数成分のみこし取る（フィルタをかける）
  - ノイズの除去
  - 必要な音だけ取る

フィルタの応用例

- 電源の平滑化（直流化）
- ノイズ除去フィルタ



信号　ノイズ　入力

フィルタにより入力から
ノイズが取り除かれる．

パッシブフィルタ

パッシブフィルタとは

- 受動素子のみ（抵抗，コンデンサ，インダクタ）で構成されるフィルタ回路（wikipediaより）
  - 安定
  - 簡単
  - 安価
  - 大電力を扱える
  - 高周波動作が可能
  - 電力を消費しない
- アクティブフィルタに関しては後で

フィルタの種類

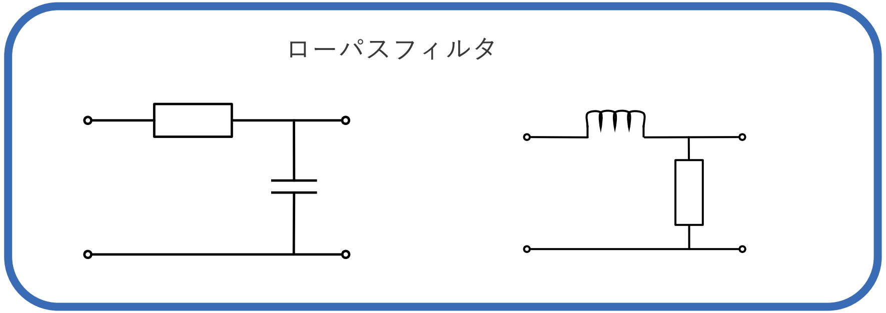
- ローパスフィルタ（LPF，低域通過フィルタ）
  - 低周波数成分のみを通過させるフィルタ
- ハイパスフィルタ（HPF，高域通過フィルタ）
  - 高周波数成分のみを通過させるフィルタ
- バンドパスフィルタ（BPF，帯域通過フィルタ）
  - ある周波数領域の成分のみ通過させるフィルタ

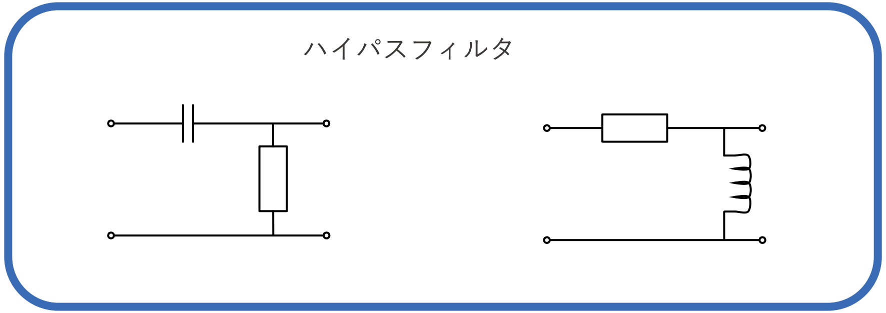
LCRを使ったフィルタの例

- ローパスフィルタ（低域通過フィルタ）
  - 信号の低周波数成分を通過させるフィルタ

- ハイパスフィルタ（高域通過フィルタ）
  - 信号の高周波数成分を通過させるフィルタ

典型的なフィルタ回路

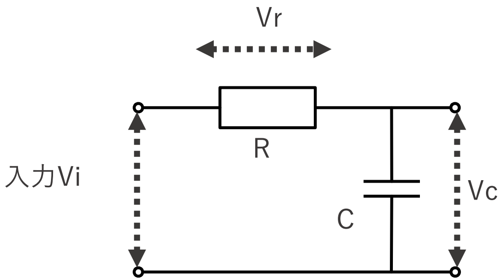


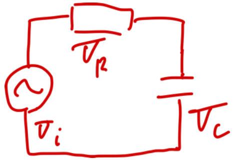


キャパシタとインダクタの場所が入れ替わっている．キャパシタとインダクタの電流の周波数に対する性質が逆だから．

RCローパスフィルタの直感的理解

1



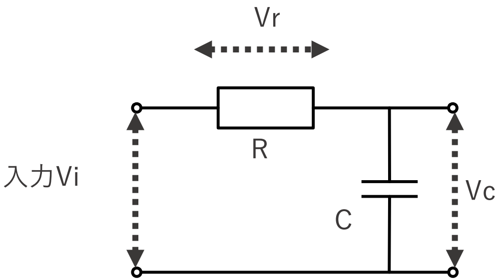


左の回路は，この回路だと思おう．

入力ViはVrとVcに分けられる（分圧）．

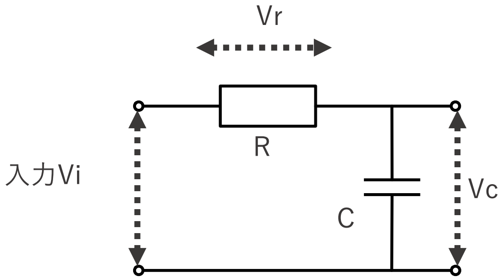
2

$$V_c = \frac{Z_c}{Z_R + Z_c} V_{in}$$



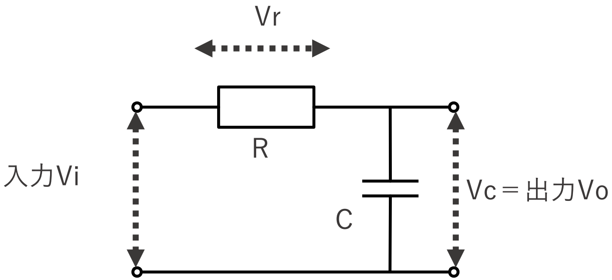
VcはCのインピーダンスの大きさが大きければ大きいほど大きくなる．

3



Cのインピーダンスは$\frac{1}{j\omega C}$なので，Viの周波数が低ければ低いほどCのインピーダンスの大きさは大きくなる．つまり，Viの周波数が低ければ低いほどVcは高い．

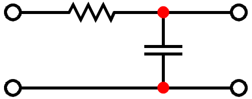
4

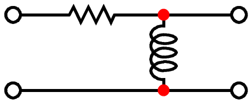


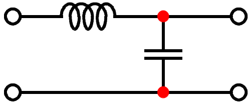
出力VoはVcは並列の関係なので等しい．つまりVoも周波数が低ければ低いほど大きく，高ければば小さい．見方を変えると，この回路は周波数が低い入力を通しやすいといえる（ローパスフィルタ）．

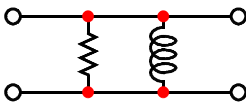
演習解説

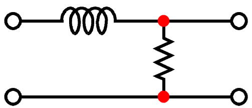
【AM29】図と同様なフィルタ特性を示す回路はどれか。

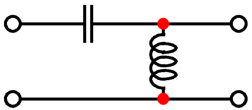


(1) 

(2) 

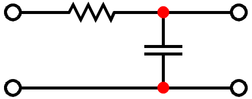
(3) 

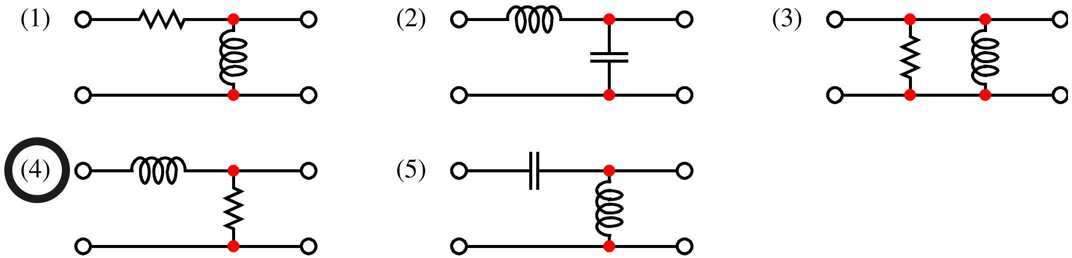
(4) 

(5) 

演習解説

【AM29】図と同様なフィルタ特性を示す回路はどれか。

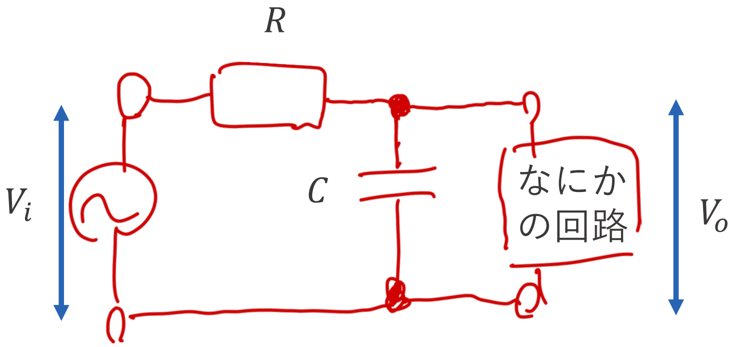




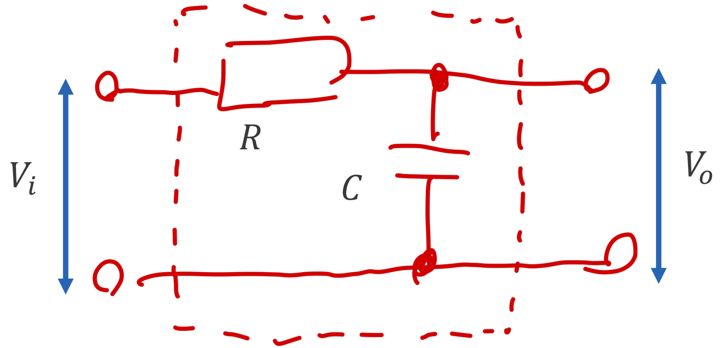
図のフィルタは，ローパスフィルタである．選択肢の中でローパスフィルタは4である．

増幅度と利得

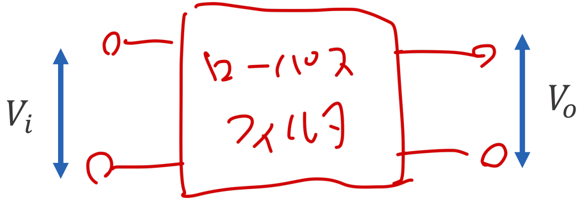
■ 4端子な回路図



RC直列回路のコンデンサの部分に並列になにか回路が繋がっている．



交流電源となにかの回路の図を取り除く．ここで4端子の回路図になる．

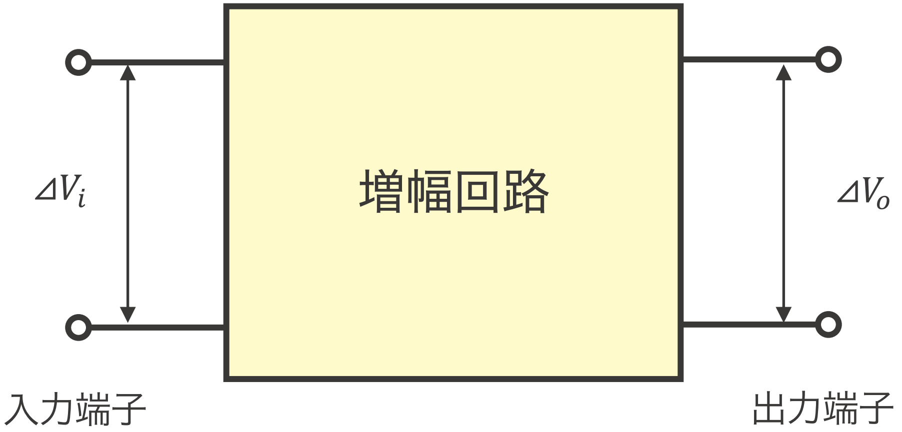


点線で囲まれた部分を大きな四角で表現する．大きな四角はローパスフィルタの機能を持っている．この図では，四角の機能がローパスフィルタなら四角の中の回路は何でも良い．

増幅度，利得（ゲイン）

- 入力がどれほど増幅されたかを，増幅度，利得（ゲイン）で表す．

- 電圧増幅度　　$A_v = \frac{出力}{入力} = \frac{\Delta V_o}{\Delta V_i}$　倍
-
- 電圧利得　　$G_v = 20 \log_{10} |A_v|$　[dB]　デシベル



増幅度と利得は同じ意味で同じように使う場合もあれば，デシベル表示のみ利得という場合もある．文脈で判断してほしい．

対数の計算

- 利得の計算をするためには対数の計算を習得する必要がある．次の公式を思い出そう．
- aを底とし，M>0，N>0とする．

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a (M/N) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^r = r \log_a M$$

利得計算

- 電圧増幅度Av=1/200のとき，電圧利得[dB]はいくらか.
- 電圧利得が20[dB]の増幅器に電圧2Vの入力を与えた．出力電圧[V]はいくらか.

利得計算

- 電圧増幅度Av=1/200のとき，電圧利得 [dB] はいくらか.
  - $G_v = 20\log_{10} A_v = 20\log_{10}(\frac{1}{200}) = -20\times(\log_{10} 2 + \log_{10} 100)$
  - $\quad = -20\times(0.3 + 2) \approx -46[\mathrm{dB}]$

- 電圧利得が20[dB]の増幅器に電圧2Vの入力を与えた．出力電圧[V]はいくらか.
  - $G_v = 20 = 20\log_{10} A_v$
  - $\log_{10} A_v = 1$
  - $A_v = 10$倍
  - よって出力電圧は20V

$\log_{10} 200 = \log_{10}(2\times 100) = \log_{10} 2 + \log_{10} 100$

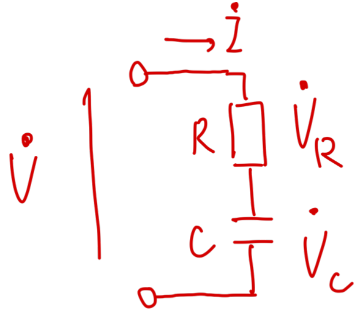
$\log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2\log_{10} 10 = 2$

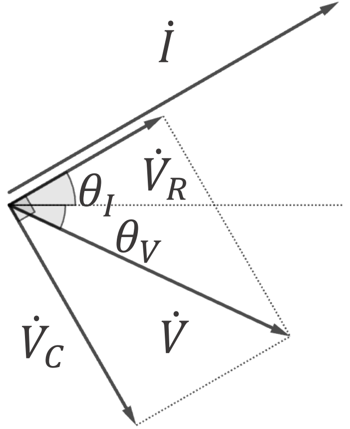
パッシブフィルタと周波数特性

RC直列回路

RC直列回路

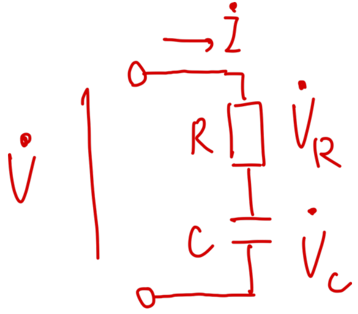
- 図のように抵抗とコンデンサを直列につなぐ.
- 直列なので，各素子を流れる電流は等しく，各素子に加わる電圧の総和がab間の電圧となる.
- 各素子に加わる電圧は,
- $\dot{V}_R = R\dot{I}, \dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$
- ab間の電圧は
- $\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_C = R\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = \underbrace{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}_{\text{合成インピーダンス}}\dot{I}$

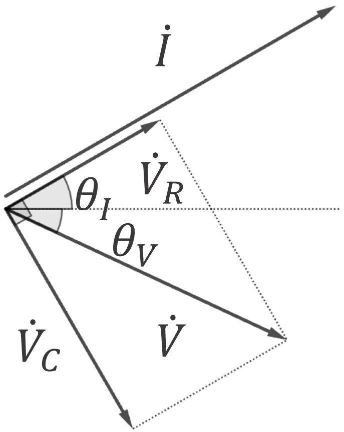




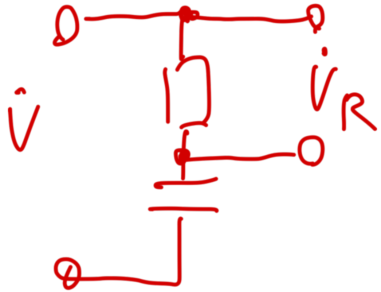
RC直列回路

- $\dot{I} = \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{V}$
- よって，それぞれの素子に加わる電圧は
- $\dot{V}_R = \frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{V}$
- $\dot{V}_C = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{V}$
- この式を見ると，直流のときと同様に各素子に加わる電圧はインピーダンスの比となっている事が分かる．

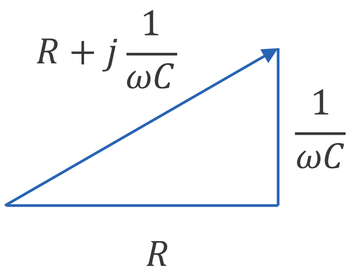




RC直列回路

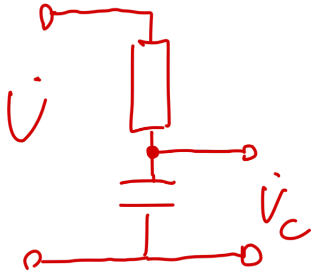


- 抵抗の電圧と入力の比の大きさは
- $\left|\dfrac{\dot{V}_R}{\dot{V}}\right| = \left|\dfrac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right| = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}}$
- この式から，抵抗の電圧の大きさは入力の周波数が大きくなればなるほど大きくなる事がわかる．
- 入力電圧と抵抗の電圧の位相差は
- $\theta_R = \tan^{-1}\left(\dfrac{\frac{1}{\omega C}}{R}\right) = \tan^{-1}\dfrac{1}{\omega RC}$



$$\frac{\dot{V}_R}{\dot{V}} = \frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\left(R-\frac{1}{j\omega C}\right) = \frac{R}{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\left(R+j\frac{1}{\omega C}\right)$$

RC直列回路



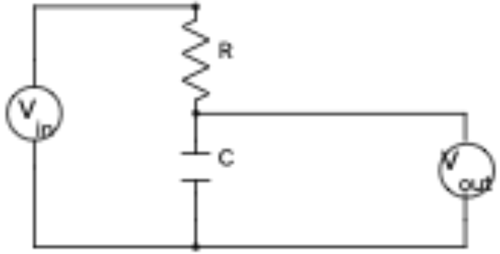
- コンデンサの電圧と入力の比の大きさは
- $\left|\frac{\dot{V}_C}{\dot{V}}\right| = \left|\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right| = \left|\frac{1}{1+j\omega RC}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$
- この式から，コンデンサの電圧の大きさは入力の周波数が大きくなればなるほど小さくなる事がわかる.
- 入力電圧とコンデンサの電圧の位相差は
- $\theta_C = -\tan^{-1}\omega CR$

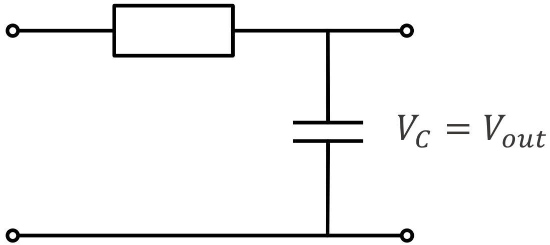
$$\frac{\dot{V}_C}{\dot{V}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega RC+1}$$

RCフィルタ

RCローパスフィルタ

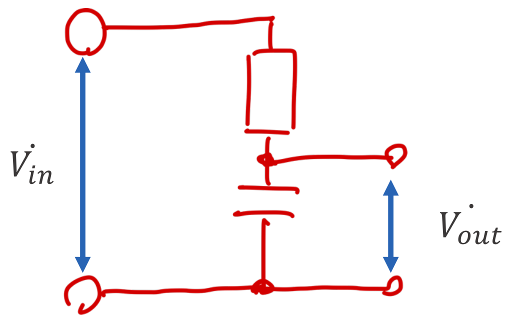
- 抵抗RとコンデンサCで構成されるローパスフィルタの回路は図のようになる.
- ローパスフィルタはRC直列回路のコンデンサにかかる電圧V_Cを出力V_{out}として取り出したものと言える.





ゲインの計算

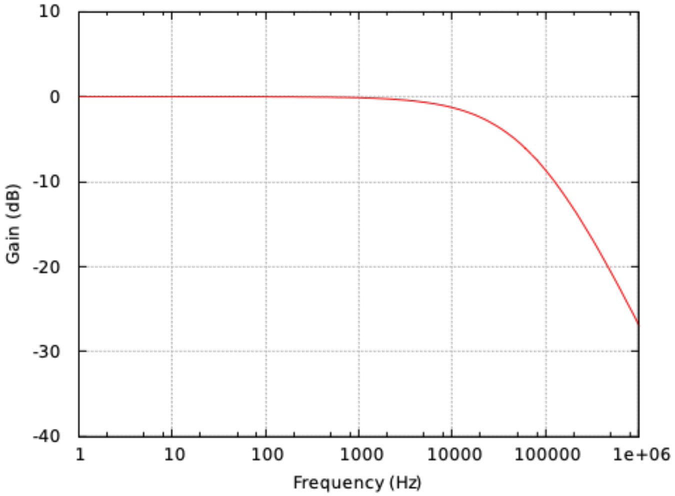
- この回路はRC直列回路となっているので，$\dot{V_{out}}$は
- $\dot{V_{out}} = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{V_{in}} = \dfrac{1}{1+j\omega RC}\dot{V_{in}}$
- $\dot{V_{out}}$に対する$\dot{V_{in}}$の比を増幅度をA_vとすると
- $A_v = \left|\dfrac{\dot{V_{out}}}{\dot{V_{in}}}\right| = \left|\dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right| = \left|\dfrac{1}{1+j\omega RC}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}$
- ゲインGは
- $G = 20\log_{10} A_v = 20\log_{10}\dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}$
- $\dot{V_{out}}$の位相差θ_{out}は
- $\theta_{out} = -\tan^{-1}\omega RC = -\tan^{-1}2\pi fRC$
- 増幅度，ゲイン，位相差がフィルタの特性を表す．



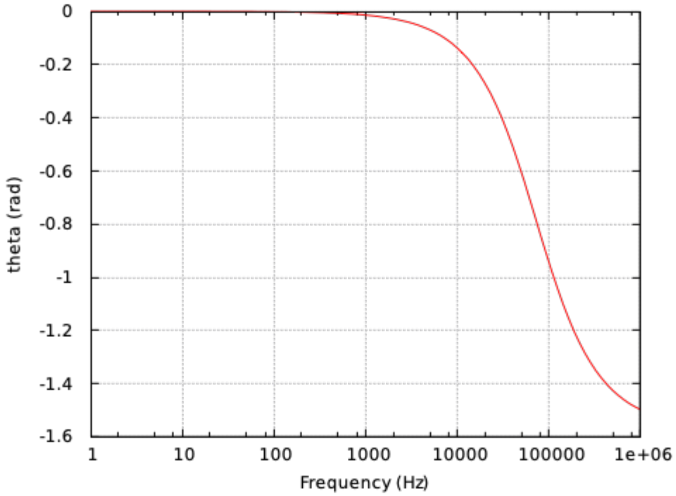
■ RCローパスフィルタの周波数特性

- 周波数に対するゲインと位相差の変化の特性を周波数特性と言う．周波数特性はフィルタの特性を知る上で重要なものである．

ゲイン



位相差

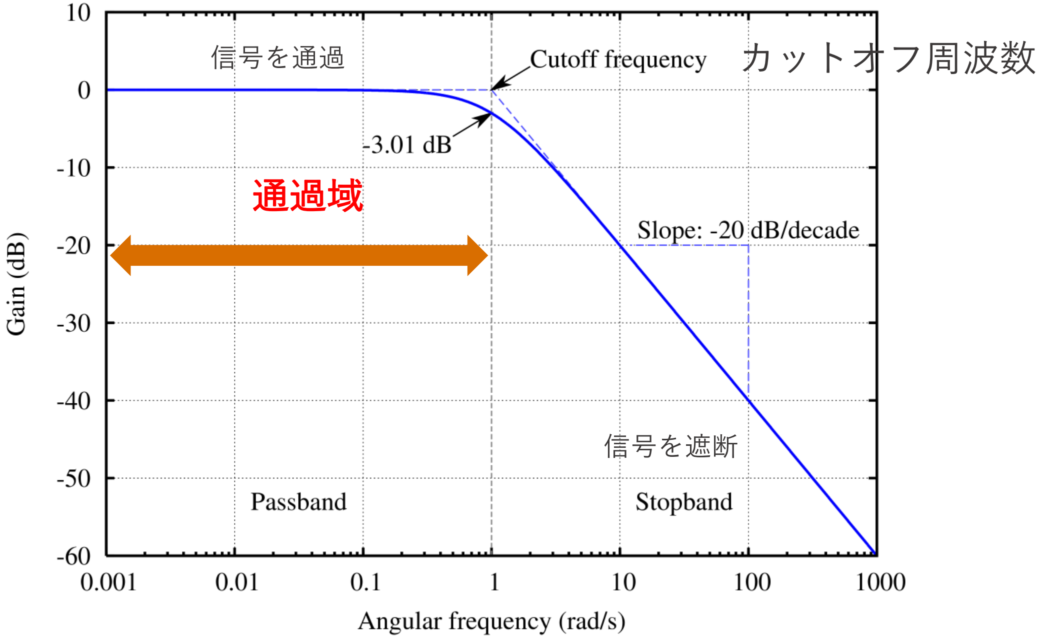


R=100Ω， C=0.022μF

RCローパスフィルタの周波数特性

- ファルタの出力が$1/\sqrt{2}$（ゲインがおおよそ-3dB）になる周波数をカットオフ周波数（遮断周波数）という．

ローパスフィルタの利得の例



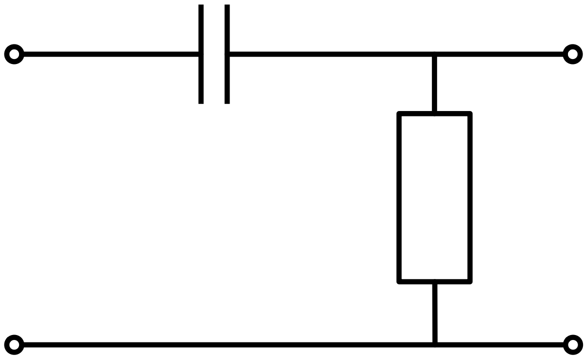
（https://ja.wikipedia.org/wiki/%E9%81%AE%E6%96%AD%E5%91%A8%E6%B3%A2%E6%95%B0）

カットオフ周波数

- 増幅度が$1/\sqrt{2}$のときの周波数fをカットオフ周波数f_cと言う.
- $\left|\frac{\dot{V_c}}{\dot{V_{in}}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$
- カットオフ周波数のとき出力の振幅の大きさは入力の$\frac{1}{\sqrt{2}}$だから
- $1 + (\omega_c CR)^2 = 2$
- よってカットオフ周波数fcは
- $\omega_c = \frac{1}{CR} = 2\pi f_c$
- $f_c = \frac{1}{2\pi CR}$
- カットオフ周波数のとき，ゲイン[dB]は約-3[dB]となる.

RCハイパスフィルタ

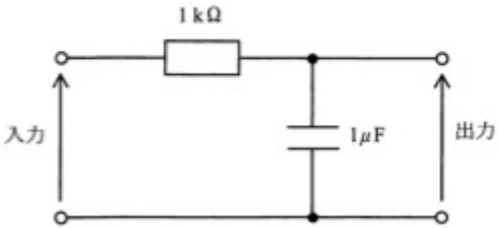
- コンデンサを用いることでハイパスフィルタを作ることができる．回路図を見てみると分かる通り，ローパスフィルタのCとRを入れ替えた回路になっている．
- 特性もRCローパスフィルタの逆になる．
- 計算が重複するので説明は省略する．



問題解説

- 図の回路に正弦波（実効値2.8V，角周波数1×10^{3}rad/s）を入力した．出力電圧（実効値）はおよそ何Vか．（第42回ME2種）

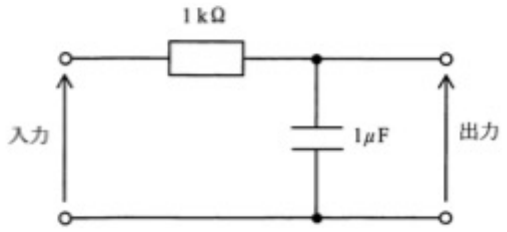
1. 0.5
2. 0.7
3. 1.0
4. 1.4
5. 2.0



■ 問題解説

- 図の回路に正弦波（実効値2.8V，角周波数1×10^{3}rad/s）を入力した．出力電圧（実効値）はおよそ何Vか．（第42回ME2種）

1. 0.5
2. 0.7
3. 1.0
4. 1.4
5. 2.0



$$\dot{V_{out}} = \dot{V_{in}} \times \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega C}$$

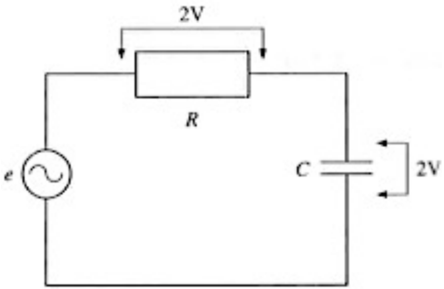
$$\left|\frac{\dot{V_{out}}}{\dot{V_{in}}}\right| = \left|\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (1\times 10^3 \times 10^{-6} \times 10^3)}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって出力電圧Voutの実効値は

$$\frac{2.8}{\sqrt{2}} \cong \frac{2.8}{1.4} = 2$$

問題解説

- 図の交流回路で，R，Cの両端の電圧（実効値）は図の示す値であった．電源電圧e（実効値）は何Vか．（第36回ME2種）



問題解説

- 図の交流回路で，R，Cの両端の電圧（実効値）は図の示す値であった．電源電圧e（実効値）は何Vか．（第36回ME2種）

抵抗の電圧は$\dot{V}_R = \dfrac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{e}$

コンデンサの電圧は$\dot{V}_C = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{e}$

それぞれの電圧の位相差は$\dfrac{\dot{V}_R}{\dot{V}_C} = \dfrac{\frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}}{\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}} = j\omega RC$だから，

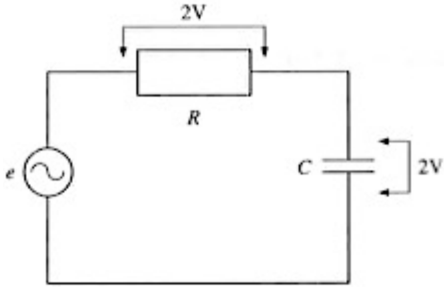
90度である．

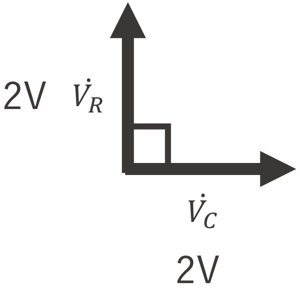
フェーザ図を書くと右図のようになる．

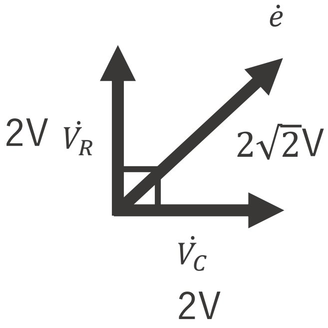
$\dot{e} = \dot{V}_R + \dot{V}_C$だから，フェーザ図では$\dot{e}$はベクトル$\dot{V}_R$，$\dot{V}_C$の合成となる．

よってeの実効値は

$2\sqrt{2}$



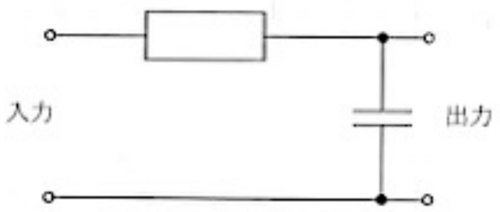




問題解説

- 図の回路で，ある周波数fでの減衰量は-40dBであった．fの10倍の周波数における減衰量[dB]はどれか．（第39回ME2種）

1. -4
2. -20
3. -60
4. -80
5. -400



問題解説

- 図の回路で，ある周波数fでの減衰量は-40dBであった．fの10倍の周波数における減衰量[dB]はどれか．（第39回ME2種）

1. -4
2. -20
3. -60
4. -80
5. -400

$$20\log_{10}\left|\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_{in}}\right| = -40$$

$$\left|\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_{in}}\right| = \frac{1}{100} = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi fCR)^2}}$$

$1+(2\pi fCR)^2 = 10000$

$$(CR)^2 = \frac{9999}{4\pi^2 f^2}$$

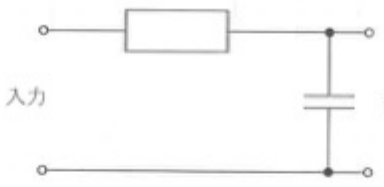
任意の周波数f’のときのゲインは

$$\left|\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+f'^2\dfrac{9999}{f^2}}}$$

よって f’=10fのときのゲインgは

$$\left|\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+999900}} = \frac{1}{\sqrt{999901}} \cong \frac{1}{\sqrt{1000000}} = \frac{1}{1000}$$

$$g = 20\log_{10}\frac{1}{1000} = -60$$



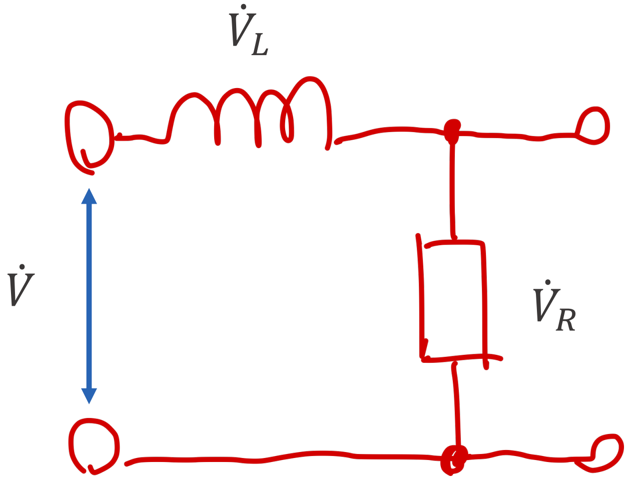
今回は $(2\pi fCR)^2$ が十分大きいから分母の1を無視して計算しても良い．

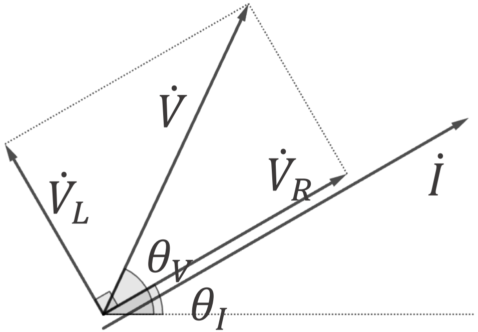
よく使う：ゲイン[db]から増幅度の計算

RLフィルタ

RLローパスフィルタ

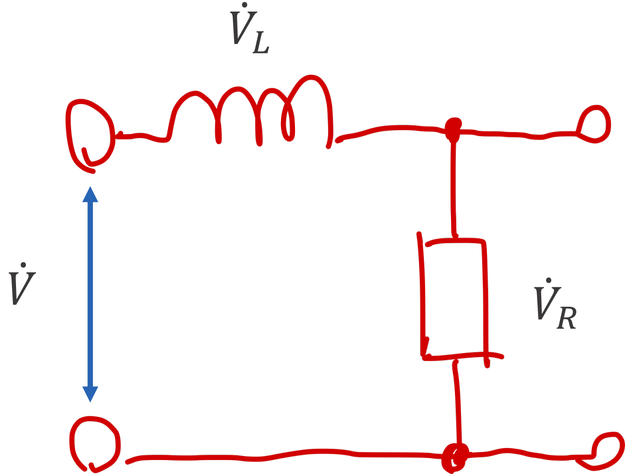
- ローパスフィルタはコンデンサを用いたRCローパスフィルタのみではなく，インダクタを用いたRLローパスフィルタも存在する．
- インダクタはコンデンサと性質が逆なので，素子の位置も逆になる．





ゲインの計算

- この回路はRL直列回路となっているので，Voutは
- $\dot{V}_{out} = \frac{R}{R+j\omega L}\dot{V}_{in} = \frac{1}{1+\frac{j\omega L}{R}}\dot{V}_{in}$
- V_{out}に対するV_{in}の比を増幅度A_vとすると
- $A_v = |\frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_{in}}| = \left|\frac{R}{R+j\omega L}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2 L^2}{R^2}}}$
- ゲインGは
- $G = 20\log_{10} A_v = 20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2 L^2}{R^2}}}$
- $\dot{V}_{out}$の位相のずれθ_{out}は
- $\theta_{out} = -\tan^{-1}\frac{R}{\omega L} = -\tan^{-1}\frac{R}{2\pi f L}$
- 増幅度，ゲイン，位相差がフィルタの特性を表す．



カットオフ周波数

- 増幅度Gが$1/\sqrt{2}$のときの周波数fをカットオフ周波数fcと言う.
- $G = \left|\frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2 L^2}{R^2}}}$
- カットオフ周波数のとき出力の振幅の大きさは入力の$\frac{1}{\sqrt{2}}$だから
- $1 + \left(\frac{\omega_c L}{R}\right)^2 = 2$
- よってカットオフ周波数fcは
- $\omega_c = \frac{R}{L} = 2\pi f_c$
- $f_c = \frac{R}{2\pi L} = \frac{1}{2\pi L/R}$

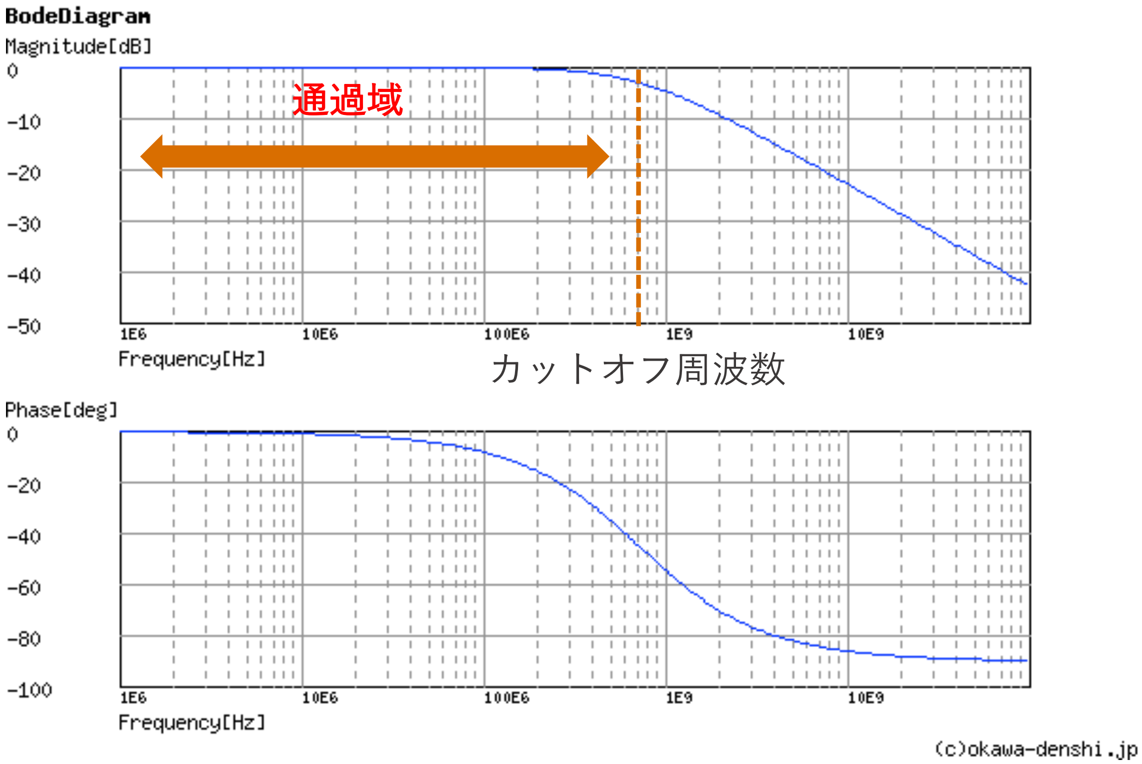
デシベル

- ゲインの大きさは通常デシベル[dB]で表される.
- デシベルは次のように定義される.

$$x = 20\log_{10}|G|$$

- RCローパスフィルタではデシベルで表されるゲインgは
- $g = 20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\omega^2 L^2}{R^2}}} = -10\log_{10}(1+\frac{\omega^2 L^2}{R^2})$
- となる.

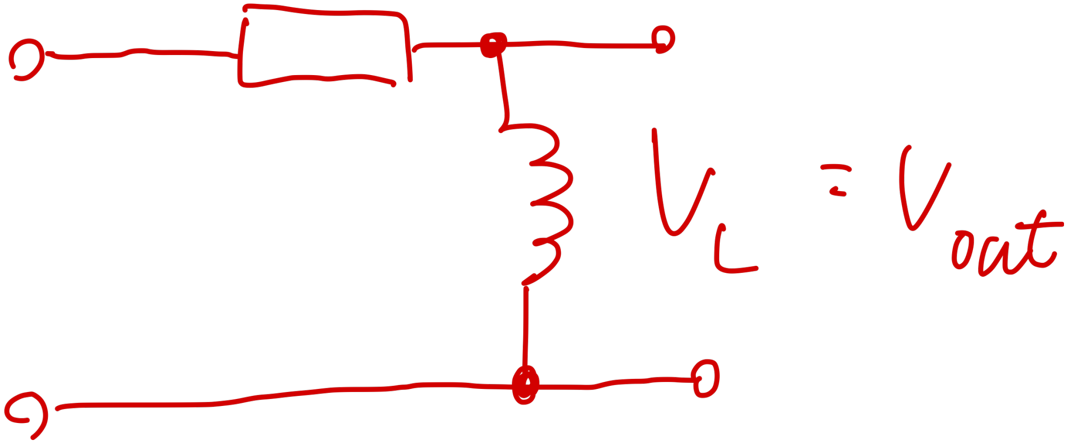
LRローパスフィルタの周波数特性



R=100Ω,　L=0.022μH

LRハイパスフィルタ

- コイルを用いることでハイパスフィルタを作ることができる．回路図を見てみると分かる通り，ローパスフィルタのLとRを入れ替えた回路になっている．
- これまでのスライドと同じ計算をすることになるので説明は省略する．

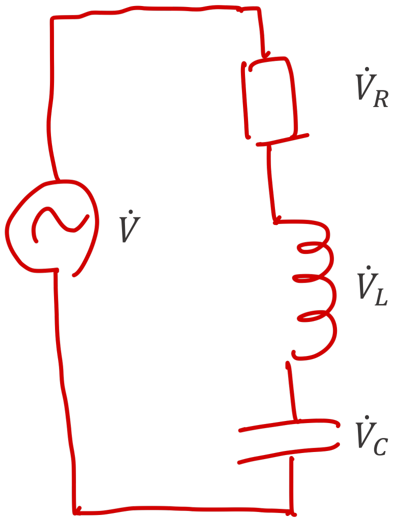


RLC回路

RLC直列回路

RLC直列回路

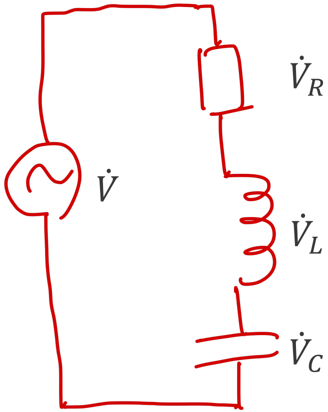
- 抵抗，インダクタ，コンデンサを直列につないだものをRLC直列回路という．
- ab間のインピーダンスは
- $\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$
- インピーダンスの大きさは
- $|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$
- インピーダンスの大きさが最小となるのは
- $\omega L = \frac{1}{\omega C}$のとき
- このときの角周波数は $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$



RLC直列回路

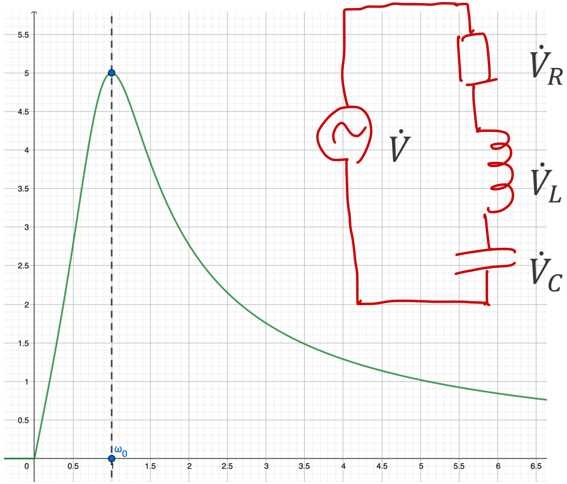
- 角周波数が$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$のときインピーダンスが最小となる.
- つまり，ab間を流れる電流は最大となる.
- また，このとき，インピーダンスの虚数成分はゼロとなり電圧と電流は同位相となる.
- RLC直列回路のインピーダンスが最小となるときを共振という.

- RLC直列回路が共振のとき
  - インピーダンスは最小でRのみとみなせる.
  - 共振角周波数：$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
  - 共振周波数：$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
  - 電圧と電流の位相差は0



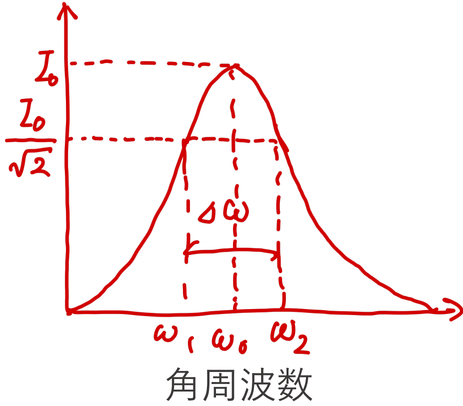
Q値

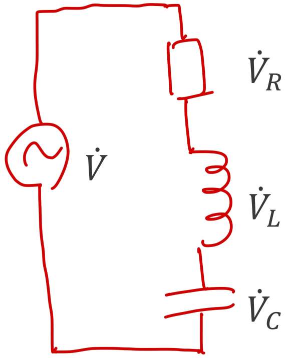
- 図の回路のab間を流れる電流は
- $\dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{\dot{Z}} = \dfrac{\dot{V}}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$
- 電流の大きさは
- $|\dot{I}| = \dfrac{\dot{V}}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$
- 電流の大きさと角周波数の関係は図のようになる．
- 図を見ても分かる通り，RLC直列回路では共振周波数のとき最も電流が流れる．
- この性質を用い，任意の周波数成分のみ電流が流れるようなフィルタをRLC回路で作成できる．



Q値

- 理想的には，任意の周波数（共振周波数）の電流のみ流したい.
- しかし，現実には共振周波数の周りの電流も流れる.
- 良いフィルタ回路は，共振周波数の周りの電流がなるべく流れない.
- そこで，フィルタ回路の性能を表す指標としてQ値を導入する.
- Q値は次のように定義される.
- $Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$
- 見ての通りQ値は電流のグラフの尖りの幅が狭ければ狭いほど大きな数値となる．つまりQ値が小さければ小さいほど共振周波数の周りの電流を流してしまい，性能が低いことを意味する.





問題解説

- 正弦波交流電源に抵抗器，インダクタ，キャパシタ各1個を直列に接続した．各素子の両端電位差（実効値）を測定したところ，抵抗器は10V，インダクタとキャパシタは5Vであった．電源電圧の実効値は何Vか．（第39回ME2種）

1. 5
2. 10
3. 15
4. 20
5. 25

問題解説

- 正弦波交流電源に抵抗器，インダクタ，キャパシタ各1個を直列に接続した．各素子の両端電位差（実効値）を測定したところ，抵抗器は10V，インダクタとキャパシタは5Vであった．電源電圧の実効値は何Vか．（第39回ME2種）

1. 5
2. 10
3. 15
4. 20
5. 25

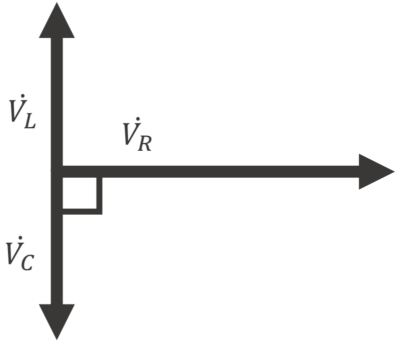
抵抗の電圧をVR，コンデンサの電圧をVC，インダクタの電圧をVLとする．

$$\dot{V}_R = R\dot{I},\ \dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I},\ \dot{V}_L = j\omega L\dot{I}$$

Rを基準としたそれぞれの位相差は

$$\theta_{LR} = \angle\left(\frac{\dot{V}_L}{\dot{V}_R}\right) = \angle\left(\frac{j\omega L}{R}\right) = 90,\ \theta_{CR} = \angle\left(\frac{\dot{V}_L}{\dot{V}_R}\right) = \angle\left(-j\frac{1}{\omega CR}\right) = -90$$

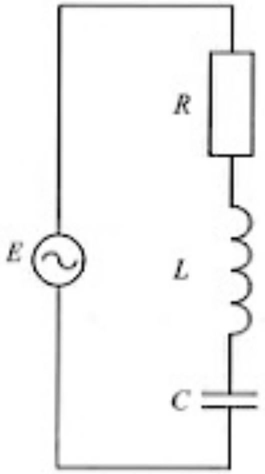
よって，フェーザ図は右図のようになる．
電源電圧はすべてのベクトルを足したものになるので，
10V



問題

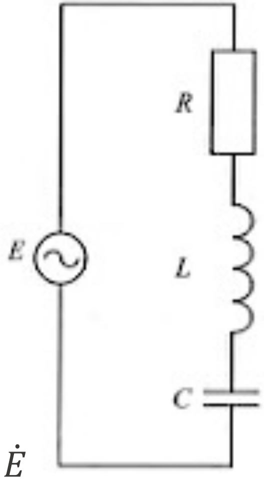
- 図の交流回路でR, L, Cの両端電圧（実効値）がそれぞれ3V, 6V, 2Vであった．電源電圧E（実効値）は何Vか．（第37回ME2種）

1. $\sqrt{2}$
2. 5
3. 7
4. 9
5. 11



■ 問題

- 図の交流回路でR, L, Cの両端電圧（実効値）がそれぞれ3V, 6V, 2Vであった．電源電圧E（実効値）は何Vか．（第37回ME2種）



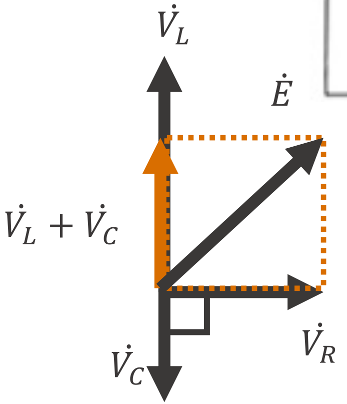
1. $\sqrt{2}$
2. 5
3. 7
4. 9
5. 11

各素子に流れる電流は同じなので，各素子の電圧は次のように書ける．

$$\dot{V}_R = R\dot{I}$$
$$\dot{V}_L = j\omega L\dot{I}$$
$$\dot{V}_R = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$$

つまり，抵抗に掛かる電圧に対し，インダクタは$\pi/2$，コンデンサは$-\pi/2$位相がずれている．

それぞれの電圧をフェーザ図でかくと図のようになる．

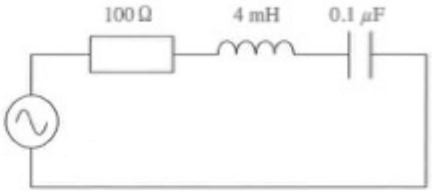


よって電源電圧は

$$E = \left|\dot{V}_R + \left(\dot{V}_L - \dot{V}_C\right)\right| = \sqrt{3^2 + (6-2)^2}$$
$$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5V$$

問題解説

- 図のRLC直列共振回路のQ値(Quality factor)に最も近いのはどれか．（第40回ME2種）

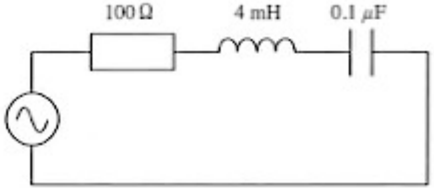


1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

問題解説

- 図のRLC直列共振回路のQ値(Quality factor)に最も近いのはどれか．（第40回ME2種）

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5



RLC直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

共振周波数はインピーダンスが最小のときなので，このときの角周波数は

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Q値は次のように定義される．

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

ω_1とω_2はアドミタンス（インピーダンスの逆数）が共振周波数のときのアドミタンスの$\frac{1}{\sqrt{2}}$のときの角周波数なので，

$$\frac{|\dot{Z}|}{|\dot{Z}_0|} = \frac{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}{R} = \sqrt{2}$$

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2$$

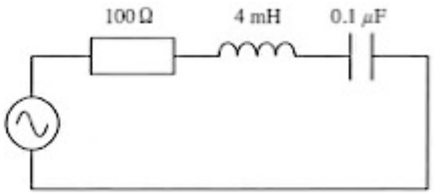
$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2$$

$$L\omega^2 \pm R\omega - \frac{1}{C} = 0$$

問題解説

- 図のRLC直列共振回路のQ値(Quality factor)に最も近いのはどれか.（第40回ME2種）

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5



$$L\omega^2 \pm R\omega - \frac{1}{C} = 0$$

$$\omega = \frac{R\pm\sqrt{R^2-4LC}}{2L} \text{ or } \omega = \frac{-R\pm\sqrt{R^2-4LC}}{2L}$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1} = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC}}}{\frac{R}{L}} = \sqrt{\frac{L}{R^2C}}$$

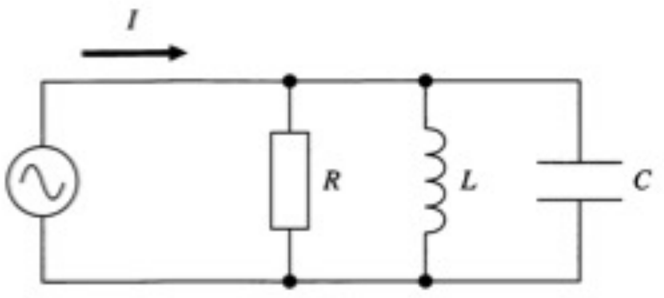
よって

$$Q = \sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{100^2\times0.1\times10^{-6}}} = \sqrt{4} = 2$$

RLC並列回路

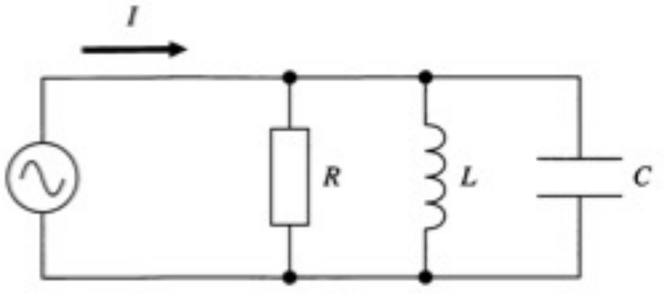
RLC並列回路

- 抵抗，インダクタ，コンデンサを並列につないだものをRLC直列回路という．
- この回路の合成アドミタンス（インピーダンスの逆数）は
- $\frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$
- アドミッタンスの大きさは
- $\left|\frac{1}{\dot{Z}}\right| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$
- アドミタンスの大きさが最小となるのは
- $\omega C = \frac{1}{\omega L}$のとき
- このときの角周波数は $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
- このとき，**並列回路は共振している**という．



RLC並列回路

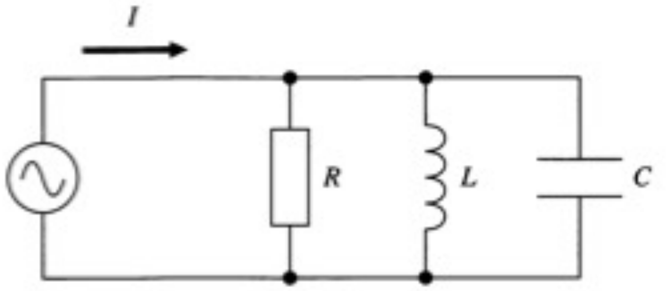
- この回路の合成アドミタンス（インピーダンスの逆数）は
- $\frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j(\omega \mathrm{C} - \frac{1}{\omega L})$
- 各素子にかかる電圧は等しい.
- 各素子に流れる電流は
- $\dot{I_R} = \frac{\dot{V}}{R}$
- $\dot{I_L} = \frac{\dot{V}}{j\omega L}$
- $\dot{I_C} = j\omega C\dot{V}$



RLC並列回路

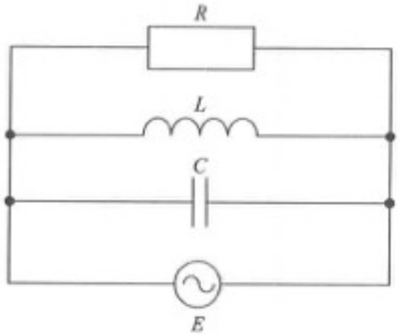
- 角周波数が$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}}$のときアドミタンスの大きさが最小となる．
- つまり，ab間を流れる電流は最小となる．
- また，このとき，インピーダンスの虚数成分はゼロとなり電圧と電流は同位相となる．
- RLC並列回路のアドミタンスの大きさが最小となるときを共振という．

- RLC並列回路が共振のとき
  - アドミタンスは最小でRのみとみなせる．
  - 共振角周波数：$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}}$
  - 共振周波数：$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
  - 電圧と電流の位相差は0



問題解説

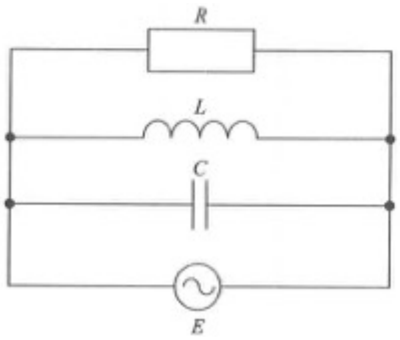
- 図の回路が共振状態にある時，抵抗器に流れる電流は何Aか．ただし，R = 200Ω，L = 1.6mH，C = 100μF，E = 100V（実効値）とする．（第38回ME2種）
- 0.5
- 1.0
- 1.5
- 2.0
- 5.0



問題解説

- 図の回路が共振状態にある時，抵抗器に流れる電流は何Aか．ただし，R ＝200Ω，L ＝1.6mH，C ＝100μF，E ＝100V（実効値）とする．（第38回ME2種）

1. 0.5
2. 1.0
3. 1.5
4. 2.0
5. 5.0



この回路のアドミタンスは

$$\frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

$$\left|\frac{1}{\dot{Z}}\right| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

これが最小の時，共振している．

最小値は$\left|\frac{1}{\dot{Z}}\right| = \frac{1}{R}$となる．すなわち，**回路が共振状態のときRのみの回路と見なせる**．

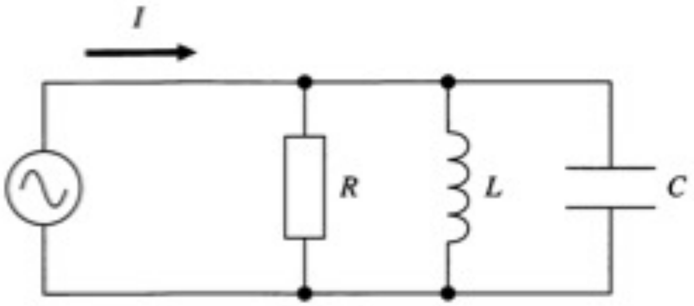
よって，抵抗器に流れる電流は

100/200=0.5A

問題

- 図の回路に置いて，電源を流れる電流Iが10A，LとCを流れる電流がそれぞれ2A，8Aであった．抵抗Rに流れる電流は何Aか．（第42回ME2種）

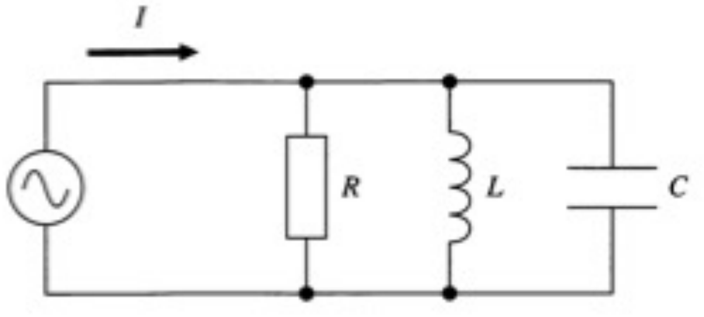
1. 0
2. 6
3. 8
4. 10
5. 20



問題

- 図の回路に置いて，電源を流れる電流Iが10A，LとCを流れる電流がそれぞれ2A，8Aであった．抵抗Rに流れる電流は何Aか．（第42回ME2種）

1. 0
2. 6
3. 8
4. 10
5. 20



各素子に流れる電流は

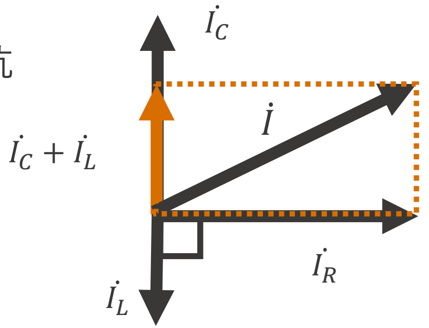
$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}}{R}$$
$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}}{j\omega L}$$
$$\dot{I}_C = j\omega C\dot{V}$$

であるから，抵抗を流れる電流 $\dot{I}_R$ に対し，コイルを流れる電流$\dot{I}_L$ は$-\pi/2$，コンデンサを流れる電流は $\dot{I}_C$ は $\pi/2$位相がずれている．これをフェーザ図で書くと図のようになる．

回路を流れる電流$\dot{I}$は各素子に流れる電流の合成なので，抵抗を流れる電流 $\dot{I}_R$ は

$$|\dot{I}_R| = |\dot{I} - (\dot{I}_C + \dot{I}_L)| = \sqrt{10^2 - (8-2)^2} = \sqrt{64} = 8$$

である．



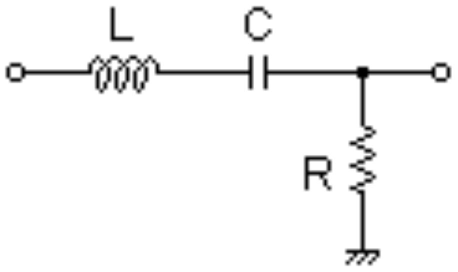
RLC回路のポイント

- RLC直列回路が共振のとき
  - 入力電圧をある周波数にするとインピーダンスが最小となる．
  - このときの周波数を共振周波数という． $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
  - このときインピーダンスはRのみとなる．
  - 電圧と電流の位相差は0である．
- RLC並列回路が共振のとき
  - 入力電圧をある周波数にするとインピーダンスが最大となる．
  - このときの周波数を共振周波数という． $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
  - このときインピーダンスはRのみとなる．
  - 電圧と電流の位相差は0である．

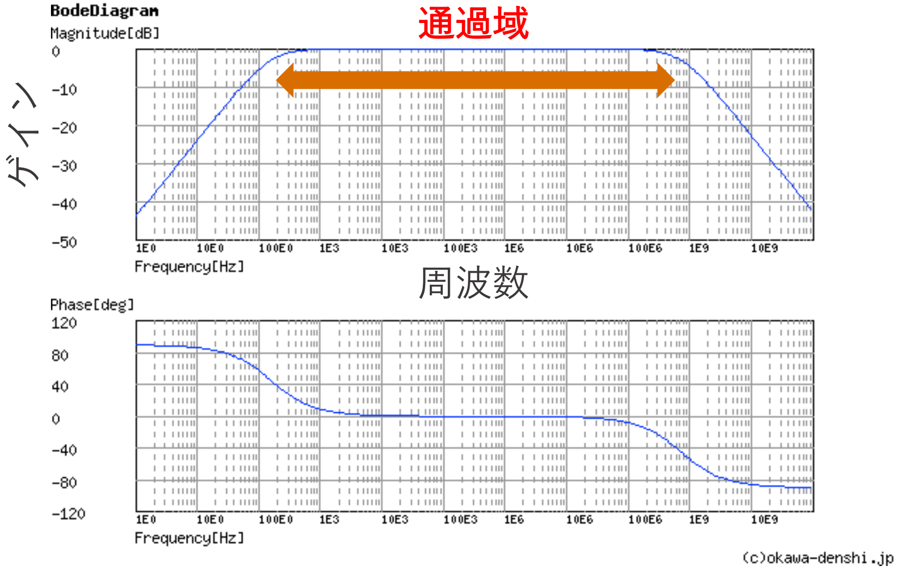
RLCフィルタ

RLCフィルタ

- RLCフィルタは抵抗，コイル，コンデンサを一つづつ用いたフィルタである．
- RLCフィルタは，回路の構成によりローパスフィルタ，ハイパスフィルタ，バンドパスフィルタを実現できる．

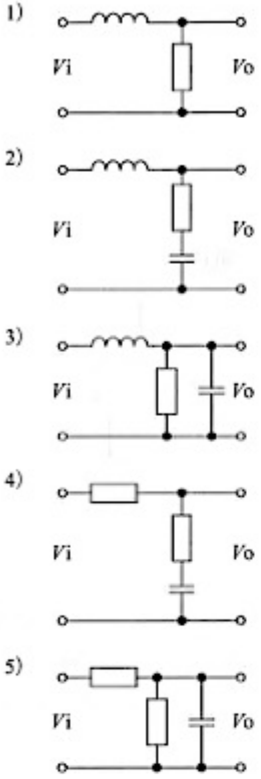


R=100Ω，C=10μF，L=0.022μH



問題解説

- 入力信号Viの周波数が無限大になっても出力信号Voが0にならない回路はどれか．（第37回ME2種）



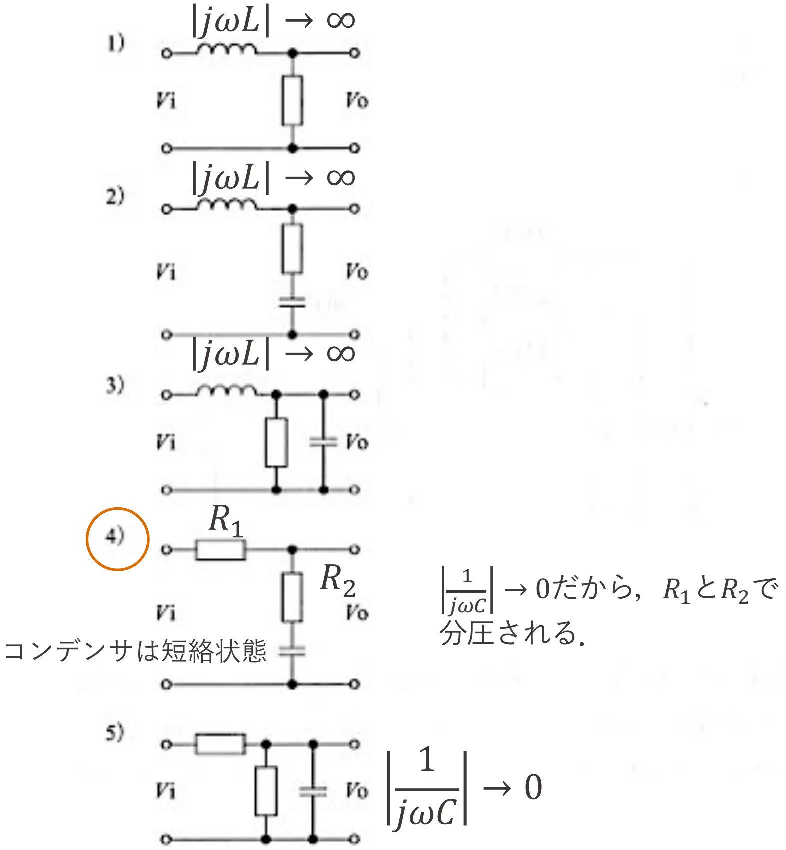
問題解説

- 入力信号Viの周波数が無限大になっても出力信号Voが0にならない回路はどれか．（第37回ME2種）

周波数が無限大になると，インダクタはインピーダンス無限大になる．つまり，周波数が高いとインダクタの電圧降下が入力電圧と等しくなり，他の素子の電圧は0になる．よって，入力にインダクタがついている１，２，３は間違いである．

一方，コンデンサのインピーダンスは0になる．
5は抵抗とコンデンサが並列につながっているため，周波数無限大になると，コンデンサが短絡状態になり，Voは0となる．

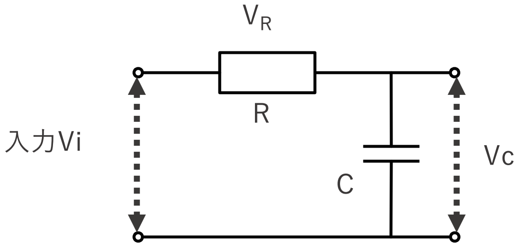
4はコンデンサが短絡状態になっても抵抗があるため抵抗で電圧降下が起こりVoは値を持つ．

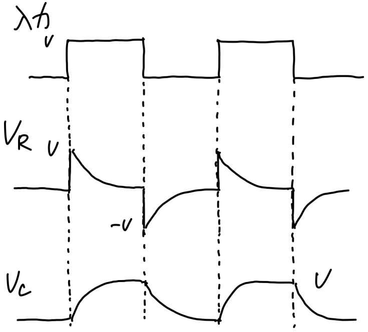


ポイント

RC回路，RL回路のポイント

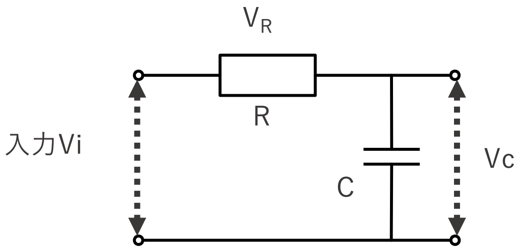
- コンデンサ，コイルの特性
  - RC回路
    - コンデンサの電圧はローパス，抵抗の電圧はハイパス
      - コンデンサは，周波数が低いとインピーダンスが上がりV_Cも大きい．
    - コンデンサの電圧は積分，抵抗の電圧は微分
      - コンデンサは，電荷を徐々に貯める．つまり電圧も徐々に大きくなる（足されている感じ＝積分）．
    - グラフでイメージを掴む．
    - 充電時の電圧変化は$V_C = V_i(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), V_R = V_i e^{-\frac{t}{\tau}}$，放電時は $V_C = V_i e^{-\frac{t}{\tau}}, V_R = -V_i e^{-\frac{t}{\tau}}$
  - RLフィルタはRC回路と素子の特性が逆と覚える．
  - カットオフ周波数
    - 出力の大きさが入力の$1/\sqrt{2}$となる周波数をカットオフ周波数という．
    - CRフィルタ：$f_c = \frac{1}{2\pi CR}$
    - LRフィルタ：$f_c = \frac{1}{2\pi L/R}$

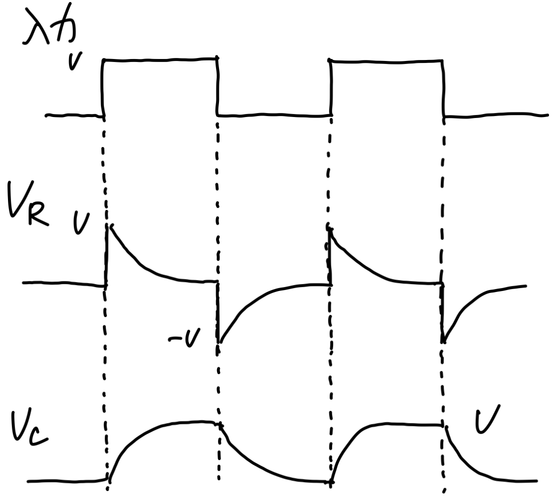




RC回路，RL回路のポイント

- 時定数
  - CRフィルタ：$\tau = CR$
  - LRフィルタ：$\tau = L/R$
- 矩形波を入力として与えたときのV_RとV_Cの時間変化が重要
  - 時定数により見た目が変化する．
  - 時定数大→電圧の緩やかな時間変化
  - 時定数小→電圧の急激な時間変化





RLC回路のポイント

- RLC直列回路が共振のとき
  - 入力電圧をある周波数にするとインピーダンスが最小となる.
  - このときの周波数を共振周波数という. $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
  - このときインピーダンスはRのみとなる.
  - 電圧と電流の位相差は0である.
- RLC並列回路が共振のとき
  - 入力電圧をある周波数にするとインピーダンスが最大となる.
  - このときの周波数を共振周波数という. $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
  - このときインピーダンスはRのみとなる.
  - 電圧と電流の位相差は0である.