

電気工学2第6回

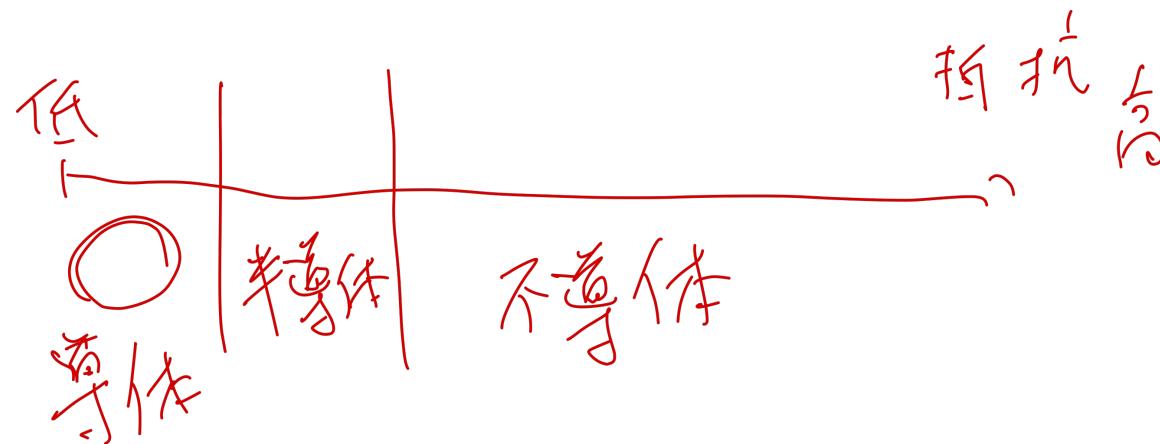
導体, コンデンサ

藤田 一寿

導体

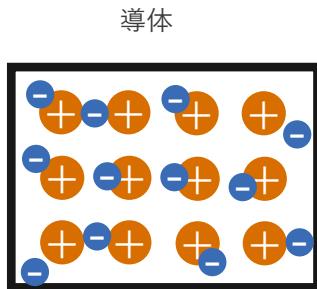
■ 導体とは

- 電気を伝える物質
 - 導体
- 電気を伝えない物質
 - 不導体, 絶縁体



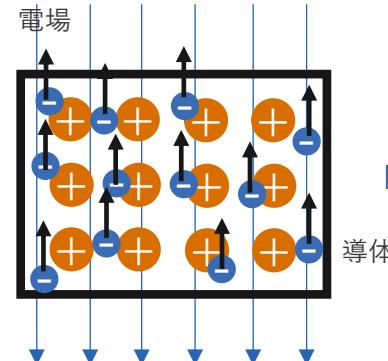
■ 導体と電場

- 電場中に導体を置くとどうなるか？

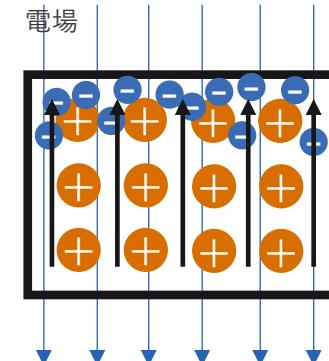


外部から電場をかける。

電子はバラバラに分布している。



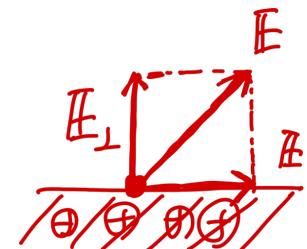
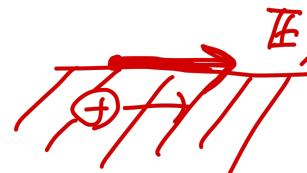
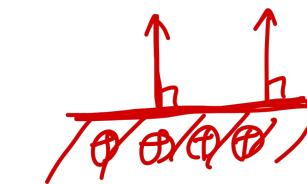
電子は電場により電場と逆向きに移動する。



電子は導体の端に移動することで、端に電子がたまり、そこが負極になる。その結果、導体内部に電場が発生する。内部に発生した電場と外部の電場が相殺する。

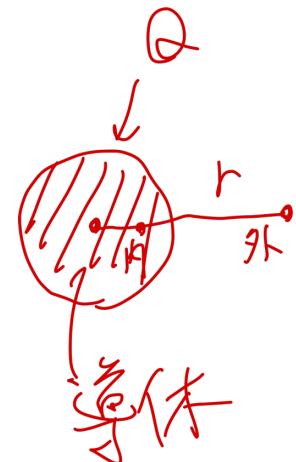
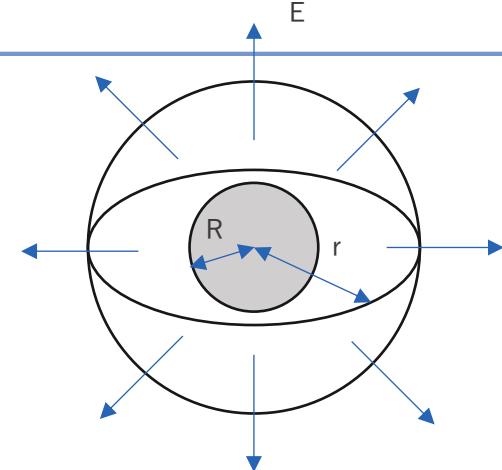
- 導体内では
 - 電場が0
 - 電位が一定（接地すると0）

■ 導体表面の電場

- 導体表面に電荷が一様に分布しているとする。 
- もし電場が導体面に対し斜めなら、電場は導体面に対し平行な成分を持つ。
- そうならば、導体表面の電荷は電場によって移動し続けることになる。
- つまり、電場が導体表面に対し斜めなら、導体表面に電荷は一様に分布できない。
- よって、電場は導体表面に対し垂直でなければならない。

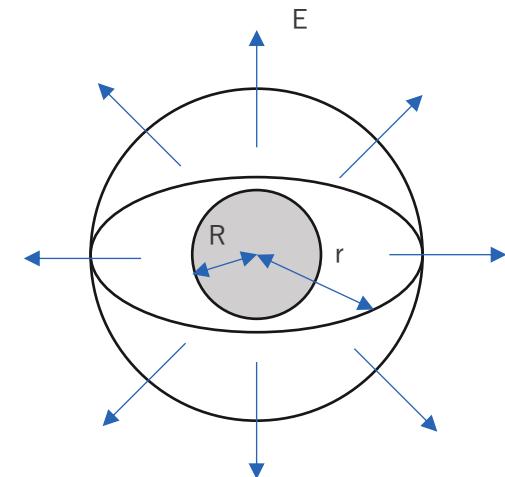
■ 導体球に分布する電荷が作る電場

- 半径 R の導体球に電荷 Q が分布しているとする。
- この球の中心から r の場所の電場を求める。
- 電荷が分布している球と同心の半径 r の球を考える。
- $R < r$ の時,
- 導体の電荷は Q だから, よってガウスの法則より
- $$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
- $$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$
- $R \leq r$ の時, 導体内部の電場は0である。



■ 導体球に分布する電荷が作る電位

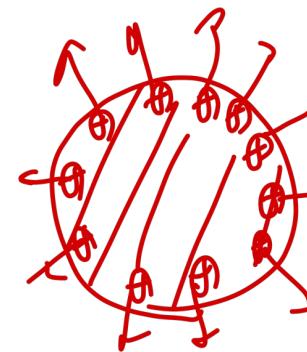
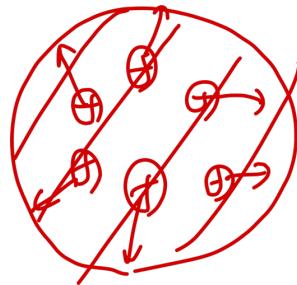
- 半径 R の導体球に電荷 Q が分布しているときの電位を求める。ただし、無限遠方を基準とする。
- 電荷が分布している球と同心の半径 r の球を考える。
- $R < r$ の時の電場は $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ だから、電位は
- $$V = - \int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} dx = \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} \right]_{\infty}^r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- $R \leq r$ の時、導体内部の電場は0なので、電位は
- $$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



発展

■ 電荷は導体球のどこに分布するのか

- 導体球に電荷を帯電させた時、その電荷は導体表面に均一に分布する。



導体内では、電荷は自由に移動できる。
電荷同士は反発し合うので、他の電荷から
離れようとする。
よって、図のような導体の内部に電荷は存
在しない（当然陽子や電子はあるが）。

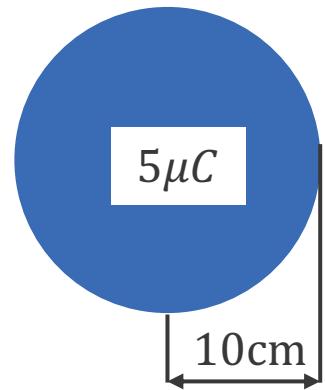
電荷同士が反発してお互い距離を取ると、
最終的に導体表面に均一に分布する。
その時の電場は導体球の表面から垂直に発
する。

■ 導体まとめ

- 導体内の電場は0
- 導体内の電位は一定
- 導体から発する電場は、導体表面から垂直に出る。
- 導体球に電荷を帯電させた時、その電荷は導体表面に均一に分布する。

■ 問題

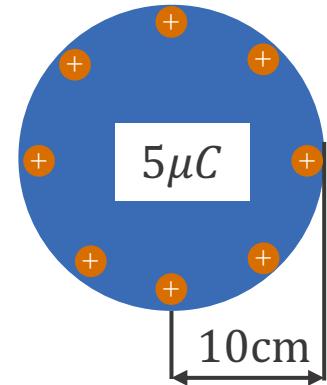
- 半径10cmの導体球に $5\mu C$ が帯電している。以下の間に答えよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ とする。
- 帯電した電荷は導体球のどこに分布するか。
- 中心から5cmの場所における電場を求めよ。
- 中心から5cmの場所における電位を求めよ。
- 中心から100cmの場所における電場を求めよ。
- 中心から100cmの場所における電位を求めよ。



問題

- 半径10cmの導体球に $5\mu C$ が帯電している。以下の間に答えよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を $9.0\times10^9\text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

1. 帯電した電荷は導体球のどこに分布するか。
2. 中心から5cmの場所における電場の強さを求めよ。
3. 中心から100cmの場所における電場の強さを求めよ。
4. 中心から5cmの場所における電位を求めよ。ただし無限遠方を0とする。
5. 中心から100cmの場所における電位を求めよ。ただし無限遠方を0とする。



1. 導体表面に分布する。
2. 導体内の電場の強さは0N/Cである。
3. 電場の強さは $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} = 9.0\times10^9 \times 5 \times 10^{-6} / 1^2 = 4.5 \times 10^4 \text{N/C}$
4. 導体内部の電位は導体表面と同じである。つまり、 $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r} = 9.0\times10^9 \times 5 \times 10^{-6} / 0.1 = 4.5 \times 10^5 \text{V}$
5. 電位は $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r} = 9.0\times10^9 \times 5 \times 10^{-6} / 1 = 4.5 \times 10^4 \text{V}$

■ 問題

- 帯電している導体球が真空中におかれている。正しいのはどれか。ただし、導体には電流は流れおらず、すべての電荷が静止しているものとする。（臨床工学技士国家試験35）
 1. 導体表面は等電位面である。
 2. 導体内部には一様な電荷が存在する。
 3. 導体内部には同心円状の電場が存在する。
 4. 導体内部から放射状に電気力線が出入りする。
 5. 導体球に帶電体を近づけると導体内部に電位差が生じる。

■ 問題

- ・帶電している導体球が真空中におかれている。正しいのはどれか。ただし、導体には電流は流れおらず、すべての電荷が静止しているものとする。(臨床工学技士国家試験35)

1. 導体表面は等電位面である。

- 2. 導体内部には一様な電荷が存在する。

導体内部に電荷は無い（厳密に言えばあるが打ち消し合っている）。

- 3. 導体内部には同心円状の電場が存在する。

導体内部の電場は0である。

- 4. 導体内部から放射状に電気力線が出入りする。

導体内部の電場は0である。よって電気力線も0本である。

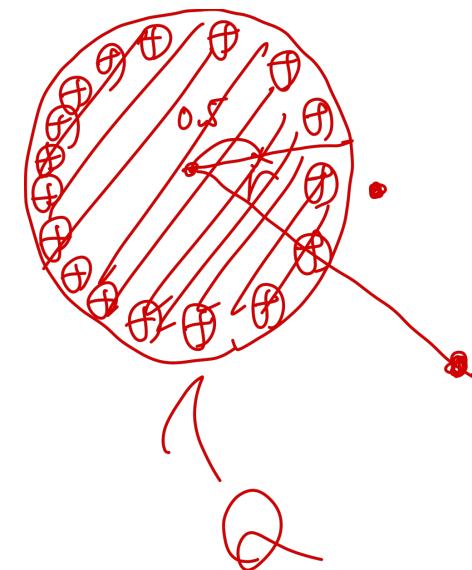
- 5. 導体球に帶電体を近づけると導体内部に電位差が生じる。

導体内部の電位は一定である。

■ 問題

- 真空中に正電荷で帯電した半径 r の球形導体がある。電界強度が最も大きい部分はどれか。(25回)

- 導体の中心点
- 導体の中心から $0.5r$ 離れた位置
- 導体表面近傍で導体内の位置
- 導体表面近傍で導体外の位置
- 導体中心から $2r$ 離れた位置



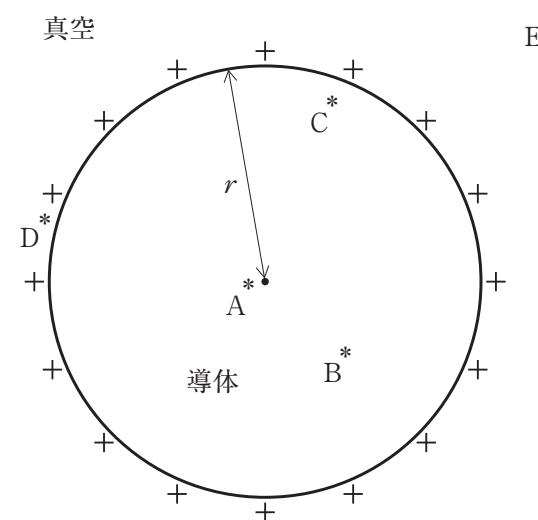
■ 問題

- 真空中に正電荷で帯電した半径 r の球形導体がある。電場強度が最も大きい部分はどれか。(25回)
 - 導体の中心点
 - 導体の中心から $0.5r$ 離れた位置
 - 導体表面近傍で導体内の位置
 - 導体表面近傍で導体外の位置
 - 導体中心から $2r$ 離れた位置
1. 導体内の電場は0
2. $0.5r$ の場所は導体内なので電場は0
3. 表面近傍であっても導体内の電場は0
4. 電場の強さは逆二乗則に従っているので 5 の $2r$ 離れた場所より導体球近傍の方が電場は強い。

問題

- 図は真空中に正電荷で帯電した半径 r の導体球の断面である。図中の各点（*）において電場強度の最も大きい点はどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

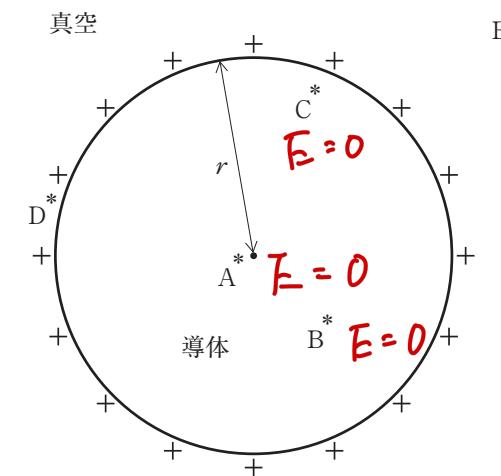
1. A
2. B
3. C
4. D
5. E



問題

- 図は真空中に正電荷で帯電した半径 r の導体球の断面である。図中の各点（*）において電場強度の最も大きい点はどれか。（臨床工学技士国家試験32回）

1. A
2. B
3. C
4. D
5. E



導体内は電場は0なので、A, B, Cの電場は0である。
また、電場は距離の2乗に反比例するので、遠ければ遠いほど小さい。よってEよりDの電場は大きい。
よってDの電場が最も大きい。

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q}{r^2}$$

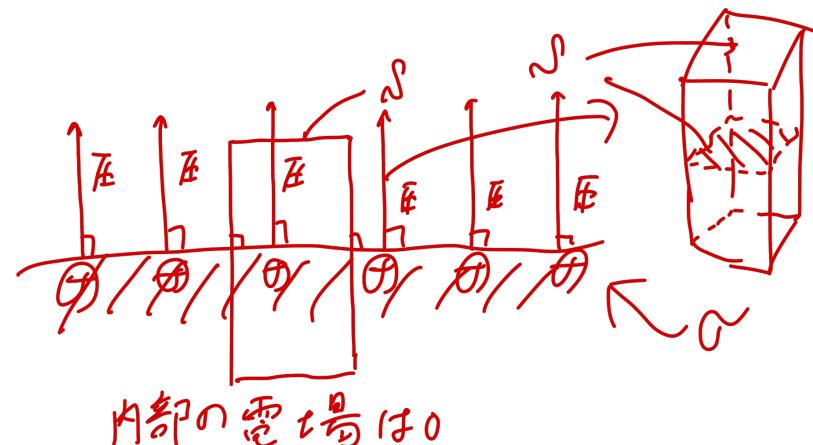
■ 無限に広い導体平面にある電荷が生成する電場と電位

- 図のような無限に広い導体表面に面密度 σ で電荷が帯電しているとする。
- 図のように底面積 S の四角柱を考える。導体が作る電気力線は、導体表面に対し垂直であるので、電場は四角柱の側面から出ない。さらに、導体中には電場は無い。よってガウスの法則は

$$ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

- とかける。電場 E は

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



■ 無限に広い導体平面にある電荷が生成する電位

- 無限に広い導体平面にある電荷が作る電場 E は次の式で表せる.

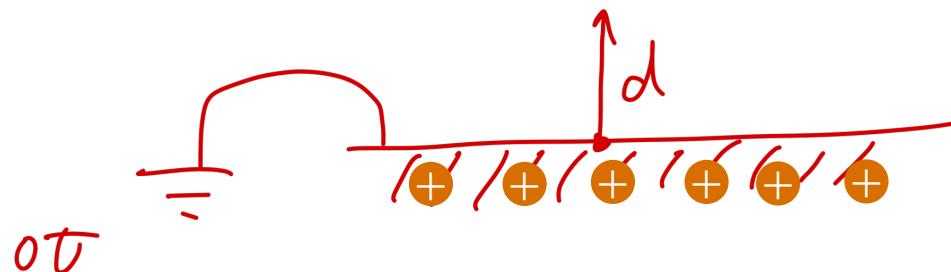
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- 電位は、導体表面を基準とし導体表面からの距離を d とすると、

$$V = - \int_d^0 E dx = - \int_d^0 \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = - \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

- つまり、電位は導体表面からの距離に比例する。

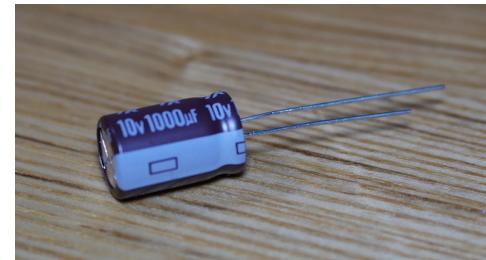
- 正電荷が電場を作る設定なので、1Cの正電荷が導体から離れると位置エネルギーは減ることになる（電位は負になる）。



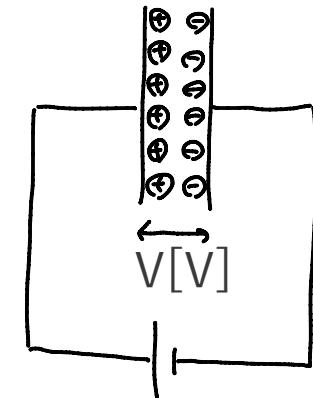
静電容量とコンデンサ

■ コンデンサ（キャパシタ）

- コンデンサ
 - 電荷を貯めることができる.
- コンデンサの両端電位差Vの時, コンデンサに貯まる電荷Qは
- $Q = CV$
- 比例定数Cは静電容量または電気容量という.
- 静電容量の単位は F (ファラデー, ファラッド)

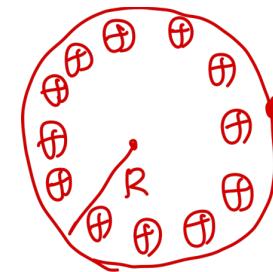


Q[C]貯まる



■ 導体球の静電容量

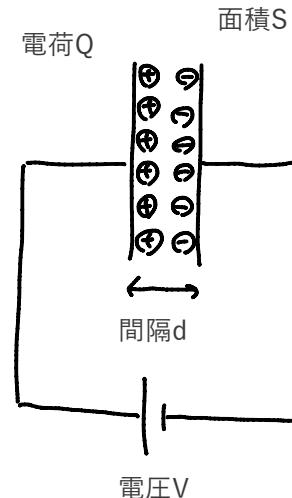
- 単なる導体球も電荷を貯めることができるために、コンデンサと見ることができる。
- 半径Rの導体球の静電容量を求める。
- 導体球Qを与えたとすると周囲の電場はガウスの法則より
- $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$
- $E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$
- 無限遠方との導体表面の電位差は
- $V = - \int_{\infty}^R \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} dr = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}$
- $Q = CV$ より
- $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}} = 4\pi \epsilon_0 R$ これが導体球の静電容量



$$\text{電位 } V = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}$$

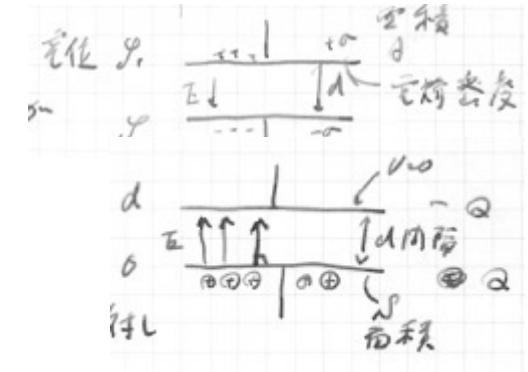
■ 平行板コンデンサ

- ・平行板コンデンサは、図のように導体で出来た平面の極板に電荷をためる。
- ・平行板コンデンサの静電容量を求めるためには、平面の導体にたまつた電荷による電位 V を求める必要がある。



■ 平行板コンデンサ内の電場

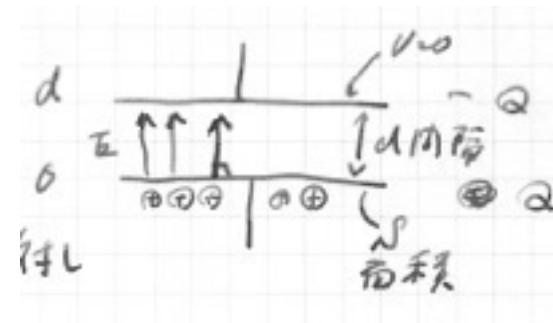
- 一般的にコンデンサとして用いられる平行板コンデンサの電気容量を求める。
- それぞれの板に電荷密度 σ と $-\sigma$ で帯電しているとする。
- 電荷密度 ρ で帯電している板をが生成する電場 E_+ は誘電率を ϵ_0 とすると
- $$2dSE_+ = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0}$$
- $$E_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$
- 電荷密度 $-\sigma$ で帯電している板が生成する電場 E_- は
- $$E_- = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$
- 平行板の間の電場は、それぞれの板が生成する電場は同じ向きだから
- $$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



発展

■ 平行板コンデンサの内の電圧

- 平行板コンデンサ内の電場は次のとおりである.
- $E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
- 平行板コンデンサの平行板と距離dの場所の電位差（電圧）Vは
- $V = - \int_d^0 \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$
- つまり、平行板コンデンサ内の電圧は平行板からの距離に比例する.

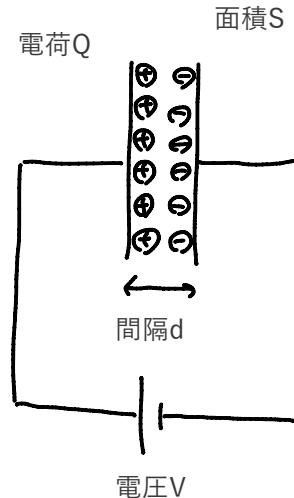


■ 平行板コンデンサ内の静電容量

- 電荷密度 ρ は板に帶電している電荷を Q , 板の面積を S とすると
- $\sigma = \frac{Q}{S}$
- よって V は
- $V = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$
- $Q = CV$ より
- $C = \frac{\epsilon_0 S Q}{Qd} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$
- これが平行板コンデンサの静電容量である.

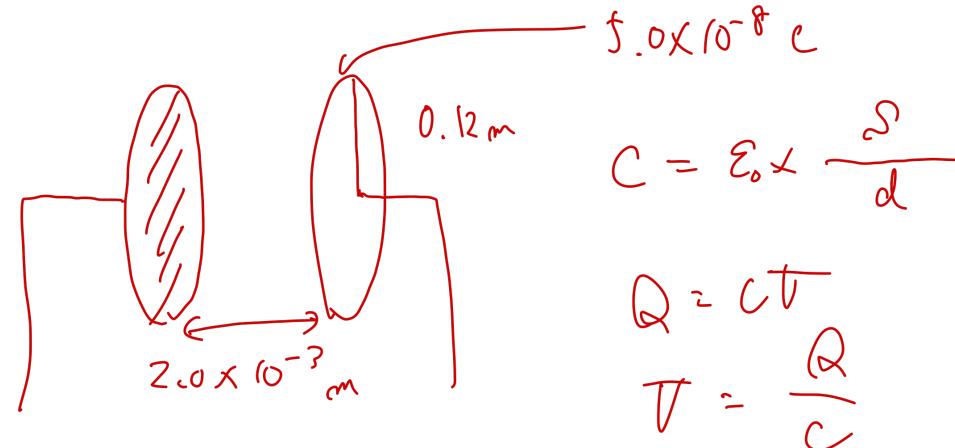
■ コンデンサのまとめ

- ・コンデンサに貯まる電荷 $Q = CV$
- ・平行板コンデンサの静電容量 $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$
 - ・平行板が広ければ広いほど多く電荷を貯めることが出来る。
 - ・平行板が離れれば離れるほど電荷を貯める量が減る。



問題

- 真空中で、半径 0.12m の2枚の金属板を $2.0 \times 10^{-3}\text{m}$ の間隔で平行に向かい合わせて、各金属板に絶対値 $5.0 \times 10^{-8}\text{C}$ の正負電荷を与える。真空の誘電率を $8.85 \times 10^{-12}\text{F/m}$ とする。
- 1. コンデンサの電気容量はいくらか。
- 2. 金属板の間に生じた電位差は何Vか。



問題

- 真空中で、半径 0.12m の2枚の金属板を $2.0 \times 10^{-3}\text{m}$ の間隔で平行に向かい合わせて、各金属板に絶対値 $5.0 \times 10^{-8}\text{C}$ の正負電荷を与える。真空の誘電率を $8.85 \times 10^{-12}\text{F/m}$ とする。
- 1. コンデンサの電気容量はいくらか。
- 2. 金属板の間に生じた電位差は何Vか。

$5.0 \times 10^{-8} \text{ C}$

0.12 m

$2.0 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$C = \epsilon_0 \times \frac{A}{d}$$

$$Q = CV$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

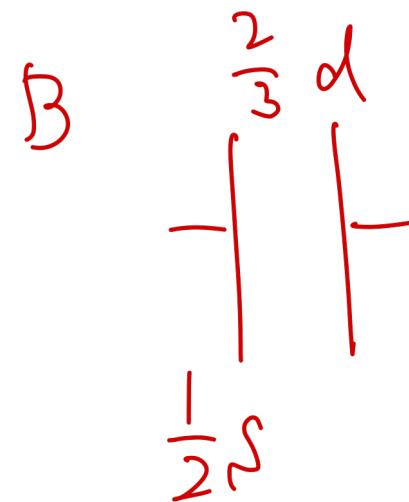
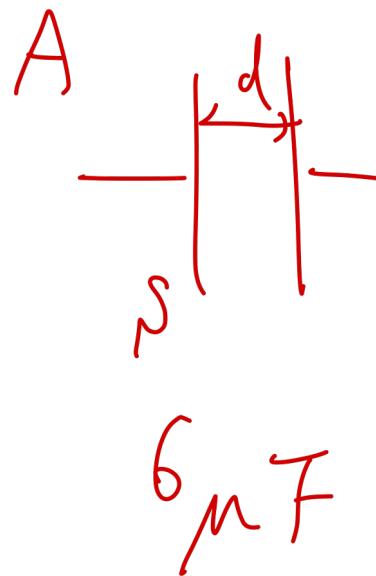
$$1. C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 0.12 \times 0.12 \times 3.14}{2.0 \times 10^{-3}} = 0.20 \times 10^{-12+3} = 2.0 \times 10^{-10} \text{ F}$$

$$2. Q = CV \text{ より}$$

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{5.0 \times 10^{-8}}{2.0 \times 10^{-10}} = 2.5 \times 10^2$$

問題

- 2つのコンデンサA, Bがある。平行板の面積比は2:1, 平行板の間隔の比は3:2で、Aの電気容量は $6.0 \mu F$ である。Bの容量は何 μF か。



$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

■ 問題

- 2つのコンデンサA, Bがある。平行板の面積比は2:1, 平行板の間隔の比は3:2で、Aの電気容量は $6.0 \mu F$ である。Bの容量は何 μF か。

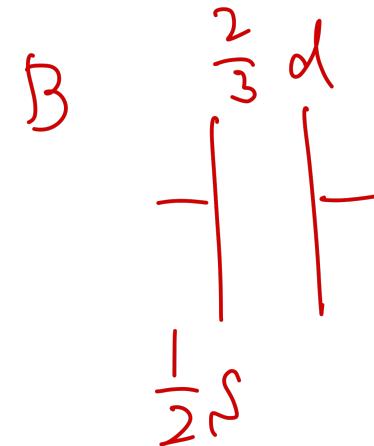
コンデンサAの電気容量は

$$C_A = \frac{\epsilon_0 S_A}{d_A}$$

コンデンサBの電気容量は

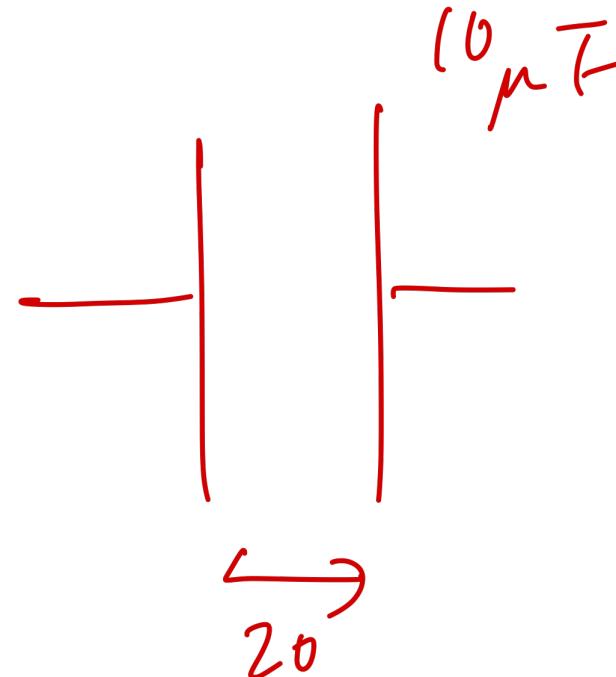
$$C_B = \frac{\epsilon_0 S_B}{d_B} = \frac{\epsilon_0 S_A / 2}{2d_A / 3} = \frac{3}{4} \frac{\epsilon_0 S_A}{d_A} = \frac{3 \times 6}{4} = 4.5$$

よってコンデンサBの電気容量は $4.5 \mu F$ である。



■ 問題

- $10\mu F$ のコンデンサにある電荷量を与えると、 $20V$ の電位差が生じた。与えられた電荷量 [μC] を求めよ。



■ 問題

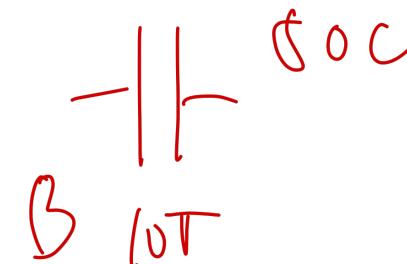
- $10\mu F$ のコンデンサにある電荷量を与えると、 $20V$ の電位差が生じた。与えられた電荷量 [μC] を求めよ。

$$Q = CV \text{ より}$$

$$Q = 10[\mu F] \times 20[V] = 200[\mu C]$$

■ 問題

- 二つのコンデンサA, Bがある。両方に10Vの電圧を加えたら、蓄えられた電荷はAが20C, Bが50Cになった。Aの静電容量 C_A はBの静電容量 C_B の何倍か。



■ 問題

- 二つのコンデンサA, Bがある。両方に10Vの電圧を加えたら、蓄えられた電荷はAが20C, Bが50Cになった。Aの静電容量 C_A はBの静電容量 C_B の何倍か。

それぞれのコンデンサの電圧は等しいので

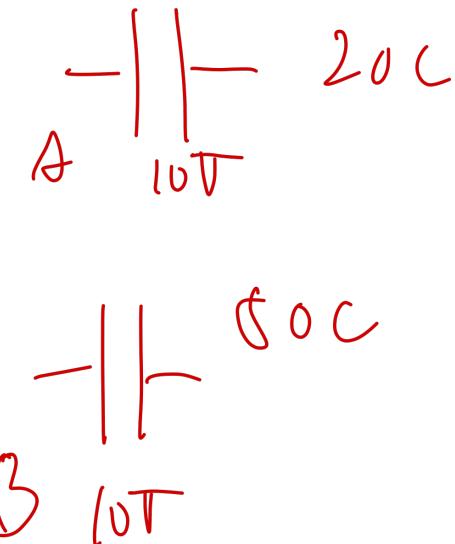
$$Q_A = C_A V$$

$$Q_B = C_B V$$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{C_A}{C_B} \frac{V}{V}$$

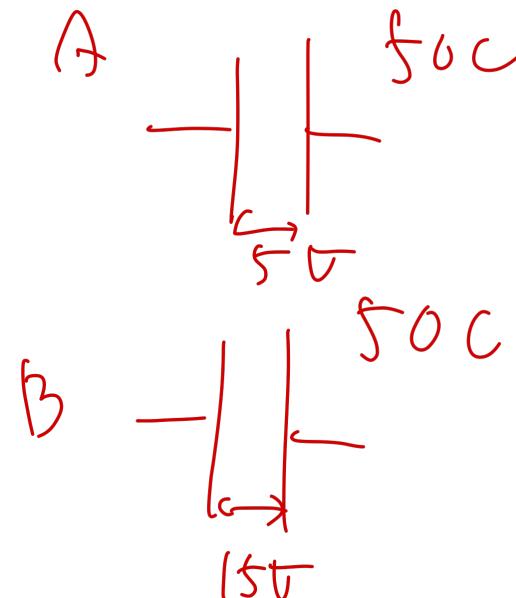
よって

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{20}{50} = 0.4\text{倍}$$



■ 問題

- 二つのコンデンサA, Bがある。両方に50Cの電荷を蓄えたら、Aの電圧が5V, Bの電圧が15Vになった。Aの静電容量 C_A はBの静電容量 C_B の何倍か。



■ 問題

- 二つのコンデンサA, Bがある。両方に50Cの電荷を蓄えたら、Aの電圧が5V, Bの電圧が15Vになった。Aの静電容量 C_A はBの静電容量 C_B の何倍か。

それぞれのコンデンサの電荷量は等しいので

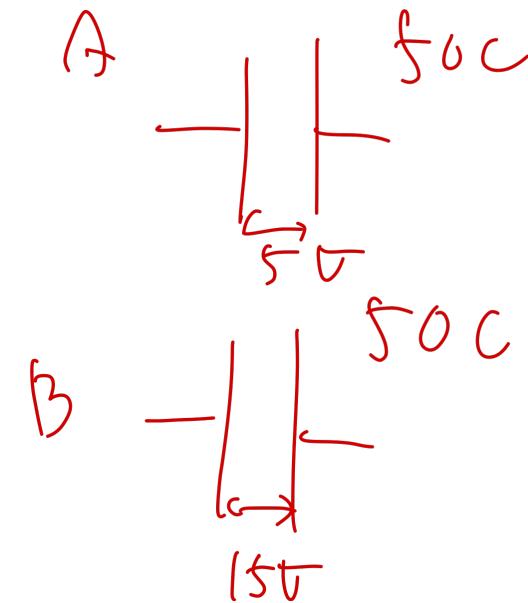
$$Q = C_A V_A$$

$$Q = C_B V_B$$

$$\frac{Q}{Q} = \frac{C_A}{C_B} \frac{V_A}{V_B}$$

よって

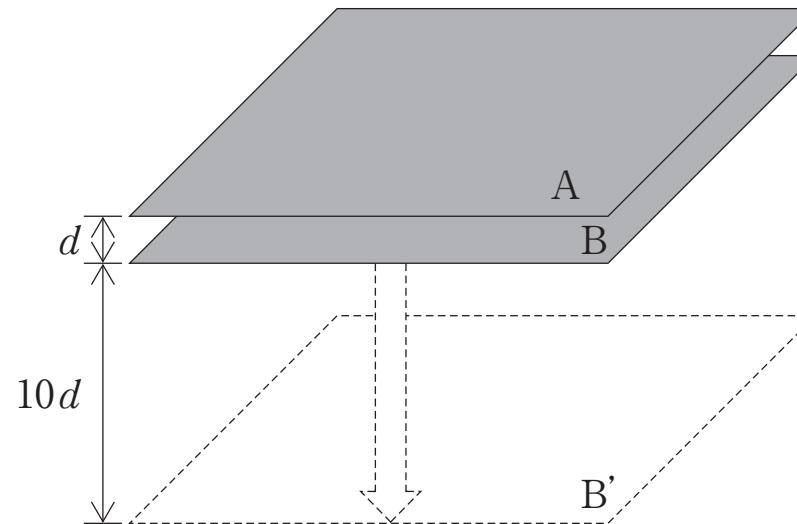
$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{15}{5} = 3\text{倍}$$



問題

- 2枚の同じ面積の金属平板A, Bを間隔 d だけ離して平行に並べた。金属平板Aに電荷 $+Q$ を、金属平板Bに電荷 $-Q$ を与えた。その後、金属平板Bだけ動かし、最初の位置から $10d$ 離した。金属平板と金属平板B'の電位差は、金属平板Bを動かす前の何倍か。(臨工学技士国家試験36)

1. 1.0倍
2. 5.0倍
3. 5.5倍
4. 10倍
5. 11倍



問題

- 2枚の同じ面積の金属平板A, Bを間隔 d だけ離して平行に並べた。金属平板Aに電荷 $+Q$ を、金属平板Bに電荷 $-Q$ を与えた。その後、金属平板Bだけ動かし、最初の位置から $10d$ 離した。金属平板と金属平板B'の電位差は、金属平板Bを動かす前の何倍か。(臨工学技士国家試験36)

1. 1.0倍
2. 5.0倍
3. 5.5倍
4. 10倍
5. 11倍

移動前の静電容量は

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

である。移動後の静電容量は

$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{d + 10d} = \epsilon_0 \frac{S}{11d}$$

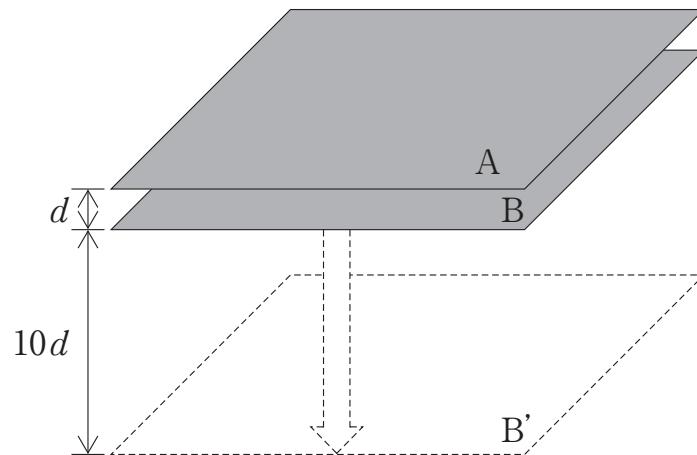
である。

よって移動前移動後の電位差は

$$V = \frac{Q}{C}, V' = \frac{Q}{C'}$$

よって電位差の比は

$$\frac{V'}{V} = \frac{C'}{C} = 11$$



コンデンサのエネルギー

■ コンデンサに蓄えられるエネルギー

- コンデンサに蓄えられるエネルギーWは、静電容量C、電圧Vとすると次のように表される。

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

おまけ

平行板が十分広いと仮定 $\rightarrow E$ は一定

$$\text{電位} V = \int E dx = Ex$$

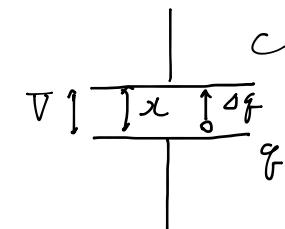
$$E = \frac{V}{d}$$

平行板に電荷 q がたまっているとする。

dU の電荷を平行板間移動させるのに必要なエネルギー dU は
 $dU = \int F dx = \int q_E E dx = q_E Ex = q_E V = q_E \frac{F}{C}$

電荷を 0 から Q までたまうのに必要なエネルギー U は

$$U = \int_0^Q \frac{q}{C} dF = \frac{1}{2} \frac{F^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{C V^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$



■ 問題解説

- 図の回路のキャパシタに蓄えられているエネルギー[J]はどれか。（第41回ME2種）

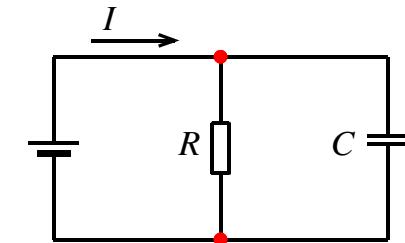
1. CRI^2

2. $\frac{CR}{2I^2}$

3. $\frac{I}{2CR}$

4. $\frac{CIR}{4}$

5. $\frac{CI^2R^2}{2}$



■ 問題解説

- 図の回路のキャパシタに蓄えられているエネルギー[J]はどれか。(第41回ME2種)

1. CRI^2

2. $\frac{CR}{2I^2}$

3. $\frac{I}{2CR}$

4. $\frac{CIR}{4}$

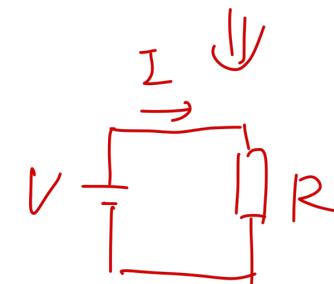
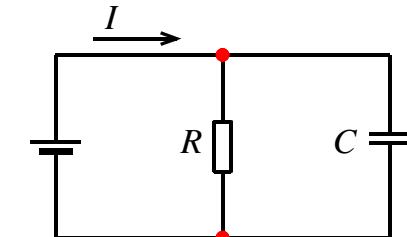
5. $\frac{CI^2R^2}{2}$

キャパシタに加わる電圧は、並列回路なので抵抗 R に加わる電圧と等しい。また、**直流電源の場合**、定常状態になると C のインピーダンスは無限大となり**キャパシタは開放と見なせる**。つまり、電流 I は、すべて抵抗 R に流れる。よって、キャパシタに加わる電圧 V は

$$V = IR$$

である。キャパシタに蓄えられるエネルギー W は、

$$\begin{aligned} W &= CV^2/2 \\ &= CI^2R^2/2 \end{aligned}$$



■ 問題

- 静電容量 $20\mu F$ のキャパシタに蓄えられるエネルギーが $160\mu J$ であるとき、以下の問いに答えよ。答えは有効数字3桁以内で表せ。
 - キャパシタの電荷 $[\mu C]$ を求めよ。
 - キャパシタ両極の電位差 $[V]$ を求めよ。

■ 問題

- 静電容量 $20\mu F$ のキャパシタに蓄えられるエネルギーが $160\mu J$ であるとき、以下の問いに答えよ。答えは有効数字3桁以内で表せ。
 - キャパシタの電荷 $[\mu C]$ を求めよ。
 - キャパシタ両極の電位差 $[V]$ を求めよ。

$$1. U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} C \times \left(\frac{Q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{20 \times 10^{-6}} = 160 \times 10^{-6}$$

$$Q = \sqrt{2 \times 20 \times 10^{-6} \times 160 \times 10^{-6}} = \sqrt{2^2 \times 4^2 \times 10^{-10}} = 8 \times 10^{-5} \mu C$$

$$2. V = \frac{Q}{C} = \frac{8 \times 10^{-5}}{20 \times 10^{-6}} = 4V$$

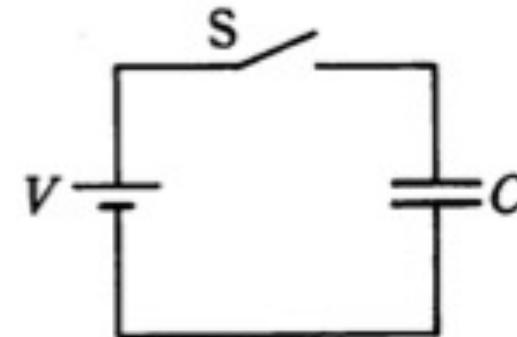
■ 問題

- ・極板間隔を変えることのできるコンデンサーに、スイッチSを経て電圧一定の電池につないで、Sを開じる。

- 1) Sを開じたまま極板間隔を2倍にする場合
- 2) Sを開いてから極板間隔を2倍にする場合

次の量はそれぞれ何倍になるか。

- ・蓄えられる電気量（電荷量）
- ・極板間の電位差
- ・蓄えられる静電エネルギー



問題

- ・極板間隔を変えることのできるコンデンサーに、スイッチSを経て電圧一定の電池につないで、Sを閉じる。

- 1) Sを閉じたまま極板間隔を2倍にする場合

この場合、電源はつながったままなので電圧がVで一定である。

間隔を2倍にすると静電容量は1/2になる。

- ・蓄えられる電気量（電荷量）

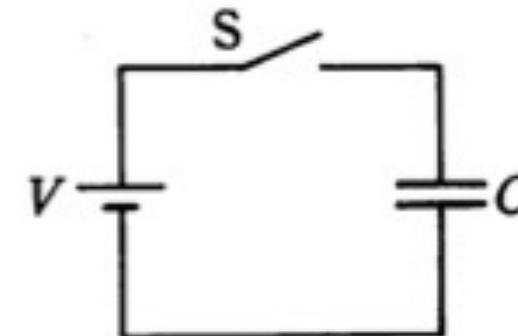
- $Q = \frac{1}{2}CV$ なので1/2倍

- ・極板間の電位差

- ・電圧がVで一定であるので、1倍

- ・蓄えられる静電エネルギー

- $U = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C\right)V^2$ なので1/2倍



■ 問題

- ・極板間隔を変えることのできるコンデンサーに、スイッチSを経て電圧一定の電池につないで、Sを開じる。

2) Sを開いてから極板間隔を2倍にする場合

この場合、電源はつながっておらず、電源から電荷が補給されないため、電荷Qが一定である。

間隔を2倍になると静電容量は $1/2$ になる。

- ・蓄えられる電気量（電荷量）

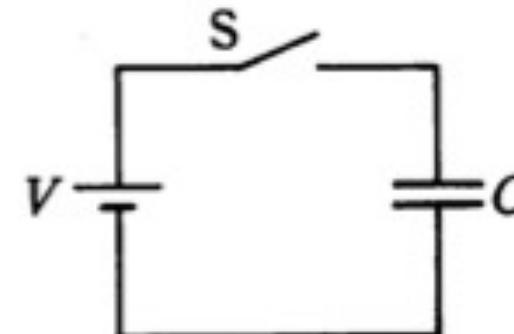
- ・電荷Qは一定なので、1倍

- ・極板間の電位差

- ・ $Q = \frac{1}{2}CV$, $V = 2Q/C$ よって2倍

- ・蓄えられる静電エネルギー

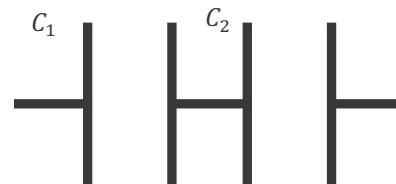
- ・ $U = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C\right)(2V)^2$ なので2倍



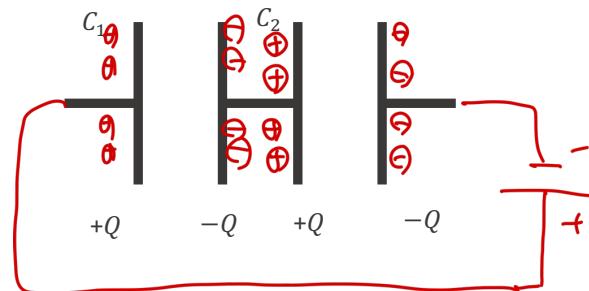
コンデンサを用いた回路

■ コンデンサの直列回路

- ・コンデンサを直列につないだらどうなるか？



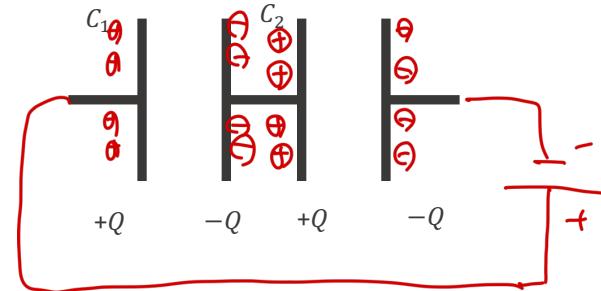
- ・電圧Vを加えるとコンデンサには電荷がたまる。C1とC2は導線でつながっているので、つながっている板には同じ量の電荷がたまる。



あくまでも電池を繋いだとき。

■ コンデンサの直列回路

- 接続する電極にたまる電荷の量は同じので
- $$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2$$
- よって
- $$\frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1}$$
- また、直列接続なのでC1とC2の電圧降下の和は電源電圧を等しいので
- $$V = V_1 + V_2$$
- よってそれぞれのコンデンサに加わる電圧は
- $$V_2 = \frac{C_1}{C_2} V_1, V = V_1 + \frac{C_1}{C_2} V_1 = \frac{C_1 + C_2}{C_2} V_1$$
- $$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V, V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V$$

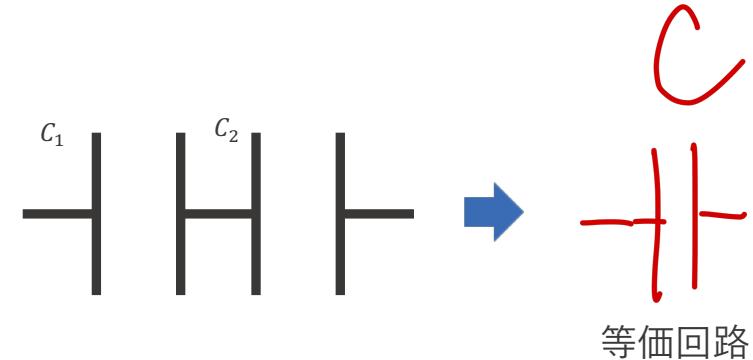


■ コンデンサの直列回路

- 合成静電容量Cは

$$Q = CV = C_1 V_1$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$



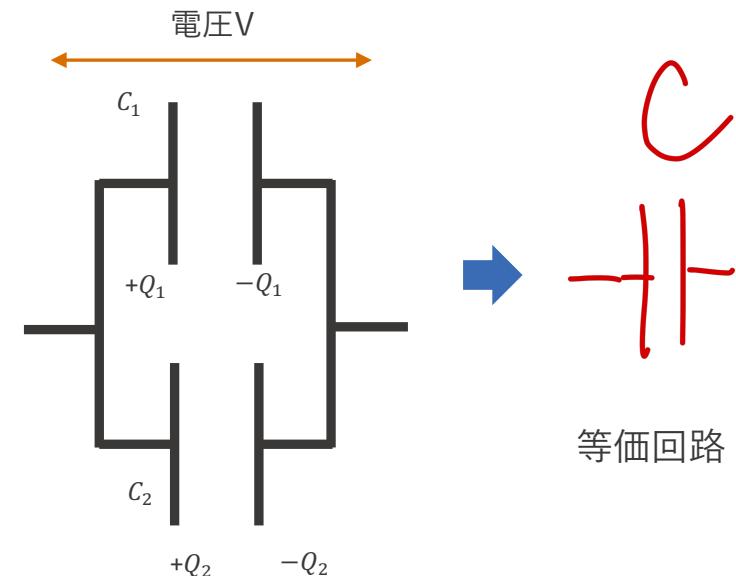
- 実は合成静電容量は次の式で求められる.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- この式は、抵抗の並列回路の合成抵抗を求める式と同じ形になっている。

■ コンデンサの並列回路

- 並列回路なのでコンデンサに加わる電圧はすべて等しいので、それぞれのコンデンサにたまる電荷 Q_1, Q_2 は
- $Q_1 = C_1 V, Q_2 = C_2 V$
- コンデンサにたまる電荷の総量 Q は
- $Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V + C_2 V$
- よって合成静電容量は
- $Q = CV$
- $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1+Q_2}{V} = C_1 + C_2$
- この式は、抵抗の直列回路の合成抵抗と同じ形になっている。

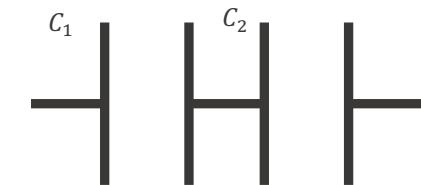


■ コンデンサの回路のまとめ

- コンデンサの直列回路

- それぞれのコンデンサに溜まった電荷は等しい.

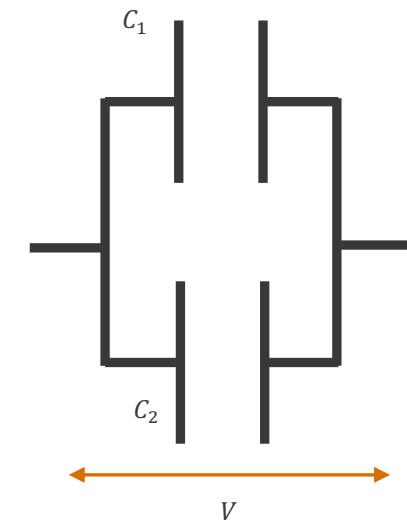
- 合成静電容量 C は $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$ から求まる.



- コンデンサの並列回路

- それぞれにかかる電圧は等しい.

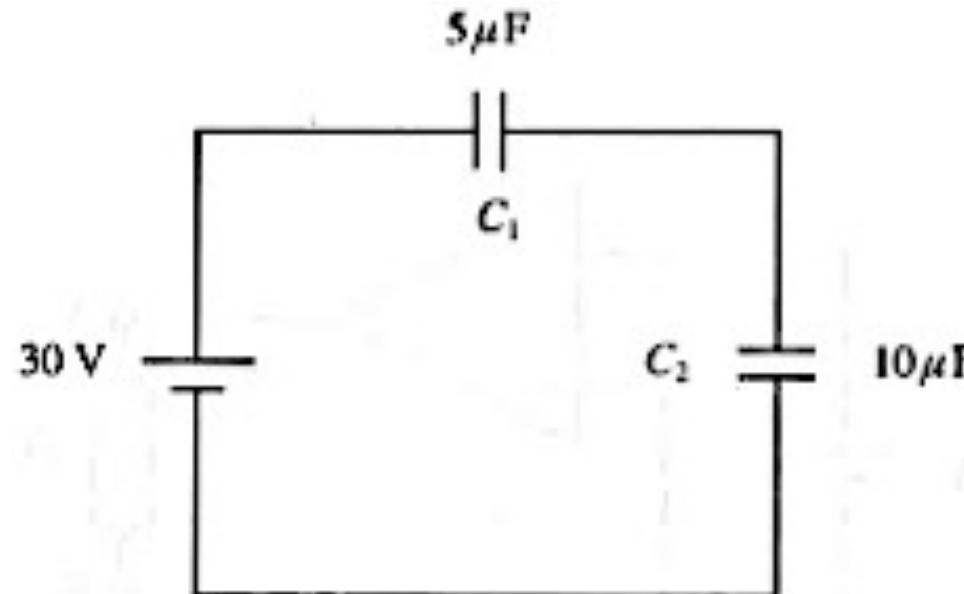
- 合成静電容量 C は $C = \sum_i C_i$ である.



■ 問題解説

- 図の回路でコンデンサC2の両端電圧[V]はいくらか. (第34回ME2種)

- 3
- 5
- 10
- 15
- 20



■ 問題解説

- 図の回路でコンデンサC₂の両端電圧[V]はいくらか。(第34回ME2種)

1. 3

電圧の比はコンデンサの容量の逆比なので,

2. 5

$$30 \times \frac{5}{15} = 10V$$

3. 10

4. 15

別解

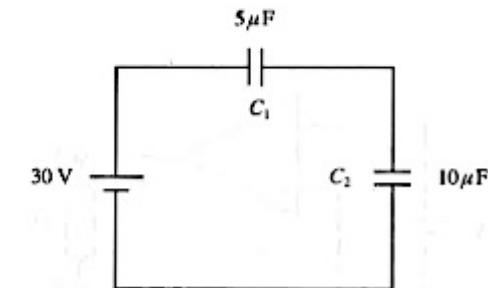
5. 20

$$Q = C_1 V_{C_1} = C_2 V_{C_2}$$

$$V_{C_1} = \frac{C_2}{C_1} V_{C_2}$$

$$V = \frac{C_2}{C_1} V_{C_2} + V_{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1} V_{C_2}$$

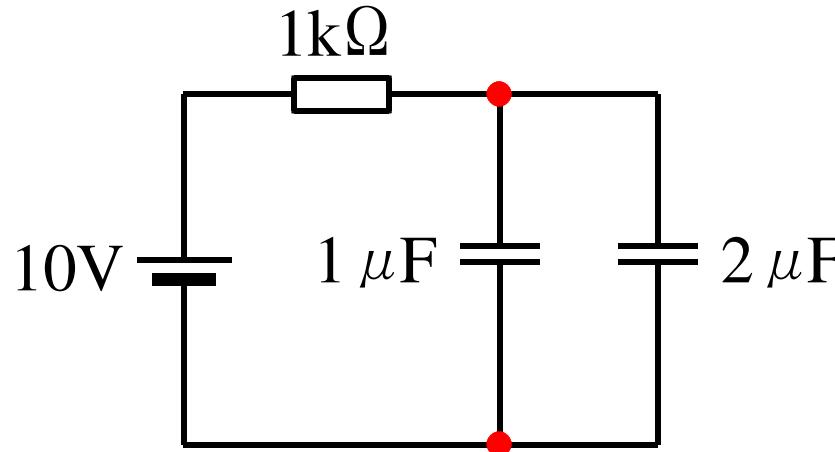
$$V_{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V = \frac{5}{10 + 5} \times 30 = \frac{1}{3} \times 30 = 10$$



■ 問題解説

- 図の回路で $2\mu\text{F}$ のキャパシタに蓄積される電荷 [μC] はどれか. (第40回ME2種)

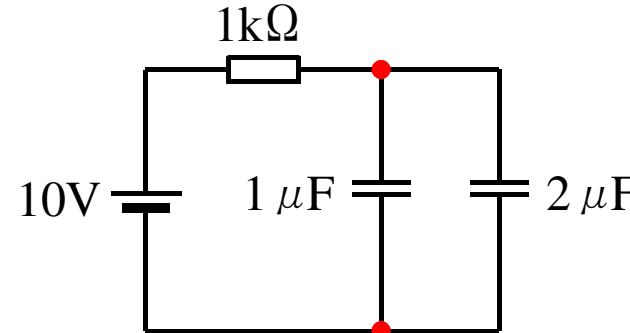
- 1
- 2
- 10
- 20
- 30



■ 問題解説

- 図の回路で $2\mu F$ のキャパシタに蓄積される電荷 [μC] はどれか. (第40回ME2種)

- 1
- 2
- 10
- 20
- 30

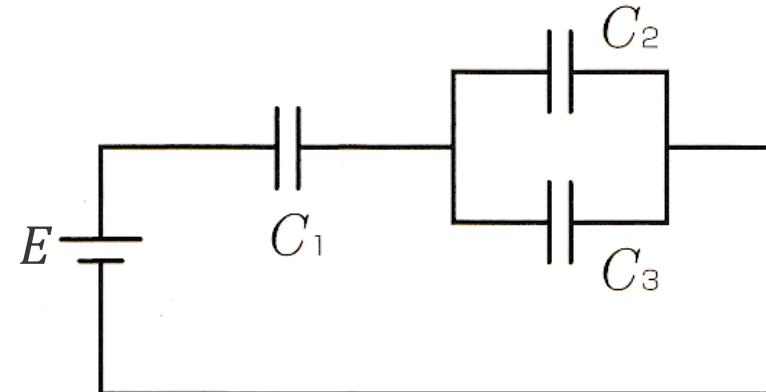


直流回路のとき、定常状態になるとキャパシタのインピーダンスは無限大（開放）である。よって、キャパシタで10Vの電圧降下が起こる。2つのキャパシタは並列につながっているので、それぞれ10Vの電圧が加わっている。よって、 $2\mu F$ のキャパシタに溜まった電荷Qは

$$Q = 2\mu F \times 10V = 20\mu C$$

■ 問題

- 図の回路において、 $C_1 = 1\mu F, C_2 = 2\mu F, C_3 = 3\mu F, E = 12V$ であるとき、以下の問いに答えよ。答えは分数のままでよい。
 - 各キャパシタの両極の電位差を求めよ。
 - 各キャパシタに蓄えられている電気量を求めよ。
 - C_1, C_2 及び C_3 の合成容量を求めよ。



問題

- 図の回路において、 $C_1 = 1\mu F, C_2 = 2\mu F, C_3 = 3\mu F, E = 12V$ であるとき、以下の問い合わせに答えよ。答えは分数のままでよい。
 - 各キャパシタの両極の電位差を求めよ。

C_2 と C_3 の合成電気容量 C_{23} は

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 5\mu F$$

C_1 と C_{23} で貯まる電荷は同じだから

コンデンサ C_1, C_2, C_3 の電圧をそれぞれ V_1, V_2, V_3 とすると

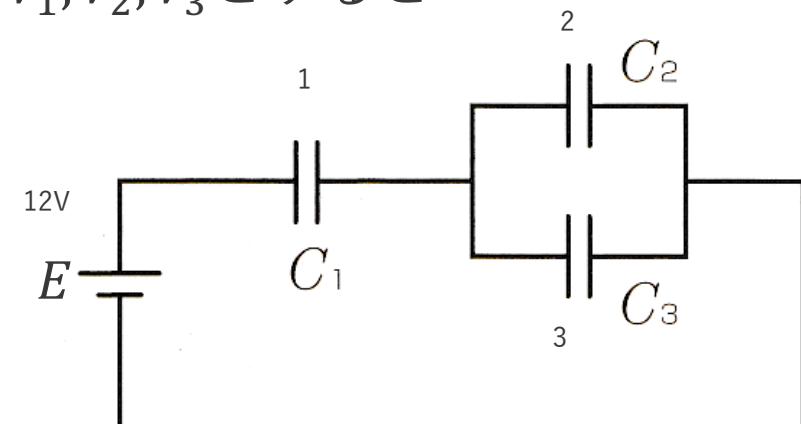
$$C_1 V_1 = C_{23} V_{23}$$

$$V_1 = 5V_{23}$$

よって

$$V_1 = 12 \times \frac{5}{6} = 10V$$

$$V_{23} = V_2 = V_3 = 2V$$



■ 問題

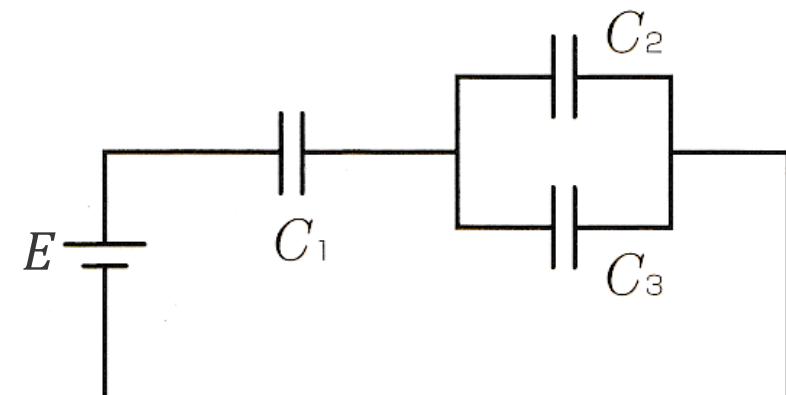
- 図の回路において、 $C_1 = 1\mu F, C_2 = 2\mu F, C_3 = 3\mu F, E = 12V$ であるとき、以下の問いに答えよ。答えは分数のままでよい。
- 2. 各キャパシタに蓄えられている電気量を求めよ。

各コンデンサに貯まる電気量を Q_1, Q_2, Q_3 とすると
 $V_1 = 10V, V_2 = V_3 = 2V$ だから

$$Q_1 = C_1 V_1 = 10\mu C$$

$$Q_2 = C_2 V_2 = 4\mu C$$

$$Q_3 = C_3 V_3 = 6\mu C$$



問題

- 図の回路において、 $C_1 = 1\mu F, C_2 = 2\mu F, C_3 = 3\mu F, E = 12V$ であるとき、以下の問いに答えよ。答えは分数のままでよい。
- 3. C_1, C_2 及び C_3 の合成電気容量を求めよ。

C_2 と C_3 の合成電気容量 C_{23} は

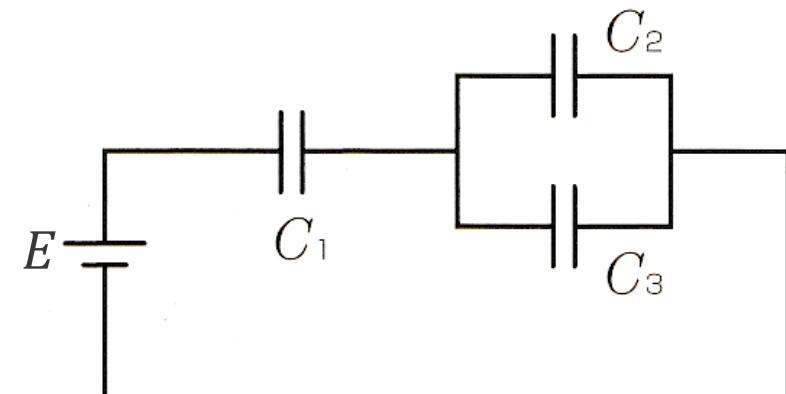
$$C_{23} = C_2 + C_3 = 5\mu F$$

C_{23} と C_1 は直列だから合成電気容量 C は

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

よって

$$C = \frac{5}{6}\mu F$$



問題

- 図の回路で端子ab間の合成静電容量[μF]はどれか. (臨床工学技士国家試験33)

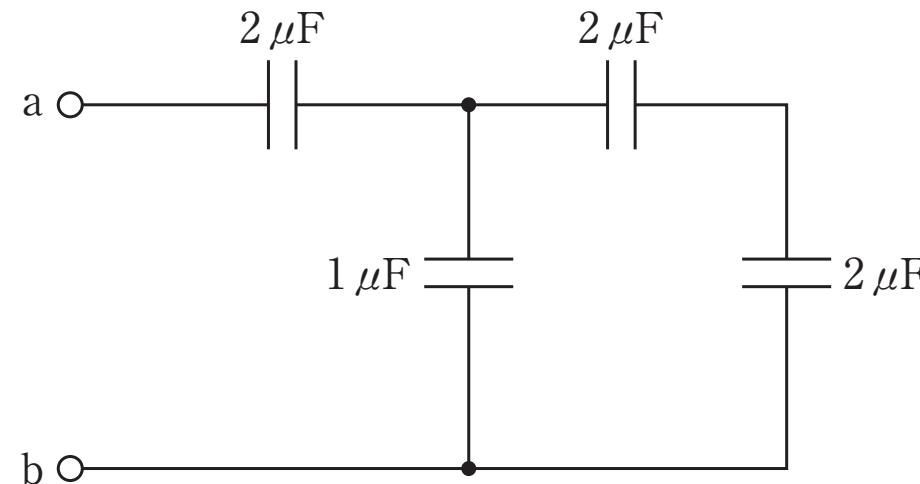
1. 0.5

2. 1

3. 2

4. 5

5. 7



問題

- 図の回路で端子ab間の合成静電容量[μF]はどれか. (臨床工学技士国家試験33)

1. 0.5

$2\mu F$ と $2\mu F$ が直列接続した場合の合成静電容量は

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

2. 1

$1\mu F$ と $1\mu F$ が並列接続した場合の合成静電容量は

$$C = 1 + 1 = 2$$

3. 2

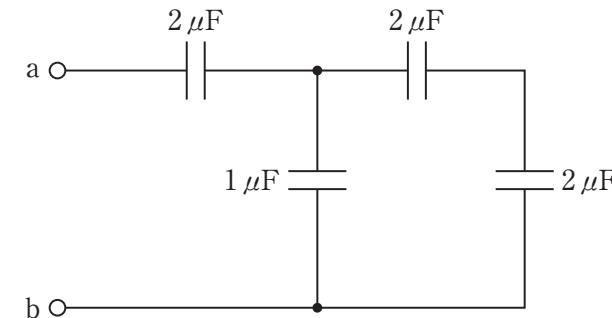
$2\mu F$ と $2\mu F$ が直列接続した場合の合成静電容量は

4. 5

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

5. 7

よって合成静電容量は $1\mu F$ である.



■ 抑えるポイント

- ・コンデンサに貯まる電荷

- $Q = CV$

- ・平行板コンデンサの静電容量

- $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

- 平行板が広ければ広いほど多く電荷を貯めることができる。

- 平行板が離れれば離れるほど電荷を貯める量が減る。

- ・コンデンサにたまつたエネルギー

- $W = \frac{1}{2}CV^2$

- ・コンデンサ C_1, C_2 を直列に繋いだときの合成静電容量

- $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

- ・コンデンサ C_1, C_2 を並列に繋いだときの合成静電容量

- $C = C_1 + C_2$

