

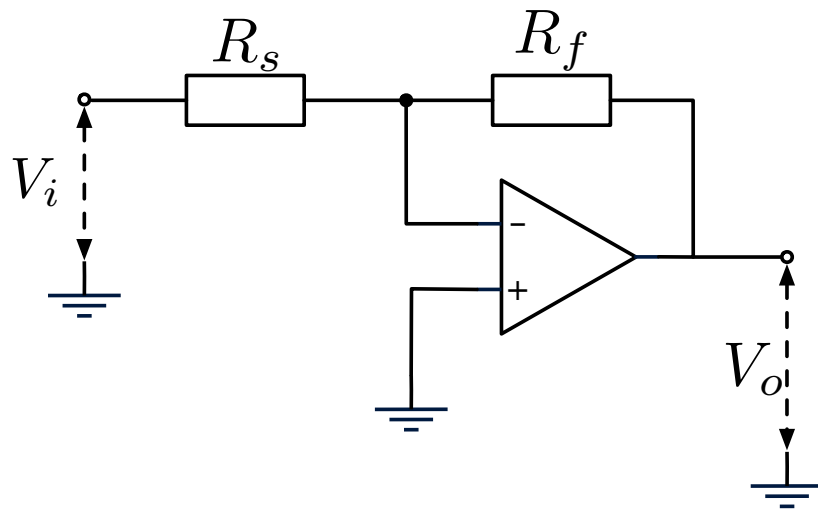
# 電気工学2第13回

藤田一寿

# 反轉增幅回路

## ■ 反転増幅回路

- 入力は反転入力端子へ
- 非反転入力端子はGNDに接続



## ■ 反転増幅回路の増幅度

- 入力端子には電流は入っていないため、それぞれの抵抗を流れる電流 $I_{R_s}$ と $I_{R_f}$ は等しい。

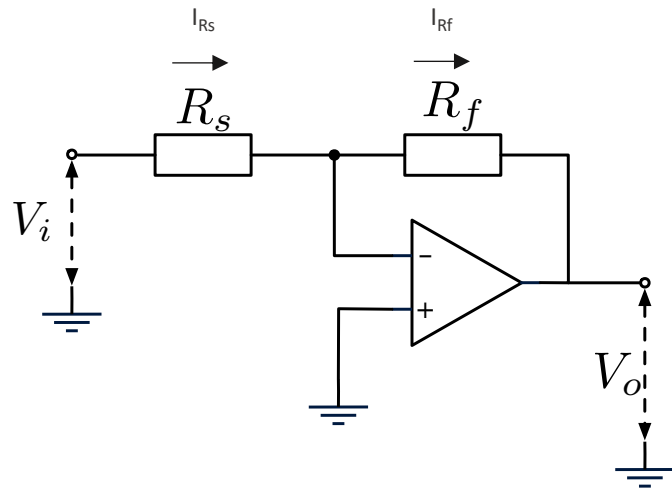
$$I_{R_s} = I_{R_f}$$

- 反転入力端子に加わる電圧を $V_-$ とすると、それぞれの電流は

$$I_{R_s} = \frac{V_- - V_i}{R_s}, I_{R_f} = \frac{V_o - V_-}{R_f}$$

- となるので

$$\frac{V_- - V_i}{R_s} = \frac{V_o - V_-}{R_f}$$



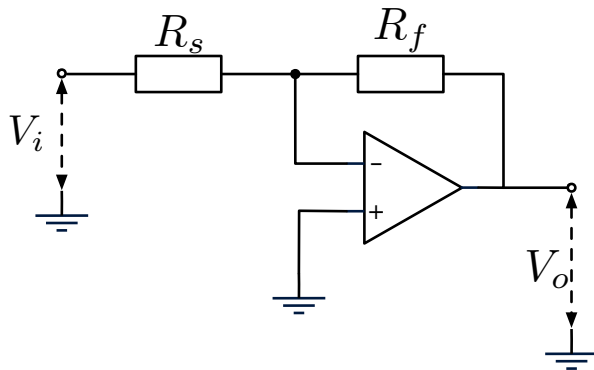
## ■ 反転増幅回路の増幅度

- イマジナリーショートを考慮すると、反転入力端子 $v_-$ は0である。
- よって、

$$\frac{-V_i}{R_s} = \frac{V_o}{R_f}$$

- 増幅度は

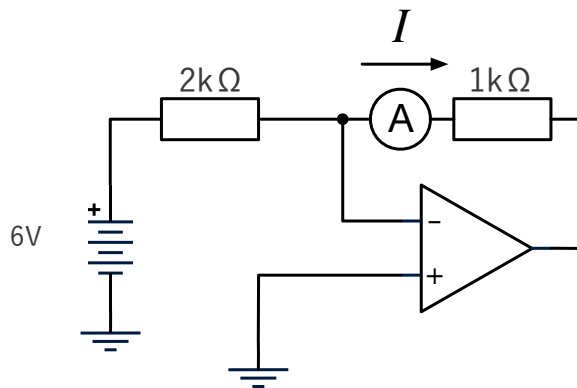
$$A_{vf} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_s}$$



## 問題解説

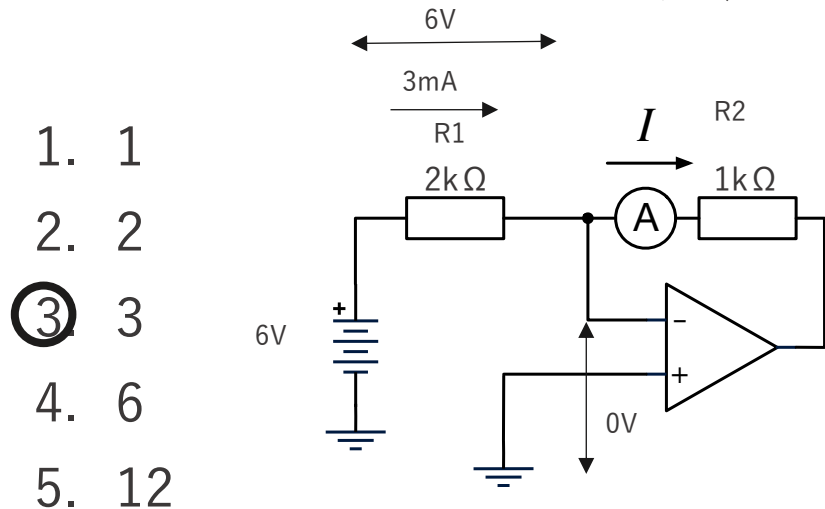
- 図の回路で電流計の指示値は何mAか。ただし、演算増幅器と電流計は理想的に働くこととする。(第34回ME2種)

- 1
- 2
- 3
- 6
- 12



## 問題解説

- 図の回路で電流計の指示値は何mAか。ただし、演算増幅器と電流計は理想的に働くこととする。(第34回ME2種)



バーチャルショートを適用すると、オペアンプのそれぞれの入力端子の電圧は等しいと見なせるので、反転入力端子に加わる電圧は0Vである。つまり、R1に加わる電圧は6Vとなる。よって、R1に流れる電流は $6/2k=3mA$ である。

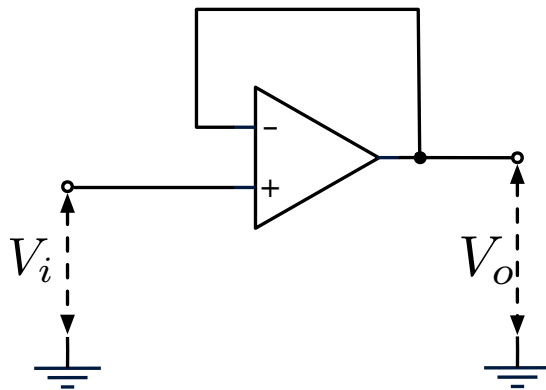
また、入力インピーダンスは無限大なので、電流は入力端子に入らない。つまり、R1に流れる電流のすべてがR2に流れる。よって、Iは3mAである。

ボルテージフォロア



## ■ ボルテージフォロア

- 図の回路をボルテージフォロアという.
- 非反転増幅回路の変形と見ることもできる.
- 電圧を増幅しない.
  - 増幅度は1.
  - イマジナリショートを適用すると,  $V_i = V_o$  となることから分かる.

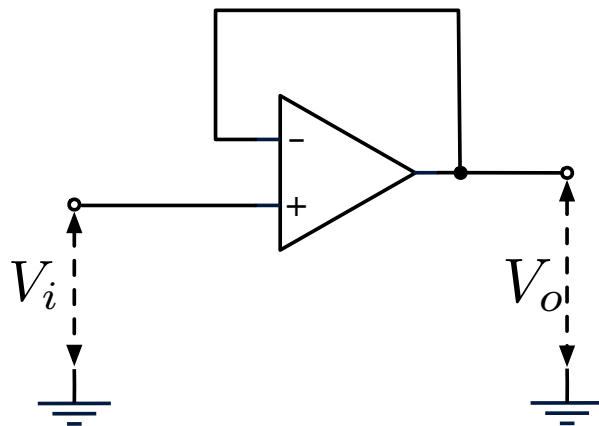


ボルテージフォロア

## ■ ボルテージフォロアは何の役に立つのか

- ボルテージフォロアは増幅度1であるため、信号を増幅しない．何の役に立つのだろうか．
- ボルテージフォロアは入力インピーダンスが大きく、出力インピーダンスが小さいため、バッファとして使用される．
  - オペアンプが電流を供給する．
  - ボルテージフォロアを追加すると出力インピーダンスが小さくなるので、インピーダンスを変換しているとも言える．

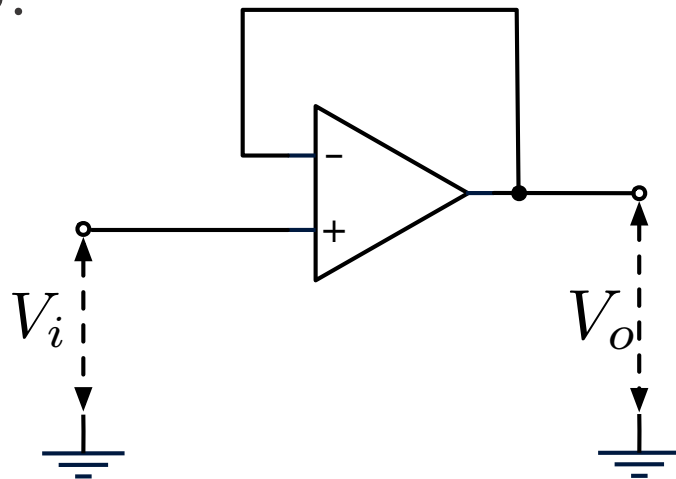
補足：出力インピーダンスが小さいとは、アンプの電流供給力が高いことを意味します．オームの法則 ( $V=RI$ ) を考えれば、電流を供給できないと電圧が上がらないことはすぐ分かります．電圧が上がらないのはアンプで電圧降下が起こっているからだと考える事ができます．電圧降下は出力に抵抗があるからだと考えられます．その抵抗のインピーダンスが出力インピーダンスです．



## ■ 演習

- 図の回路について誤っているのはどれか。ただし、 $A$ は理想演算増幅器である。(第40回ME2種)

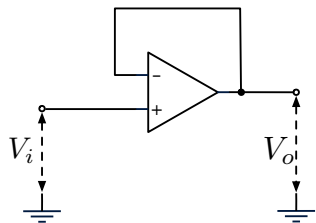
1. 電圧増幅度は1倍である。
2. インピーダンス変換機として使用される。
3. 入力インピーダンスは無限大である。
4. 正帰還が用いられている。
5. 電圧フォロアである。



## ■ 演習

- 図の回路について誤っているのはどれか。ただし、Aは理想演算増幅器である。(第40回ME2種)

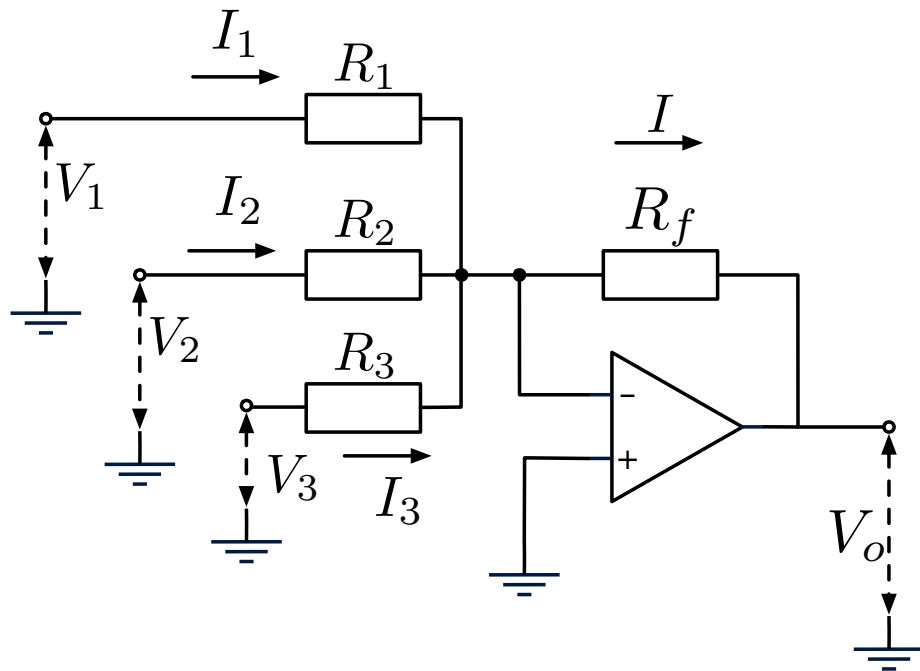
1. 電圧増幅度は 1 倍である。バーチャルショートを考えれば当然です。
2. インピーダンス変換機として使用される。出力インピーダンスの高い機器にボルテージフォロアをつなぎ、ボルテージフォロアに電流を供給させることで出力インピーダンスを下げます。
3. 入力インピーダンスは無限大である。オペアンプの入力端子に入力が入っているから。
- ④ 4. 正帰還が用いられている。負帰還です。
5. 電圧フォロアである。回路の名前そのままです。



# 加算回路

## ■ 加算回路

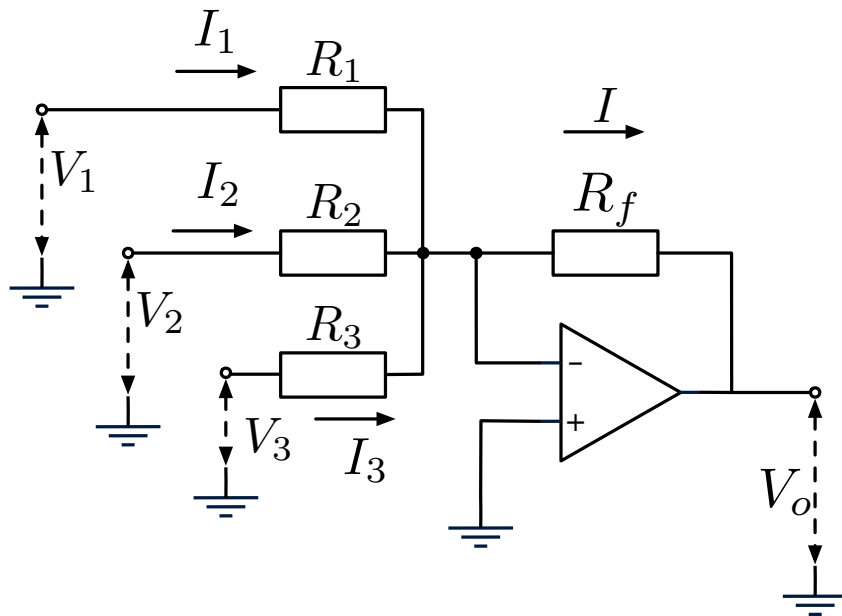
- 複数の入力の電圧を加算する回路
- 反転増幅回路に複数の入力がある回路になっている。



## ■ 加算回路の増幅度

- イマジナリショートを考えると反転入力端子は0Vと見なせるから、入力の各抵抗に流れる電流は

$$I_1 = V_1/R_1, \quad I_2 = V_2/R_2, \quad I_3 = V_3/R_3,$$



## ■ 加算回路の増幅度

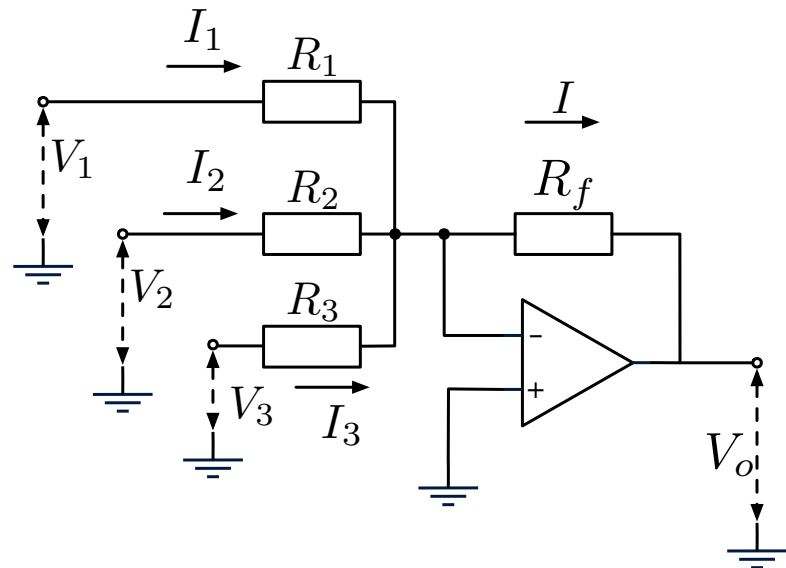
- 理想オペアンプの入力には電流は入っていないので、電流はすべて  $R_f$  に流れる（電流保存則）。

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

- よって出力電圧  $V_o$  は

$$\begin{aligned} V_o &= -R_F I = R_F (I_1 + I_2 + I_3) \\ &= -\left( \frac{R_F}{R_1} V_1 + \frac{R_F}{R_2} V_2 + \frac{R_F}{R_3} V_3 \right) \end{aligned}$$

重ね合わせの原理が成り立つので、それぞれの抵抗のみの回路で計算した結果を足し合わせれば良い。





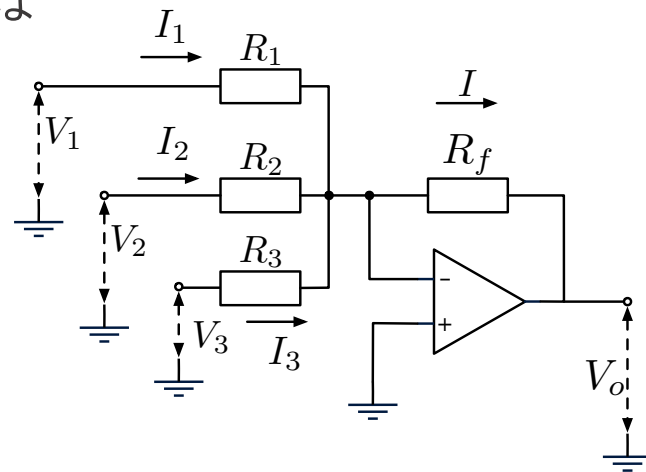
## ■ 加算回路の増幅度

- 出力電圧は

$$V_o = -\left(\frac{R_F}{R_1}V_1 + \frac{R_F}{R_2}V_2 + \frac{R_F}{R_3}V_3\right)$$

- となる。これは、それぞれの入力電圧がそれぞれの抵抗によって異なった倍率で増幅されたものが足し合わされることを意味する。
- もし、 $R_1 = R_2 = R_3 = R$ とすると、出力電圧 $V_o$ は

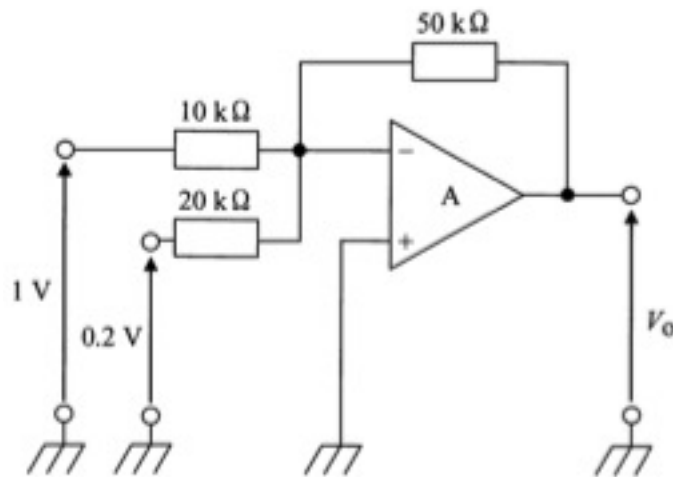
$$V_o = -\frac{R_F}{R}(V_1 + V_2 + V_3)$$



## 問題

- 図の回路の出力電圧 $V_o$ [V]はどれか。ただし、Aは理想演算増幅器とする。(第42回ME2種)

1. -5.5
2. -5.0
3. 0
4. 5.0
5. 5.0



## 問題

- 図の回路の出力電圧 $V_o$ [V]はどれか。ただし、Aは理想演算増幅器とする。(第42回ME2種)

1. -5.5

2. -5.0

3. 0

4. 5.0

5. 5.5

入力側の抵抗を一つずつ考える。

10k $\Omega$ の抵抗のみがある場合を考える。

抵抗に流れる電流は、イマジナリショートから

$$I_1 = \frac{1}{10k} A$$

入力端子はインピーダンスが無限大なので、これが50k $\Omega$ にも流れる。よって出力電圧は

$$v_{o1} = -5V$$

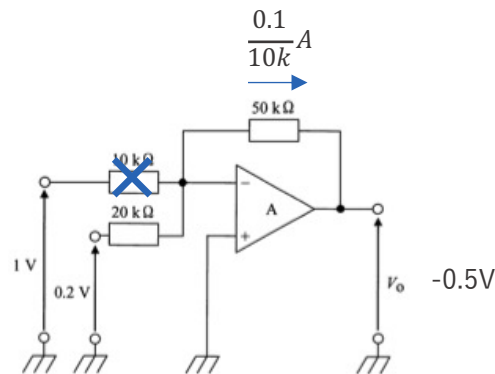
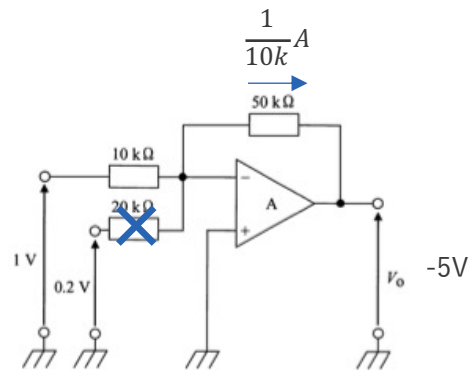
20k $\Omega$ の抵抗のみがある場合を考える。

先程と同様に計算すると出力電圧は

$$v_{o2} = -\frac{0.2}{20k} \times 50k = -0.5V$$

よって、出力電圧は

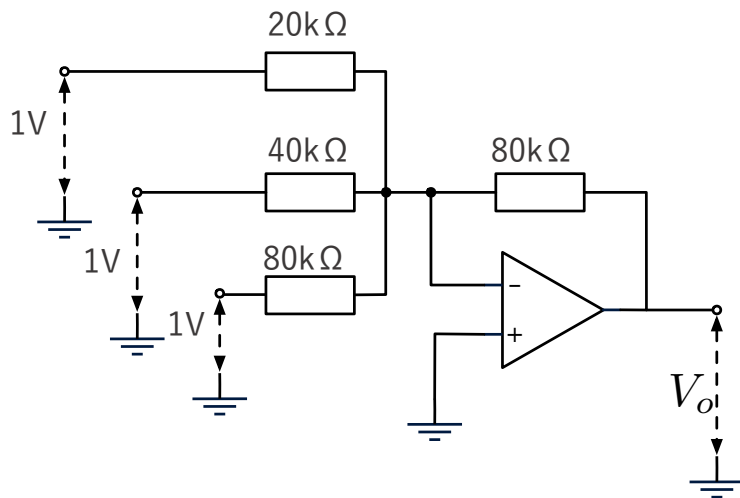
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -5.5V$$



## 問題解説

- 図の回路の出力電圧 $V_o$ [V]はいくらか。(第37回ME2種)

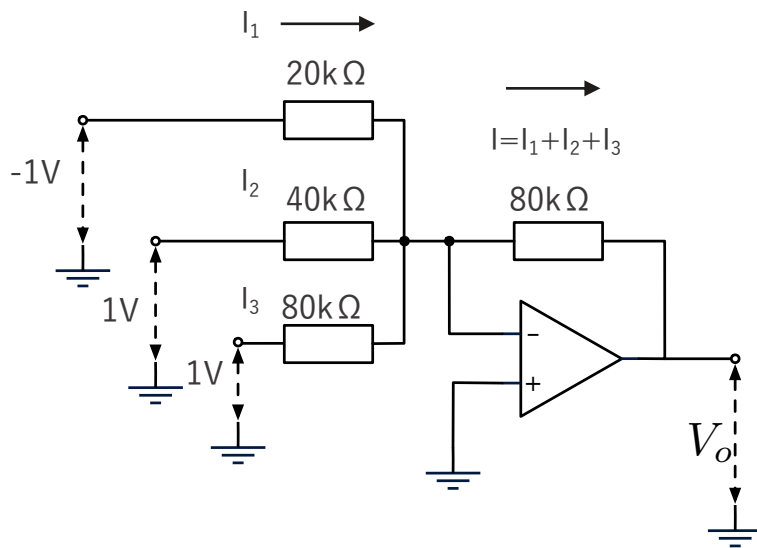
1. -4
2. -1
3. 1
4. 2
5. 4



## 問題解説

- 図の回路の出力電圧 $V_o$ [V]はいくらか。(第37回ME2種)

1. -4
2. -1
- ③ 1
4. 2
5. 4



バーチャルショートを適用すると、反転入力端子の電圧は非反転入力端子と同じなと見なせるので0Vである。よって、抵抗に流れる電流 $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ は

$$I_1 = -1V / 20k\Omega = -0.05mA$$

$$I_2 = 1V / 40k\Omega = 0.025mA$$

$$I_3 = 1V / 80k\Omega = 0.0125mA$$

となる。電流は入力端子に入らないので、すべて出力とつながる80kΩの抵抗へ流れる。

よって $I$ は、

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = -0.0125mA$$

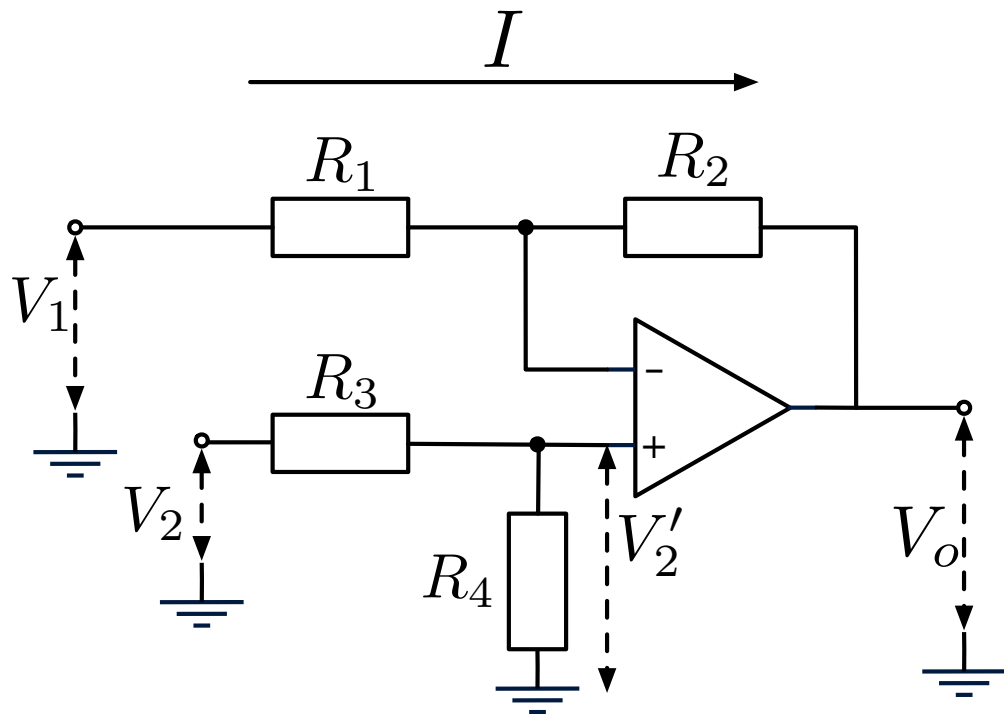
となる。反転入力端子は0Vなので、出力とつながる80kΩの抵抗に加わる電圧が出力電圧 $V_o$ となる。また、電流は電圧の高い方から低い方に流れるため、 $V_o$ は正である。よって

$$V_o = 0.0125mA \times 80k\Omega = 1V$$

# 減算回路

## ■ 減算回路

- 減算回路は2つの入力電圧の差に比例した電圧を出力する.



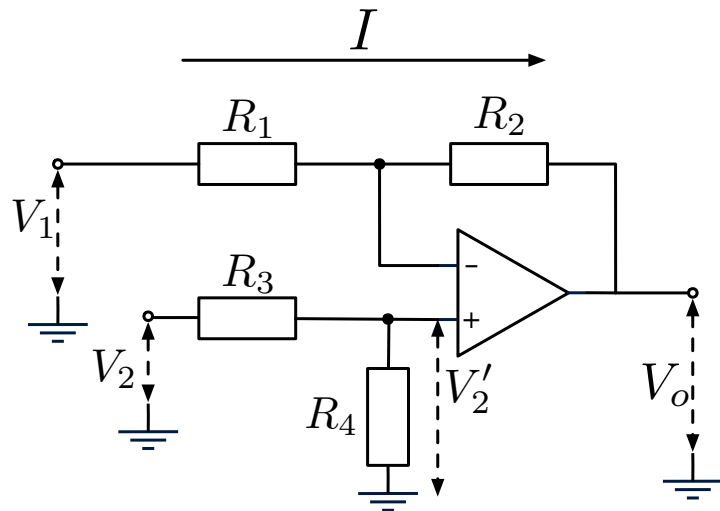
## ■ 減算回路の出力

- 非反転入力端子の電圧 $V'_2$ は、 $R_4$ に加わる電圧なので

$$V'_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2$$

- イマジナリーショートを考慮すると、非反転入力端子の電圧と反転入力端子の電圧は等しい。
- したがって、 $R_1$ に流れる電流 $I$ は、

$$I = \frac{V'_2 - V_1}{R_1}$$



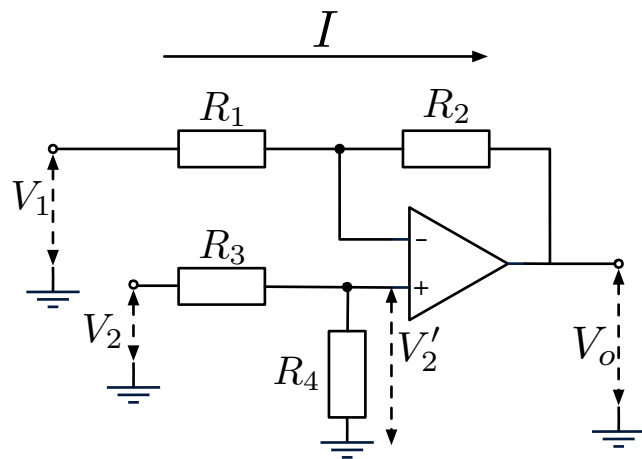


## 減算回路の出力

これらの計算はおまけ，読み飛ばして良い

- よって出力電圧 $V_o$ は

$$\begin{aligned} V_o - V_1 &= R_1 I + R_2 I \\ &= (R_1 + R_2) \frac{V_2' - V_1}{R_1} \end{aligned}$$

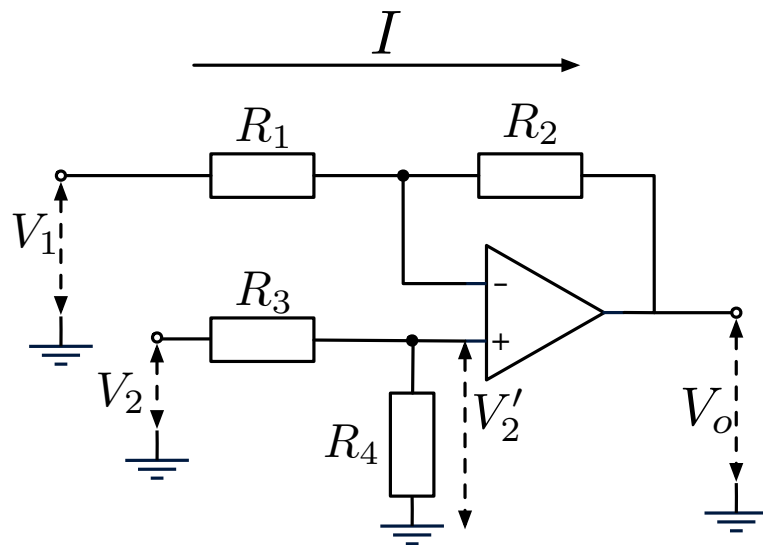


$$\begin{aligned} V_o &= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left( V_2' - V_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_1 \right) \\ &= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 \right) \end{aligned}$$

- また、 $R_2/R_1 = R_4/R_3$ とすると、

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left( \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 \right) \\ &= (1 + R_2/R_1) \left( \frac{R_4/R_3}{1 + R_4/R_3} V_2 - \frac{R_2/R_1}{1 + R_2/R_1} V_1 \right) \\ &= (1 + R_2/R_1) \left( \frac{R_2/R_1}{1 + R_2/R_1} V_2 - \frac{R_2/R_1}{1 + R_2/R_1} V_1 \right) \\ &= \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1) \end{aligned}$$

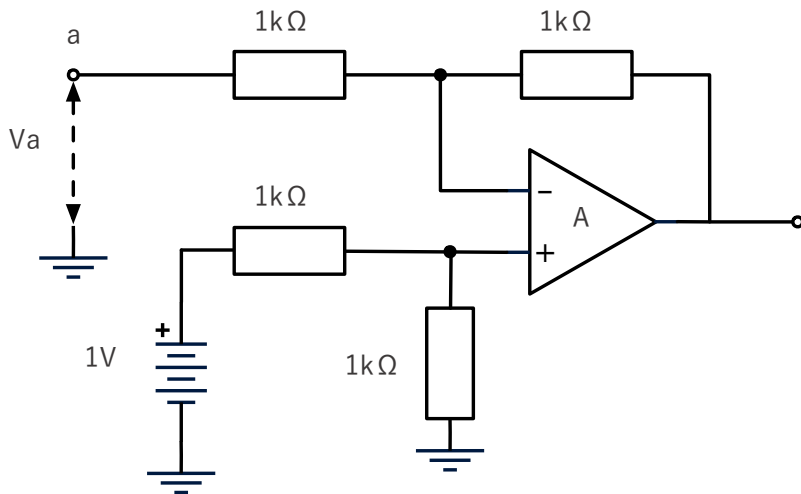
- となり、 $v_1$ と $v_2$ の差が求められる。



## 問題解説

- 図の回路の入力端子aが開放状態であるとき $V_a$ は何Vか。ただし、Aは理想演算増幅器である。(第40回ME2種)

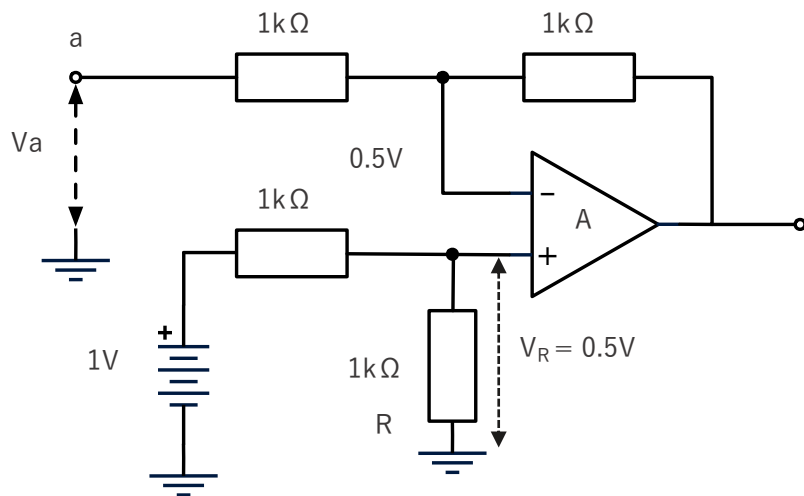
- 0
- 0.5
- 1
- 2
- 5



## 問題解説

- 図の回路の入力端子aが開放状態であるとき $V_a$ は何Vか。ただし、Aは理想演算増幅器である。(第40回ME2種)

- 0
- 0.5
- 1
- 2
- 5



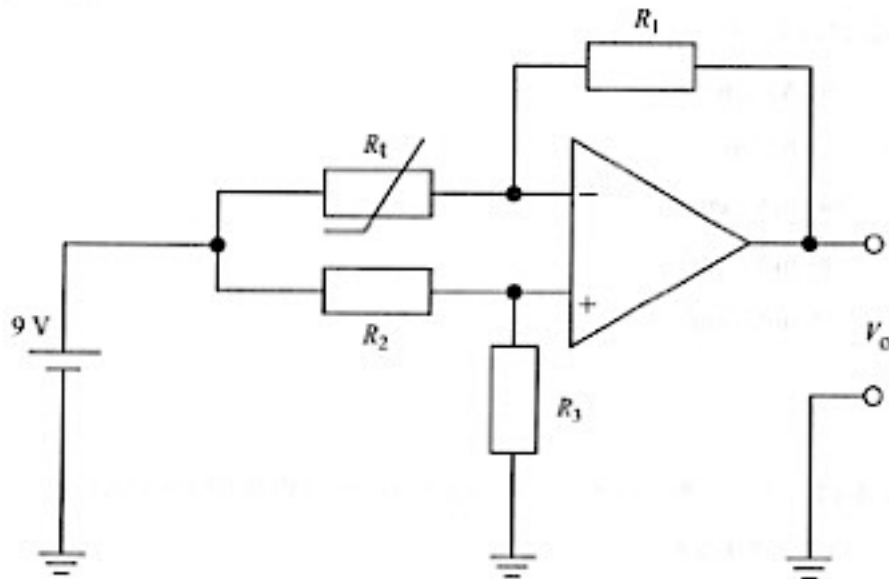
バーチャルショートを適用すると、非反転入力端子につながる抵抗Rに加わる電圧 $V_R$ と非反転入力端子の電圧は等しいと見なせる。また、 $V_R$ は1Vが2つの $1k\Omega$ の抵抗で分圧であるので、0.5Vである。

$V_a$ は、 $1k\Omega$ の抵抗とaとGND間の抵抗で分圧すれば求まる。aとGND間の抵抗値は開放なので無限大であるため、aとGND間にすべての電圧が加わる。よって、 $V_a$ は0.5Vである。

## 問題

- 図のオペアンプ回路で、 $R_t$ はサーミスタである．抵抗 $R_1$ から $R_3$ はすべて $10\text{k}\Omega$ である． $R_t$ が $10\text{k}\Omega$ のとき出力 $V_o$ はゼロであった．温度が上昇し $R_t$ が $9\text{k}\Omega$ に変化したとすると，出力電圧 $V_o$ は何Vになるか．ただし，オペアンプは理想的とする．（第34回ME2種）

1. 10
2. 4.5
3.  $-0.5$
4.  $-4.5$
5.  $-10$



## 問題

- 図のオペアンプ回路で、 $R_t$ はサーミスタである。抵抗 $R_1$ から $R_3$ はすべて $10\text{k}\Omega$ である。 $R_t$ が $10\text{k}\Omega$ のとき出力 $V_o$ はゼロであった。温度が上昇し $R_t$ が $9\text{k}\Omega$ に変化したとすると、出力電圧 $V_o$ は何Vになるか。ただし、オペアンプは理想的とする。(第34回ME2種)

1. 10
2. 4.5
3. -0.5
4. -4.5
5. -10

$R_3$ にかかる電圧は $9/2=4.5\text{V}$ である。  
イマジナリショートから抵抗 $R_t$ にかかる電圧は、 $9 - 4.5 = 4.5$ である。  
よって抵抗 $R_t$ を流れる電流は

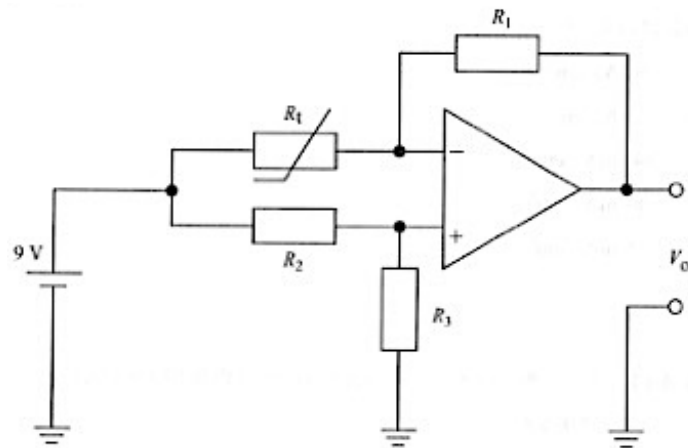
$$I_{R_t} = \frac{4.5}{9\text{k}} \text{ A}$$

である。この電流が抵抗 $R_1$ に流れるので、抵抗 $R_1$ にかかる電圧 $V_{R_1}$ は

$$V_{R_1} = \frac{4.5}{9\text{k}} \times 10\text{k} = 5\text{V}$$

である。よって出力電圧は

$$V_o = 9 - 4.5 - V_{R_1} = -0.5\text{V}$$



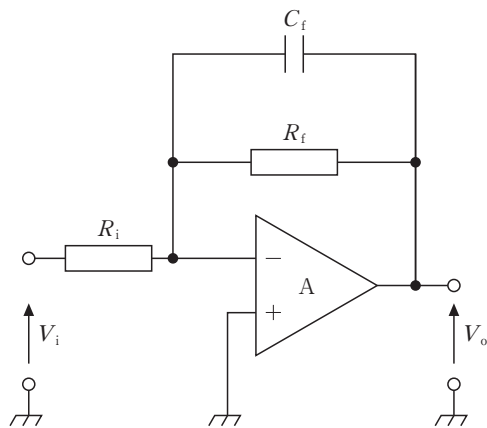
出力電圧＝電源電圧－ $R_t$ の電圧降下－ $R_1$ の電圧降下

# アクティブフィルタ

余裕がない人は，カットオフ  
周波数は  $f_c = \frac{1}{2\pi CR}$  と覚える．

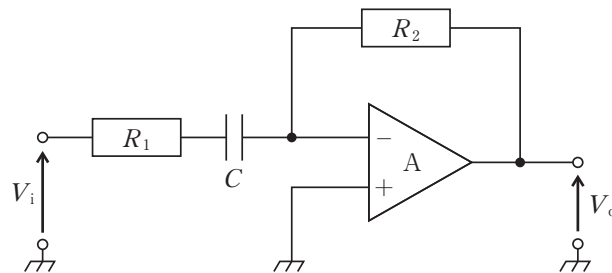
# ■ アクティブフィルタとは

- オペアンプのような能動素子を用いたフィルタ



ローパスフィルタ

カットオフ周波数  $\frac{1}{2\pi R_f C_f}$



ハイパスフィルタ

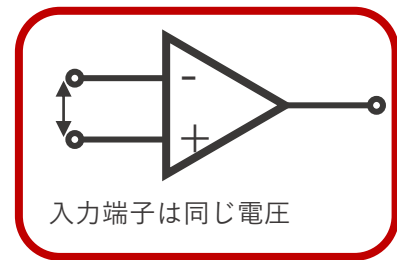
カットオフ周波数  $\frac{1}{2\pi R_1 C}$



## 理想オペアンプの重要な性質

- 増幅度は無限大
  - いくらでも増幅できる.
- 2つの入力端子の入力インピーダンスが無限大
  - 入力端子に電流は入っていない.
- 出力インピーダンスが0
  - いくらでも電流を供給できる.
- どのような周波数の信号でも同じように増幅する.

# 重要!!

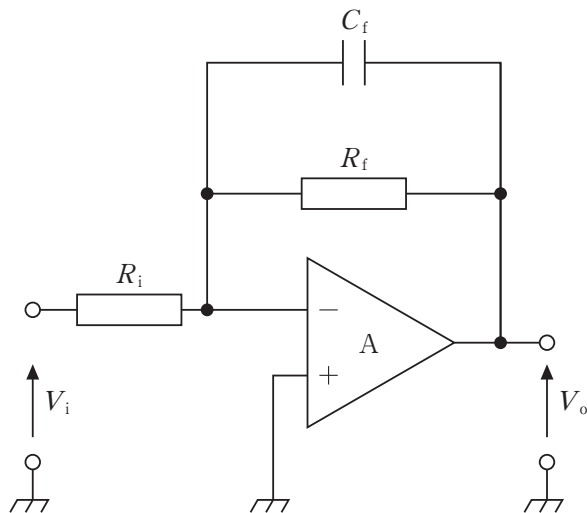


- イマジナリショート（バーチャルショート，仮想短絡）
  - 反転端子と非反転端子はショートしている（同じ電圧）と考えて良い.

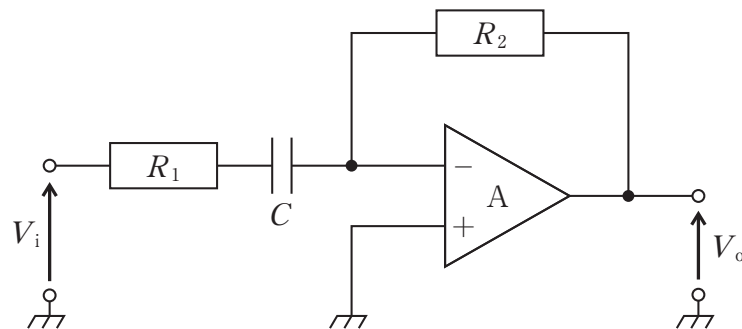
太字の2点を使いこなせればオペアンプの問題は大体解ける！！

## ■ 反転増幅回路を元にしたアクティブフィルタ

- 図は反転増幅回路を元にしたアクティブフィルタである。
- このフィルタの周波数特性も、反転増幅回路と同様に、イマジナリショートを使い求められる。



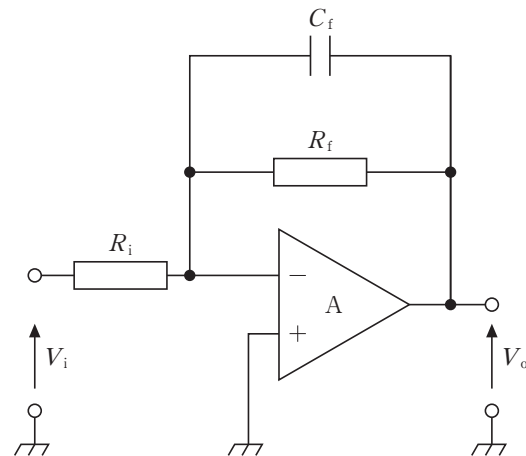
ローパスフィルタ



ハイパスフィルタ

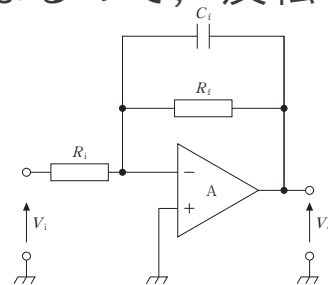
## ■ 反転増幅回路を元にしたアクティブフィルタ

- イマジナリショートより，入力端子はそれぞれ短絡しているとみなせる．
- よって抵抗 $R_i$ にかかる電圧は $V_{R_i} = V_i$ ．
- つまり $R_i$ に流れる電流 $i$ は $i = \frac{V_i}{R}$
- 入力端子のインピーダンスは無限大とみなせるので， $R_i$ に流れる電流はすべて $R_f$ と $C_f$ からなる並列回路に流れる．
- また，この並列回路のインピーダンス $Z$ は
- $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_f} + j\omega C_f, Z = \frac{R_f}{1+j\omega R_f C_f}$
- よって， $V_o$ は
- $V_o = Zi = \frac{R_f}{R_i(1+j\omega R_f C_f)} V_i$



## ■ 反転増幅回路を元にしたアクティブフィルタ

- $V_o = -Z_i = -\frac{R_f}{R_i(1+j\omega R_f C_f)} V_i = -\frac{R_f(1-j\omega R_f C_f)}{R_i(1+(\omega R_f C_f)^2)} V_i$
- $\frac{|V_o|}{|V_i|} = \left| \frac{R_f(1-j\omega R_f C_f)}{R_i(1+(\omega R_f C_f)^2)} \right| = \frac{R_f \sqrt{1+(\omega R_f C_f)^2}}{R_i(1+(\omega R_f C_f)^2)} = \frac{R_f}{R_i \sqrt{1+(\omega R_f C_f)^2}} = \frac{R_f}{R_i} \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_f C_f)^2}}$
- この結果から、このフィルタはローパスフィルタである事がわかる。
- また、反転増幅回路の増幅とフィルタ機能は掛け算になっていることもわかる。
  - 十分入力が低周波数帯の場合、式のフィルタ部分はほぼ1となるので、反転増幅回路と同じと考えることができる。



# アクティブフィルタのカットオフ周波数

- $$\frac{|V_o|}{|V_i|} = \frac{R_f}{R_i} \frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_f C_f)^2}}$$

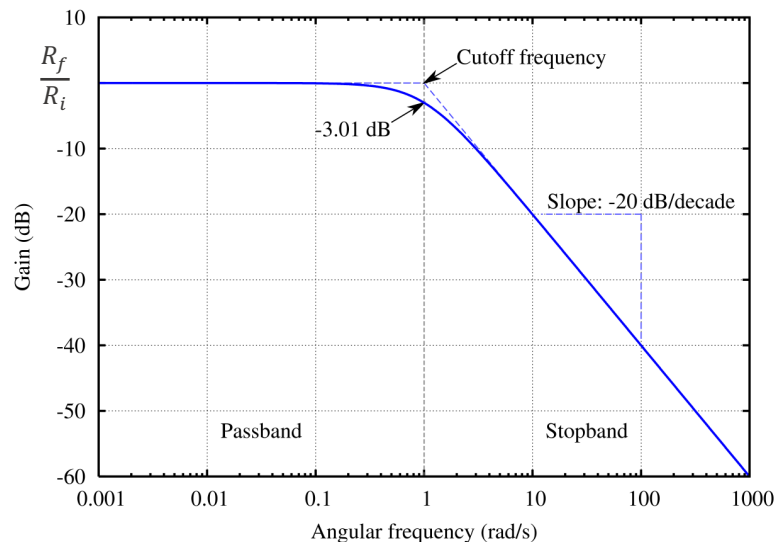
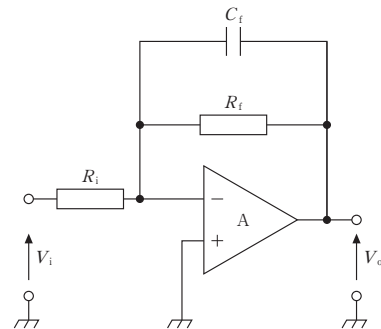
- アクティブフィルタのカットオフ周波数は

$$\frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_f C_f)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

となる周波数である。

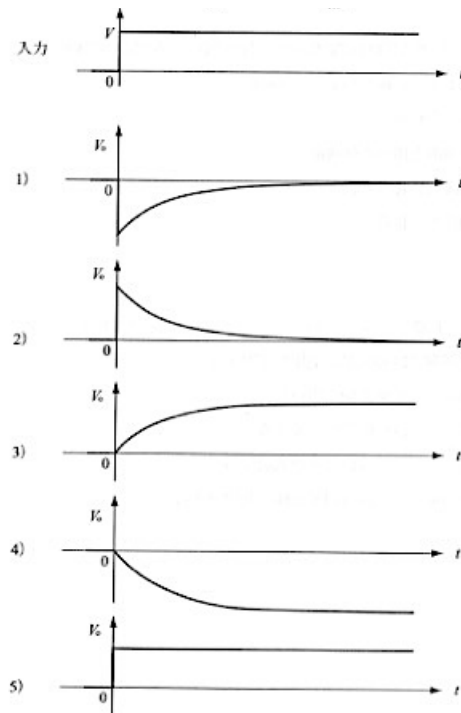
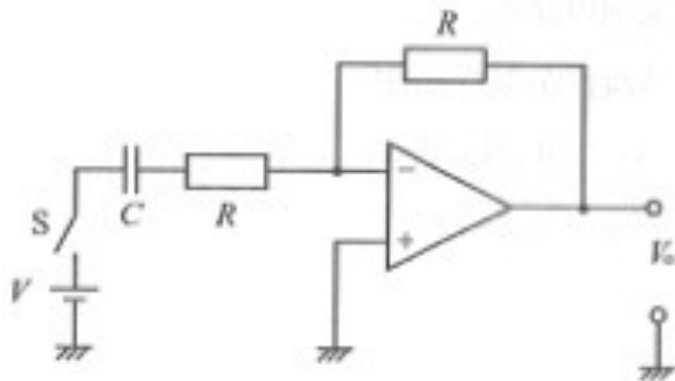
- よって、カットオフ周波数 $f_c$ は

- $$f_c = \frac{1}{2\pi C_f R_f}$$



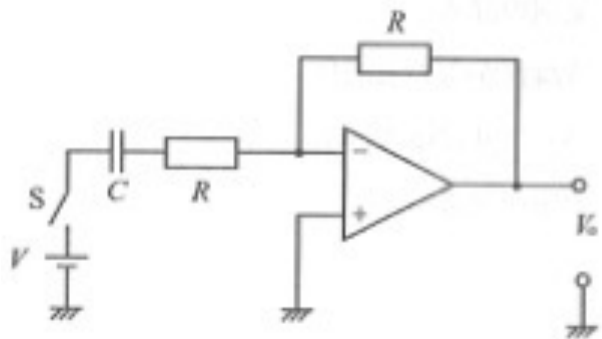
## 問題

- 図のように反転増幅器にステップ電圧を入力した ( $t = 0$ でスイッチを入れる)．出力電圧 $V_o$ はどれか．ただしコンデンサ $C$ の電化の初期値は0とする．(第32回ME2種)



## 問題

- 図のように反転増幅器にステップ電圧を入力した ( $t = 0$ でスイッチを入れる)。出力電圧 $V_o$ はどれか。ただしコンデンサ $C$ の電化の初期値は0とする。(第32回ME2種)



スイッチがオンになった瞬間からコンデンサに電荷がたまり始めるため、電流が流れる。十分時間がたつと、コンデンサに十分電荷がたまり電流が流れなくなる。答えは1か2となる。  
この回路は反転増幅回路なので入力と出力の符号は逆である。よって答えは1となる。

この場所のコンデンサをカップリングコンデンサといい直流カットする役割を果たす。

