電気工学2第14回

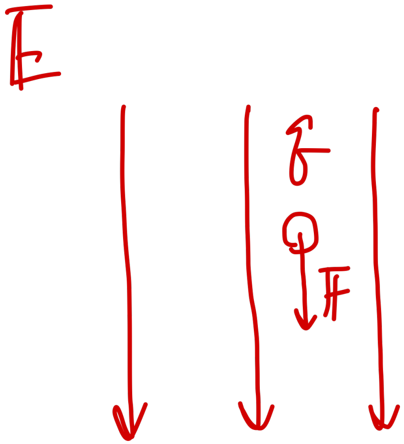
藤田 一寿

ローレンツ力

電場中の電荷が受ける力

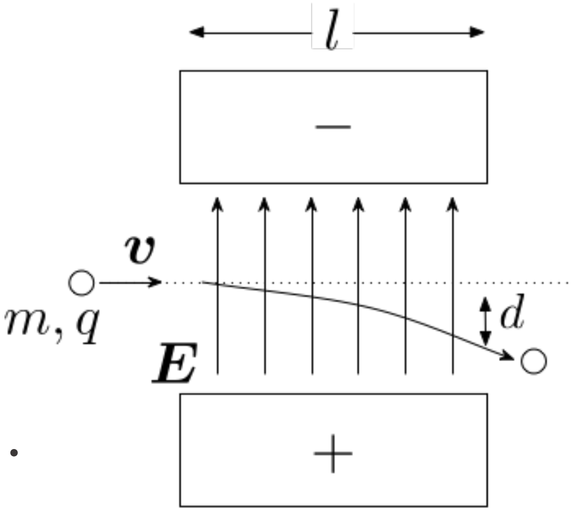
電荷が電場から受ける力

- 電場$\boldsymbol{E}$は１Cの電荷が場から受ける力であったので，電荷qが場から受ける力は
- $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$
- である．



電場中の電荷の運動

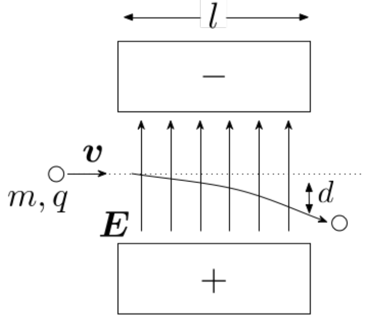
- 図のように，幅lの電場Eに対し垂直に電荷qを入射させた．入射された電荷は電場により曲がり，電場を出た直後では元の高さからdずれていた．各問に答えよ．ただし，下方向を正とする．



- (1) 電荷は正(+)か負(-)か
- (2) 電荷が電場に入り出ていくまでの時間を求めよ．
- (3) ずれdを求めよ．
- (4) 電場から出た時の速度ベクトルを求めよ．

電場中の電荷の運動

- 図のように，幅lの電場Eに対し垂直に電荷qを入射させた．入射された電荷は電場により曲がり，電場を出た直後では元の高さからdずれていた．各問に答えよ．
- (1) 電荷は正(+)か負(-)か
- (2) 電荷が電場に入り出ていくまでの時間を求めよ．
- (3) ずれdを求めよ．
- (4) 電場から出た時の速度ベクトルを求めよ．ただし，下方向を正とする．

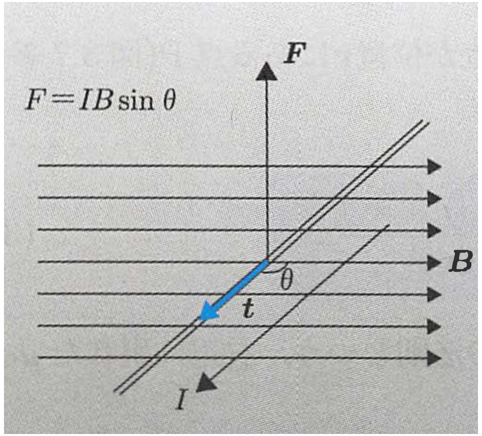


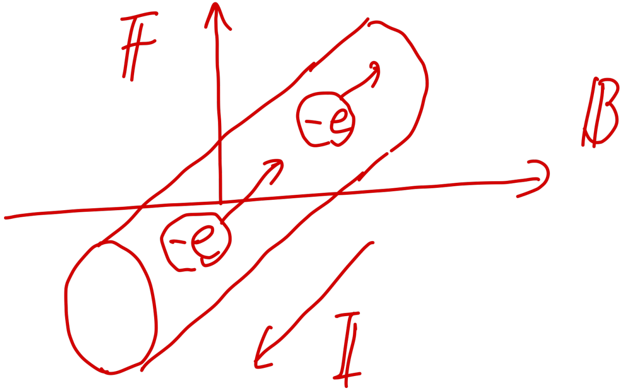
1. ＋側に引き寄せられているので負電荷である．
2. 入射速度はvなので，$t = l/v$である．
3. 電荷の受ける力は$F = qE$なので，電場が＋側に移動する加速度は$a = qE/m$である．よって $d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{l^2}{v^2}$
4. 速度ベクトルの水平方向は等速運動なのでvである．速度ベクトルの垂直方向は$v_v = at = \frac{qE}{m}\frac{l}{v}$である．よって速度ベクトルは$(v, \frac{qE}{m}\frac{l}{v})$となる．

ローレンツ力

磁場中の電流が受ける力

- **磁束密度Bの磁場**の中に，**t**向きに置かれた導線があるとする．
- 導線に電流Iを流すと，導線に力が働く．このときの単位長さあたりの力は
- $\boldsymbol{F} = I(\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{B})$
- と表せる．この力の大きさは
- $F = IB\sin\theta$
- である．



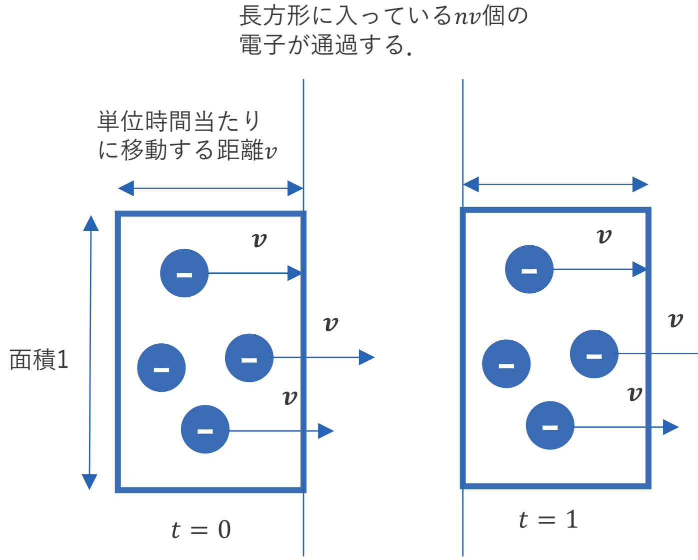


電流は電荷の流れだから，磁場は電流ではなく電子に力を加えている．

×は外積（outer product）を表す．

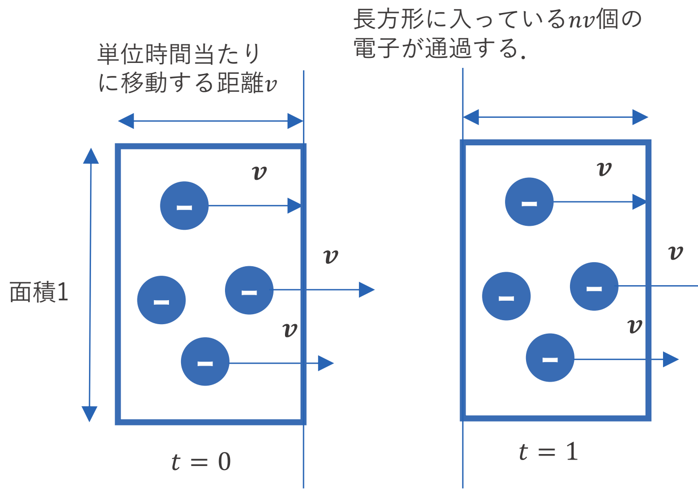
磁場中の電流が受ける力

- 電流Iが断面積Aの導線を流れているとすると，電流密度は$i = I/A$と表せる．
- よって単位長さあたりの力は次のように書ける．
- $\boldsymbol{F} = I(\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{B}) = iA(\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{B})$
- $\boldsymbol{i} = i\boldsymbol{t}$とおくと，単位体積あたりの力$\boldsymbol{f}$は
- $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{i} \times \boldsymbol{B}$
- 電流は電荷の変化量である．



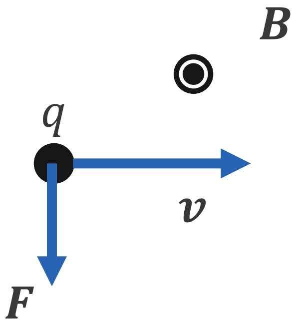
磁場中の電流が受ける力

- 単位体積あたりの力$\boldsymbol{f}$は
- $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{i} \times \boldsymbol{B}$
- 電流は$I = dQ/dt$だから，電流密度も$i = d\rho/dt$と書ける．ρは単位面積当たりの電荷量である．
- 電子の移動する速度をv，電子の密度をnとするとρは
- $\rho = -nevt$
- と書ける.eは電子の電荷である．
- $\boldsymbol{i} = -ne\boldsymbol{v}$
- よって単位体積あたりの力は
- $\boldsymbol{f} = -ne\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$

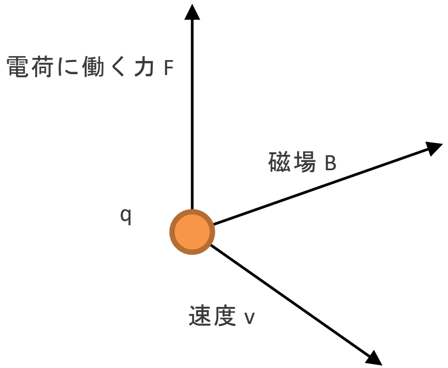


磁場中を移動する電荷が受ける力

- $\boldsymbol{f} = -ne\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$
- つまり電子ひとつあたり$-e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$の力が働いている．
- この式を一般的な電荷に置き換えれば，
- 磁場中の電荷が運動しているとき，電荷が磁場から受ける力は
- $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$
- となる．
- これをローレンツ力と呼ぶ



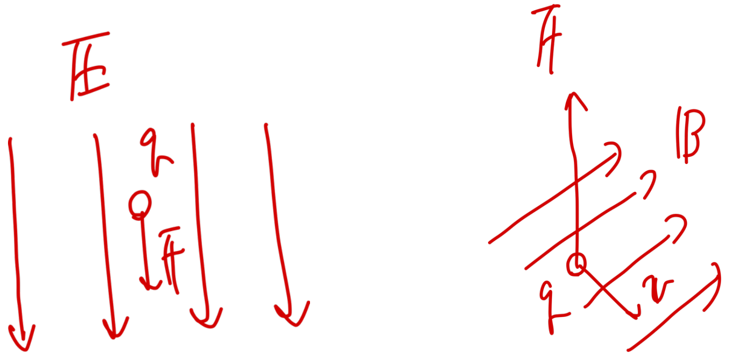
ローレンツ力



$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

電場も考える

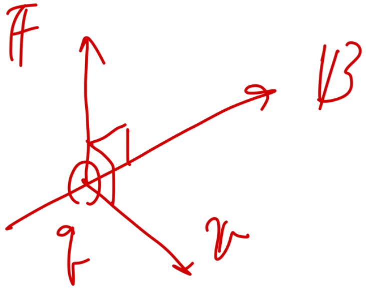
- 電荷は電場からも力を受ける．これを考慮すると，電場$\boldsymbol{E}$，磁束密度$\boldsymbol{B}$の電磁場中を電荷qが速さ$\boldsymbol{v}$で移動するとき，電荷が受ける力は
- $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$
- となる．

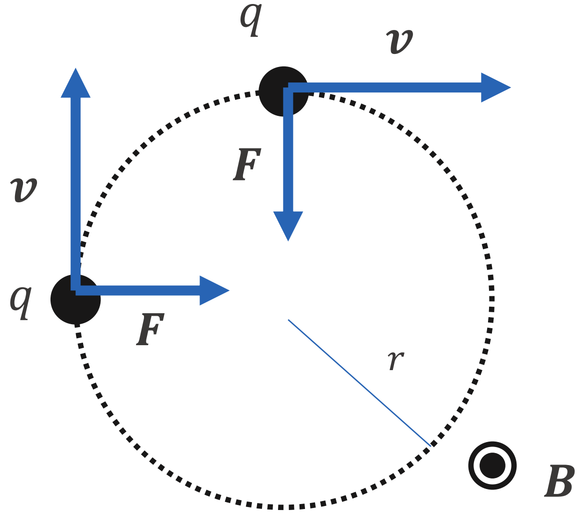


電場と磁場両方から電荷が力を受けた場合，電荷の力はどのように表されるか？

一様な磁場中を運動する電荷

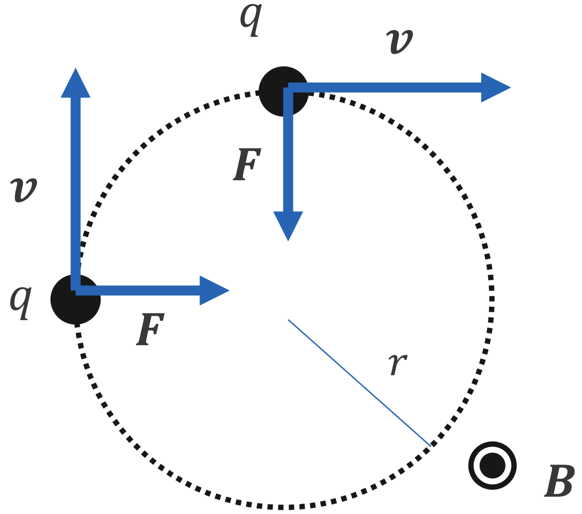
- 点電荷qが磁束密度$\boldsymbol{B}$の磁場中を速度$\boldsymbol{v}$で運動しているとする．
- 電荷は直進しようとするが，磁場により曲がってしまう．
- 電荷は曲がろうとも，速度$\boldsymbol{v}$で進もうとし，磁場は力$\boldsymbol{F}$で曲げようとする．
- このような場合，電荷は円運動をする．
- つまり，磁場による力$\boldsymbol{F}$は向心力となる．





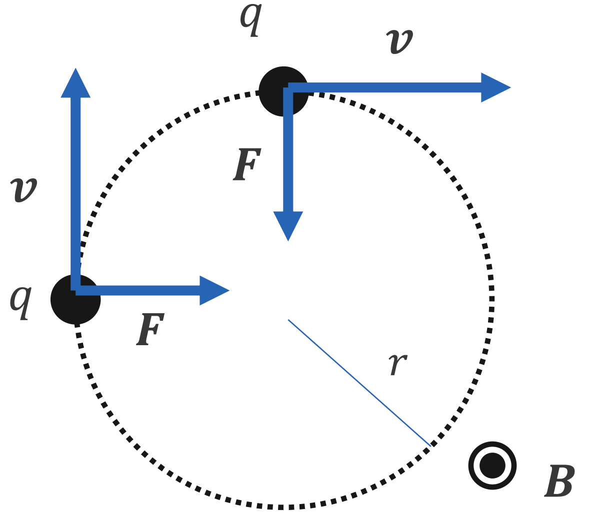
一様な磁場中を運動する電荷

- 点電荷qが磁束密度$\boldsymbol{B}$の磁場中を速度$\boldsymbol{v}$で運動しているとする.
- 電荷は直進しようとするが，磁場により曲がってしまう.
- 電荷は曲がろうとも，速度$\boldsymbol{v}$で進もうとし，磁場は力$\boldsymbol{F}$で曲げようとする.
- このような場合，電荷は円運動をする.
- つまり，磁場による力$\boldsymbol{F}$は向心力となる.



一様な磁場中を運動する電荷

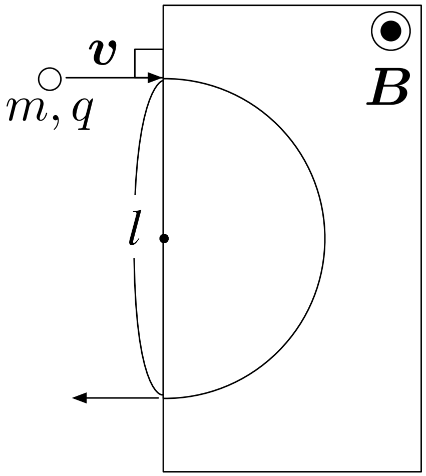
- 磁束密度$\boldsymbol{B}$の磁場中を速度vで移動している点電荷qの運動はどのようなものだろうか.
- ローレンツ力$\boldsymbol{F}$は円運動の向心力なので
- $F = mv^2/\mathrm{r}$である.
- Fはローレンツ力なので
- $\dfrac{mv^2}{r} = qvB$
- よって円運動の半径は
- $r = \dfrac{mv}{qB}$



問題

- 図のように，質量m，電荷qの粒子が速度vで磁場に対し垂直に入射した．この時，粒子は図のような円軌道を描いた．

1. qは正か負か。
2. 粒子は入射した場所からl離れた場所から出ていった。lを求めよ。



問題

- 図のように，質量m，電荷qの粒子が速度vで磁場に対し垂直に入射した．この時，粒子は図のような円軌道を描いた．

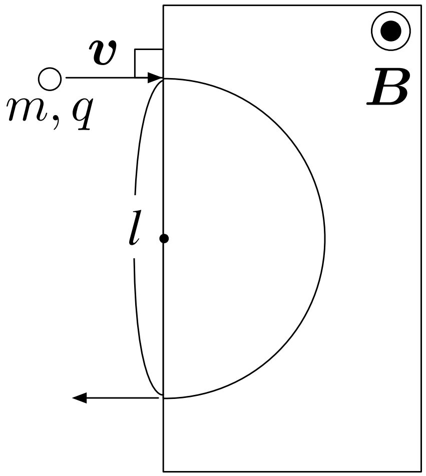
1. qは正か負か。
2. 粒子は入射した場所からl離れた場所から出ていった。lを求めよ。

1. 左手の法則から，qは正である．
2. 向心力は

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

よって

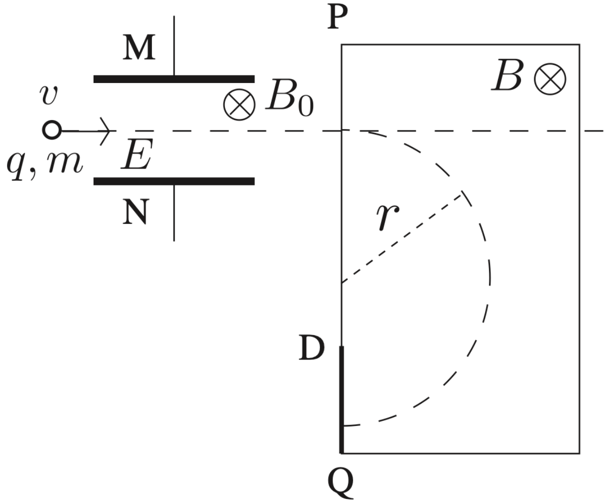
$$l = 2r = \frac{2mv}{qB}$$



問題

- 図のように, 2枚の極板M, Nが平行に置かれていれ, この間に極板に垂直に強さEの一様な電場が, また同じ空間に, 電場に対し垂直な方向に磁束密度B_0の一様な磁場がかけられている。PQから右には磁束密度Bの一様な磁場がある。いま, 左から電荷q, 質量mの粒子がEとB_0に対し垂直に打ち込まれ, この中を直進してBの中に入り円運動をして, 写真乾板Dに当たった。

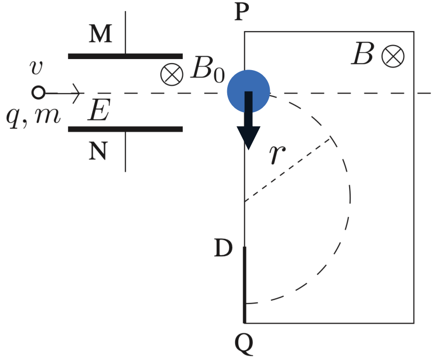
1. 粒子の電荷は正か負か答えよ。
2. 電場の向きを答えよ。
3. 粒子の速さvを求めよ。
4. 円運動の半径rを求めよ。

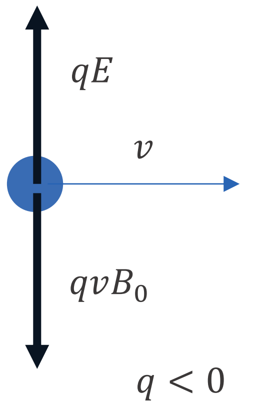


問題

- 図のように, 2枚の極板M, Nが平行に置かれていれ, この間に極板に垂直に強さEの一様な電場が, また同じ空間に, 電場に対し垂直な方向に磁束密度B_0の一様な磁場がかけられている。PQから右には磁束密度Bの一様な磁場がある。いま, 左から電荷q, 質量mの粒子がEとB_0に対し垂直に打ち込まれ, この中を直進してBの中に入り円運動をして, 写真乾板Dに当たった。

1. 粒子の電荷は正か負か答えよ。
2. 電場の向きを答えよ。
3. 粒子の速さvを求めよ。
4. 円運動の半径rを求めよ。



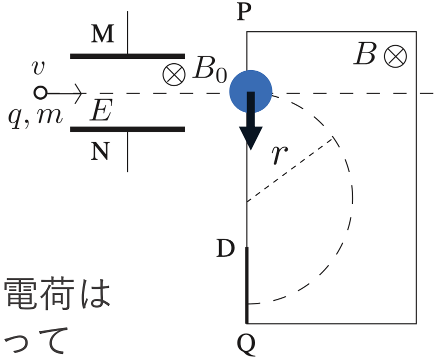


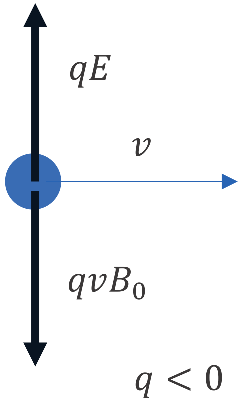
1. 磁場B中で下向きに円運動しているので，左図のような力が働くはずである．フレミング左手の法則から，電荷は負でなければならない．
2. 電場中を移動するとき，電荷にかかる力は右図のようになる．qは負なので，電場はMからN方向である．

問題

- 図のように, 2枚の極板M, Nが平行に置かれていれ, この間に極板に垂直に強さEの一様な電場が, また同じ空間に, 電場に対し垂直な方向に磁束密度B_0の一様な磁場がかけられている。PQから右には磁束密度Bの一様な磁場がある。いま, 左から電荷q, 質量mの粒子がEとB_0に対し垂直に打ち込まれ, この中を直進してBの中に入り円運動をして, 写真乾板Dに当たった。

1. 粒子の電荷は正か負か答えよ。
2. 電場の向きを答えよ。
3. 粒子の速さvを求めよ。
4. 円運動の半径rを求めよ。





3. 電荷は直進しているので，右図のように，電場中を移動する電荷は電場からの力と磁場からの力が釣り合っているはずである．よって

$$qE = qvB_0$$
$$v = E/B_0$$

4. 円運動をしているので

$$F = \frac{mv^2}{r} = qvB$$

よって

$$r = \frac{mv}{qvB} = \frac{mE}{qBB_0}$$

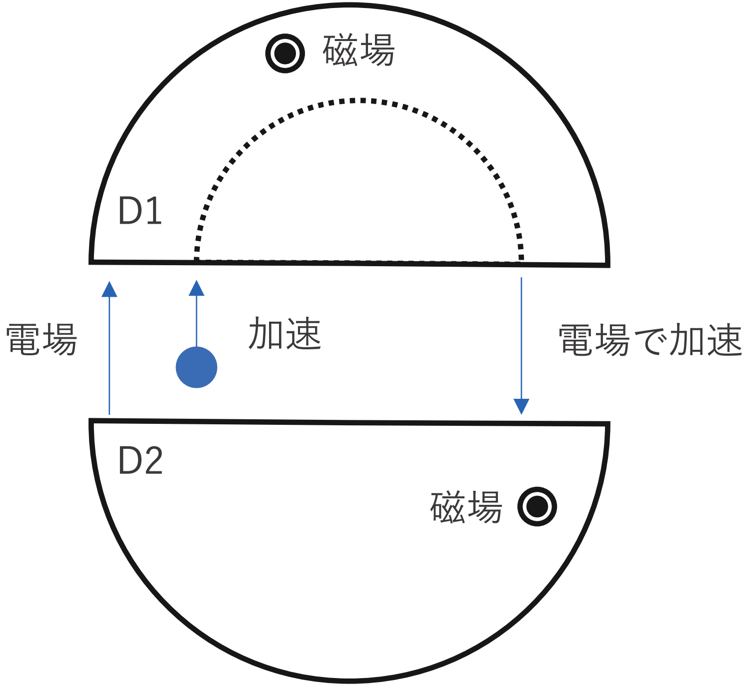
サイクロトロン

サイクロトロン

- サイクロトロンはイオンを加速するための装置である.
- ローレンツ力によるイオンの円運動と電場によるイオンの加速を使い,
  イオンを加速できる.
- 放射線治療で使われる.

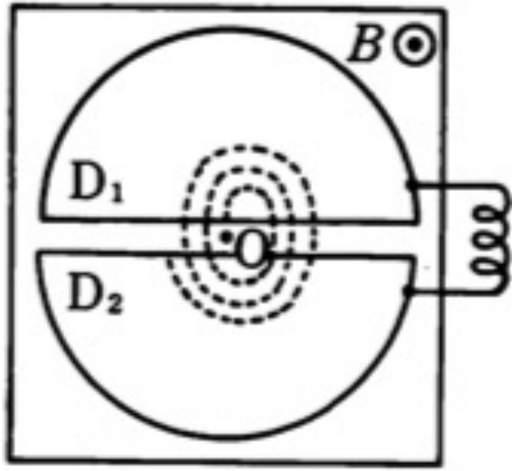
サイクロトロンの原理

- 極板D1とD2がありこれらに電圧を書けると，その間に電場が形成される．
- さらに，D1,D2には垂直な磁場が形成されている．
- 形成された電場内に，荷電粒子があると，電場により加速される．
- 加速された粒子はD1に突入する．
- 粒子はD1内の磁場により円運動をし，半円を描いたあとD1から出る．
- 極板間の電圧を先ほどと逆にすれば，粒子は更に加速される．
- 加速された粒子は，D2に突入し円運動をして，半円描いたあとD2から出る．
- というのを繰り返していくと，粒子は任意の速度まで加速することが可能である．
- これがサイクロトロンの原理である．



サイクロトロンを数式で理解する

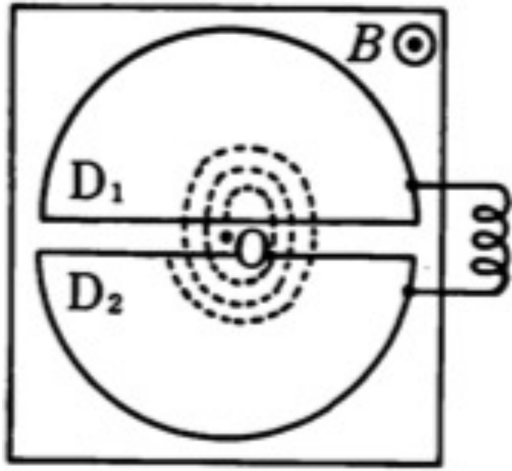
- 図のD1，D2は中空の金属円盤を２つに割ったもので，周期Tで正負が変わる電圧Vがかけられている．この空間には画面から出ていく方向に磁束密度Bの磁場がかけられている．
- D2の端の点Oで正電荷q，質量mのイオンをおくとD1の中に入った．
- D1に入ったときのイオンの速度v_1はどうなるか．



- D1，D2間の電圧はVである．イオンがD2からD1に移動するときに得る仕事は，
- $W = qV$
- である．

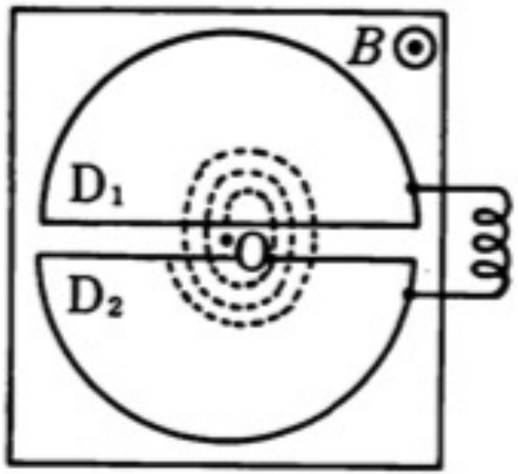
■ サイクロトロンを数式で理解する

- イオンがD2からD1に移動するときに電場から受ける仕事は$W = qV$である．これが，すべて運動エネルギーに変換されると考えられるので，
- $\frac{1}{2}mv^2 = qV$となる．よって
- $v = \sqrt{2qV/m}$の速度でD1に入っていく．
- この速度で入射したイオンは磁場により，円運動をする．円運動の半径rは
- $F = qvB = qvB = mv^2/r$
- $r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{2qV/m} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$
- である．



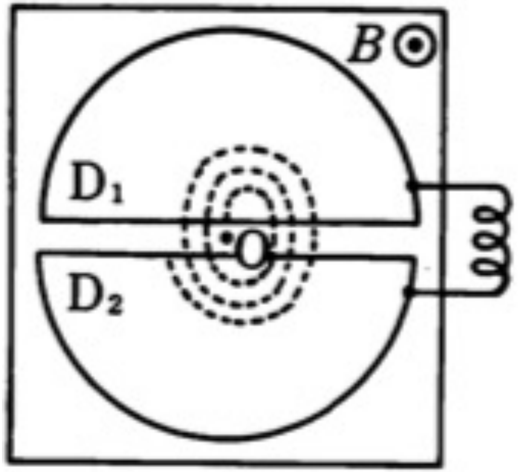
サイクロトロンを数式で理解する

- イオンは半円運動するとD1からでて，D1とD2間で生じている電場で更に加速される．このとき，最初の電場とは逆向きの電場にする．
- これをn回繰り返すと，どれほどの速度になるか？
- n回繰り返すとイオンが得るエネルギーはnqVとなるので,
- $\frac{1}{2}mv^2 = nqV$
- $v = \sqrt{2nqV/m}$



サイクロトロンを数式で理解する

- イオンは半円運動するとD1からでて，D1とD2間で生じている電場で更に加速される．このとき，最初の電場とは逆向きの電場にする．
- これを繰り返すことでイオンは速度は上がり続ける．

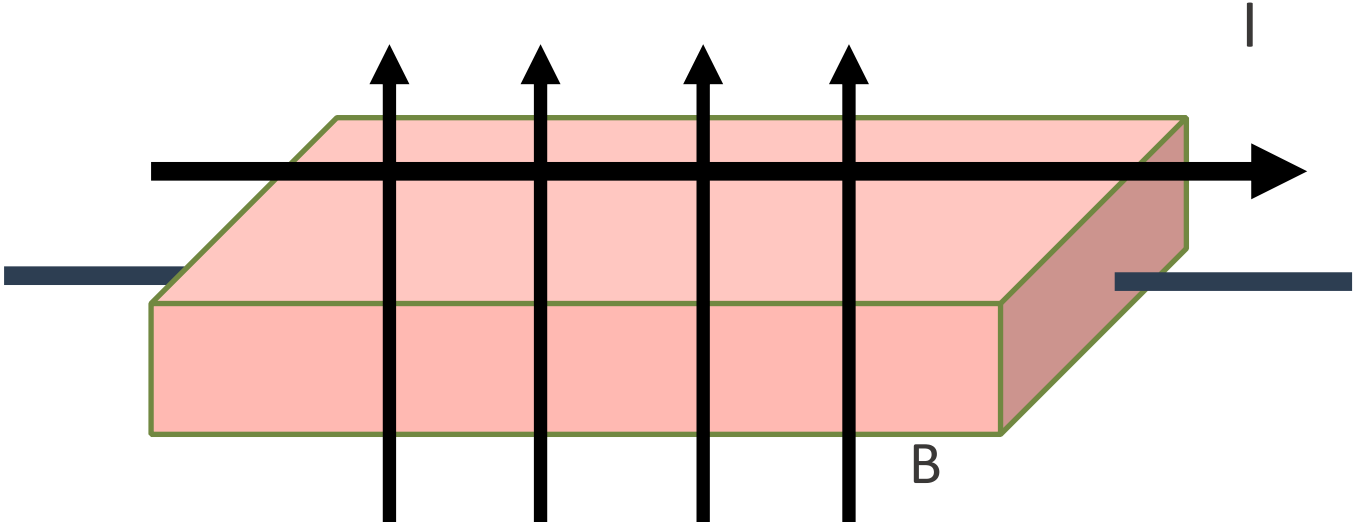


- 金属板から出るまでの時間は，
- $\frac{2\pi r/2}{v} = \frac{\pi \frac{mv}{qB}}{v} = \frac{\pi m}{qB}$
- となり，いくら速度を上げても一定である．
- ほぼD1，D2間の移動時間が無いとすれば $\frac{\pi m}{qB}$ ごとに電極を入れ替えればイオンを加速し続けられる．

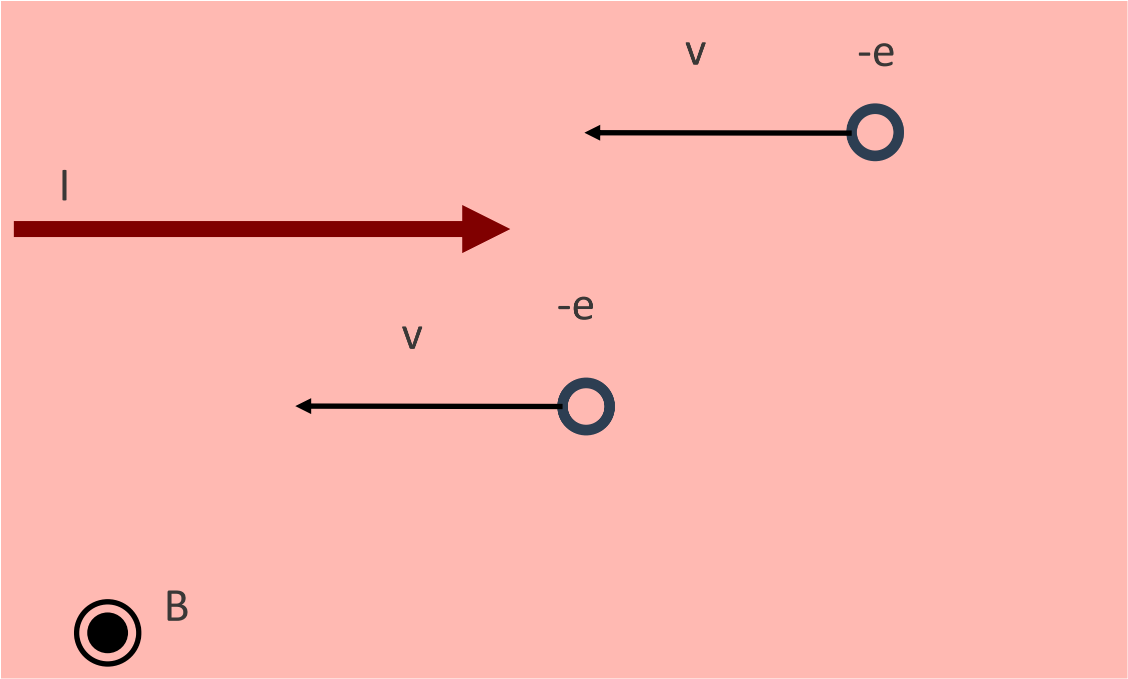
ホール効果

ホール効果

- 電流に対し垂直に磁場をかけると，電流が曲がる．曲がることで，電荷の偏りが生じ起電力が発生する．

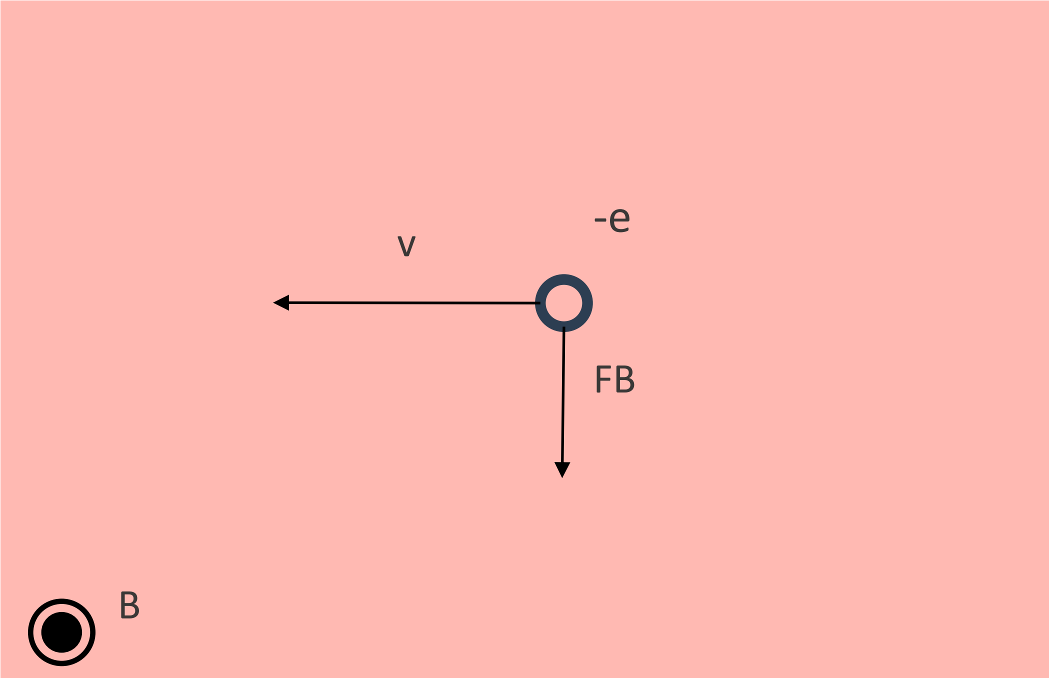


原理



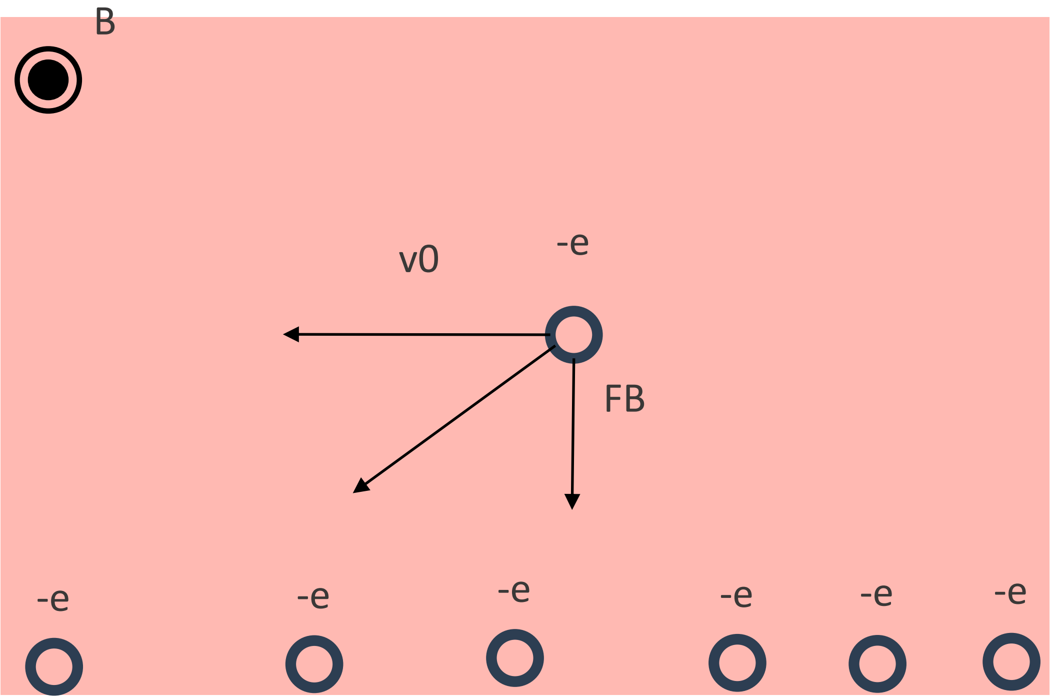
電流の逆向きに電子は速度vで移動している.

動いている電子は磁場から力を受ける



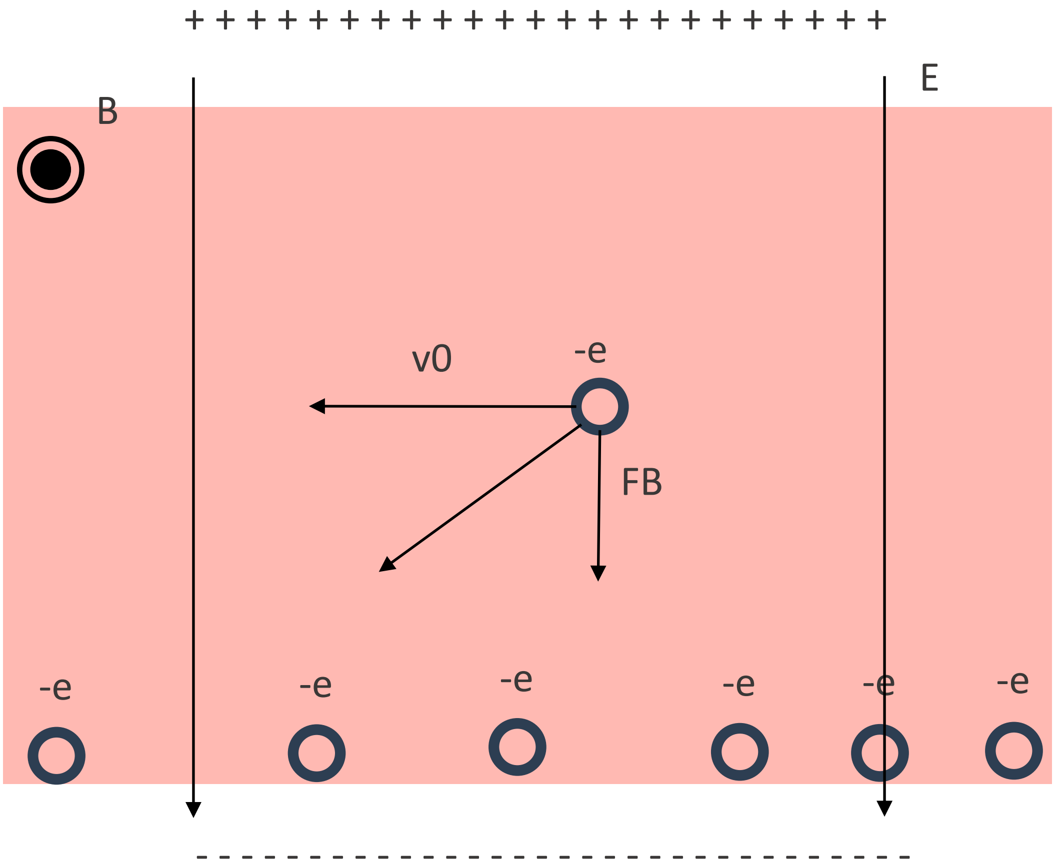
電子は$-e$の電荷を持つので磁場からローレンツ力を受ける.

電子は曲がり，端に溜まってくる



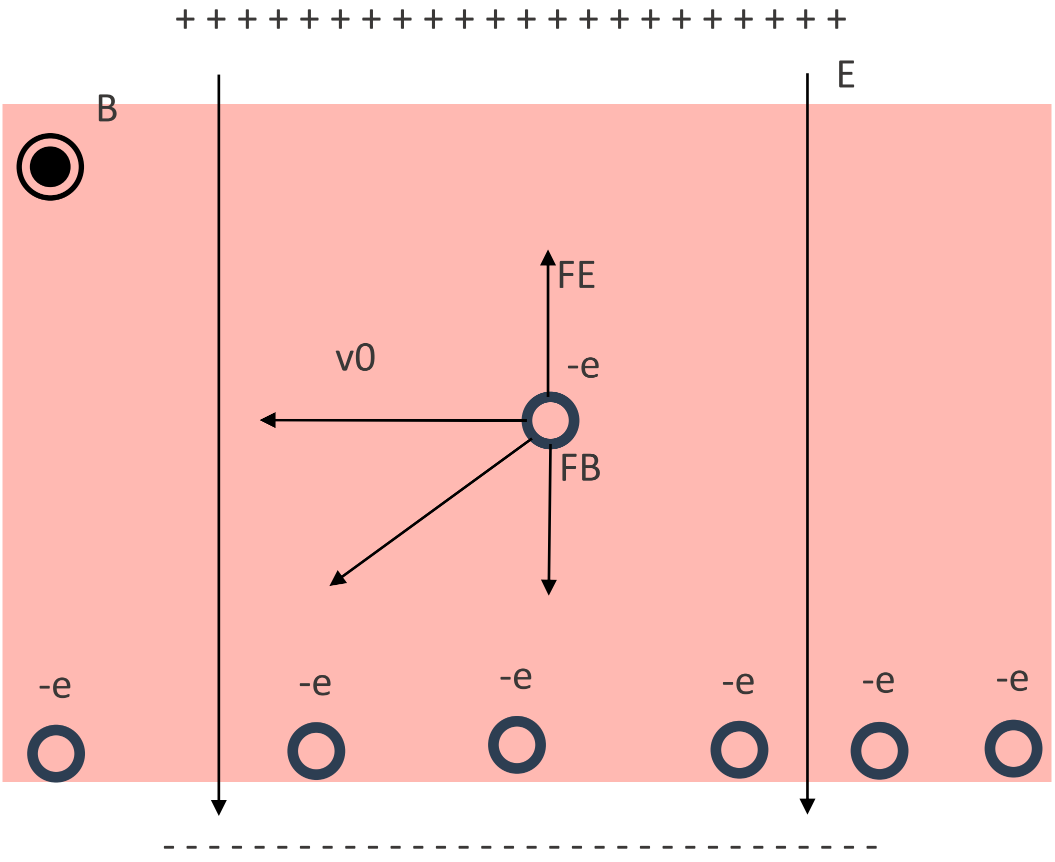
電子は磁場による力によって，下の方に溜まっていく．

端に溜まった電子により電場Eが生じる



溜まった電荷は，
電場を形成する．

■ 磁場から受ける力と電場から受ける力が釣り合い電子は直進する.



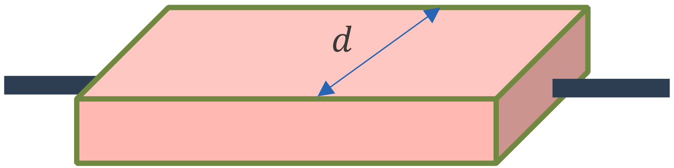
電子は，下に溜まった電子により形成された電場からも力を受ける.
電子が溜まりきると，電場から受ける力と磁場から受ける力とが釣り合う.

数式で表すと

- 電流密度は
- $i = -nev$
- と書ける．電場と磁場による力は釣り合うので

$$F_B = F_E$$
$$evB = eE$$
$$v = \frac{E}{B}$$

- 電流密度の式に代入すると
- $i = -\frac{neE}{B}$
- $E = \frac{iB}{-ne}$

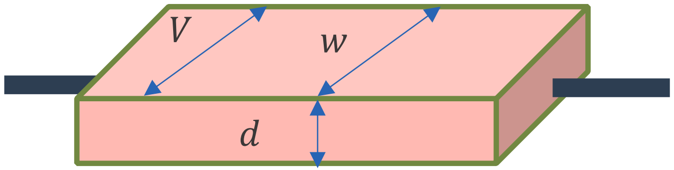


i: 電流密度
q: 電荷
n: 電荷(キャリア)密度
v: 速度

ホール係数

- $E = \dfrac{iB}{-ne}$なので，両端電圧は
- $V = Ew = \dfrac{iBw}{-ne} = \dfrac{iBwd}{-ned} = R_H \dfrac{IB}{d}$
- $R_H = \dfrac{1}{-ne}$をホール係数という．
- 電圧，電流，磁場，試料の厚さが分かればホール係数は求められる．
- ホール係数が正なら，電流を流しているのは正電荷である．負なら，負電荷である．
- 半導体の性質を調べるために用いられる．

$I = iwd$
密度X面積



i: 電流密度
q: 電荷
n: 電荷(キャリア)密度
v: 速度

マックスウェル方程式

■ 電場と磁場の関係を考察

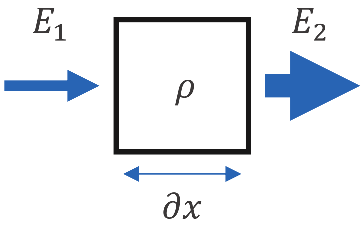
- 電荷があると電場ができる.
- 電荷が動くと磁場ができる（電流があると磁場ができる）.

- 電場が動くと磁場ができるのか？

ガウスの法則

- ガウスの法則（積分形）は
- $\int_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho(\boldsymbol{r}) dV$
- 微分形は
- $\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho(\boldsymbol{r})$
- である.
- つまり，電場の発散は電荷密度を誘電率で割ったもの.
  - $\nabla \cdot$を発散という．

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$



ガウスの法則の微分形の直感的理解
電場が$\frac{\partial}{\partial x}E = E_2 - E_1$増えたのだから ∂xの間で$\rho = \varepsilon_0(E_2 - E_1)$の電荷があるだろう.

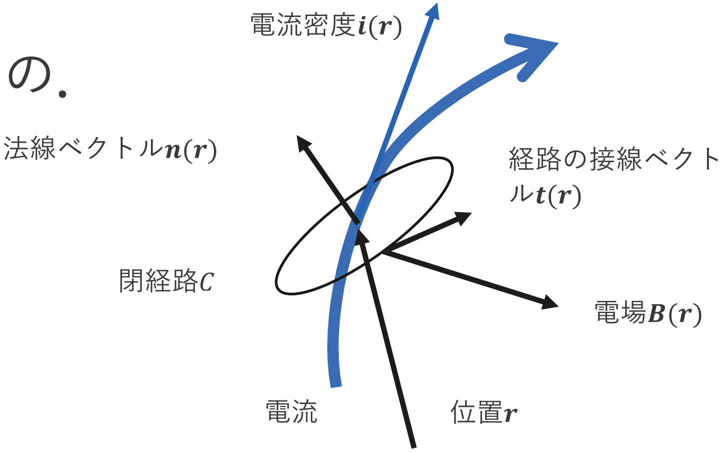
磁束密度に対するガウスの法則

- 磁束密度は磁荷から湧き出すものではないので，磁束密度のガウスの法則は次のように書ける．
- 積分形
- $\int_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS = 0$
- 微分形
- $\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$

アンペールの法則を振り返る

- アンペールの法則の法則（積分形）は
- $\int_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})ds = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})dS$
- 微分形は
- $\nabla\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \mu_0\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)$
- である．
- 磁束密度の回転は電流に透磁率をかけたもの．
  - ∇×を回転という．

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z},\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x},\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right)$$



アンペールの法則と電場

- コンデンサを考える．
- コンデンサに電荷Qが溜まっており，コンデンサの極板の面積がAだとすれば，電荷密度σは
- $\sigma = Q/A$
- である．よってコンデンサ内の電場は
- $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A}$
- である．電流は電荷の時間微分なので
- $I(t) = \dfrac{dQ(t)}{dt} = \varepsilon_0 A \dfrac{dE(t)}{dt}$
- 電流密度は
- $i(t) = \varepsilon_0 \dfrac{dE(t)}{dt}$

アンペールの法則と電場

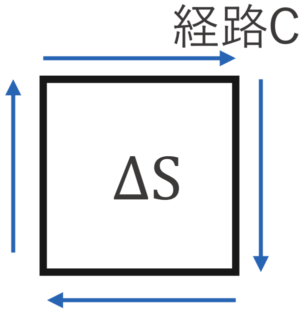
- $i(t) = \varepsilon_0 \frac{dE(t)}{dt}$から，電場の時間変化は電流密度と同じ働きをすると考えることができる．これを考慮したアンペールの法則は次のように書ける．
- $\int_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})ds = \mu_0 \int_S \left\{\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}\right\}\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})dS$
- 微分形は
- $\nabla\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \mu_0 \left\{\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}\right\}$
- である．
- この２つの式をマックスウェル・アンペールの法則という．
- ここで微分形を変形しておく．
- $\nabla\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) - \mu_0\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$

電位と誘導起電力

- 回路Cを考える．回路を一周したときの電位は
- $\phi = \int_C \{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) \cdot \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})\} ds$
- 誘導起電力で電位が生じるとすると
- $\int_C \{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) \cdot \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})\} ds = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{dt}$
- である．磁束Φは
- $\Phi = \int_S \{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})\} dS$

電位と誘導起電力

- 経路Cを囲む面積をΔSとし，その法線ベクトルを$\boldsymbol{n}$とすると
- $\int_C \{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})\}ds = \{\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\}\cdot\boldsymbol{n}\Delta S$
- 同様に磁束は
- $\Phi = \int_S \{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})\}dS = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{n}\ \Delta S$
- 誘導起電力の式から
- $\int_C \{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})\}ds = \{\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\}\cdot\boldsymbol{n}\Delta S = -\frac{d}{dt}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{n}\ \Delta S$
- よって
- $\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{d}{dt}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$



マックスウェル方程式

- これまで出てきた4つの式
- $\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\boldsymbol{r})$
- $\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$
- $\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) - \mu_0 \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}, t) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t}$
- $\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) + \frac{d}{dt}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = 0$
- これらをマックスウェル方程式という．
- これらの式が，電磁気学の基礎方程式である．

電磁波

電磁波

- 電荷も電流のない真空の空間を考える．このときのマックスウェル方程式は次のようになる．
  - $\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = 0$
  - $\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$
  - $\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = 0$
  - $\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = 0$

電磁波

- シンプルに電場と磁場が１方向のみ空間変化している場合を考える．
- ここではz軸方向のみ考えよう． つまり，電場も磁場もxy座標によらないzのみの関数になる．．
- マックスウェル方程式の第1, 2式は
- $\frac{\partial E_z(z,t)}{\partial z} = 0, \frac{\partial B_z(z,t)}{\partial z} = 0$
- また，
- $\{\nabla \times \boldsymbol{B}(z,t)\}_z = \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial x} - \frac{\partial B_x(z,t)}{\partial y} = 0$
- $\{\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\}_z = 0$
- $\frac{\partial E_z(z,t)}{\partial t} = 0, \frac{dB_z(z,t)}{dt} = 0$
- 以上から，z成分は時間にも場所にもよらないことがわかる．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = 0$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$$
$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = 0$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + \frac{d}{dt}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = 0$$

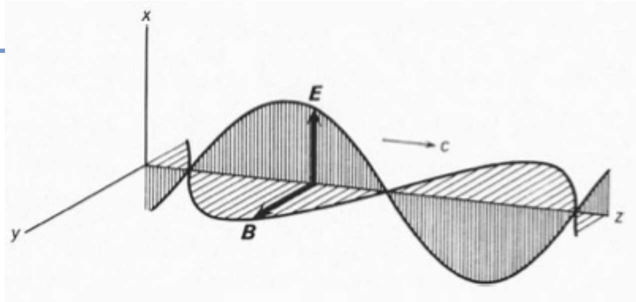
電磁波

- $\{\nabla\times\boldsymbol{B}(z,t)\}_x = \frac{\partial B_z(z,t)}{\partial y} - \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial z} = -\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial z}$
- $\{\nabla\times\boldsymbol{B}(z,t)\}_y = \frac{\partial B_x(z,t)}{\partial z} - \frac{\partial B_z(z,t)}{\partial x} = \frac{\partial B_x(z,t)}{\partial z}$
- $\{\nabla\times\boldsymbol{E}(z,t)\}_x = -\frac{\partial E_y(z,t)}{\partial z}$
- $\{\nabla\times\boldsymbol{E}(z,t)\}_y = \frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z}$
- となるから
- $-\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial z} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t} = 0$
- $\frac{\partial B_x(z,t)}{\partial z} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_y(z,t)}{\partial t} = 0$
- $-\frac{\partial E_y(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial B_x(z,t)}{\partial t} = 0$
- $\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} = 0$

電磁波

- $\frac{\partial}{\partial t}\left\{-\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial z} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t}\right\} = -\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t\partial z} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} = 0$
- $\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t}\right\} = \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t\partial z} = 0$
- この2式から
- $\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} = 0$
- $\frac{\partial}{\partial z}\left\{-\frac{\partial B_y(z,t)}{\partial z} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial t}\right\} = -\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t\partial z} = 0$
- $\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\partial E_x(z,t)}{\partial z} + \frac{dB_y(z,t)}{dt}\right\} = \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t\partial z} + \frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t^2} = 0$
- また，この2式から
- $\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial z^2} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t^2} = 0$

電磁波



- $\dfrac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} - \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} = 0$
- $\dfrac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial z^2} - \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t^2} = 0$
- この式は一般的に波動方程式として知られた式と同じ形をしている.
- 詳しくは省くが，電磁場がz座標にのみによる場合，電場はx軸ほうこうに変化する正弦波，磁場はy軸方向に変化する正弦波である.
- 電場と磁場は同位相でそれぞれ直交している.
- この波を電磁波という.
- 電磁波の速度は $\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ となり，これを計算すると光速になる.
- マックスウェルは理論的に電磁波を予言（1864年）し，ヘルツにより電磁波が発見（1888年）されている.

誘電率と電磁波の伝わる速さ

- 真空中の電磁波の伝わる速さは$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.9970 \times 10^8 m/s$である．
- 物質中を電磁波が進む場合，その伝わる速さは誘電率と透磁率で決まる．
- 物質の誘電率をε，透磁率をμとすると，電磁波が物質中を伝わる速さは$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$である．

光とはなにか

光とは

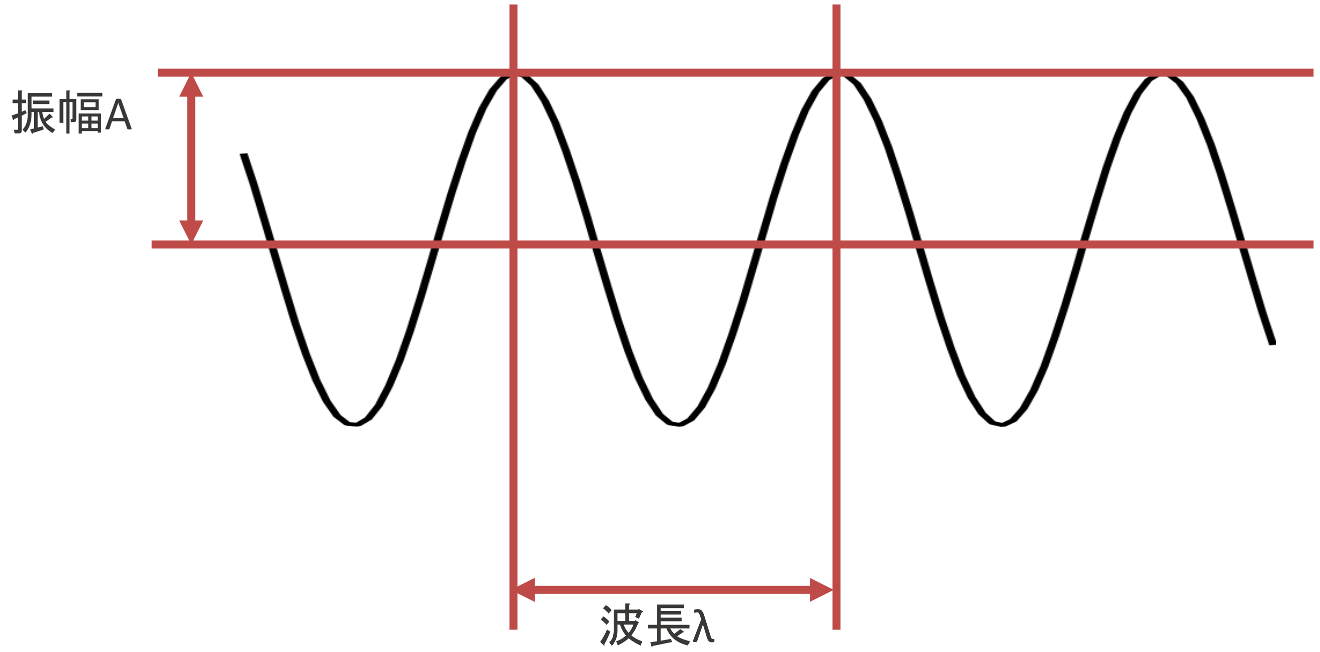
- 電磁波の一種
  - 電場と磁場の波
- 波を表すための指標
  - 波長 λ (ラムダ)
  - 周期 T
  - 速さ v
  - 振動数(周波数) ν （ニュー)
  - 振幅 A

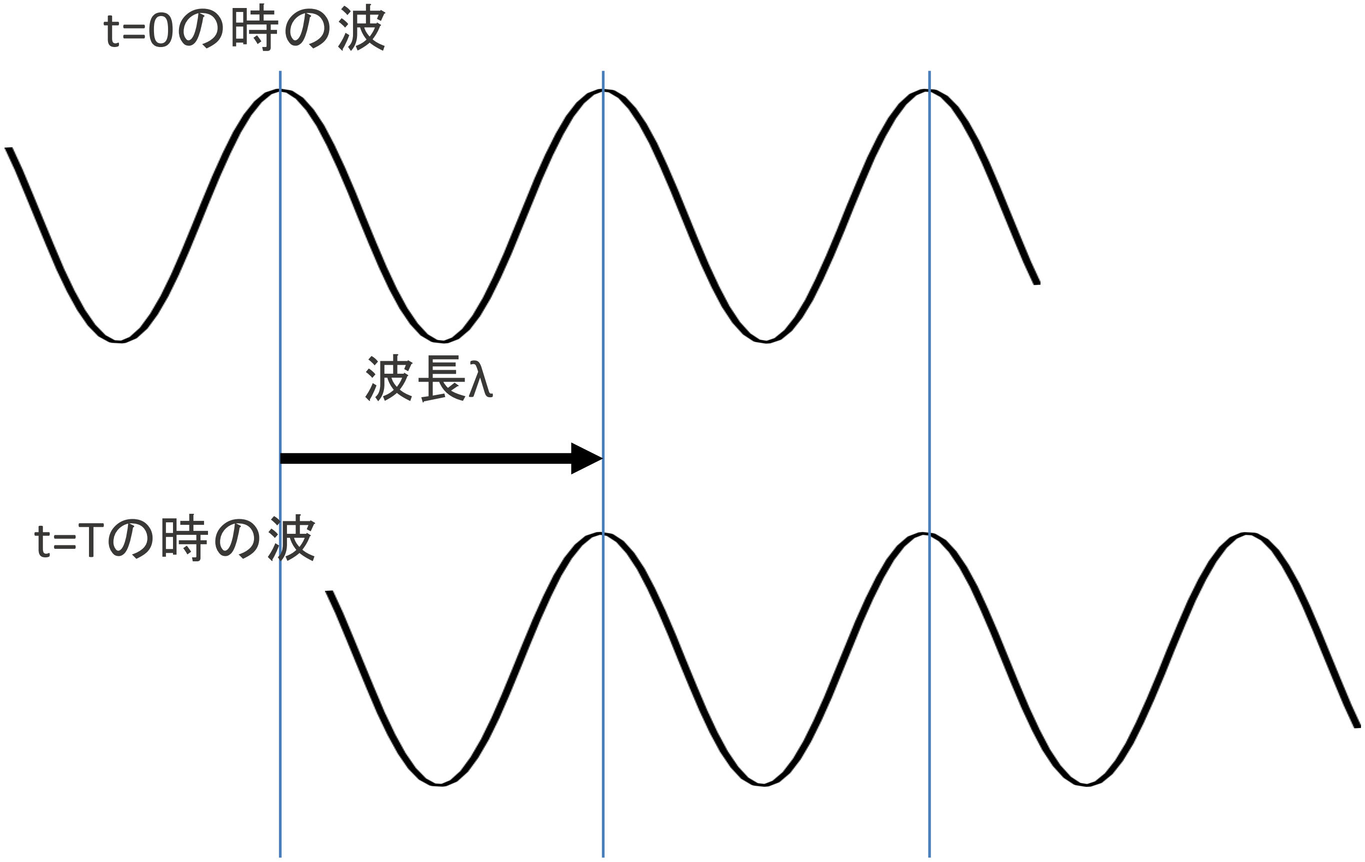
$$f(x) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$$

$$\lambda = vT$$
$$\nu = 1/T$$

λとνの関係は？

波



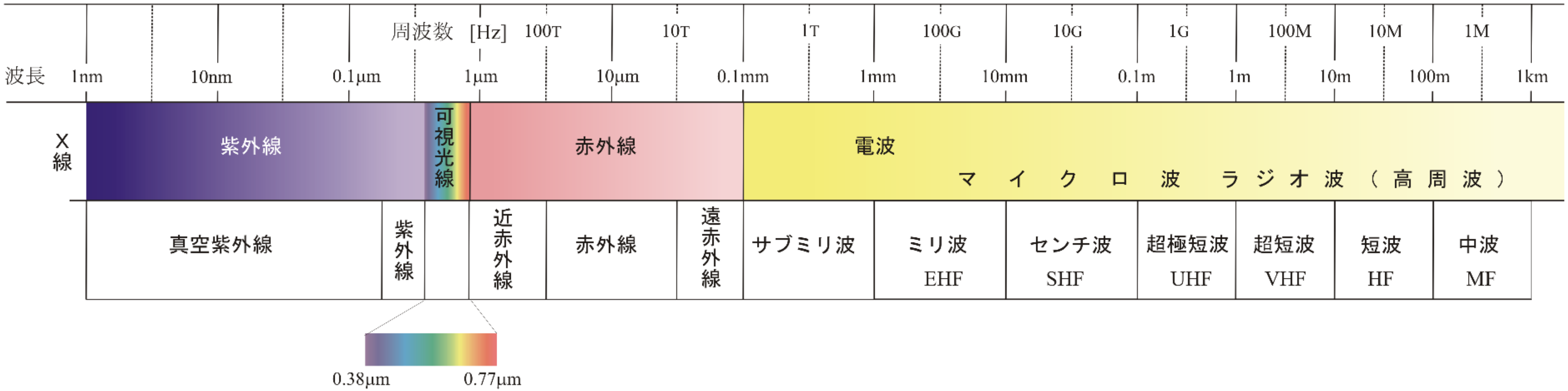


周期T秒後，波は波長ほど進んだと考えられるので，波の速さは

$$v = \lambda / T$$

電磁波の種類

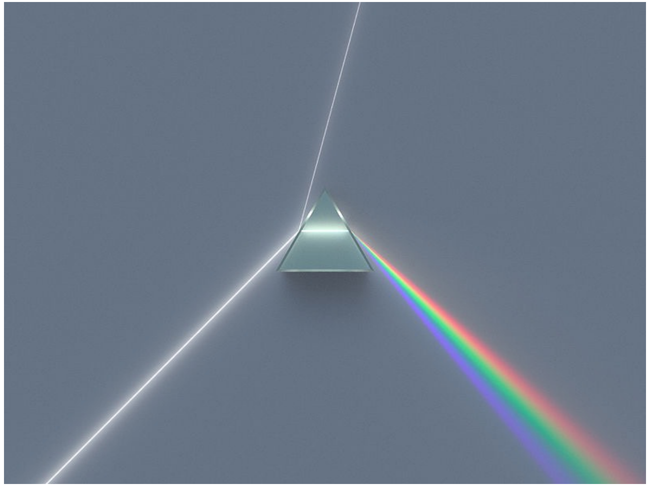
電磁波は波長によって呼び方と性質が変わる



光: 380nm-770nm

秋田高専田中教員光通信工学講義資料より

光のスペクトル



入射光（様々な振動数の光で構成される）

入射光が振動数ごとに分解される

スペクトルを見ることで，入射光にどのような光が入っているかがわかる．(白い光はすべての色を含んだ光)

なぜ光を分解できるのか

- 光はプリズムに入射すると屈折する.
- 光は色によって屈折率が異なる.
- 屈折率が異なるので振動数によって光が出る場所が異なる.

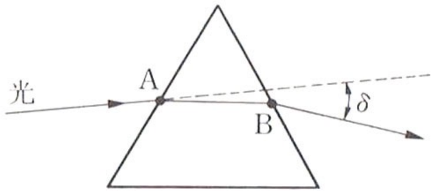


図 *2.4* 屈折による振れの角

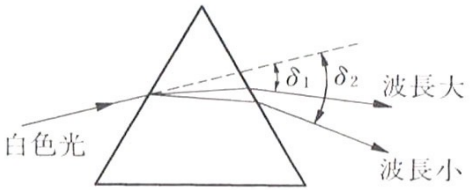
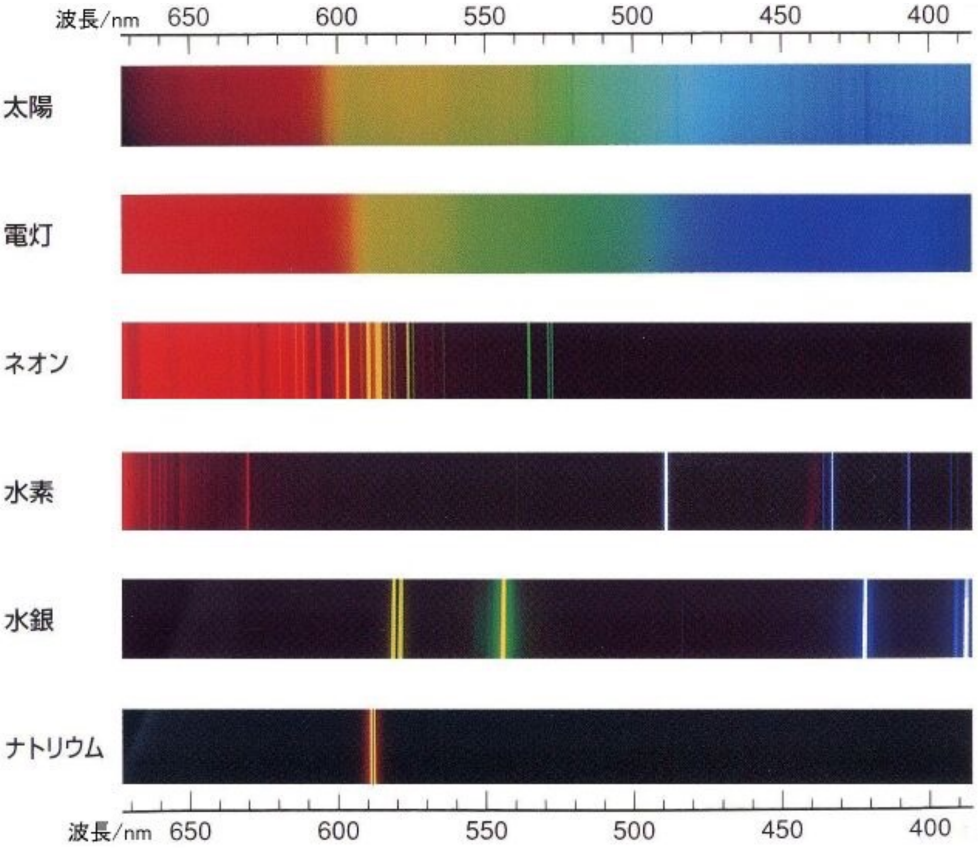


図 *2.5* プリズムによる分光

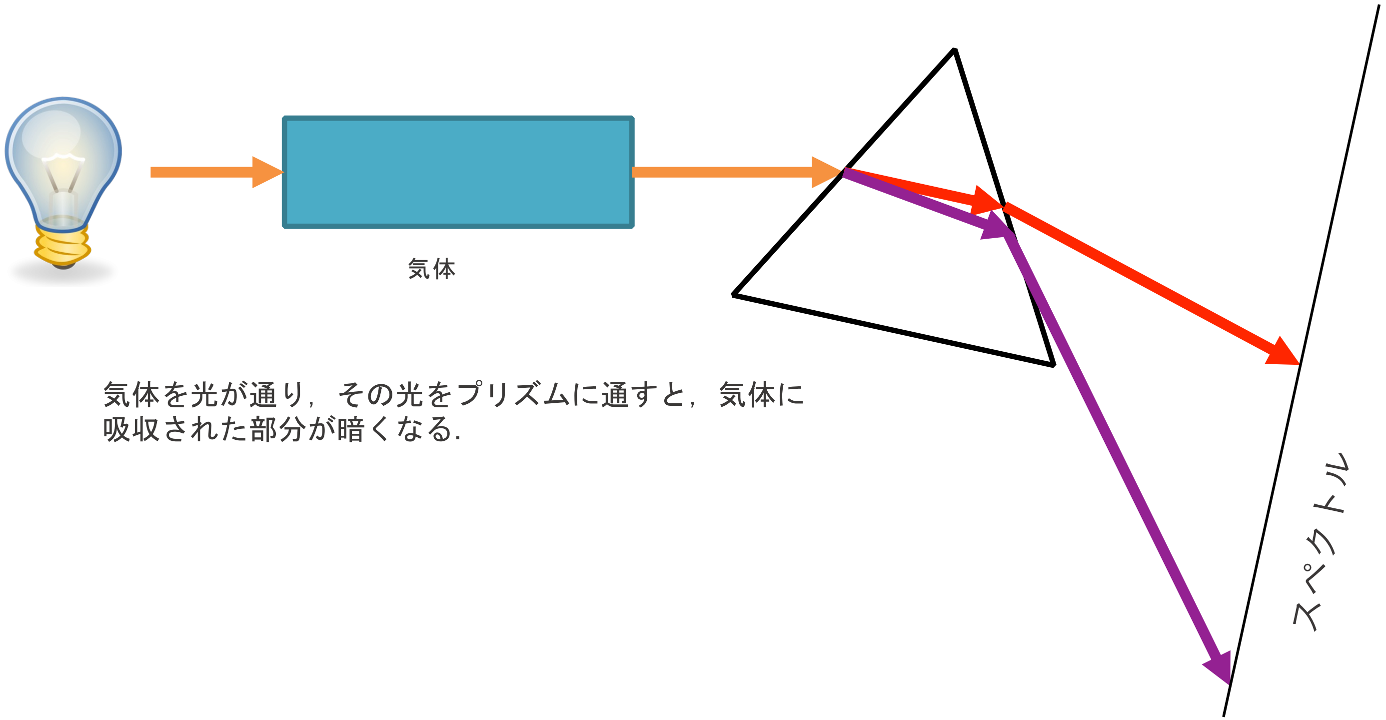
(中澤，藤原 電子工学)

（なぜ屈折するかは自分で調べる．最小作用の原理）

■ 様々なスペクトル


波長/nm 650 600 550 500 450 400
太陽
電灯
ネオン
水素
水銀
ナトリウム
波長/nm 650 600 550 500 450 400

吸収スペクトル



気体を光が通り，その光をプリズムに通すと，気体に
吸収された部分が暗くなる．

スペクトルの役割

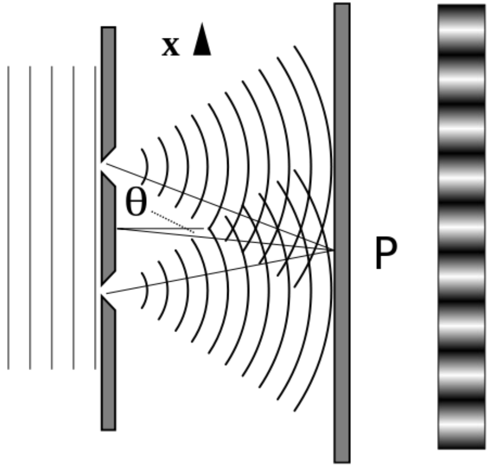
- 光をスペクトルに通すことで，光にどのような周波数成分があるかわかる．

- 応用例
  - 宇宙の膨張速度の算出
  - 吸光スペクトルによる物質の解析

光とは何なのか

■ 光の波動性

- 光は波である (17世紀　ホイヘンス).
- 1801年ヤングの干渉実験により光が波であることが証明される.
- 1865年マックスウェル方程式から電磁波が導出される.
- 1888年ヘルツが実験的に電磁波を証明する.



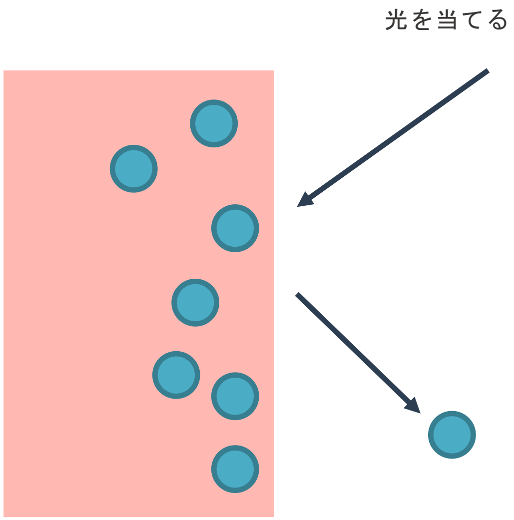
(https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Doubleslit.svg)

光の粒子性

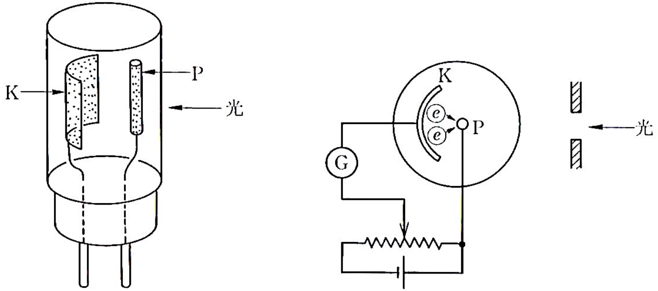
- 光は粒子である(17世紀　ニュートン)
- 1887年　ヘルツにより光電効果が発見される
- 1905年　アインシュタインにより光量子仮説により光電効果の理論的に説明される
  - 光を粒子と考えると光電効果が説明できる.

■ 光電効果

- 物質に光を当てることで電子が放出される.



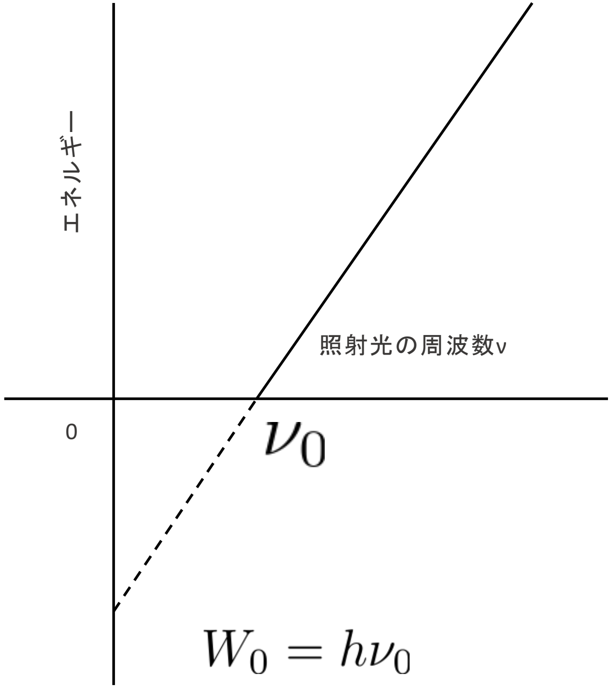
光から得たエネルギーにより電子が飛び出す



中澤、藤原: 電子工学基礎

光電効果

ある周波数以上の光を与えないと
電子は放出されない.



$$W_0 = h\nu_0$$

仕事関数

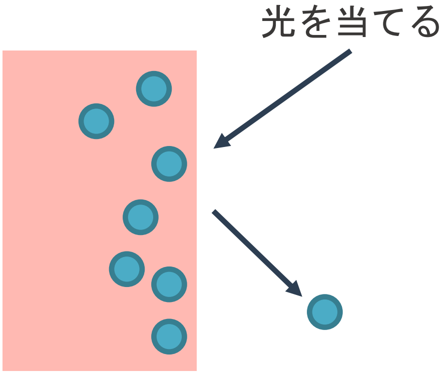
照射光の光子１つ
のエネルギー

$$E = h\nu - W_0$$

放出される電子
のエネルギー

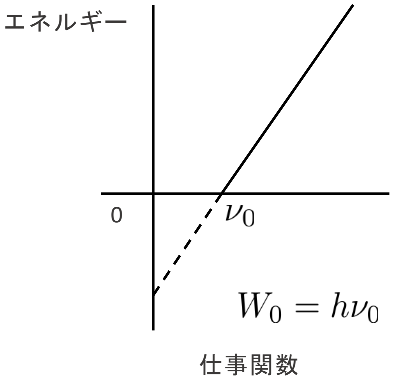
仕事関数

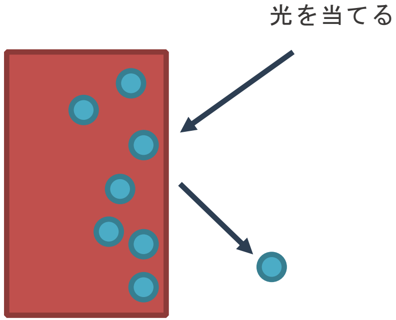
h=6.626x10-34 Js　プランク定数



光電効果

- 電子が出るかどうかは光の振動数に依存
  - 光の強さに依存しない
    - ある振動数以下の光だと，どんな強い光でも電子は出ない．
    - ある振動数以上の光だと，どんな弱い光でも電子は出る．
- 飛び出る電子の数は光の強さに比例





応用例

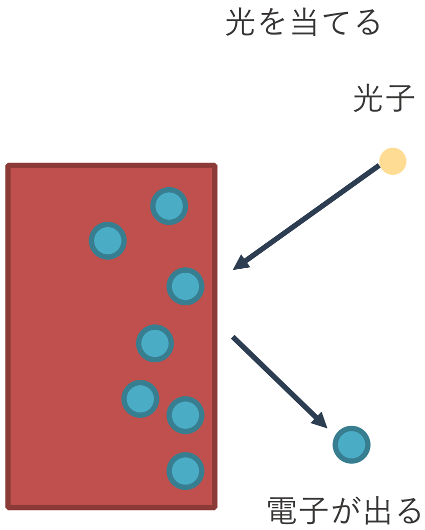
- 光センサーに応用
  - 光電管
  - 光電子増倍管
    - カミオカンデ
    - IEEEマイルストーンに認定

ASCII.jpより（http://ascii24.ascii.jp/2001/11/04/imageview/images667574.jpg.html）

もし光が波なら

- 強い光は波が大きいということなので，電子をより動かすことができる．よって，電子が放出されても良いのでは？
- 弱い光は波が小さいということなので，電子をあまり動かすことができない．よって，電子を放出されないのでは？

- 光の強さは光の粒子(光子)の数で決まる.
- 光子自体が振動数に応じたエネルギーを持つ



- 弱い光でも振動数が高ければ，電子が飛び出る.
  - 弱い光は光子の数が少ない．しかし，光子が高いエネルギーを持っていれば，電子は飛び出る.
- 強い光でも振動数が低ければ，電子は飛び出ない.
  - 強い光は光子の数が多い．しかし，光子が弱いエネルギーしか持っていなければ，電子は飛び出さない.

光の二重性

- 光は波としての性質と粒子としての性質の2つの性質を持つ

- 粒子性
  - つぶつぶがあるのではなく，数えられるということ

アインシュタインの奇跡の年

- 1905年アインシュタインが物理学上重要な論文を複数発表
  - ブラウン運動
    - 分子の大きさの計算，統計力学，確率過程
  - 光電効果
    - 光の粒子性，量子論
  - 特殊相対性理論
    - 光，エネルギー，質量，時間