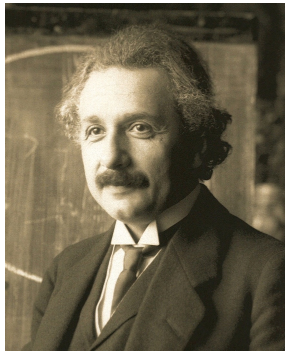
電気工学2第4回

藤田 一寿

電磁気学基礎

■ 電磁気学の歴史



- 静電気（タレス　紀元前6世紀）
  - 琥珀をこすると引力が発生する
- 磁石（タレス　紀元前6世紀）
- クーロンの法則（1785）
- 電磁誘導の発見（ファラデー、1821）
- マックスウェル方程式（1865）
- 特殊相対性理論（アインシュタイン、1905）

キャベンディッシュ

- 1731年生まれイングランド人
- ビオ曰く「歴史上最も金持ちの科学者で金持ちの中で最も優れた科学者」
- デービー曰く「ニュートンの死以来，キャベンディッシュの死ほど英国が大きな損失をこうむったことはない」
- 人間嫌いで研究内容に関して対外的にあまり発表していない
  - クーロンの法則、オームの法則，シャルルの法則を独自に誰よりも早く発見している．ちゃんと発表していたらキャベンディッシュの法則になっていたかも．
  - 希ガスの抽出に人類で初めて成功した．
    - 100年間誰も知らなかった．
    - キャベンディッシュの方法を使って100年後の人々が希ガスの抽出に成功した．
  - キャベンディッシュがちゃんと成果を発表していれば，科学は数十年は前進していたかも知れない．
- キャベンディッシュの業績はマックスウェルにより死後約70年後にまとめられら．

ファラデー

- 1791年生まれのイングランド人
- 教育を受けていないので数学が苦手
- デービーの最大の発見はファラデーである
  - ちなみにデービーは6つの元素(B, Na, Mg, K Ca, Ba)を発見した化学者
- 実験とプレゼンの達人
- アインシュタインはファラデーの肖像画を飾っていた

マックスウェル

- 1831年生まれのスコットランド人
- 電磁気学の基礎方程式を確立
- 統計力学の基礎を築いた人物の一人
- 史上初のカラー写真
- アインシュタインはマックスウェルの肖像画も飾っている

電荷

- 電荷には正(＋)の電荷と負(ー)がある
- 同じ電荷同士は反発する
- 異なる電荷同士は引き合う
- 電荷には大きさがある(単位はCクーロン)

静電気力(クーロン力)

- 電荷が複数ある場合，お互いに力を与え合う．
- 力は距離の2乗に反比例する（逆二乗則）．
- これをクーロンの法則という．

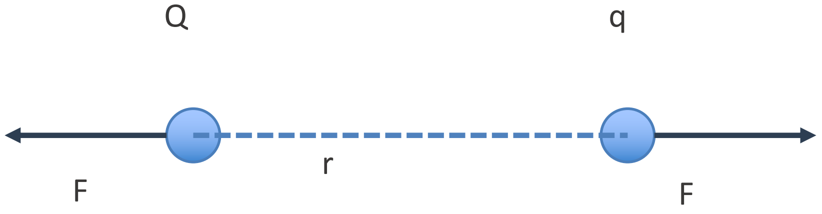
キャベンディッシュがすでに見つけていたのだが…

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^2}$$

クーロンの法則

力	F [N]
距離	r[m]
電荷	Q, q[C]
真空の誘電率	ε_0

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$F/m



本当に逆二乗則でいいのか？

■ クーロン力の計算

- 点電荷A，Bが3m隔てた場所に置かれている．点電荷A，Bがそれぞれ1.0x10^{-3}C，2.0x10^{-4}Cで帯電しているとき，電荷にかかる力の大きさを求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9$ とする．

クーロン力の計算

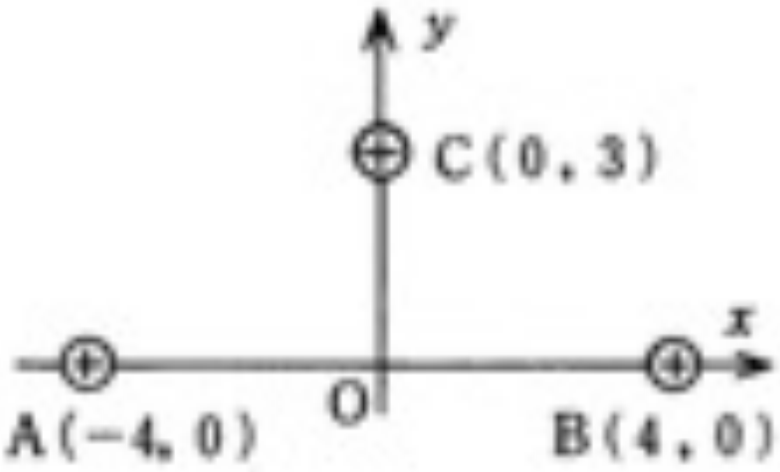
- 点電荷A，Bが3m隔てた場所に置かれている．点電荷A，Bがそれぞれ1.0×10^{-3}C，2.0×10^{-4}Cで帯電しているとき，電荷にかかる力の大きさを求めよ．ただし，$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9$　とする．

クーロンの法則より

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2} = 9.0\times10^9\times\frac{1.0\times10^{-3}\times2.0\times10^{-4}}{3^2} = 2.0\times10^2\mathrm{N}$$

問題

- xy座標面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷がある．点C $(0, 3.0)$ に 2.5×10^{-7}Cの点電荷を置く時，これにはどの方向に何Nの力がはたらくか．座標の単位はmで，クーロンの法則の比例定数を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．



問題

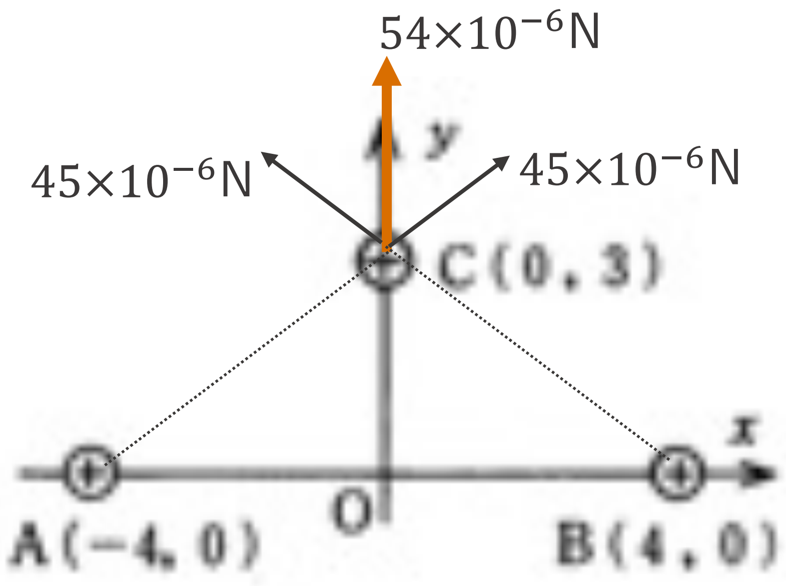
- xy座標面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に5.0×10^{-7}Cの点電荷がある．点C $(0, 3.0)$ に 2.5×10^{-7}Cの点電荷を置く時，これにはどの方向に何Nの力がはたらくか．座標の単位はmで，クーロンの法則の比例定数を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

CがA，Bそれぞれから受ける力の大きさは，

$9.0\times10^{9}\times\frac{5.0\times10^{-7}\times2.5\times10^{-7}}{4^2+3^2} = 45\times10^{-6}\mathrm{N}$

AとBから受ける力の合力は

$45\times10^{-6}\times\frac{3}{5}\times2 = 54\times10^{-6}\mathrm{N}$



電場

なぜ見えない力が働くのか？

- よくわからないが，直接相手に伝わる
  - 遠隔作用説

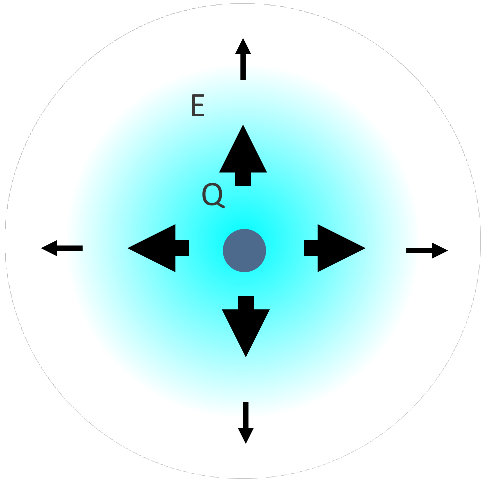
- 何か力を伝える媒質があって，それを伝わって相手に伝わる
  - 近接作用説
  - 何を伝わって力が届くのか
    - エーテル？
    - 電場

電場

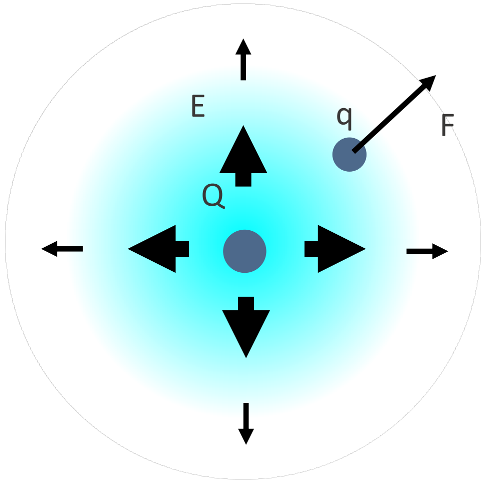
- 電場は荷電粒子が作り出すということにしておく.
  - 本当はそれだけではないけれど.
- 電場の単位はV/mもしくはN/C
- 電場がクーロン力を伝える？

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

電場	E
距離	r
電荷	Q
真空の誘電率	ε_0



電荷Qの周囲に電場Eという場が生じる

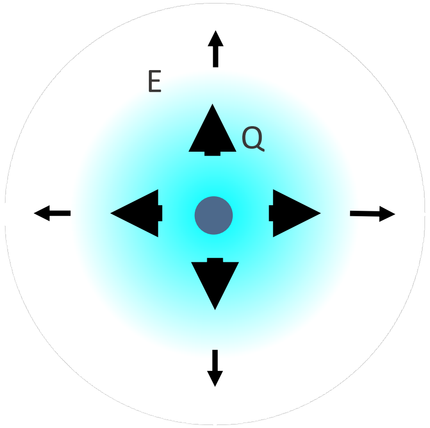


電場Eに電荷qが存在するとその電荷には力Fが働く

電場

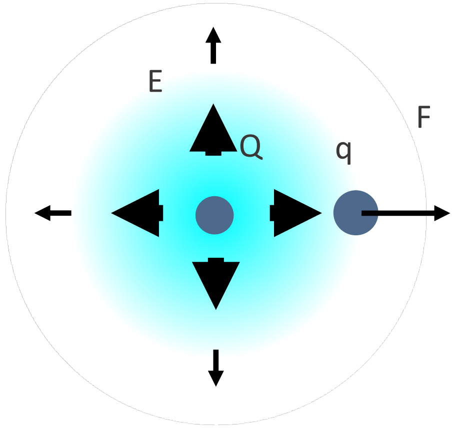
- 電場とは，１Cの電荷が場から受ける力である．

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$



- だから，電荷がqCであれば，その電化が受ける力は

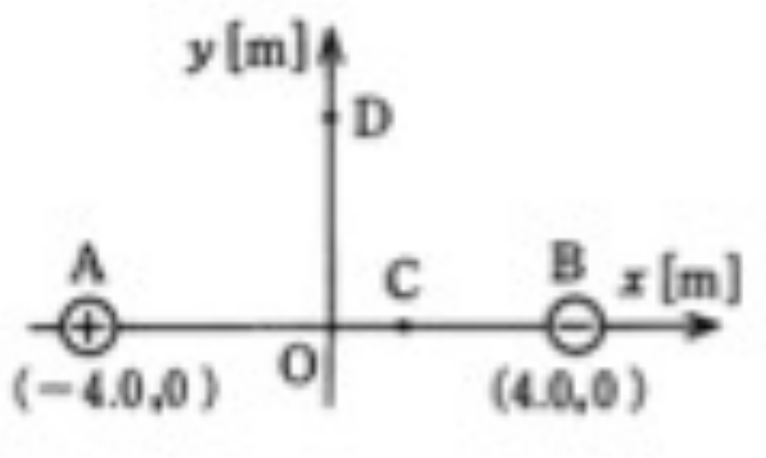
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}$$
$$= qE$$



問題

- xy座表面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-6}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に-5.0×10^{-6}Cの点電荷がある．座標の単位はmで，クーロンの法則の比例定数を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

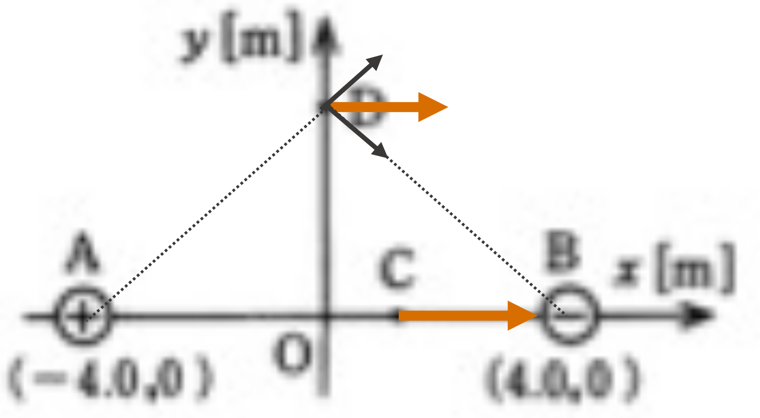
1. 点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ．
2. 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ．



問題

- xy座表面上の点A$(-4.0, 0)$に5.0×10^{-8}Cの点電荷，点B $(4.0, 0)$に-5.0×10^{-8}Cの点電荷がある．座標の単位はmで，クーロンの法則の比例定数を $9.0\times10^{9}\mathrm{Nm^2/C^2}$とする．

1. 点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ．
2. 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ．



1. CにA，Bそれぞれが作る電場の大きさ E_A, E_B は，

$$E_A = 9.0\times10^{9}\times\frac{5.0\times10^{-8}}{5^2} = 1.8\times10, E_B = 9.0\times10^{9}\times\frac{5.0\times10^{-8}}{3^2} = 5\times10$$

AとBが生成する電場は点Cでは同じなので，点Cの電場の大きさは
$E_C = 18 + 50 = 68\mathrm{N/C}$

2. 点DにA，Bそれぞれが作る電場の大きさ E_A, E_B は

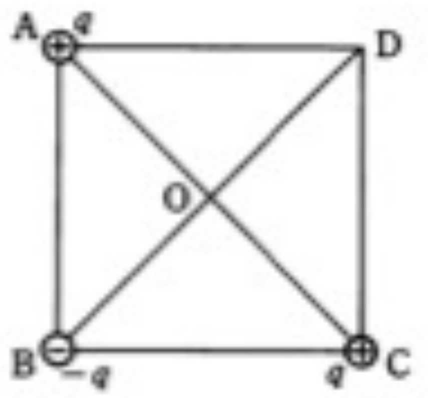
$$E_A = E_B = 9.0\times10^{9}\times\frac{5.0\times10^{-8}}{4^2+3^2} = 1.8\times10$$

電場 E_A, E_B を合成すれば点Dの電場は求まる．
$E_D = 18\times\frac{4}{5}\times2 = 28.8\mathrm{N/C}$

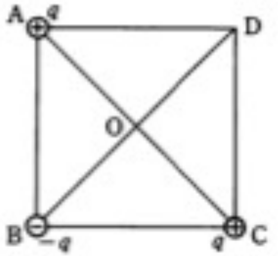
問題

- 1辺の長さa[m]の正方形ABCDのAとCにq[C]の正の点電荷，Bに$-q$[C]の負の点電荷が固定されている．

1. 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ．
2. Dにも $-q$[C]の負電荷をおき，AとCの n 点電荷を固定したままで，BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時，これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か．



問題



- 1辺の長さa[m]の正方形ABCDのAとCにq[C]の正の点電荷，Bに $-q$[C]の負の点電荷が固定されている．

1. 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ．
2. Dにも $-q$[C]の負電荷をおき，AとCの n 点電荷を固定したままで，BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時，これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か．

1. AとC上の点電荷はそれぞれ反対方向の電場を形成し，かつ同じ大きさである．そのため，それぞれが作る電場は相殺される．点Bが作る電場が点Oの電場である．よって

$$E_O = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{a^2}$$

2. 点AC上にある正電荷による合力と負電荷による斥力が打ち消す位置がつりあう位置である．Oからxの点でつりあうとすると，正電荷から受ける合力は，

$$F_{AC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2$$

負電荷により受ける斥力は

$$F_{BD} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4x^2}$$

これらの力がつりあうので

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4x^2}$$

$$\frac{1}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}\times\frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2+x^2}}\times 2 = \frac{1}{4x^2}$$

$$\frac{(2x)^3}{\left(\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 1$$

$$4x^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2$$

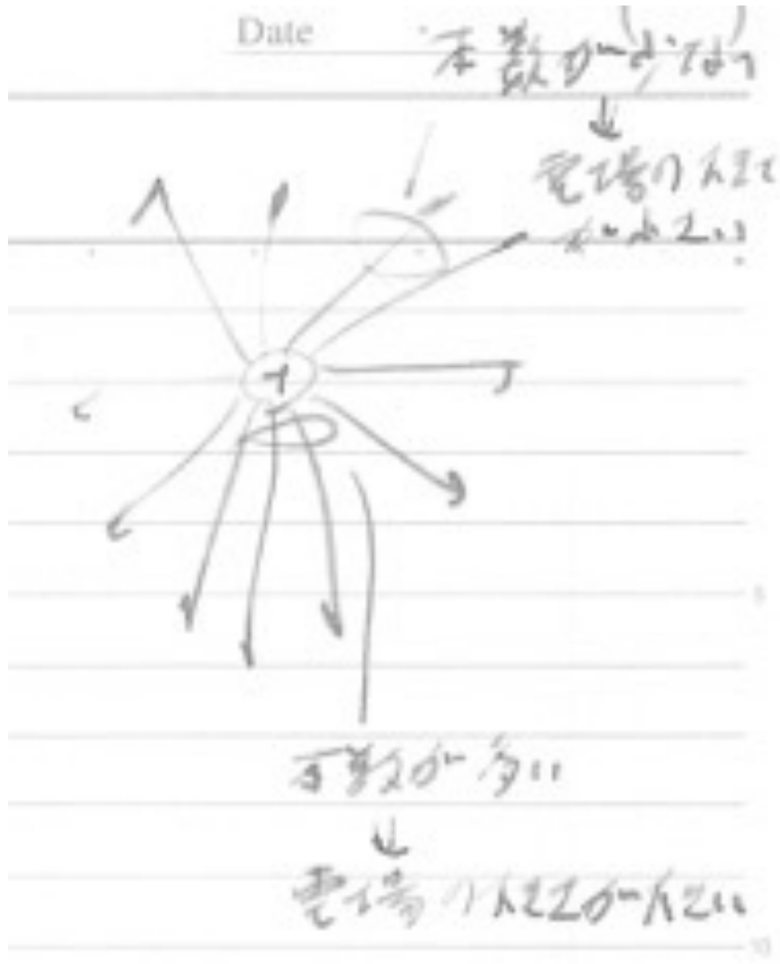
よって

$$x = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

電気力線

電気力線

- 電気力線は電場の様子を表すために用いられる
  - 電場の方向を表す
  - 正から負へ向かう
  - 仮想的なもの
  - 単位面積あたりE（電場）本



電気力線の総量

- R離れたところの点電荷Qが作る電気力線の本数を求める
- Qが作る場所rの電場Eは
- $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$
- よって，点電荷Qが出す電気力線の総量Nは
- $N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
- つまり，電荷の出す電気力線の総量は電荷Qを誘電率で割ったものである．