

# 電気工学2第4回

藤田 一寿

# 電磁氣学基礎



# ■ 電磁気学の歴史

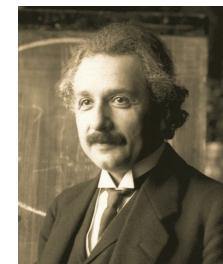
- 静電気（タレス 紀元前6世紀）
  - 琥珀をこすると引力が発生する
- 磁石（タレス 紀元前6世紀）
- クーロンの法則（1785）
- ビオ・サバールの法則（1820）
- 電気力線（ファラデー, 1821）
- 電磁回転（ファラデー, 1821）
- 電磁誘導の発見（ファラデー, 1831）
- マックスウェル方程式（1865）
- 特殊相対性理論（アインシュタイン, 1905）



ファラデー



マックスウェル



アインシュタイン

# ■ ヘンリー・キャベンディッシュ



- 1731年生まれイングランド人
- ビオ曰く「歴史上最も金持ちの科学者で金持ちの中で最も優れた科学者」
- デービー曰く「ニュートンの死以来、キャベンディッシュの死ほど英国が大きな損失をこうむったことはない」
- 人間嫌いで研究内容に関して対外的にあまり発表していない
  - クーロンの法則、オームの法則、シャルルの法則を独自に誰よりも早く発見している。ちゃんと発表していたらキャベンディッシュの法則になっていたかも。
  - 希ガスの抽出に人類で初めて成功した。
    - 100年間誰も知らなかった。
    - キャベンディッシュの方法を使って100年後の人々が希ガスの抽出に成功した。
  - キャベンディッシュがちゃんと成果を発表していれば、科学は数十年は前進していたかも知れない。
- キャベンディッシュの業績はマックスウェルにより死後約70年後にまとめられら。
- ケンブリッジ大学のキャベンディッシュ研究所は彼にちなんで名付けられた。

## ■ ファラデー

- 1791年生まれのイングランド人
- 教育を受けていないので数学が苦手
- デービーの最大の発見はファラデーである
  - ちなみにデービーは6つの元素(B, Na, Mg, K Ca, Ba)を発見した化学者
- 実験とプレゼンの達人
- アインシュタインはファラデーの肖像画を飾っていた



## ■ マックスウェル

- 1831年生まれのスコットランド人
- 電磁気学の基礎方程式を確立
- 統計力学の基礎を築いた人物の一人
- 史上初のカラー写真
- キャベンディッシュ研究所初代所長
- アインシュタインはマックスウェルの肖像画も飾っている

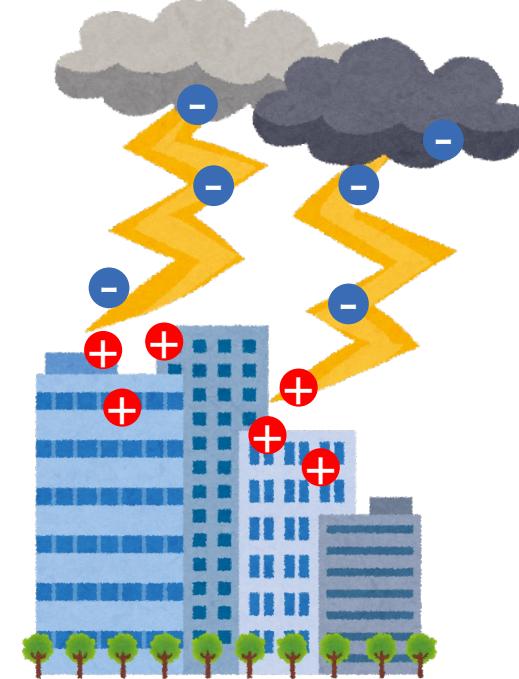


# 身近な電気的な現象

# ■ 静電気



下敷きで髪をこすると、下敷きに負電荷が移動して増え、上には正電荷が残る。  
髪の正電荷が下敷きの負電荷に引き寄せられることで髪が逆立つ。

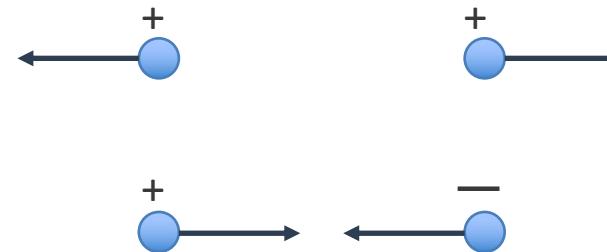


雲の下の方に負電荷がたまり、雲の下の方に比べ地上は正電荷が溜まった状態になる。  
限界を超えると放電現象が起こる。

電荷

## ■ 電荷

- 電荷には正(+)の電荷と負(−)がある.
- 同じ電荷同士は反発する.
- 異なる電荷同士は引き合う.
- 電荷同士の間で生じる力をクーロン力（静電気力）という.
- 電荷には大きさがある(単位はCクーロン).



# クーロンの法則

## ■ 静電気力(クーロン力)

- ・電荷が複数ある場合、お互いに力を与え合う。
- ・力は距離の2乗に反比例する（逆二乗則）。
- ・これをクーロンの法則という。

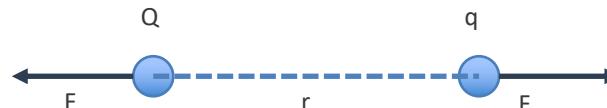
キャベンディッシュがすでに見つけていたのだが…

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$$

クーロンの法則

力  $F$  [N]  
距離  $r$  [m]  
電荷  $Q, q$  [C]  
真空の誘電率  $\epsilon_0$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$



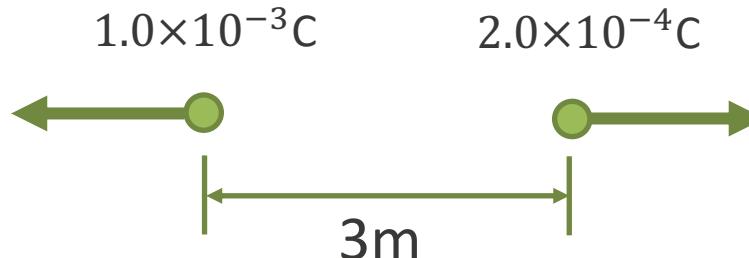
本当に逆二乗則でいいのか?  
今の所、計測の結果ほぼ2ではある。

逆に逆二乗則が成り立つと何が言えるか？

## ■ クーロン力の計算

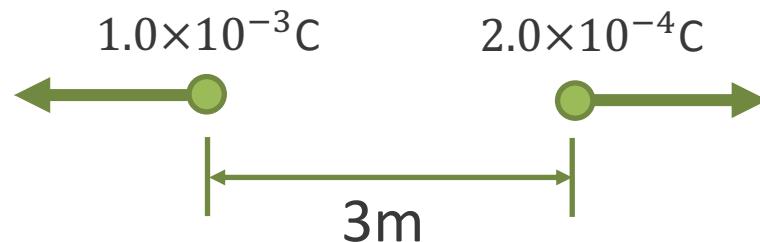
- 点電荷A, Bが3m離れた場所に置かれている。点電荷A, Bがそれぞれ  $1.0 \times 10^{-3} \text{C}$ ,  $2.0 \times 10^{-4} \text{C}$  で帯電しているとき、電荷にかかる力の大きさを求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$  を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$  とする。

$$\text{クーロンの法則: } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$$



## ■ クーロン力の計算

- 点電荷A, Bが3m離れた場所に置かれている。点電荷A, Bがそれぞれ  $1.0 \times 10^{-3} \text{C}$ ,  $2.0 \times 10^{-4} \text{C}$  で帯電しているとき、電荷にかかる力の大きさを求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$  を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$  とする。



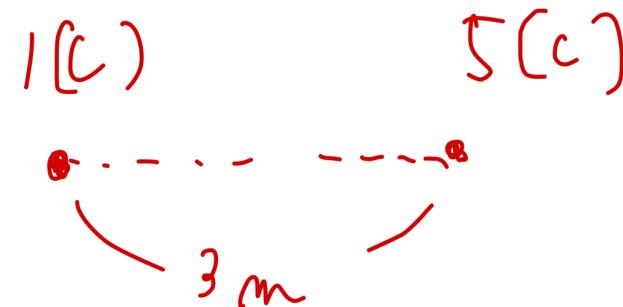
クーロンの法則より

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-3} \times 2.0 \times 10^{-4}}{3^2} = 2.0 \times 10^2 \text{N}$$

## 問題

- 真空中で、 $1[C]$ と $5[C]$ の2つの点電荷が $3[m]$ 離れて置かれている。電荷間に働く静電気力（クーロン力）[N]の大きさと方向（引力、斥力）を求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

$$\text{クーロンの法則: } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$$



## ■ 問題

- 真空中で、 $1[C]$ と $5[C]$ の2つの点電荷が $3[m]$ 離れて置かれている。電荷間に働く静電気力（クーロン力）[N]の大きさと方向（引力、斥力）を求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を $9.0\times10^9\text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

クーロンの法則より

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1 \times 5}{3^2} = 5 \times 10^9 [\text{N}]$$

クーロン力は正電荷同士なので斥力として働く。

# 力とベクトル

## ■ 力とベクトル

- ・力には大きさと向きがある.
- ・大きさのみの量をscalerという.
  - ・質量, 位置エネルギーなど
- ・大きさと向きを持つ量をvectorという.
  - ・力など



質量m

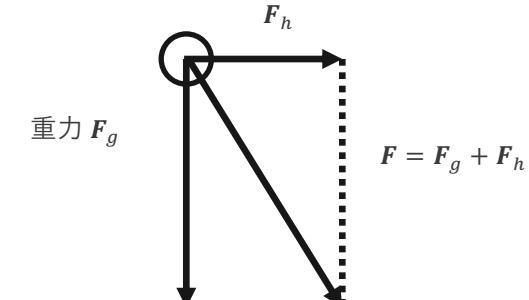
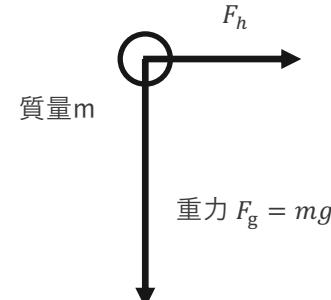
これは向きを持っていない。  
Scaler量

重力mg

物体は地面方向に引っ張られているため、向きを持つ。  
Vector量

# ■ 力の合成

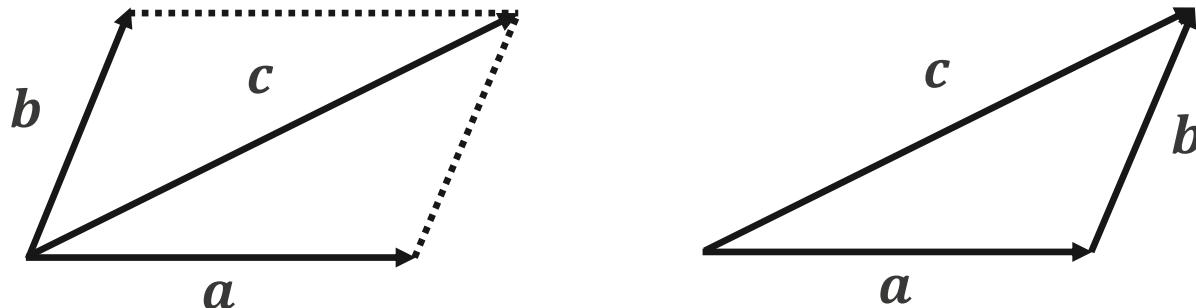
- 重力 $F_g$ により下に落下している物体に、 真横から力 $F_h$ を加えるとどうなるか？
- 斜めに物体は落下するだろう。
- つまり、 物体は斜め方向の力を受けている。
- この斜めの力を求めるときにベクトルで考える。
- 重力 $\mathbf{F}_g$ 、 真横の力 $\mathbf{F}_h$ とすると斜めの力 $\mathbf{F}$ は次のように書ける。
- $\mathbf{F} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_h$
- これを力の合成という。



大学では多くの場合、ベクトルは太字で書く。

## ■ ベクトルの足し算

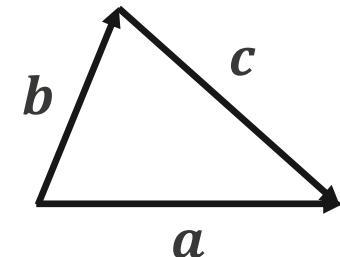
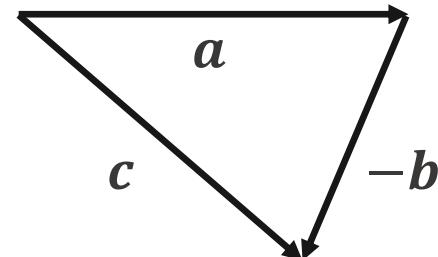
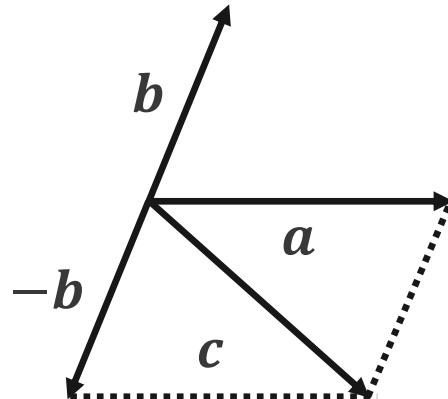
- ベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$ ,  $\mathbf{c} = (c_1, c_2)$  がある。
- ベクトルの足し算は次のように書ける。
- $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c}$
- $(c_1, c_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$



ベクトル  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の関係

## ■ ベクトルの引き算

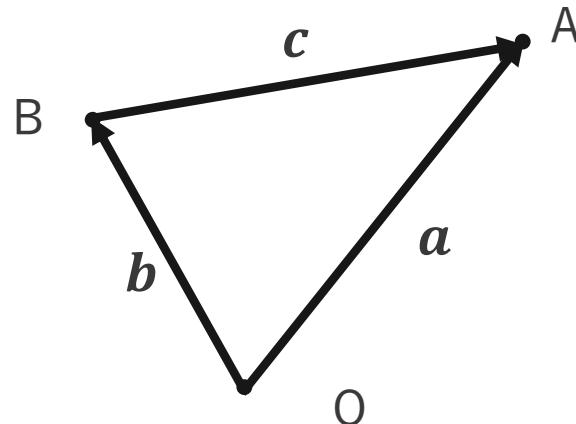
- ベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$ ,  $\mathbf{c} = (c_1, c_2)$  がある.
- ベクトルの引き算は次のように書ける.
- $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{c}$
- $(c_1, c_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$



ベクトル  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の関係

## ■ ベクトルの引き算

- ・ベクトル  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$ ,  $\mathbf{c} = (c_1, c_2)$ がある。
- ・ベクトルの引き算は次のように書ける。
- ・ $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{c}$
- ・ベクトル  $\mathbf{a}$ を点Aの場所, ベクトル  $\mathbf{b}$ を点Bの場所とすると, ベクトル  $\mathbf{c}$ は点Bから点Aへのベクトルとなる。

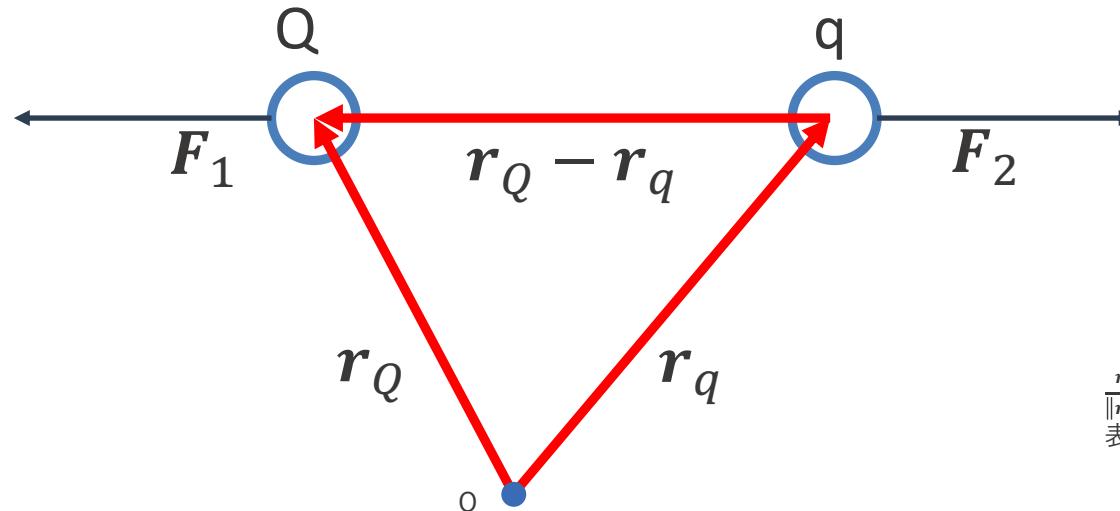


## ■ クーロンの法則のベクトル表記

- 力はベクトルなので、クーロンの法則もベクトルで書く必要がある。

$$\bullet F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{\|r_Q - r_q\|^2} \frac{r_Q - r_q}{\|r_Q - r_q\|} = \boxed{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{\|r_Q - r_q\|^3}} (\underline{r_Q - r_q})$$

クーロン力の大きさ      向き

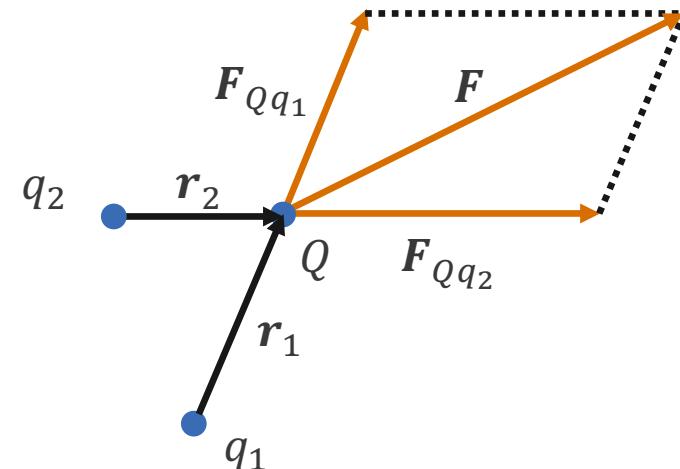


$\frac{r_Q - r_q}{\|r_Q - r_q\|}$  は q から Q 向きを表す単位ベクトルである。

発展

## ■ 重ね合わせの原理

- 複数電荷があった場合、それぞれの電荷がお互いにクーロン力を発生させる。
  - クーロン力は互いに独立に作用する。
  - つまり、ある電荷が受けるクーロン力は他の電荷から個々に受けるクーロン力の和である。
- $$\bullet \mathbf{F} = \mathbf{F}_{Qq_1} + \mathbf{F}_{Qq_2}$$
- $$\bullet \mathbf{F}_{Qq_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 Q}{\|\mathbf{r}_1\|^3} \mathbf{r}_1$$
- $$\bullet \mathbf{F}_{Qq_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 Q}{\|\mathbf{r}_2\|^3} \mathbf{r}_2$$



## ■ クーロン力のまとめ

- 電荷は同じ符号同士は反発し、異符号同士は引き合う。
- 電荷間に働く力はクーロン力と呼ばれる。
- 電荷量 $Q$ と $q$ を持つ点電荷に働く力の大きさは次の式で書ける。
- $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$$
- クーロン力はそれぞれ独立に働き、複数クーロン力がある場合足し合わせることが出来る（重ね合わせの原理）。
- 力には向きがあるので、複数電荷がある場合はクーロン力の合力を考える必要がある。

## ■ 問題

- ・真空中に1C（クーロン）の点電荷Aと2Cの点電荷Bが1mの距離で存在する。正しいのはどれか。（34回）
  1. Bの受ける力は、 Aの受ける力の2倍である。
  2. Bの受ける力の方向は、 A, Bを結ぶ直線に垂直である。
  3. A, B間の距離を0.5mとすると、 Bの受ける力は2倍になる。
  4. Aの電荷量を2倍にすると、 A及びBの受ける力は2倍になる。
  5. A及びBの電荷量を両方とも2倍にしても、 Aの受ける力は変わらない。

## ■ 問題

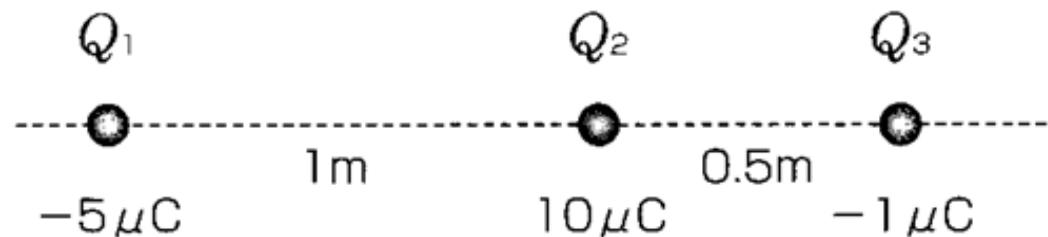
- 真空中に1C（クーロン）の点電荷Aと2Cの点電荷Bが1mの距離で存在する。正しいのはどれか。（34回）
  - Bの受ける力は、Aの受ける力の2倍である。
  - Bの受ける力の方向は、A、Bを結ぶ直線に垂直である。
  - A、B間の距離を0.5mとすると、Bの受ける力は2倍になる。
  - Aの電荷量を2倍にすると、A及びBの受ける力は2倍になる。
  - A及びBの電荷量を両方とも2倍にしても、Aの受ける力は変わらない。

クーロンの法則は  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$  である。

- そもそも作用反作用の法則に反する。
- AとBが受ける力の方向は、AとBを結ぶ直線と同じ方向である。
- クーロンの法則では力は距離の2乗に反比例する。よって  $0.5^2 = 1/4$  なので力は4倍となる。
- クーロンの法則では力はそれぞれの電荷の積に比例する。電荷の積は  $2qq'$  なので、力は2倍となる。
- 力は電荷の積に比例するので、力は4倍になる。

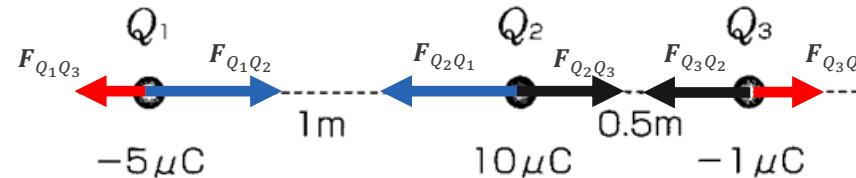
## ■ 問題

- 図に示すように真空中で 1 直線上に並んだ 3 個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$  を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  とする。



## 問題

- 図に示すように真空中で一直線上に並んだ3個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  とする。



矢印をクーロン力とすると、図のようにそれぞれの電荷がお互いにクーロン力を発生させている。それぞれの電荷に働くクーロン力を求めるには、個々の電荷が発生させるクーロン力を求め、それを加算しなければならない。

それぞれの電荷が発生させるクーロン力の大きさは

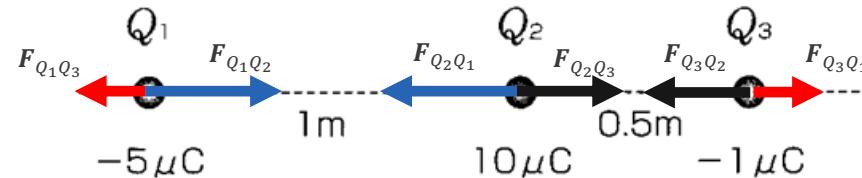
$$\|F_{Q_1Q_2}\| = \|F_{Q_2Q_1}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{5\mu \times 10\mu}{1^2} = 9.0 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-12} = 4.5 \times 10^{-1}$$

$$\|F_{Q_1Q_3}\| = \|F_{Q_3Q_1}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{5\mu \times 1\mu}{1.5^2} = \frac{9.0 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-12}}{15 \times 15 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\|F_{Q_2Q_3}\| = \|F_{Q_3Q_2}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{10\mu \times 1\mu}{0.5^2} = \frac{9.0 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-12}}{5 \times 5 \times 10^{-2}} = 3.6 \times 10^{-1}$$

## 問題

- 図に示すように真空中で1直線上に並んだ3個の電荷に働くクーロン力をそれぞれ求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  とする。



$$\begin{aligned}\|F_{Q_1Q_2}\| &= \|F_{Q_2Q_1}\| = 4.5 \times 10^{-1}, \quad \|F_{Q_1Q_3}\| = \|F_{Q_3Q_1}\| = 2 \times 10^{-2}, \quad \|F_{Q_2Q_3}\| = \|F_{Q_3Q_2}\| = 3.6 \times 10^{-1} \text{ から} \\ \|F_{Q_1}\| &= \|4.5 \times 10^{-1} - 2 \times 10^{-2}\| = \|4.3 \times 10^{-1}\| \\ \|F_{Q_2}\| &= \|4.5 \times 10^{-1} - 3.6 \times 10^{-2}\| = \|0.9 \times 10^{-1}\| \\ \|F_{Q_3}\| &= \|3.6 \times 10^{-1} - 2 \times 10^{-2}\| = \|3.4 \times 10^{-1}\|\end{aligned}$$

力を右向きを正としたスカラー量で書くと,

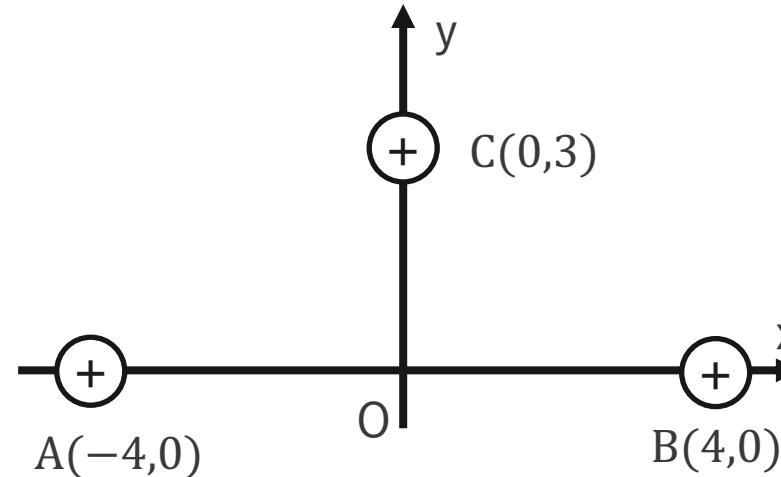
$$F_{Q_1} = 4.3 \times 10^{-1}$$

$$F_{Q_2} = -0.9 \times 10^{-1}$$

$$F_{Q_3} = -3.4 \times 10^{-1}$$

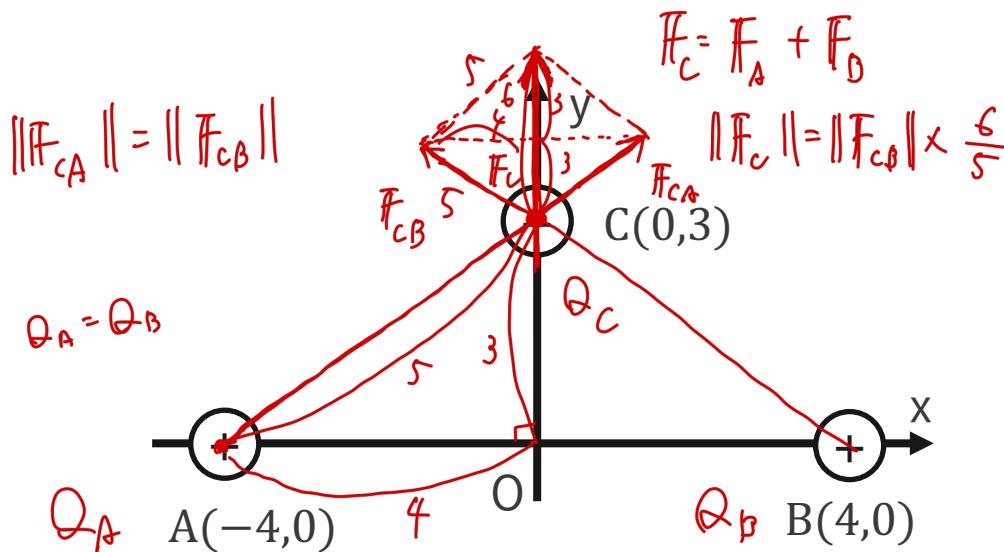
## 問題

- xy座標面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷, 点B (4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷がある. 点C (0, 3.0) に  $2.5 \times 10^{-7}$ Cの点電荷を置く時, これにはどの方向に何Nの力がはたらくか. 座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする.



## 問題

- xy座標面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷, 点B (4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷がある. 点C (0, 3.0) に  $2.5 \times 10^{-7}$ Cの点電荷を置く時, これにはどの方向に何Nの力がはたらくか. 座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする.



## 問題

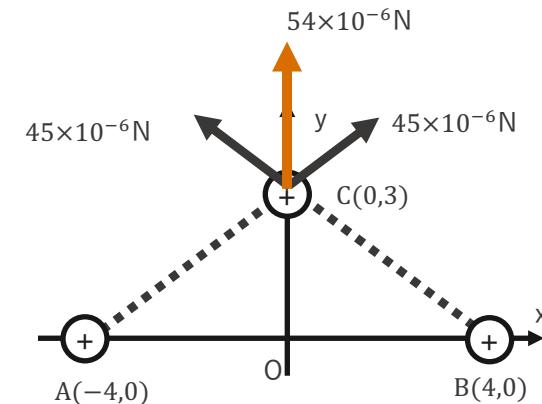
- xy座標面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷, 点B (4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-7}$ Cの点電荷がある. 点C (0, 3.0) に  $2.5 \times 10^{-7}$ Cの点電荷を置く時, これにはどの方向に何Nの力がはたらくか. 座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする.

CがA, Bそれぞれから受ける力の大きさは,

$$9.0 \times 10^9 \times \frac{5.0 \times 10^{-7} \times 2.5 \times 10^{-7}}{4^2 + 3^2} = 45 \times 10^{-6} \text{N}$$

AとBから受ける力の合力は

$$45 \times 10^{-6} \times \frac{3}{5} \times 2 = 54 \times 10^{-6} \text{N}$$



## ■ 問題

- 真空中において、図のように一直線上に A, B, C の 3 点がある。A 点と C 点に  $+1[C]$ , B 点に  $-1[C]$  の電荷があるとき、誤っているのはどれか。ただし、AB 間の距離は BC 間の距離の 2 倍である。（23 回国家試験）



- A の電荷に働く力の方向は A から B に向かう方向である。
- B の電荷に働く力の方向は B から C に向かう方向である。
- C の電荷に働く力の方向は C から B に向かう方向である。
- A の電荷に働く力の大きさは B の電荷に働く力より大きい。
- B の電荷に働く力の大きさは C の電荷に働く力より小さい。

# 問題

- 真空中において、図のように一直線上に A, B, C の 3 点がある。A 点と C 点に +1[C], B 点に -1[C] の電荷があるとき、誤っているのはどれか。ただし、AB 間の距離は BC 間の距離の 2 倍である。（23回国家試験）

- A の電荷に働く力の方向は A から B に向かう方向である。
- B の電荷に働く力の方向は B から C に向かう方向である。
- C の電荷に働く力の方向は C から B に向かう方向である。
- A の電荷に働く力の大きさは B の電荷に働く力より大きい。
- B の電荷に働く力の大きさは C の電荷に働く力より小さい。



BC 間の距離を  $l$  とするし、力を右向きを正としたスカラー量で表すと

$$F_A = F_{AB} + F_{AC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{4l^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{9l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \frac{5}{36}$$

$$F_B = F_{BA} + F_{BC} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{4l^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \left( -\frac{1}{4} + 1 \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \frac{3}{4}$$

$$F_C = F_{CA} + F_{CB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{9l^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{l^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \left( \frac{1}{9} - 1 \right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \frac{8}{9}$$

よって、

A に働く力は A から B 向きなので 1 は正しい。

B に働く力は B から C 向きなので 2 は正しい。

C に働く力は C から B 向きなので 3 は正しい。

A に働く力の大きさは B に働く力より小さいので 4 は間違い。

B に働く力の大きさは C に働く力より小さいので 5 は正しい。

# 問題

- 真空中に、それぞれ電荷 $+Q[C]$ が帯電する質点Aの及びBがある。これらの帯電体をそれぞれ長さ $a[m]$ の糸で点Pから吊るしたところ、図のように帯電体A、Bは鉛直直線に対する傾きが $45^\circ$ となって静止した。帯電体A、B簡易働く力 $F[N]$ の大きさとして正しいのはどれか。ただし、真空の誘電率は $\epsilon_0[F/m]$ とし、糸の質量は無視できるものとする。（33回）

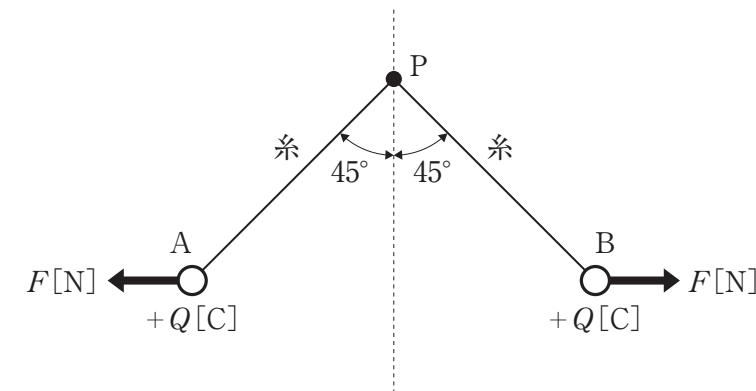
1.  $\frac{Q}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

2.  $\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^2}$

3.  $\frac{Q^2}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

4.  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

5.  $\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$



# 問題

- 真空中に、それぞれ電荷 $+Q[\text{C}]$ が帶電する質点A及びBがある。これらの帶電体をそれぞれ長さ $a[\text{m}]$ の糸で点Pから吊るしたところ、図のように帶電体A, Bは鉛直直線に対する傾きが $45^\circ$  となって静止した。帶電体A, B簡易働く力 $F[\text{N}]$ の大きさとして正しいのはどれか。ただし、真空の誘電率は $\epsilon_0[\text{F/m}]$ とし、糸の質量は無視できるものとする。 (33回)

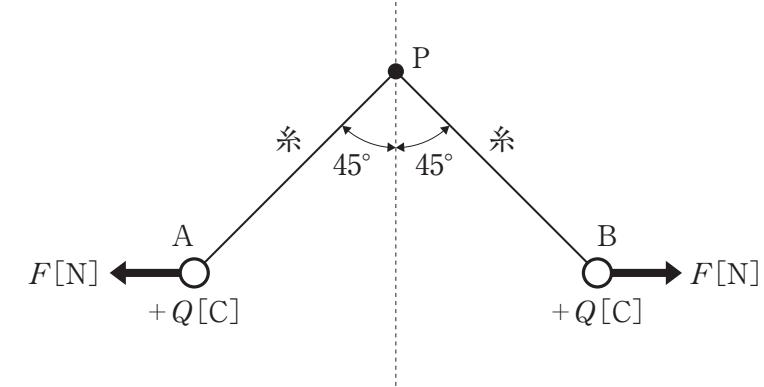
1.  $\frac{Q}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

2.  $\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^2}$

3.  $\frac{Q^2}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$

4.  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$

5.  $\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$



クーロンの法則は  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$  である。

1, 2は分子が $Q^2$ になっていないので間違いである。

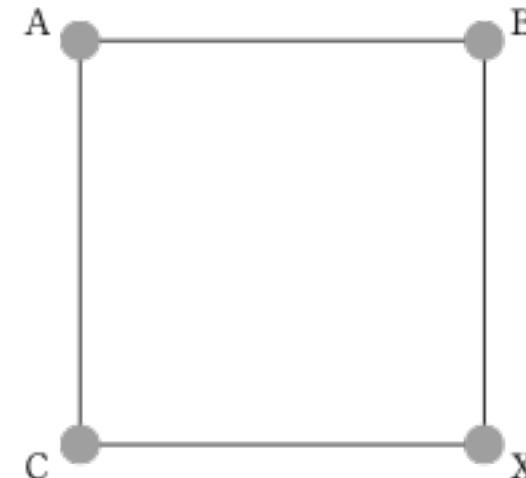
3, 4, 5は分母が異なるだけなので分母のみに着目する。

A, B間の距離は直角三角形ABPより $\sqrt{2}a$ である。よってクーロンの法則から力の分母は $4\pi\epsilon_0 \times (\sqrt{2}a)^2 = 8\pi\epsilon_0 a^2$ なので答えは5である。

## 問題

- 図のようにA点に電荷量 $Q$ , B点とC点に電荷量 $2Q$ の点電荷が正方形の各頂点に固定してある。A点の点電荷に働く静電気力が釣り合う時, X点電荷量はどれか。ただし,  $Q > 0$ である。(臨床工学技士国家試験32回)

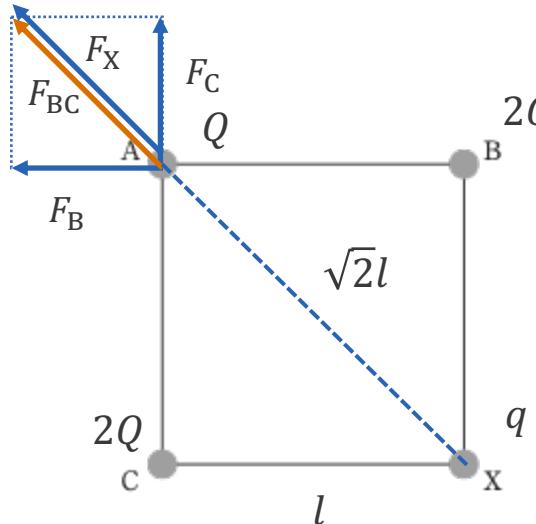
1.  $Q$
2.  $-Q$
3.  $2\sqrt{2}Q$
4.  $-2\sqrt{2}Q$
5.  $-4\sqrt{2}Q$



# 問題

- 図のようにA点に電荷量 $Q$ , B点とC点に電荷量 $2Q$ の点電荷が正方形の各頂点に固定してある。A点の点電荷に働く静電気力が釣り合う時, X点電荷量はどれか。ただし,  $Q > 0$ である。(臨床工学技士国家試験32回)

1.  $Q$
2.  $-Q$
3.  $2\sqrt{2}Q$
4.  $-2\sqrt{2}Q$
5.  $-4\sqrt{2}Q$



正方形の一辺の長さを $l$ , Xに置かれた電荷を $q$ とする。  
点Aの電荷が点Bおよび点Cの電荷から受ける力の大きさ $F_B$ ,  
 $F_C$ は,

$$F_B = F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q^2}{l^2}$$

$F_B$ ,  $F_C$ の合成力 $F_{BC}$ は,

$$F_{BC} = \sqrt{2}F_B = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q^2}{l^2}$$

また点Aの電荷が点Xの電荷から受ける力の大きさ $F_X$ は,

$$F_X = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{2l^2}$$

点Aの電荷にかかる力が釣り合うためには

$F_{BC} + F_X = 0$   
が成り立たなければならない。よって

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{2l^2} = -\frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q^2}{l^2}$$

$$q = -4\sqrt{2}Q$$

# 電場 (Electric field)

工学の人は電界とよく言うが、この講義では電場で統一する。

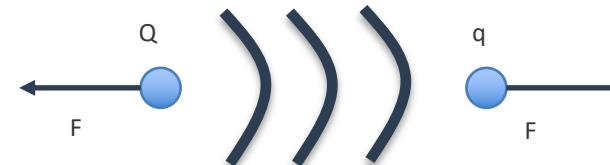
# ■ なぜ見えない力が働くのか？

- ・ クーロン力は目に見えないが伝わっている。どうやって伝わっているのか？
- ・ よくわからないが、直接相手に伝わる。
  - ・ 遠隔作用説



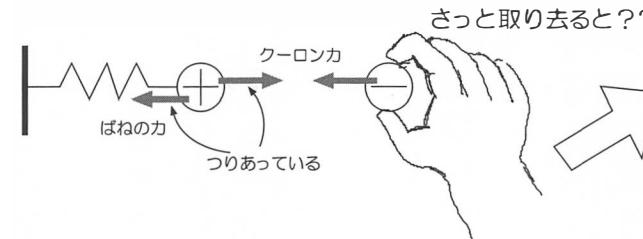
- ・ 何か力を伝える媒質があって、それを伝わって相手に伝わる。
  - ・ 近接作用説
  - ・ 何を伝わって力が届くのか
    - ・ エーテル？
    - ・ **電場**

工学では電場のことを電界と呼ぶこともある。



## ■ 疑問

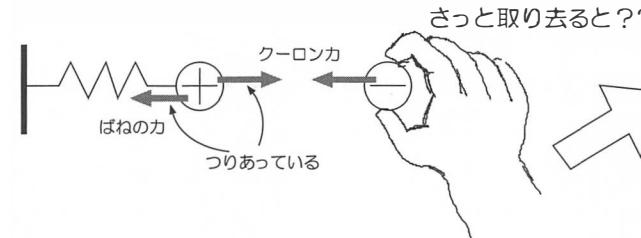
- ・図のようにクーロン力とバネの力が釣り合っている状態があるとする。
- ・バネとつながっていない電荷を取り去るとどうなるのか？
- ・電荷が遠のくと同時にクーロン力も弱くなる？
- ・空間を通じじわじわクーロン力が弱くなる？



(前野, よくわかる電磁気学)

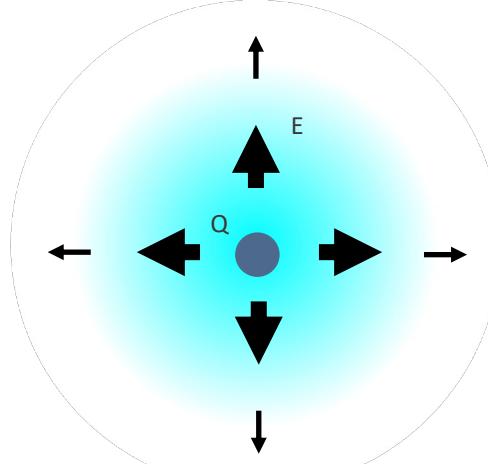
## ■ 疑問

- 電荷が複数あるとクーロン力は生じる。
- 電荷が一つのときは、電荷は何もしないのか？
- 電荷が一つになった途端に、電気的な作用は消え去るのか？

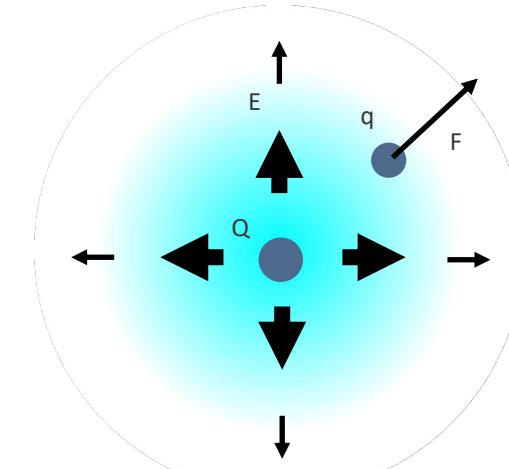


(前野、よくわかる電磁気学)

# ■ 電場



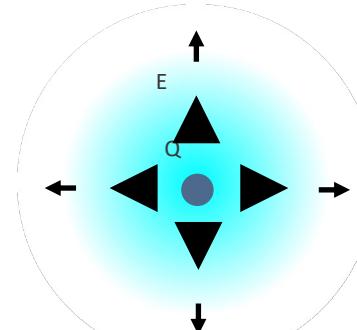
電荷 $Q$ の周囲に電場 $E$ という場が生じると考える。



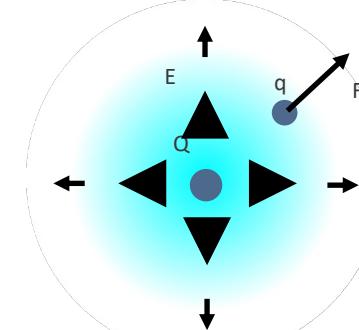
電場 $E$ に電荷 $q$ が存在すると、その電荷には力 $F$ が働く。つまり電場が電荷に力を働きかけたと考える。

# ■ 電場

- ・電場がクーロン力を伝える.
- ・電場は電荷が空間に作り出すということにしておく.
  - ・本当はそれだけではないけれど.
- ・電場は1[C]の電荷が場から受ける力とする.
- ・電場の単位はN/C（もしくはV/m）である.
- ・特に、時間的変化をしないものを静電場という.



電荷 $Q$ の周囲に電場 $E$ という  
場が生じる

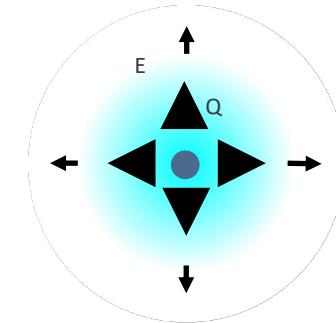


電場 $E$ に電荷 $q$ が存在すると  
その電荷には力 $F$ が働く

## ■ 点電荷が作る電場

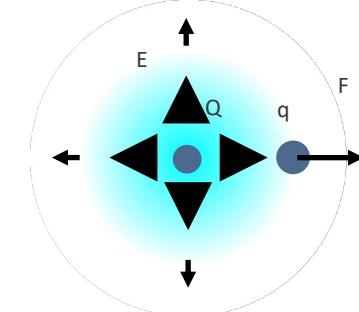
- ・電場とは、1Cの電荷が場から受ける力である。
- ・点電荷 $Q$ [C]が周囲に作る電場の大きさは、

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

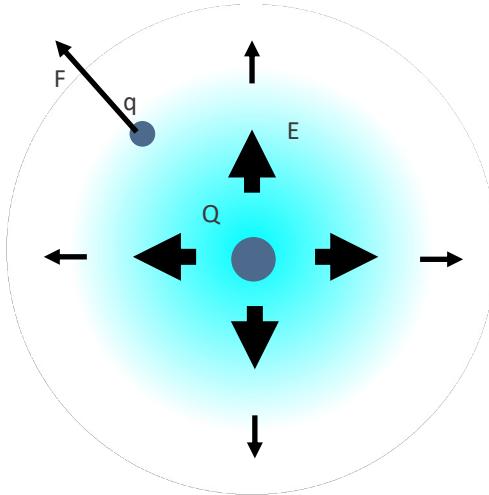


- ・もし、電荷が $q$ [C]があれば、その電荷が受ける力の大きさは

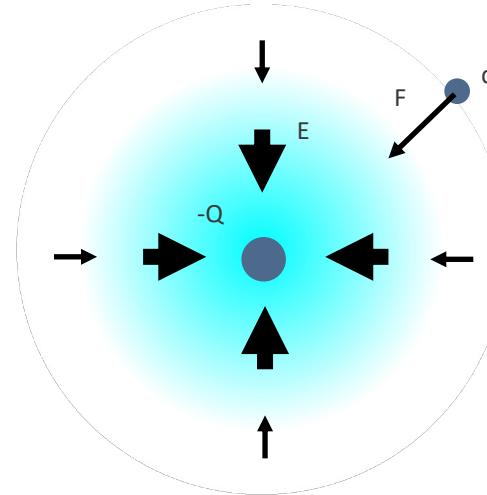
$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \\ &= qE \end{aligned}$$



## ■ 電場はベクトル



正の電荷は電荷から外向きに電場を形成する。  
正の電荷 $q$ を置くと、電荷 $Q$ の反対方向にクーロン力が生じる。



負の電荷は電荷から内向きに電場を形成する。  
正の電荷 $q$ を置くと、電荷 $-Q$ の方向にクーロン力が生じる。

## ■ 電場のまとめ

---

- ・ クーロン力は電場が与える.
- ・ 電場は、場が1Cの電荷に与える力である.
- ・ 電場はベクトルである（向きがある）.
- ・ 電場 $E$ が電荷 $q$ に与える力 $F$ は次のように書ける.
- ・  $F = qE$

## ■ 問題

---

- 点電荷 $Q[C]$ から10cm離れた点における電場が
- $E = 2 \times 10^4 [N/C]$
- であるとする。電荷 $Q[C]$ を求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$  とする。

## 問題

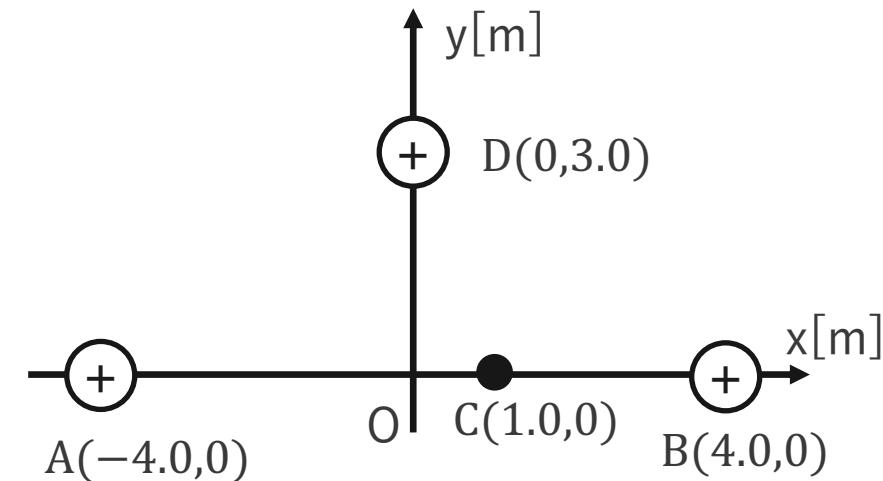
- 点電荷 $Q[C]$ から10cm離れた点における電場が
- $E = 2 \times 10^4 [N/C]$
- であるとする。電荷 $Q[C]$ を求めよ。ただし、 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ を $9.0 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{Q}{0.1^2} = 2 \times 10^4$$
$$Q = \frac{2 \times 10^4 \times 0.1^2}{9.0 \times 10^9} \cong 2.2 \times 10^{-8} [\text{C}]$$

## ■ 問題

- xy座表面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-6}$ Cの点電荷, 点B (4.0, 0)に $-5.0 \times 10^{-6}$ Cの点電荷がある。座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

- 点C (1.0, 0) の電場の向きと強さを求めよ。
- 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ。



# 問題

- xy座表面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-8}$ Cの点電荷, 点B(4.0, 0)に $-5.0 \times 10^{-8}$ Cの点電荷がある。座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

1. 点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ。

2. 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ。

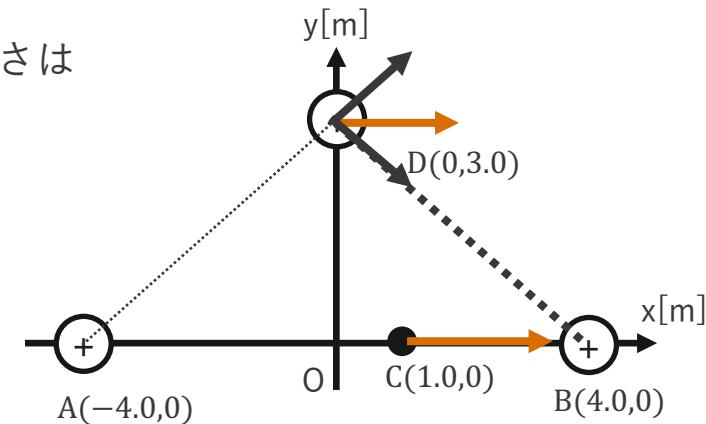
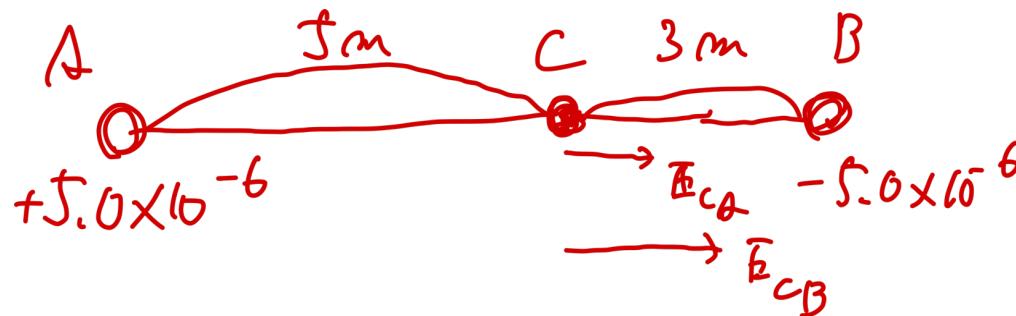
1. CにA, Bそれぞれが作る電場の大きさ  $E_{CA}, E_{CB}$  は,

$$E_{CA} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{5.0 \times 10^{-8}}{5^2} = 1.8 \times 10$$

$$E_{CB} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{5.0 \times 10^{-8}}{3^2} = 5 \times 10$$

AとBが生成する電場は点Cでは同じなので, 点Cの電場の大きさは

$$E_C = 18 + 50 = 68 \text{ N/C}$$



# 問題

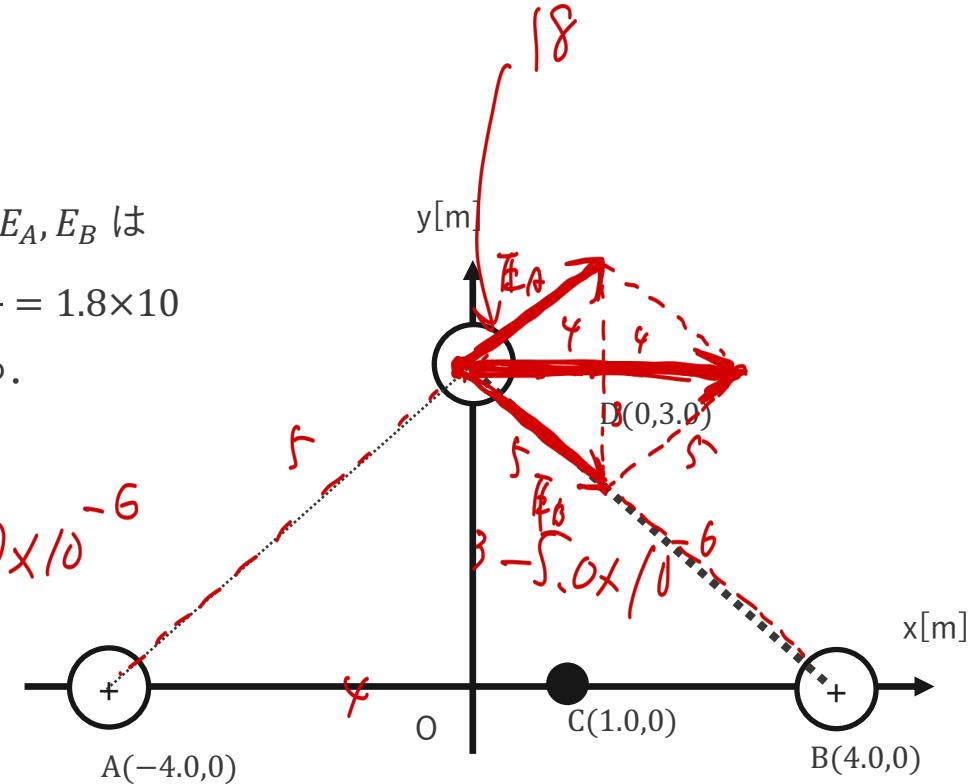
- xy座表面上の点A(-4.0, 0)に $5.0 \times 10^{-8}$ Cの点電荷, 点B(4.0, 0)に $-5.0 \times 10^{-8}$ Cの点電荷がある。座標の単位はmで,  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を  $9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ とする。

- 点C(1.0, 0)の電場の向きと強さを求めよ。
- 点D(0, 3.0)の電場の向きと強さを求めよ。
- 点DにA, Bそれぞれが作る電場の大きさ  $E_A, E_B$  は

$$E_A = E_B = 9.0 \times 10^9 \times \frac{5.0 \times 10^{-8}}{4^2 + 3^2} = 1.8 \times 10$$

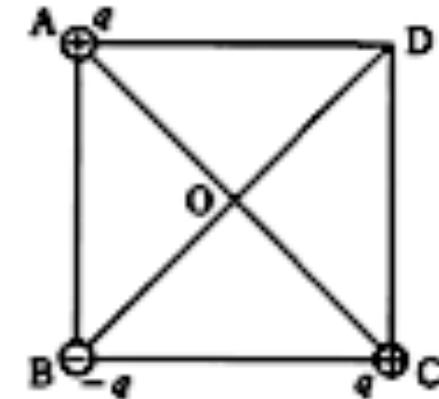
電場  $E_A, E_B$  を合成すれば点Dの電場は求まる。

$$E_D = 18 \times \frac{4}{5} \times 2 = 28.8 \text{ N/C}$$



## 問題

- 1辺の長さ $a[m]$ の正方形ABCDのAとCに $q[C]$ の正の点電荷, Bに $-q[C]$ の負の点電荷が固定されている.
- 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ.
  - Dにも $-q[C]$ の負電荷をおき, AとCのn点電荷を固定したままで, BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時, これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か.

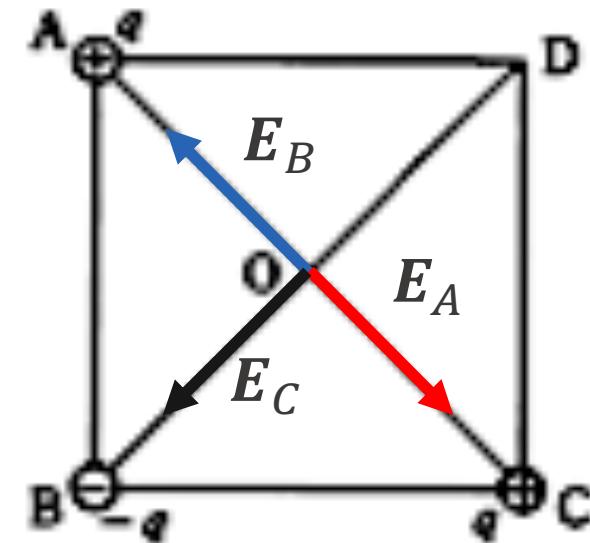


## 問題

- 1辺の長さ  $a[m]$  の正方形ABCDのAとCに  $q[C]$  の正の点電荷、Bに  $-q[C]$  の負の点電荷が固定されている。
  - 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ。
  - Dにも  $-q[C]$  の負電荷をおき、AとCの  $n$  点電荷を固定したままで、BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時、これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か。

1. AとC上の点電荷はそれぞれ反対方向の電場を形成し、かつ同じ大きさである。そのため、それが作る電場は相殺される。点Bが作る電場が点Oの電場である。よって

$$E_O = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{a^2}$$



# 問題

- 1辺の長さ  $a[m]$  の正方形ABCDのAとCに  $q[C]$  の正の点電荷、Bに  $-q[C]$  の負の点電荷が固定されている。

- 対角線の交点Oの電場の向きと大きさを求めよ。
- Dにも  $-q[C]$  の負電荷をおき、AとCの  $n$  点電荷を固定したままで、BとDの点電荷が直線BD上を自由に動けるようにした時、これらの負電荷がつりあう位置はOから何[m]の点か。

2. 点AC上にある正電荷による合力と負電荷による斥力が打ち消す位置がつりあう位置である。Oからxの点でつりあうとすると、正電荷から受ける合力は、

$$F_{BAC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2} \times \frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2}} \times 2$$

負電荷により受ける斥力は

$$F_{BD} = F_{DB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4x^2}$$

これらの力がつりあうので

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2} \times \frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2}} \times 2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4x^2}$$

$$\frac{1}{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2} \times \frac{x}{\sqrt{(\frac{a}{\sqrt{2}})^2 + x^2}} \times 2 = \frac{1}{4x^2}$$

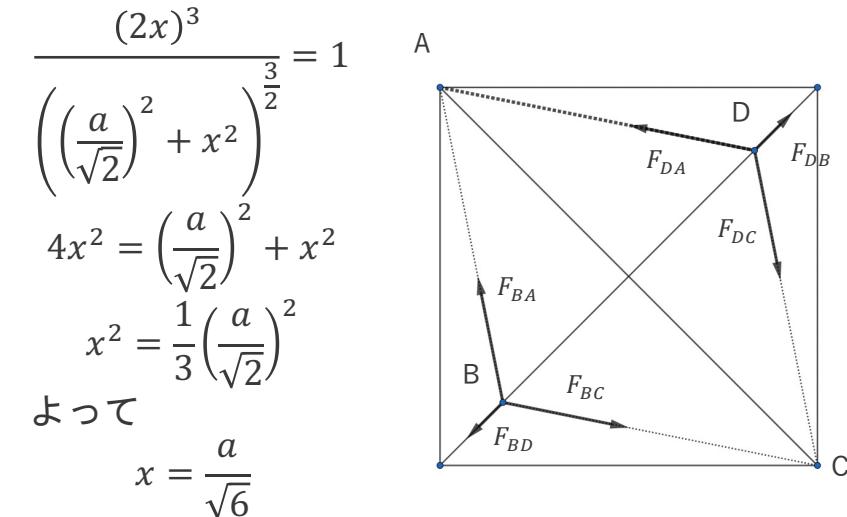
$$\frac{(2x)^3}{\left(\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}} = 1$$

$$4x^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2$$

よって

$$x = \frac{a}{\sqrt{6}}$$



## ■ 抑えるポイント

- クーロンの法則
  - $r[\text{m}]$ はなれた2つの点電荷 $Q, q$ に加わる力は  $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$
- 電場
  - 電場は、場が1Cの電荷に与える力である。
  - 電場はベクトルである（向きがある）。
  - 電場 $E$ が電荷 $q$ に与える力は  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$
  - 点電荷 $Q$ が $r[\text{m}]$ 離れた場所に作る電場の強さは  $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$