

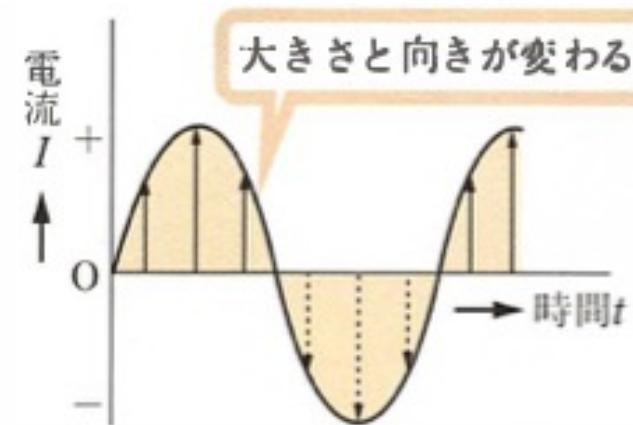
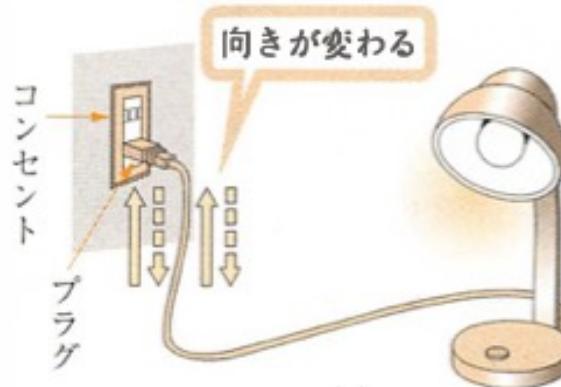
# 電気工学2 第3回 交流回路

公立小松大学

藤田 一寿

## ■ 交流

- 交流では、電圧や電流の大きさと向きが時間の経過とともに変化する。



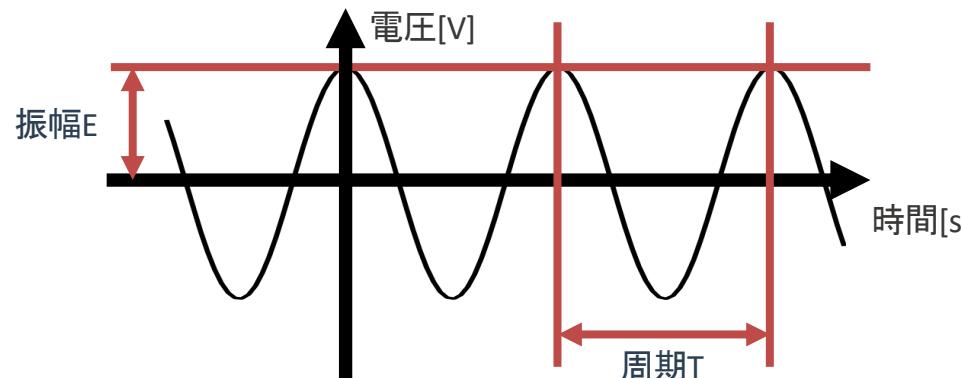
## ■ 正弦波の式とパラメタ

- 正弦波

$$e = E \sin 2\pi ft$$

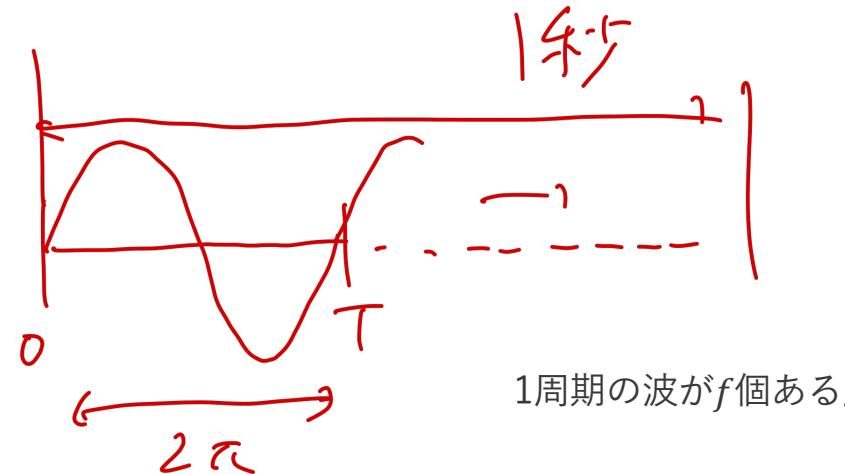
- 波を表すための指標

- 周期  $T$  [s] 山から山までの時間
- 周波数  $f$  [Hz]  $f = 1/T$  1秒間に何個山があるか
- 振幅  $E$



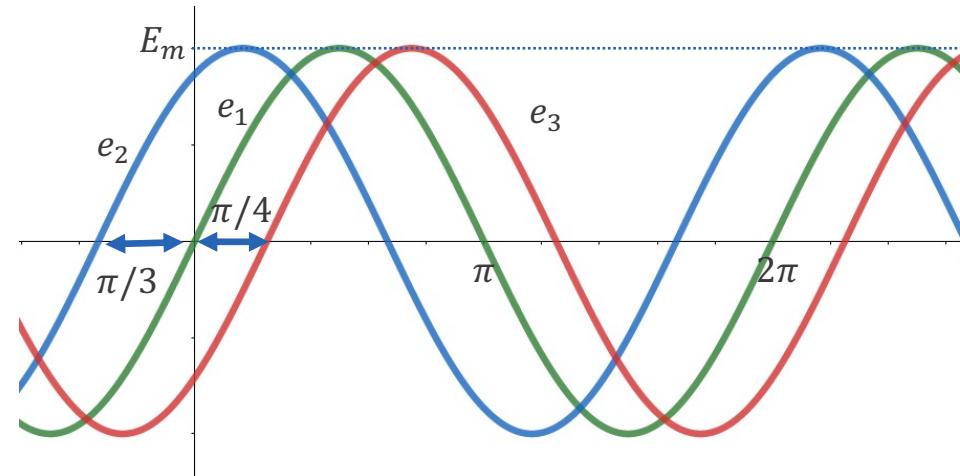
## ■ 周波数と周期

- 周波数 $f$ は1周期の波が1秒あたり $f$ 個あることを意味する。
- 1周期分の角度は、 $2\pi[\text{rad}]$ だから1秒あたり $2\pi f[\text{rad}]$ 進む。これが角周波数（角速度） $\omega$ である。
- 1周期の波が1秒あたり $f$ 個あるのだから、1個あたりの時間は $1/f$ である。これが周期 $T$ である。



## ■ 位相と位相差

$$e_1 = E_m \sin \omega t \quad e_2 = E_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \quad e_3 = E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

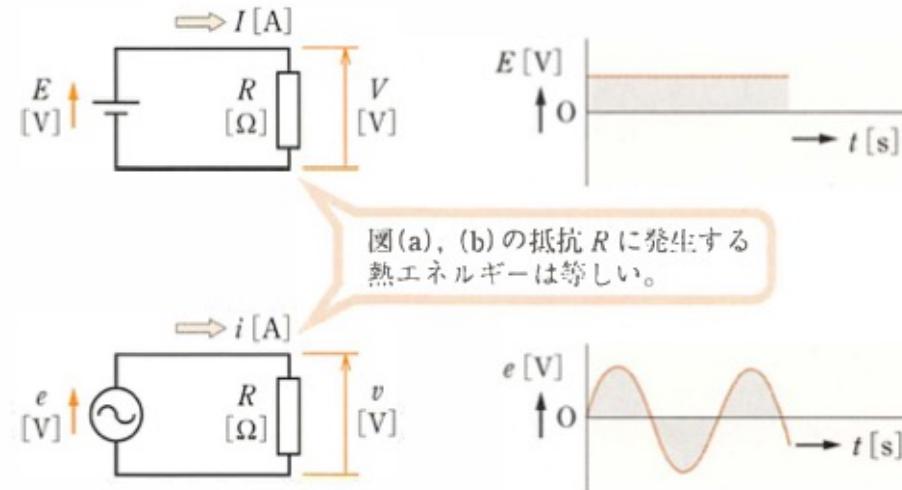


- $\sin$ 内の  $\omega t$ ,  $\omega t + \pi/3$ ,  $\omega t - \pi/4$  を位相と呼ぶ。
- $e_1$ を基準とした時,  $+\pi/3$ ,  $-\pi/4$  を位相差と呼ぶ。
- $e_2$ は  $e_1$ より位相が  $\pi/3$ 進んでいる。
- $e_3$ は  $e_1$ より位相が  $\pi/4$ 遅れている。

# 実効値

## ■ 実効値

- 直流起電力 $E$ と抵抗 $R$ を繋いだときに発生する熱エネルギーと交流起電力 $e$ と抵抗 $R$ を繋いだときに発生する熱エネルギーが等しいとき、 $E$ を交流起電力 $e$ の実効値と言う。



## ■ 正弦波交流の実効値の計算

- 抵抗Rに $v(t) = V\sin(\omega t)$ の電圧を加えたときの電力は

$$\bullet P(t) = i(t)v(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{V^2\sin^2(\omega t)}{R}$$

- 1周期の平均電力は

$$\bullet \bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V^2\sin^2(\omega t)}{R} dt = \frac{V}{\sqrt{2}R} \frac{V}{\sqrt{2}} = I_e V_e$$

- よって、正弦波交流の実効値は振幅の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ となる。

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V^2\sin^2(\omega t)}{R} dt = \frac{V^2}{TR} \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))dt \\ &= \frac{V^2}{2TR} \left[ t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^T \\ &= \frac{V^2}{2TR} \left[ T - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega T + \frac{1}{2\omega} \sin 0 \right] = \frac{V^2}{2TR} \times T = \frac{V^2}{2R} = \frac{V}{\sqrt{2}R} \frac{V}{\sqrt{2}} \\ &= I_e V_e \quad \omega T = 2\pi\end{aligned}$$

# ■ 実効値（資格試験・国家試験のために覚える）

- 交流
  - $\frac{\text{振幅}V}{\sqrt{2}}$
- 全波整流（計算で2乗するため、交流と同じ値となる）
  - $\frac{\text{振幅}V}{\sqrt{2}}$
- 半波整流
  - $\frac{\text{振幅}V}{2}$

半波整流正弦波の実効値

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{V^2 \sin^2(\omega t)}{R} dt = \frac{V^2}{TR} \int_0^{T/2} \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))dt \\ &= \frac{V^2}{2TR} \left[ t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^{T/2} = \frac{V^2}{2TR} \left[ \frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega} \sin \omega T + \frac{1}{2\omega} \sin 0 \right] \\ &= \frac{V^2}{4TR} \times T = \frac{V^2}{4R} = \frac{V}{2R} \frac{V}{2} = I_e V_e\end{aligned}$$



# 問題

## ■ 問題解説

- 時刻t[s]における交流電流の瞬時値が以下の式で与えられるとき、周期[s]はいくらか。（第39回ME2種）
- $i(t) = 20 \sin(40\pi t - \pi/4)$
- 1. 0.025
- 2. 0.05
- 3. 0.5
- 4. 20
- 5. 40

## ■ 問題解説

- 時刻t[s]における交流電流の瞬時値が以下の式で与えられるとき、周期[s]はいくらか。（第39回ME2種）

- $i(t) = 20 \sin(40\pi t - \pi/4)$

1. 0.025

2. 0.05

波の式は次のとおりである。

3. 0.5

$$I(t) = A \sin(2\pi f t - \phi)$$

よって周波数は

4. 20

$$f = 20 \text{Hz}$$

5. 40

周期は

$$T = \frac{1}{20} = 0.05 \text{s}$$

## ■ 問題解説

- $i(t) = 10\sqrt{2} \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6})$ [mA]で表される交流について誤っているのはどれか。 (第34回ME2種)
  1. 振幅：14.1mA
  2. 周波数：40Hz
  3. 位相遅れ：30°
  4. 角周波数：126rad/s
  5. 実効値：10mA

## 問題解説

- $i(t) = 10\sqrt{2} \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6})$  [mA] で表される交流について誤っているのはどれか。 (第34回ME2種)

1. 振幅 : 14.1mA

2. 周波数 : 40Hz

3. 位相遅れ : 30°

4. 角周波数 : 126rad/s

5. 実効値 : 10mA

波の式は次のとおりである。

$$I(t) = A \sin(2\pi ft - \phi)$$

よって周波数は

$$f = 20\text{Hz}$$

周期は

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0.05\text{s}$$

位相は

$$\phi = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ$$

与式から振幅は

$$A = 10 \times \sqrt{2} \cong 14.1\text{mA}$$

与式から角周波数は

$$\omega = 40\pi \cong 126\text{rad/s}$$

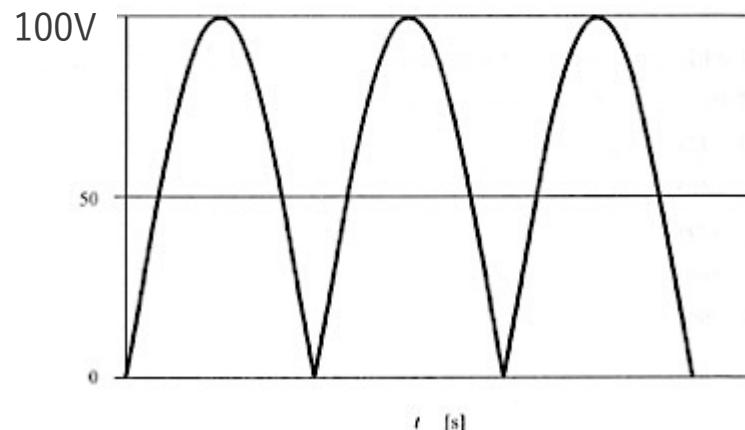
実効値は

$$V = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\text{mA}$$

## ■ 問題解説

- 図は50Hz正弦波交流の全波整流波形である。実効値は何Vか。（第34回ME2種）

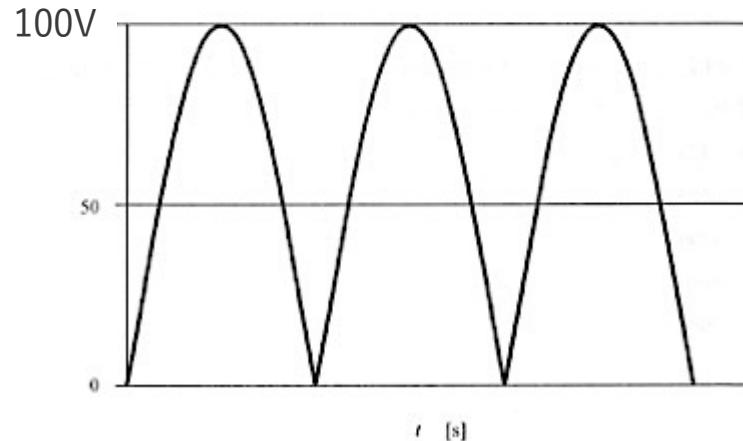
1. 140
2. 100
3. 71
4. 50
5. 32



## ■ 問題解説

- 図は50Hz正弦波交流の全波整流波形である。実効値は何Vか。（第34回ME2種）

1. 140
2. 100
3. 71
4. 50
5. 32



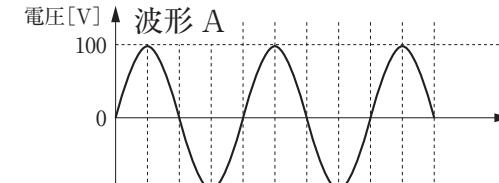
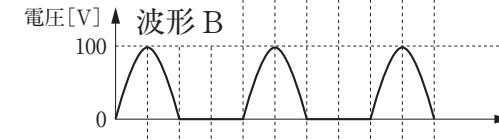
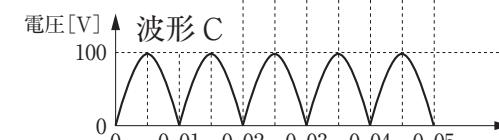
全波整流交流は正弦波交流と同じ実効値である。  
よって実効値は

$$V = \frac{100}{\sqrt{2}} \cong 70.7V$$

## 問題

- 表は、正弦波交流波形Aとその整流波形B, Cについて、それぞれの平均値[V]および実効値[V]を示している。標柱の空欄箇所（ア）および（イ）に記入する値として、正しい組み合わせはどれか。（国家試験33回）

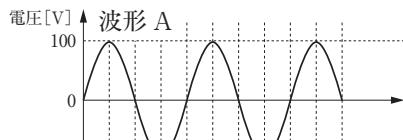
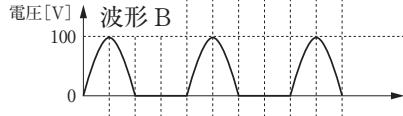
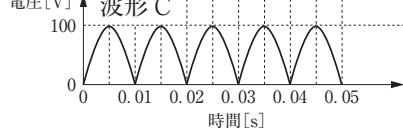
- |         |      |
|---------|------|
| • (ア)   | (イ)  |
| 1. 31.8 | 60.4 |
| 2. 31.8 | 70.7 |
| 3. 45.0 | 50.0 |
| 4. 45.0 | 60.4 |
| 5. 45.0 | 70.7 |

波形	平均値[V]	実効値[V]
	0	70.7
	(ア)	50.0
	63.7	(イ)

# 問題

- 表は、正弦波交流波形Aとその整流波形B, Cについて、それぞれの平均値[V]および実効値[V]を示している。標柱の空欄箇所（ア）および（イ）に記入する値として、正しい組み合わせはどれか。（国家試験33回）

- (ア) (イ)  
1. 31.8 60.4  
**2. 31.8 70.7**  
3. 45.0 50.0  
4. 45.0 60.4  
5. 45.0 70.7

波形	平均値[V]	実効値[V]
	0	70.7
	(ア)	50.0
	63.7	(イ)

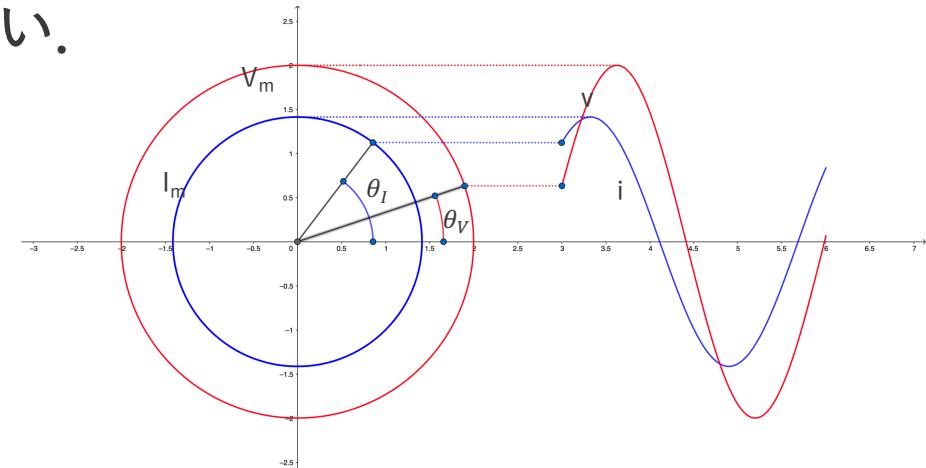
全波整流Cの実効値は、正弦波交流Aと同じなので（イ）は70.7である。

半波整流Bの平均値は、明らかに全波整流Cの半分なので（ア）は31.8である。

# フェーザ図と複素数表示

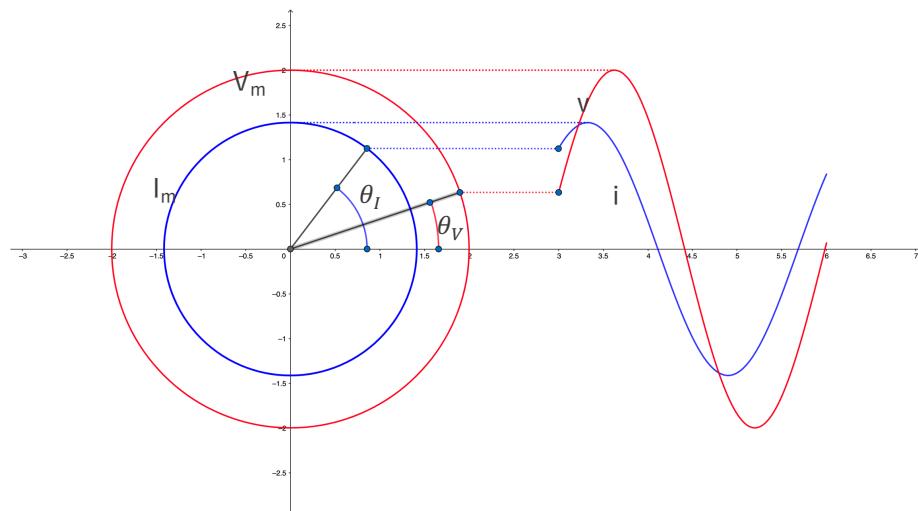
## ■ 正弦波

- 正弦波交流の電圧（瞬時値）を次の式で表す.
- $v = V_m \sin(\omega t + \theta_V)$
- $i = I_m \sin(\omega t + \theta_I)$
- 電圧と電流の値は時間変化するが、その特性は振幅 $V_m$ ,  $I_m$ ，角周波数 $\omega$ ，位相 $\theta_V, \theta_I$ の3つのパラメタで表現できる。 $\omega$ が同じなら、振幅と位相の2パラメタで良い.

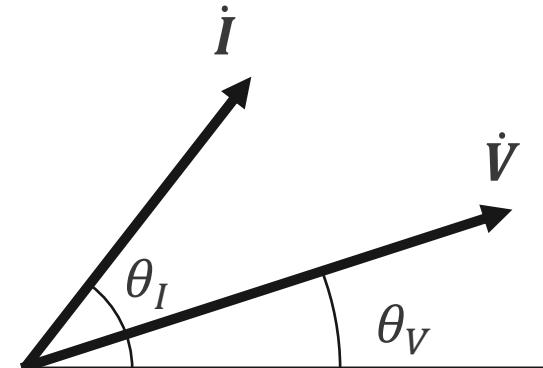


## ■ フェーザ図

- 下図のように、電圧や電流を、長さを実効値、角度を位相とした矢印（ベクトル）で表したものフェーザ図と呼ぶ。



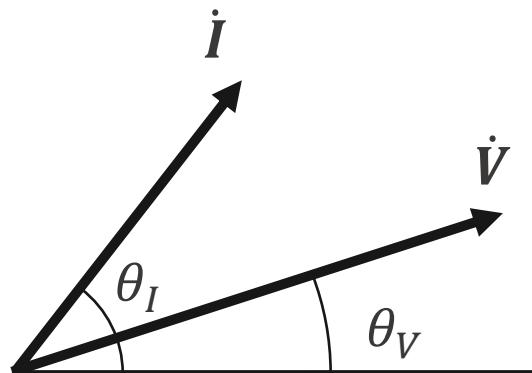
$$v = V_m \sin(\omega t + \theta_V)$$
$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_I)$$



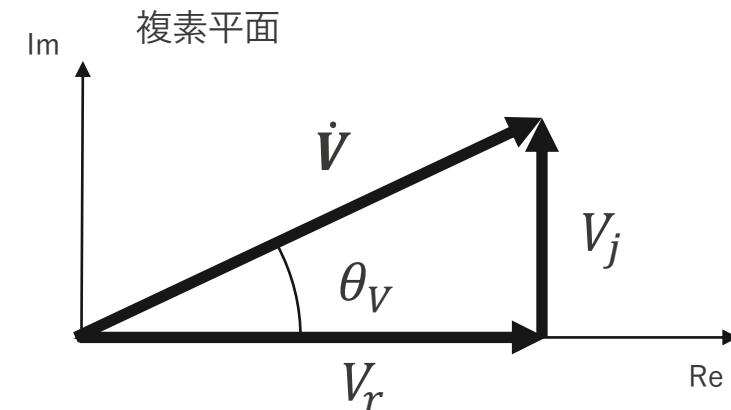
フェーザ図

## ■ 複素数表示

- ・フェーザ図を複素平面として捉えれば、電圧や電流のベクトルは複素数で表現できる。
- ・これを複素数表示と呼ぶ。
- ・電気・電子回路では虚数単位を $j$ で表す。



ベクトルを複素  
平面上にかく



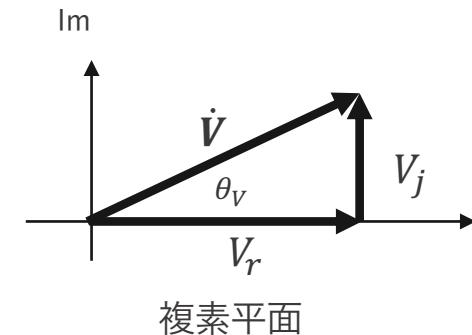
$$\dot{V} = V_r + jV_j$$

# ■ 複素数と実効値・位相

- 電圧が  $\dot{V} = V_r + jV_j$  のとき

- 実効値は  $|\dot{V}| = \sqrt{V_r^2 + V_j^2}$

- 位相は  $\theta_V = \tan^{-1} \frac{V_j}{V_r}$



- 複素数の掛け算

- $\dot{V}_1 \dot{V}_2$  の絶対値は  $|\dot{V}_1| |\dot{V}_2|$ ，偏角は  $\theta_{V_1} + \theta_{V_2}$

- 複素数の割り算

- $\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}$  の絶対値は  $\frac{|\dot{V}_1|}{|\dot{V}_2|}$ ，偏角は  $\theta_{V_1} - \theta_{V_2}$

- 実効値の比と位相差計算は複素数の割り算で求まる。

# ■ 確認

$$\dot{V}_1 = |\dot{V}_1| \left( \frac{V_{1r}}{|\dot{V}_1|} - j \frac{V_{1j}}{|\dot{V}_1|} \right) = |\dot{V}_1| (\cos \theta_{V_1} + j \sin \theta_{V_1})$$

$$\dot{V}_2 = |\dot{V}_2| \left( \frac{V_{2r}}{|\dot{V}_2|} - j \frac{V_{2j}}{|\dot{V}_2|} \right) = |\dot{V}_2| (\cos \theta_{V_2} + j \sin \theta_{V_2})$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \times \dot{V}_2 &= |\dot{V}_1| (\cos \theta_{V_1} + j \sin \theta_{V_1}) \times |\dot{V}_2| (\cos \theta_{V_2} + j \sin \theta_{V_2}) \\&= |\dot{V}_1| |\dot{V}_2| (\cos \theta_{V_1} + j \sin \theta_{V_1})(\cos \theta_{V_2} + j \sin \theta_{V_2}) \\&= |\dot{V}_1| |\dot{V}_2| \left( \cos \theta_{V_1} \cos \theta_{V_2} - \sin \theta_{V_1} \sin \theta_{V_2} + j(\cos \theta_{V_1} \sin \theta_{V_2} + \sin \theta_{V_1} \cos \theta_{V_2}) \right) \\&= |\dot{V}_1| |\dot{V}_2| (\cos(\theta_{V_1} + \theta_{V_2}) + j \sin(\theta_{V_1} + \theta_{V_2}))\end{aligned}$$

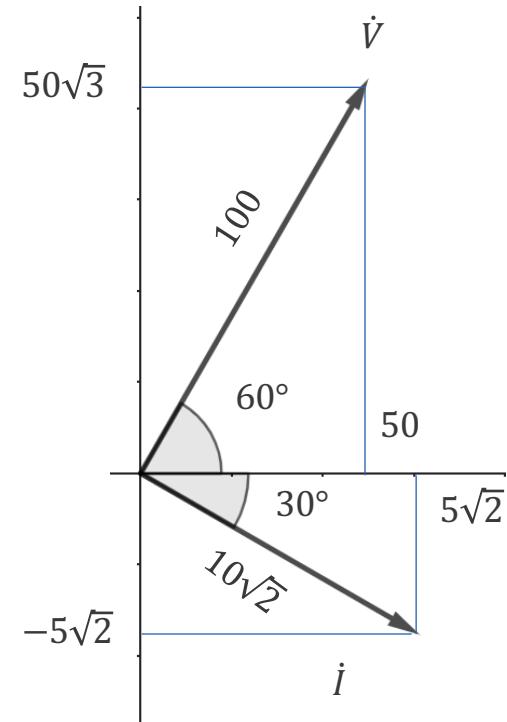
$$\begin{aligned}\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} &= \frac{|\dot{V}_1|}{|\dot{V}_2|} \frac{\cos \theta_{V_1} + j \sin \theta_{V_1}}{\cos \theta_{V_2} + j \sin \theta_{V_2}} = \frac{|\dot{V}_1|}{|\dot{V}_2|} \frac{(\cos \theta_{V_1} + j \sin \theta_{V_1})(\cos \theta_{V_2} - j \sin \theta_{V_2})}{\cos^2 \theta_{V_2} + \sin^2 \theta_{V_2}} \\&= \frac{|\dot{V}_1|}{|\dot{V}_2|} \left( \cos \theta_{V_1} \cos \theta_{V_2} + \sin \theta_{V_1} \sin \theta_{V_2} + j(\cos \theta_{V_1} \sin \theta_{V_2} - \sin \theta_{V_1} \cos \theta_{V_2}) \right) \\&= |\dot{V}_1| |\dot{V}_2| (\cos(\theta_{V_1} - \theta_{V_2}) + j \sin(\theta_{V_1} - \theta_{V_2}))\end{aligned}$$

## ■ 例

- 次の式の複素数表示を求めよ。さらにフェーザ図をかけ。
- $v = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$
- $i = 20 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$

## ■ 例

- 次の式の複素数表示を求めよ。さらにフェーザ図をかけ。
- $v = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$
- $i = 20 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$
- それぞれの複素数表示は次のようになる。
- $\dot{V} = 50 + 50\sqrt{3}j$
- $\dot{i} = 5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}j$



## ■ 問題

---

・次の複素数で表された電圧の実効値と位相を求めよ。

1.  $\dot{V} = 1 + \sqrt{3}j$

2.  $\dot{V} = -1 + j$

・次の複素数で表された電圧の実効値を求めよ。

1.  $\dot{V} = 3 + 4j$

2.  $\dot{V} = 10 - 5j$

## ■ 問題

・次の複素数で表された電圧の実効値と位相を求めよ。

1.  $\dot{V} = 1 + \sqrt{3}j$  実効値は2, 位相は  $\pi / 3$

2.  $\dot{V} = -1 + j$  実効値は  $\sqrt{2}$ , 位相は  $3\pi / 4$

・次の複素数で表された電圧の実効値を求めよ。

1.  $\dot{V} = 3 + 4j$  実効値は5

2.  $\dot{V} = 10 - 5j$  実効値は  $\sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

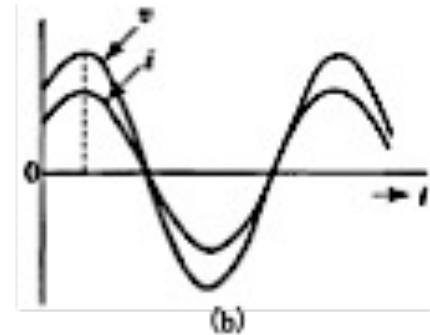
# 交流と抵抗

# ■ 交流と抵抗

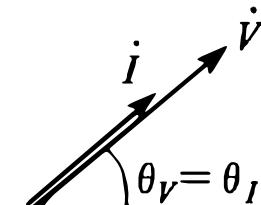
- オームの法則は
- $v = Ri$
- 電流を  $i = I_m \sin(\omega t + \theta_I)$  とすると、電圧は次のようになる。
- $v = RI_m \sin(\omega t + \theta_I) = V_m \sin(\omega t + \theta_V)$
- したがって,
- $V_m = RI_m$
- $\theta_V = \theta_I$
- である。よって複素数表示は
- $\dot{V} = R\dot{I}$
- 抵抗では電流と電圧は同位相である。



(a)



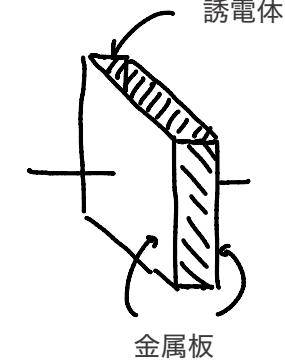
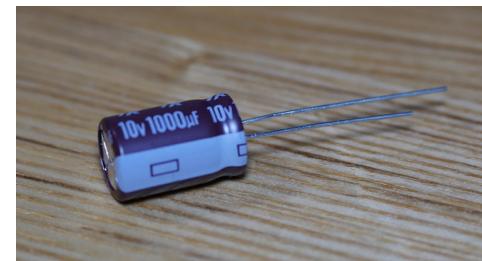
(b)



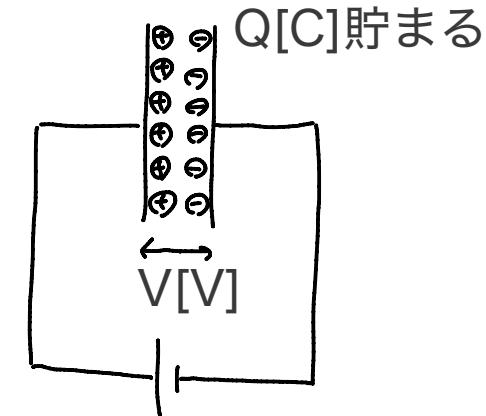
コンデンサ

## ■ コンデンサ（キャパシタ）

- ・電荷を貯める機能を持つ。
- ・電荷の量 $Q$ の単位は[C]（クーロン）
- ・コンデンサに電圧 $V$ を加えたときに、コンデンサに貯まる電荷 $Q$ [C]は、次の式で求まる。
$$Q = CV$$
- ・ $C$ はコンデンサの静電容量と呼ばれる量で、単位は[F]（ファラッド）である。



平行板コンデンサ



詳しい話は電磁気の講義のときに

## ■ 電荷, 静電容量, 電圧, 電流の関係

- ・コンデンサにたまつた電荷 $Q$ [C], コンデンサの静電容量 $C$ [F], コンデンサにかかる電圧 $V$ [V]は次の関係がある.
- ・ $Q = CV$
- ・電流の定義式から, コンデンサを流れる電流は次のようになる.

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} \\ &= \frac{dCV}{dt} \\ &= C \frac{dV}{dt} \end{aligned}$$

## ■ コンデンサの電圧と電流

- コンデンサに加える電圧 $v$ を次のとおりとする。

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta_V)$$

- コンデンサに流れる電流 $i$ は電流の定義から

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{dCv}{dt} = C \frac{d}{dt} V_m \sin(\omega t + \theta_V) = \omega C V_m \cos(\omega t + \theta_V)$$

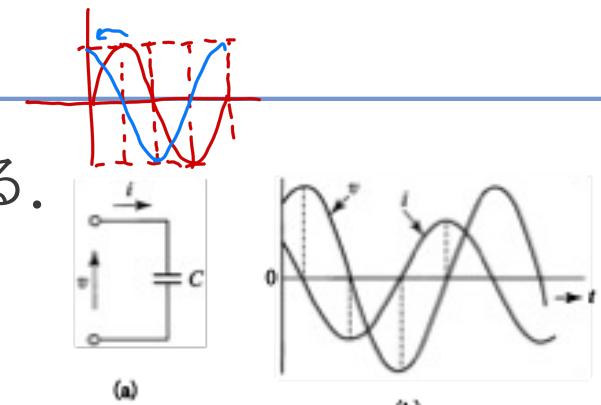
$$= \omega C V_m \sin(\omega t + \theta_V + \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t + \theta_I)$$

- よって、次のことが成り立つ。

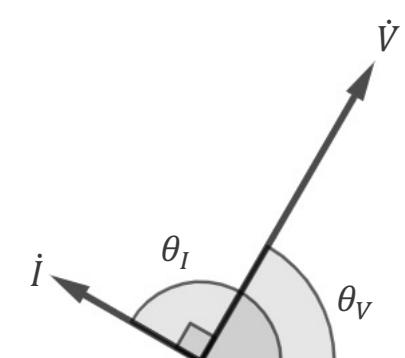
$$I_m = \omega C V_m$$

$$\theta_I = \theta_V + \frac{\pi}{2}$$

- つまり、電流は電圧よりも位相が $90^\circ$ 進んでいる。



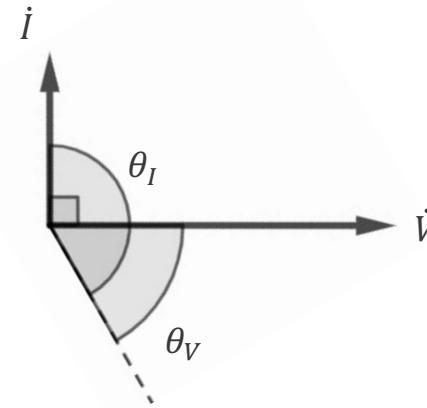
(a)



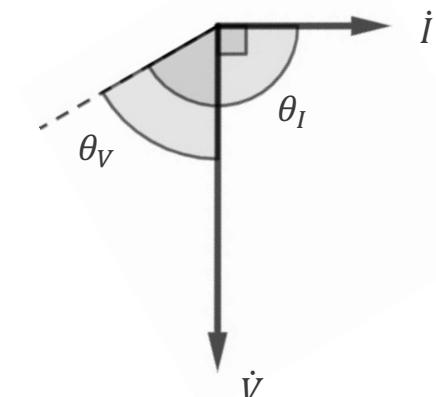
## ■ コンデンサの電圧と電流の複素数表示

- ・電流と電圧の実効値を  $i$ ,  $\dot{V}$  とする。電流は電圧より位相が  $\pi/2$  進んでいるので、電流と電圧の関係を複素数表示で表すと
- ・ $i = j\omega C \dot{V}$

$$\cdot \dot{V} = \frac{1}{j\omega C} i$$



電流は電圧に対し90度進んでいる。



電圧は電流に対し90度遅れている。

## ■ 複素数表示の意味

- $\dot{V} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$ は何を意味するか？
- $\dot{I}$ 偏角を $\theta_I$ ,  $j\omega C$ 偏角を $\theta_C$ とする.  $j\omega C$ は複素数成分だけなので偏角は $\theta_C = \pi/2$ である.
- $\frac{\dot{I}}{j\omega C}$ は複素数の割り算なので, 偏角は $\theta_I - \theta_C = \theta_I - \pi/2$ である.
- つまり, コンデンサにより電圧の位相を90度遅れたことを示している.

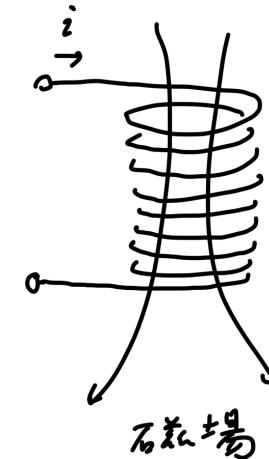
インダクタ (コイル)

## ■ インダクタ（コイル）



図記号

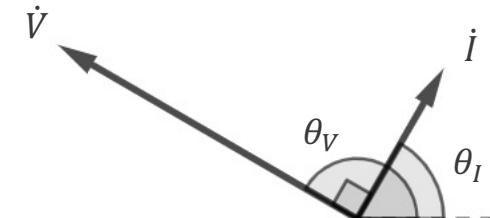
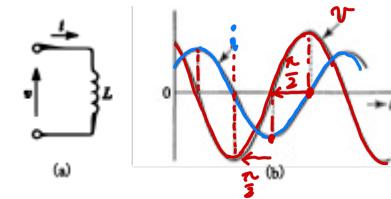
- ・導線を巻いたもの。
- ・電流が変化すると電圧を発生させる。
  - ・誘導起電力 $v$ は次の式で書かれる。
$$v = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$
  - ・ $L$ を自己インダクタンスもしくはインダクタンスという。
  - ・単位はH（ヘンリー）
- ・誘導起電力は電流により発生する磁場を打ち消す方向に発生する。
  - ・電流変化に対しブレーキとして働くので、変化に対しインピーダンスが高くなる。



詳しい話は電磁気の講義のときに

## ■ インダクタの電圧と電流

- ・インダクタに加える電流*i*を次のとおりとする.
- ・ $i = I_m \sin(\omega t + \theta_I)$
- ・インダクタに流れる電圧*v*は誘導起電力の式から
- ・ $v = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} I_m \sin(\omega t + \theta_I) = \omega L I_m \cos(\omega t + \theta_I)$
- ・ $= \omega L I_m \sin(\omega t + \theta_I + \frac{\pi}{2}) = V_m \sin(\omega t + \theta_V)$
- ・よって、次のことが成り立つ.
- ・ $V_m = \omega L I_m$
- ・ $\theta_V = \theta_I + \frac{\pi}{2}$
- ・つまり、電圧は電流よりも位相が90° 進んでいる。



## ■ インダクタの電圧と電流の複素数表示

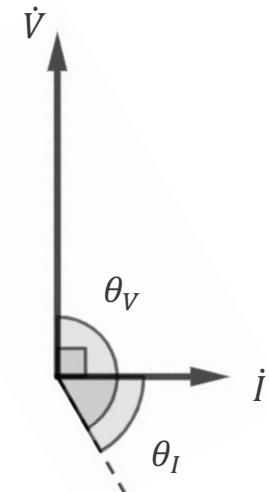
- ・電流と電圧の実効値を  $i$ ,  $\dot{V}$  とする。電圧は電流より位相が  $\pi/2$  進んでいるので、電流と電圧の関係を複素数表示で表すと
- ・ $\dot{V} = j\omega L i$

$i$  偏角を  $\theta_I$ ,  $j\omega L$  偏角を  $\theta_L$  とする。

$j\omega L$  は複素数成分だけなので偏角は  $\theta_L = \pi/2$  である。

$j\omega L i$  は掛け算なので、偏角は  $\theta_I + \theta_L = \theta_I + \pi/2$  である。

つまり、インダクタにより電圧の位相が90度進んだことを示している。



## ■ インピーダンス, レジスタンス, リアクタンス

- どのような回路であれ、電圧と電流の関係を次のように表すとする。
- $\dot{V} = \dot{Z}\dot{I}$
- ここで  $\dot{Z}$  をインピーダンスという。
- 抵抗の場合
- $\dot{V} = R\dot{I}$
- と書け、Rをレジスタンスという。
- また、コンデンサの場合、
- $\dot{V} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$
- と書け、 $\frac{1}{\omega C}$  を容量性リアクタンスという
- インダクタの場合
- $\dot{V} = j\omega L\dot{I}$
- と書け、 $\omega L$  を誘導性リアクタンスという。
- それぞれの単位はΩである。

$$\begin{aligned}\dot{V} &= R\dot{I} \\ \dot{V} &= \frac{1}{j\omega C} \dot{I} \\ \dot{V} &= j\omega L\dot{I}\end{aligned}$$

$$\rightarrow \dot{V} = \dot{Z}\dot{I}$$

インピーダンスを導入することで、交流でも素子関係なくオームの法則のようなものが使える。

## ■ 問題解説

- 最大値10Vの正弦波交流電圧を誘導リアクタンス $2.0\Omega$ のインダクタに加えた。交流電圧の瞬時値が-10Vのときにインダクタを流れる交流の瞬時値[mA]として正しいのはどれか。(第41回ME2種)
  1. -5.0
  2. -3.5
  3. 0.0
  4. 3.5
  5. 5.0

## 問題解説

- 最大値10Vの正弦波交流電圧を誘導リアクタンス2.0Ωのインダクタに加えた。交流電圧の瞬時値が-10Vのときにインダクタを流れる交流の瞬時値[mA]として正しいのはどれか。(第41回ME2種)

1. -5.0

電圧の位相は0だとすると電圧は次の式でかける。

$$V = 10 \sin(\omega t)$$

2. -3.5

$V = -10$ だから

$$\sin(\omega t) = -1$$

3. 0.0

$$\omega t = -\frac{\pi}{2}$$

4. 3.5

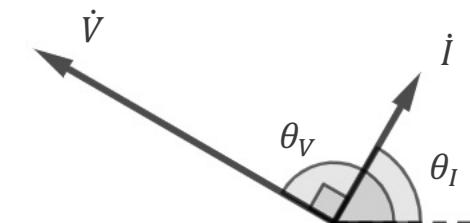
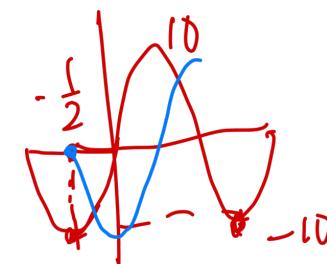
電圧の位相は0だとすると 電流は次の式でかける。

$$I = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

5. 5.0

$\omega t = -\frac{\pi}{2}$ だから

$$I=0$$



## 問題解説

- 最大値10Vの正弦波交流電圧を誘導リアクタンス2.0Ωのインダクタに加えた。交流電圧の瞬時値が-10Vのときにインダクタを流れる交流の瞬時値[mA]として正しいのはどれか。(第41回ME2種)

1. -5.0

別解

2. -3.5

3. 0.0

4. 3.5

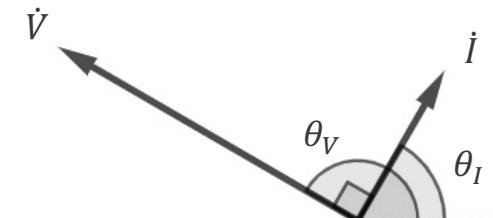
5. 5.0

$$\dot{V} = Z \dot{I}$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{Z} = \frac{\dot{V}}{j\omega L} = -j \frac{V}{\omega L}$$

よって電流は電圧に対し $-\frac{\pi}{2}$ ほど位相がずれている。

電圧が-10Vのとき、電圧の位相は $\frac{3}{4}\pi$ だから ( $-10 = 10 \sin \frac{3}{4}\pi$ )

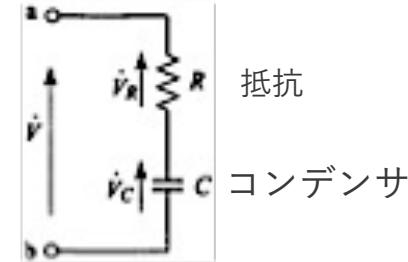
である。



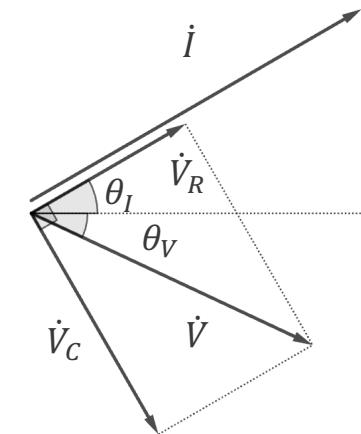
# RC直列回路

## ■ RC直列回路

- 図のように抵抗とコンデンサを直列につなぐ。
- 直列なので、各素子を流れる電流は等しく、各素子に加わる電圧の総和がab間の電圧となる。

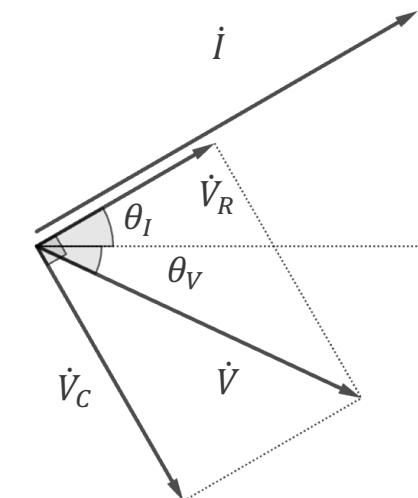
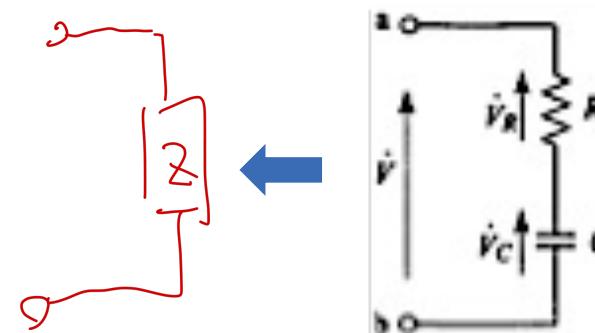


- 各素子に加わる電圧は、
- $\dot{V}_R = R\dot{I}, \dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$
- である。このことから、抵抗の電圧は電流と同位相であるが、コンデンサの電圧は電流及び抵抗の電圧から  $\pi/2$  遅れている。



## ■ RC直列回路

- ab間の電圧は、それぞれの端子にかかる電圧の和なので
- $\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_C = R\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}$   $\dot{V}$ はベクトルの和になっている.
- ここで、電圧と電流を $\dot{V} = \dot{Z}\dot{I}$ と表すとき、 $\dot{Z}$ をインピーダンスという.
- RC直列回路の合成インピーダンスは
- $\dot{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$
- である.



## ■ 回路の性質と周波数

- ・コンデンサのインピーダンスは $1/(j\omega C)$ である.
- ・電源の周波数が低ければ低いほどインピーダンスが高い.
  - ・定常状態では、コンデンサは直流を流さない（つまり開放と見なせる）.なぜならば、このときコンデンサのインピーダンスが無限大となるため.
  - ・CR直列回路は、定常状態のとき直流電流を流さない.
- ・電源の周波数が高ければ高いほどインピーダンスは低い.
  - ・コンデンサは、電源の周波数が高いほど電流を通しやすい.

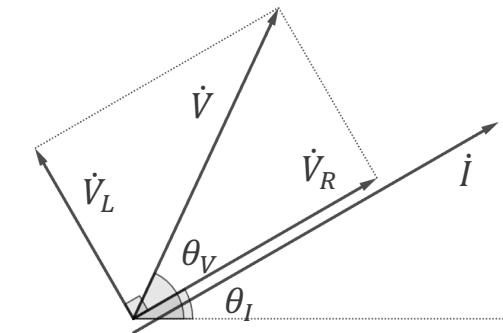
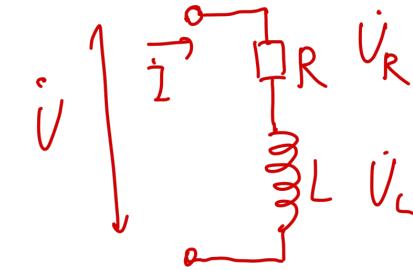
直流  $\omega \rightarrow 0$

$$\left| \frac{1}{j\omega C} \right| \rightarrow \infty$$

# RL直列回路

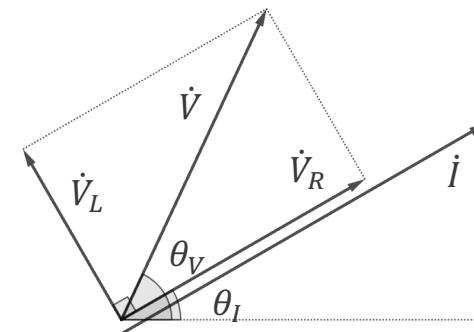
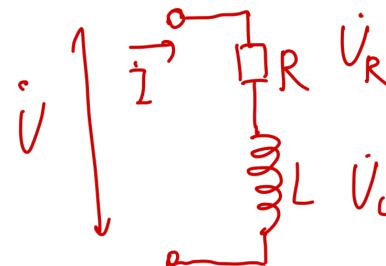
## ■ RL直列回路

- 図のように抵抗とインダクタを直列につなぐ
- .
- 直列なので、各素子を流れる電流は等しく、各素子に加わる電圧の総和がab間の電圧となる。
- 各素子に加わる電圧は、
- $\dot{V}_R = R\dot{I}, \dot{V}_L = j\omega L\dot{I}$
- である。このことから、抵抗の電圧は電流と同位相であるが、インダクタの電圧は電流及び抵抗の電圧から $\pi/2$ 進んでいる。



## ■ RL直列回路

- ab間の電圧は各素子にかかる電圧の和なので
- $\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} = (R + j\omega L)\dot{I}$
- RL直列回路の合成インピーダンスは
- $\dot{Z} = R + j\omega L$
- である。



## ■ インダクタ（コイル）

- ・インダクタのインピーダンスは $j\omega L$ である。
- ・電源の周波数が低ければ低いほど小さい。
  - ・直流回路で、かつ定常状態のとき、インダクタは単なる導線と見なせる（短絡していると見なせる）。
  - ・このとき、インダクタのインピーダンスが0となるため。
- ・電源の周波数が高ければ高いほどインピーダンスは高い。
  - ・周波数が高い電流ほど通しにくい。

$$\begin{aligned} \text{直流 } \omega &\rightarrow 0 \\ |j\omega L| &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

# 直流回路（定常状態）における コンデンサとインダクタ

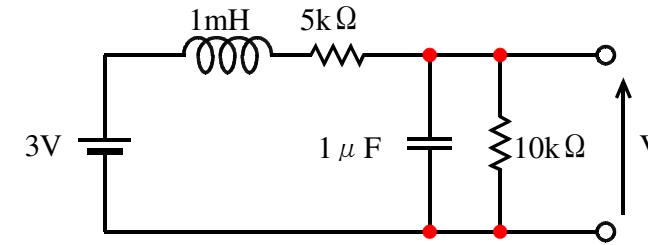
## ■ 直流回路（定常状態）におけるコンデンサとインダクタ

- ・コンデンサは開放（切斷，電流を流さない状態）
  - ・コンデンサは限界まで電荷を貯めると電流が流れなくなる。
  - ・コンデンサに電荷が限界まで溜まった状態（定常状態）では、コンデンサは開放（切斷，電流を流さない状態）となる。
- ・インダクタ（コイル）は短絡
  - ・コイルは電位変化が生じなければ（定常状態では），誘導起電力も発生しないため，短絡（抵抗0の状態，単なる導線）となる。

## 問題解説

【AM22】図の電圧 V の値[V]はどれか。

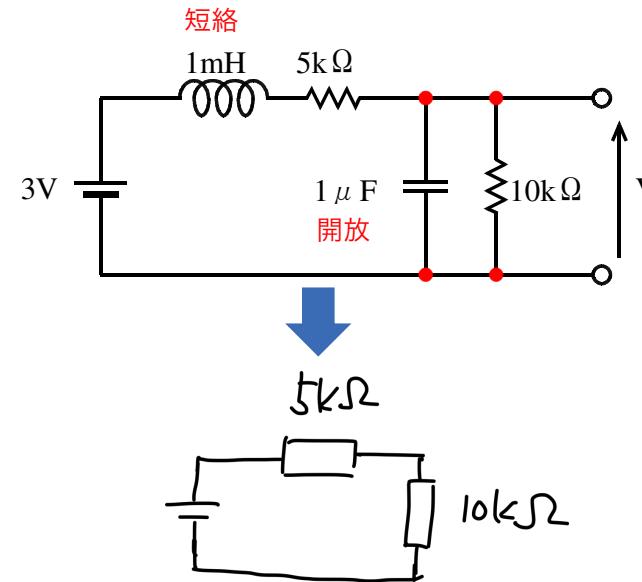
- (1) 0
- (2) 1
- (3) 1.5
- (4) 2
- (5) 3



# 問題解説

【AM22】図の電圧 V の値[V]はどれか。

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 1.5
- (4) 2**
- (5) 3



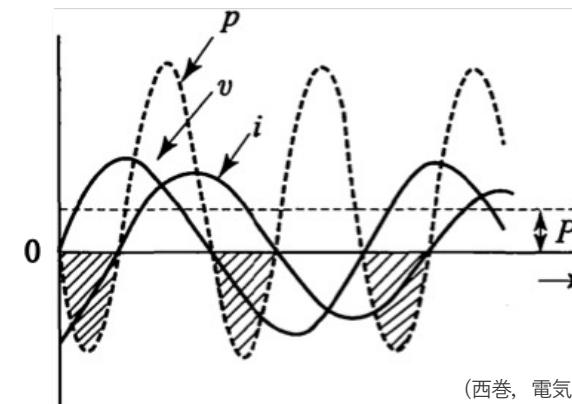
直流の場合、定常状態ではインダクタは抵抗0となり短絡、コンデンサは抵抗無限大となり開放と見なせる。つまり、2つの抵抗の直列回路となり、Vは10kΩの抵抗に加わる電圧である。よって、次の式が成り立つ。

$$V = 3 * 10 / (10+5) = 2$$

# 交流と電力

## ■ 瞬時電力

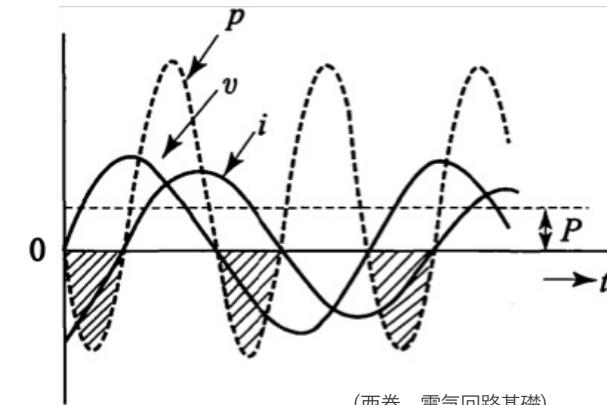
- ・交流の電力は直流と同様に電圧と電流の積で求められる。
- ・交流では電圧と電流が時間的に変化するので、電圧と電流の積で求められる電力を特に**瞬時電力**という。
- ・瞬時電力を $p$ とすると
- ・ $p = vi$
- ・で表される。  $v[V]$ は電圧の瞬時値、  $i[A]$ は電流の瞬時値である。



(西巻、電気回路基礎)

## ■ 有効電力

- $v = \sqrt{2}V \sin(\omega t)$ ,  $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \phi)$  とすると瞬時電力は
- $p = vi = 2VI \sin(\omega t) \sin(\omega t + \theta) = VI(\cos(\phi) - \cos(2\omega t - \phi))$
- ここで  $V$  と  $I$  はそれぞれ電圧と電流の実効値である.
- 瞬時電力  $p$  の平均はどうなるか?
- $\cos(2\omega t - \phi)$  の平均は 0 であるから,
- $P = VI \cos(\phi)$
- これを**有効電力**または単に**電力**という.
- 単位は W(ワット)である.
- 電圧と電流に位相差がなければ  $\phi = 0$  なので,
- $P = VI$



(西巻, 電気回路基礎)

平均は1周期の間、時間で積分して周期で割ったもの。 $\cos(2\omega t - \phi)$ の平均は 0。 $VI \cos(\phi)$ だけ残る。

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a+b) - \cos(a-b) =$$

$$\cos a \cos b + \sin a \sin b - \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) - \cos(a-b))$$

## ■ 皮相電力と力率

- ・単に電圧と電流の実効値を掛けたものを皮相電力という。
  - ・ $P_a = IV$
  - ・単位は[VA]（ボルトアンペア）である。
- 
- ・消費電力 $P$ と皮相電力 $P_a$ の比を力率という。
  - ・力率は次のように表される。
  - ・ $\frac{P}{P_a} = \cos \phi$

## ■ 抑えるポイント

- 交流の電力
  - 瞬時電力
    - 電圧の瞬時値  $v[V]$  と電流の瞬時値  $i[A]$  をかけたもの.
    - $p = vi$
  - 有効電力
    - 電圧  $V$  と電流  $I$  の実効値と  $\phi$ を電圧と電流の位相差の  $\cos$ をかけたもの.
    - $P = VI \cos(\phi)$
  - 皮相電力
    - 電圧と電流の実効値を掛けたもの.
    - $P_a = IV$
  - 力率
    - 消費電力  $P$  と皮相電力  $P_a$  の比.
    - $\frac{P}{P_a} = \cos \phi$
  - 無効電力
    - 皮相電力  $P_a$  と無効率の積.
    - $P_r = VI \sin \phi = P_a \sin \phi$

## ■ 無効電力

- $\sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sin \phi$  を無効率という.
- 皮相電力  $P_a$  と無効率の積を無効電力  $P_r$  という.
- 無効電力は次のように表される.
- $P_r = VI \sin \phi = P_a \sin \phi$
- 単位は [var] (バール) である.
- それぞれの電力には次の関係が成り立つ.  
 $P_a = \sqrt{P^2 + P_r^2}$

$$\begin{aligned}\cos^2 \phi + \sin^2 \phi &= 1 \\ \frac{P}{P_a} &= \cos \phi, \quad P_r = P_a \sin \phi \\ \text{より} \quad \frac{P^2}{P_a^2} + \sin^2 \phi &= 1 \\ P^2 + P_a^2 \sin^2 \phi &= P_a^2 \\ P^2 + P_r^2 &= P_a^2 \\ P_a &= \sqrt{P^2 + P_r^2}\end{aligned}$$

## ■ 問題

- 図の回路でab間の正弦波交流電力（有効電力）を求める式として正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験35）
  1. (電圧の振幅値)×(電流の振幅値)
  2. (電圧の実効値)×(電流の実効値)
  3. (電圧の振幅値)×(電流の振幅値)×(力率)
  4. (電圧の実効値)×(電流の実効値)×(力率)
  5. (電圧の実効値)×(電流の実効値)×(無効率)

## ■ 問題

- 図の回路でab間の正弦波交流電力（有効電力）を求める式として正しいのはどれか。（臨床工学技士国家試験35）

1. (電圧の振幅値)×(電流の振幅値)
2. (電圧の実効値)×(電流の実効値)
3. (電圧の振幅値)×(電流の振幅値)×(力率)
4. (電圧の実効値)×(電流の実効値)×(力率)
5. (電圧の実効値)×(電流の実効値)×(無効率)

有効電力は

$$P = VI \cos(\phi)$$

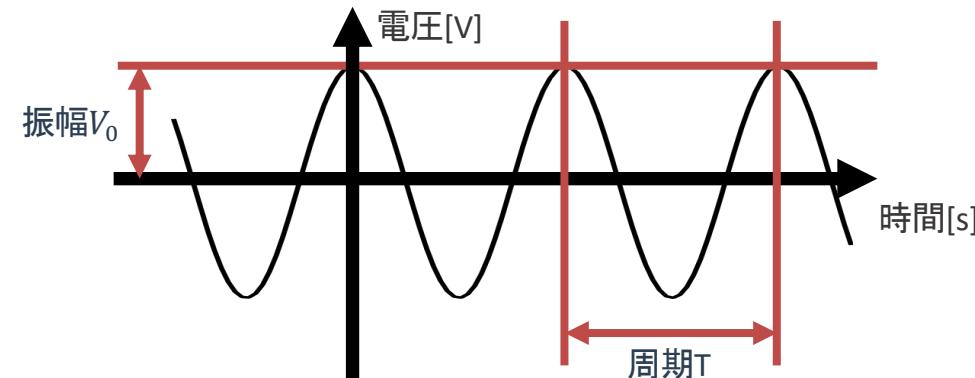
である。Vは電圧の実効値、Iは電流の実効値である。

$\cos(\phi)$ は力率と呼ばれる。

よって答えは4である。

## ■ 交流回路のポイント

- 正弦波  $V(t) = V_0 \sin(2\pi ft + \theta)$ 
  - 電圧の瞬時値  $V(t)$ , 振幅  $V_0$ , 周波数  $f$ , 位相  $\theta$ , 角周波数  $\omega = 2\pi f$ , 周期  $T = 1/f$
- 正弦波  $V_1 = V_0 \sin(2\pi ft + \theta_1)$  と 正弦波  $V_2 = V_0 \sin(2\pi ft + \theta_2)$  の位相差
  - $\theta_1 - \theta_2$ 
    - これが正なら  $V_1$  が  $V_2$  より  $\theta_1 - \theta_2$  位相が進んでいる。
    - これが負なら  $V_1$  が  $V_2$  より  $|\theta_1 - \theta_2|$  位相が遅れている。
- 実効値
  - 正弦波交流  $\frac{V_0}{\sqrt{2}}$
  - 全波整流  $\frac{V_0}{\sqrt{2}}$
  - 半波整流  $\frac{V_0}{2}$



## ■ 交流回路のポイント

- 複素数表示

- 電流と電圧をベクトルで表す.

- ベクトルは複素平面上に（フェーザ図で）書かれる.

- $\dot{V} = a + bj$

- ベクトルの大きさは実効値、ベクトルの角度が位相に対応する.

- 実効値は  $\sqrt{a^2 + b^2}$ , 位相は  $\tan^{-1} \frac{b}{a}$

- $\dot{V} = \dot{Z} \dot{I}$  が成り立つ. つまり交流でもオームの法則が成り立つ.

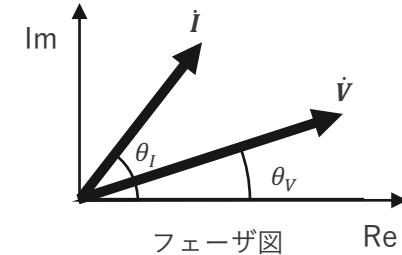
- $\dot{Z}$  はインピーダンスと呼ばれる. 直流の抵抗と対応する.

- $\dot{V}$  と  $\dot{I}$  の絶対値は、それぞれの実効値である.

- 抵抗のインピーダンス  $R$ , コンデンサのインピーダンス  $\frac{1}{j\omega C}$ , コイルのインピーダンス  $j\omega L$

- 複素数表示を使えば交流でも直流と同じように計算できる.

- 合成インピーダンスは直流のときの合成抵抗と同じように計算できる.

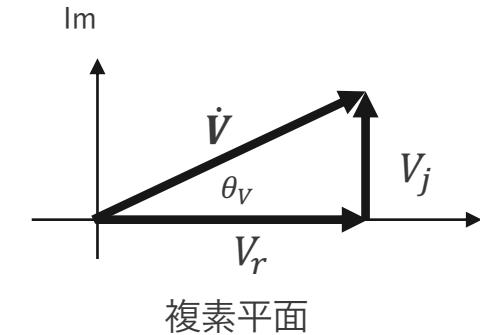


## ■ 交流回路のポイント

- 電圧が  $\dot{V} = V_r + jV_j$  のとき

- 実効値は  $|\dot{V}| = \sqrt{V_r^2 + V_j^2}$

- 位相は  $\theta_V = \tan^{-1} \frac{V_j}{V_r}$



- 複素数の掛け算

- $\dot{V}_1 \times \dot{V}_2$  の実効値は  $|\dot{V}_1| |\dot{V}_2|$ , 位相は  $\theta_{V_1} + \theta_{V_2}$

- 複素数の割り算

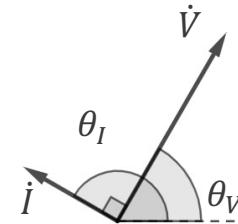
- $\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}$  の実効値は  $\frac{|\dot{V}_1|}{|\dot{V}_2|}$ , 位相は  $\theta_{V_1} - \theta_{V_2}$

## ■ 交流回路のポイント

- コンデンサ

- 電圧は電流よりも位相が $90^\circ$  遅れている。
- 電圧と電流の関係（複素数表示）

- $\dot{V} = \frac{1}{j\omega C} I$

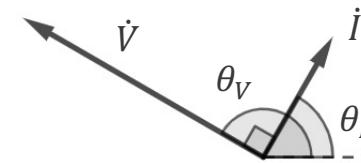


コンデンサの電圧と電流のフェーザ図

- コイル

- 電圧は電流よりも位相が $90^\circ$  進んでいる。
- 電圧と電流の関係（複素数表示）

- $\dot{V} = j\omega L I$



コイルの電圧と電流のフェーザ図

- 直流のとき、十分時間がたつとコンデンサは開放、コイルは短絡

## ■ 交流回路のポイント

- 交流の電力
  - 瞬時電力
    - 電圧の瞬時値  $v[V]$  と電流の瞬時値  $i[A]$  をかけたもの.
    - $p = vi$
  - 有効電力
    - 電圧  $V$  と電流  $I$  の実効値と  $\phi$  を電圧と電流の位相差の  $\cos$  をかけたもの.
    - $P = VI \cos(\phi)$
  - 皮相電力
    - 電圧と電流の実効値を掛けたもの.
    - $P_a = IV$
  - 力率
    - 消費電力  $P$  と皮相電力  $P_a$  の比.
    - $\frac{P}{P_a} = \cos \phi$