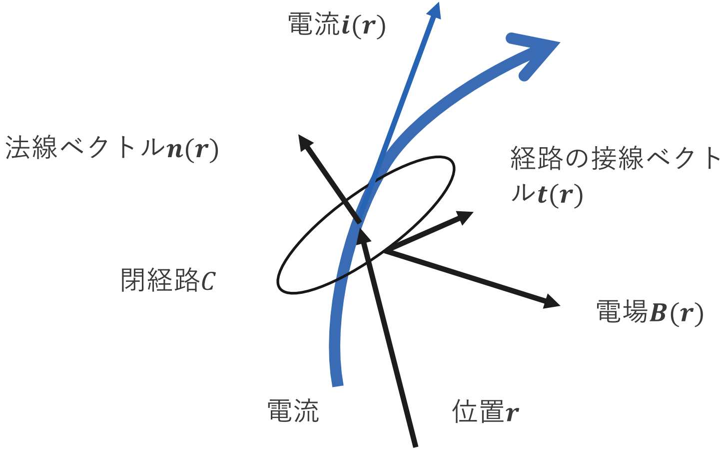
電気工学2第8回

藤田 一寿

アンペールの法則

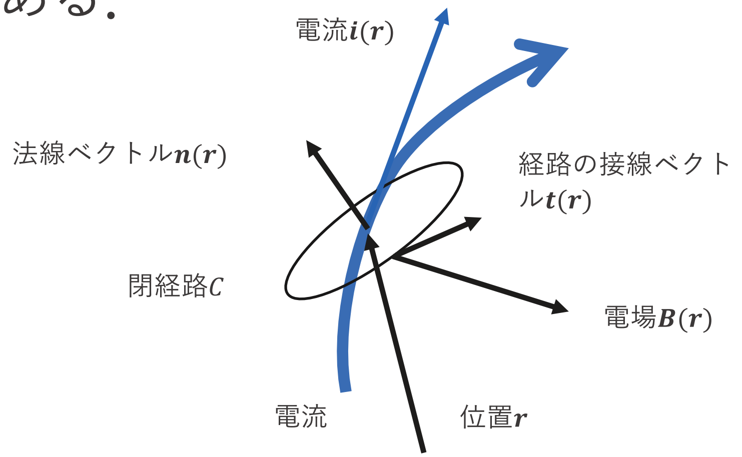
アンペールの法則

- 電流Iを閉経路Cで囲んだとする.
- Cに沿って，磁束密度Bと経路の接線ベクトルtの内積を積分すると次のような等式が成り立つ.
- $\int_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}) ds = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS$
- これをアンペールの法則という.
- Nは経路Cの作る面の法線ベクトルである.
- Sは閉経路の面積である.



アンペールの法則

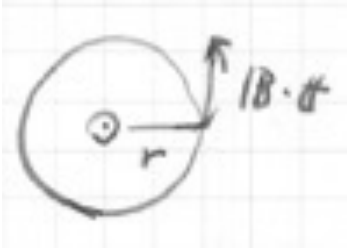
- $\int_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}) ds = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r}) dS$
- $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r})$は経路方向の磁束密度の成分である.
- よって，左辺は経路に沿って磁束密度を足したものである.
- $\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})$は場所 $\boldsymbol{r}$ における単位面積あたりの閉経路が作る面を垂直に貫く電流の量である.
- よって，右辺は閉経路を貫く電流の総和である.



手書き説明

無限に長い直線導線に流れる電流が作る磁場の磁束密度

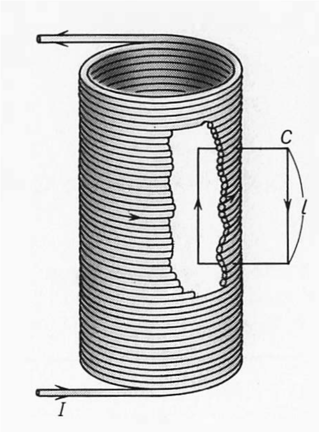
- 無限に長い直線導線に流れる電流が作る磁場を求める.
- 図のように直線に対し垂直な半径rの円を考える.
- アンペールの法則から次の等式が成り立つ.
- $\int_C Bds = 2\pi rB = \mu_0 I$
- よって，直線導線に流れる電流が作る磁場の磁束密度は
- $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



無限に長いコイルが作る磁場

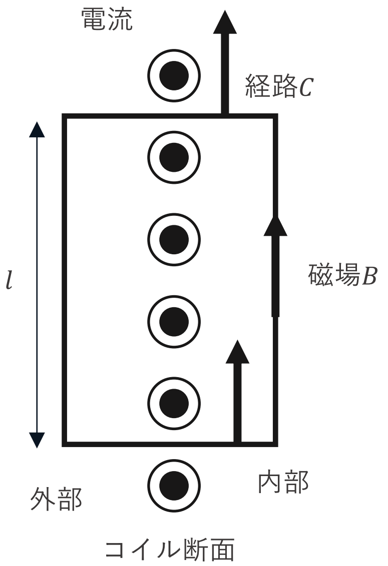
- 単位長さあたりの巻数nの無限に長いコイルに電流Iを流したときに作られるコイル内部の磁場の磁束密度を求める.

- 無限に長いため，磁場は一様であり，コイルに対し並行あると考える
.
- 無限遠方の磁場は0となるが，磁場は一定である．つまり，コイル外部の磁場は0でなくてはならない.



無限に長いソレノイドが作る磁場

- 図のように閉経路Cを考える.
- 経路は長方形で電流に対して垂直で，かつ，磁場に対して平行である.
- そうすると，磁場は長辺に対し並行で短辺に対し垂直となる
.
- よって，アンペールの法則から次の式が成り立つ.
- $\int_C \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{t}ds = Bl = \mu_0 nlI$
- Blは内部長辺に沿って磁束密度を積分したものである.
- 経路内にnl本の導線があるので，経路内を流れる電流の総和はnlIである.
- よって磁束密度は
- $B = \mu_0 nI$

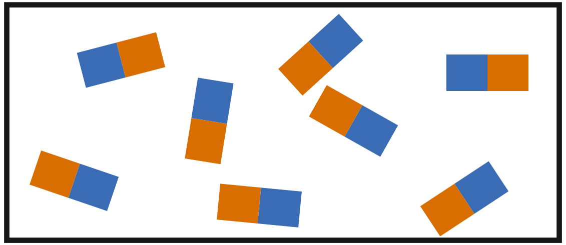


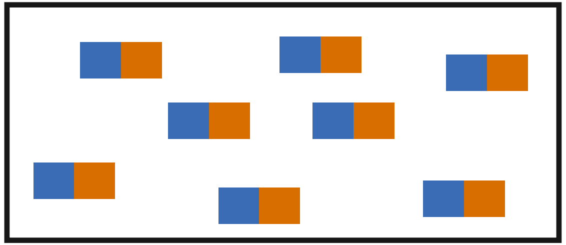
磁性体

磁性体

- 鉄やニッケルは永久磁石でもないのに，永久磁石に引き寄せられる．なぜか？
- 鉄やニッケルが一時的に磁石になり，永久磁石と引き合うと考えられる．

- 物質の中には小さな磁石があり（もしくは生じ），それが揃うと磁石として振る舞う．





磁石は難しのでそんなもんか程度に聞く．スピンは回転の意味ではない．量子の世界は古典論的発想では分からない．

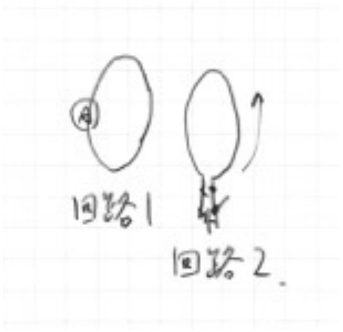
磁性体

- 外部の磁場などにより物質が磁場を帯びることを磁化という.
- 物質が磁化するときの性質を磁性という.
  - 反磁性：磁場をかけられると，その地場を打ち消すような磁場を作る.
  - 常磁性：磁場がかけられると，その磁場を強める.
  - 強磁性：外部磁場だけではどのような磁場ができるか決まらない．外部磁場がないときでも磁場を作ることもある.

誘導起電力

電磁誘導

- 導線を流れる電流が磁場を作る
- 磁場を導線に近づけるとどうなるか？

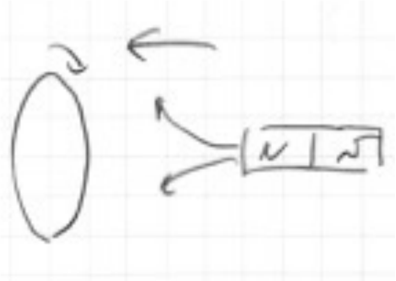


- 2つの回路を並べ片方に電流を流す．回路2のスイッチをON，OFFした瞬間に回路1に電流が流れる．（ファラデー, 1831）
- 回路2の代わりに磁石を近づけたり遠ざけたりしても電流は流れる．

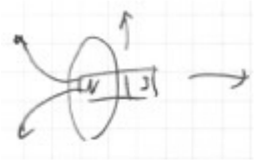
- 回路に，磁場の変化を与えた時，電流が生じる．この現象を**電磁誘導**という．この時生じる電流と電圧をそれぞれ，**誘導電流**，**誘導起電力**という．

誘導電流の向き（レンツの法則）

- N極を近づける.
- 回路が現在の磁場を維持するため磁石の磁場を打ち消す方向に磁場を作ろうとする.
- 電流が流れる.



- N極を遠ざける.
- 回路が現在の磁場を維持するため磁石の磁場と同じ方向に磁場を作ろうとする.
- 電流が流れる.

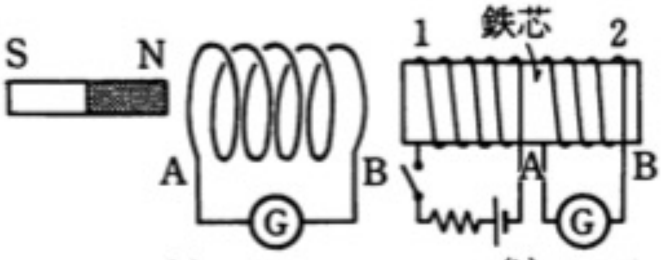


問題

- 次のおのおのの場合に，検流計Gに流れる電流は（ア），（イ），（ウ）のうちどれか.

（ア）右向きに流れる（イ）左向きに流れる（ウ）流れない

1. 図(a)で，磁石をコイル方向に動かす.
2. 図(a)で，磁石をコイルの中に留める.
3. 図(a)で，磁石をコイルから遠ざける.
4. 図(b)で，スイッチを入れた直後.
5. 4の状態から十分長い時間がたったあと.
6. 5の状態からスイッチを切った直後.



(a) (b)

■ 問題

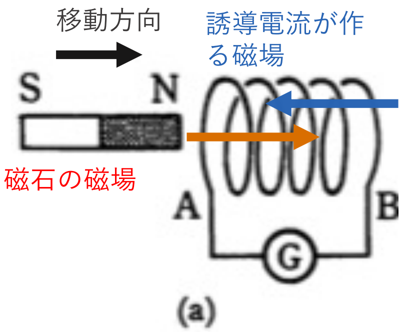
- 次のおのおのの場合に，検流計Gに流れる電流は（ア），（イ），（ウ）のうちどれか.

（ア）右向きに流れる（イ）左向きに流れる（ウ）流れない

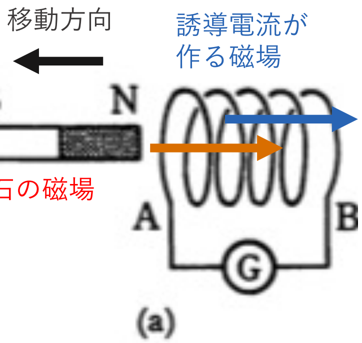
1. 図(a)で，磁石をコイル方向に動かす.
2. 図(a)で，磁石をコイルの中に留める.
3. 図(a)で，磁石をコイルから遠ざける.
4. 図(b)で，スイッチを入れた直後.
5. 4の状態から十分長い時間がたったあと.
6. 5の状態からスイッチを切った直後.

1. （ア）
2. （ウ）
3. （イ）
4. （ア）
5. （ウ）
6. （イ）

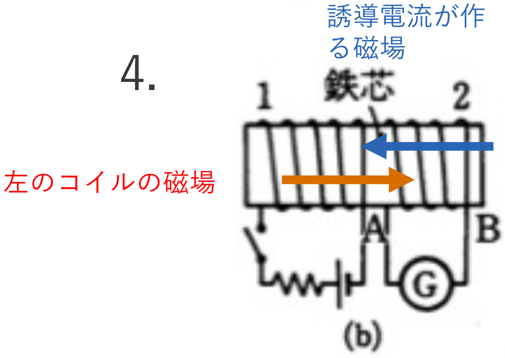
1.



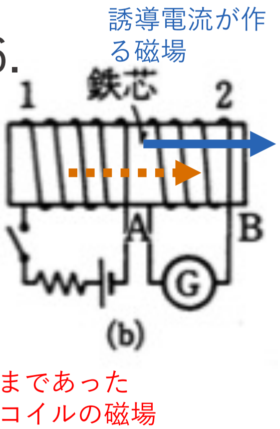
3.



4.



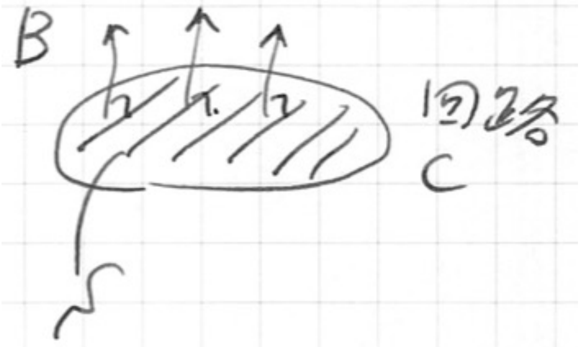
6.



誘導起電力の大きさ

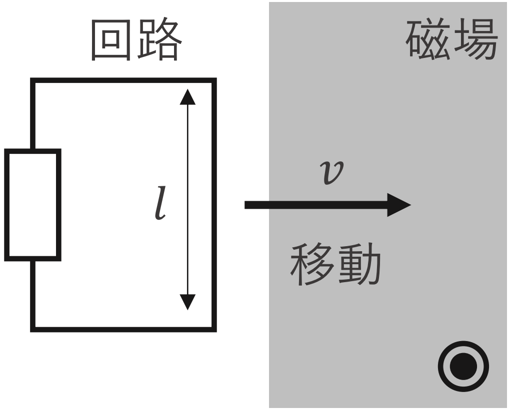
- 面積Sの閉じた導線Cを垂直に貫く磁束の密度をBとすると，閉経路を貫く磁束Φは
- $\Phi = BS$
- である．誘導起電力は次のように表される．
- $V = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
- これをファラデーの法則という．

- N回巻きのコイルでは
- $V = -N\dfrac{d\Phi}{dt}$
- の起電力が生じる．

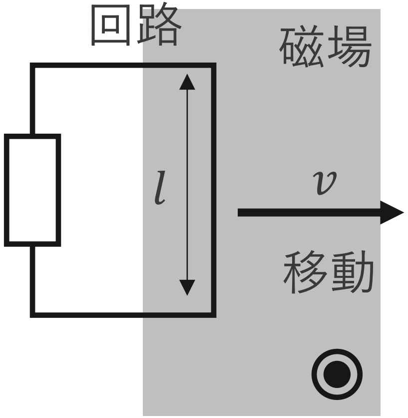


磁場中を移動する回路

- 磁場の変化が誘導起電力を発生する．
- 回路を磁場中に挿入し，回路内の磁場を変化させれば誘導起電力が発生するだろう．

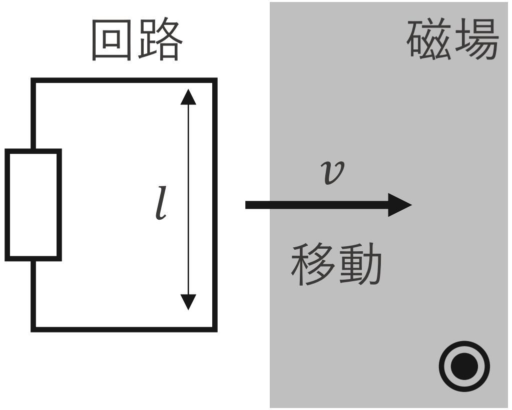


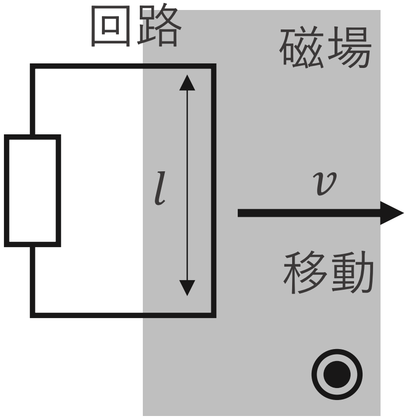
- 図のように一様に分布した長方形の磁場があるとする．磁場に対し垂直で磁場の分布に対し平行においた長方形の回路を磁場に速度vで挿入する．回路の磁場に近い辺の長さはlとする．
- 磁場分布に接した瞬間を$t = 0$とすると，回路内に分布の面積の面積はvtlである．



磁場中を移動する回路

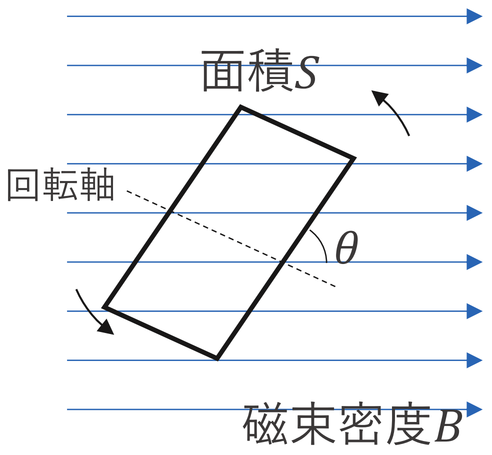
- 磁場分布に接した瞬間を$t = 0$とすると，回路内に分布の面積の面積はvtlである．
- 磁場の磁束密度をBとすると，回路を貫く磁束は
- $\Phi = vtlB$
- である．よって，回路に発生する誘導起電力は
- $|V| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}(vtlB) = vlB$
- となる．
- ただし，回路全体が磁場中に入ると磁場変化はなくなり誘導起電力は0となる．

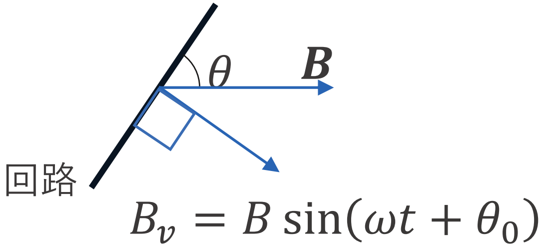




磁場中を回転する回路

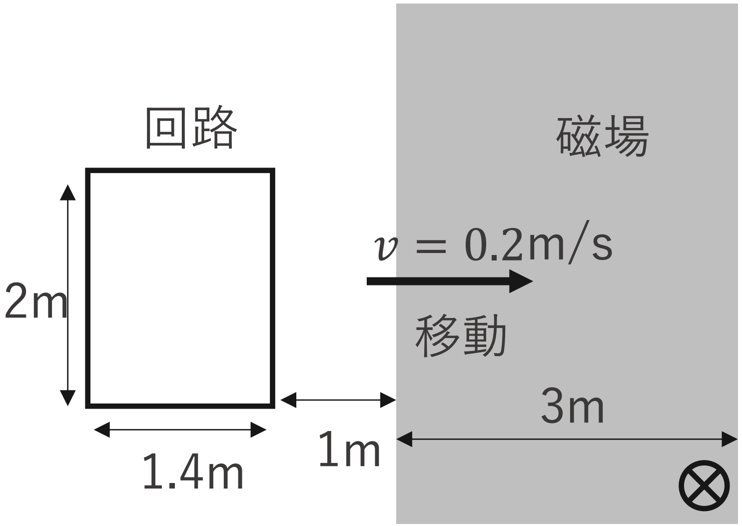
- 図のように磁場中，一様な磁場中で回路を磁場に対し垂直な軸の周りで一定の速度で回転させたとき，起電力が発生する．
- 回路の回転の角速度をω，$t = 0$の時の角度をθ_0とすると，回路を貫く磁場は
- $\Phi = SB\sin(\omega t + \theta_0)$
- である． $B\sin(\omega t + \theta_0)$は回路に対し垂直な磁束密度の大きさを表す．
- よって誘導起電力は
- $V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(SB\sin(\omega t + \theta_0)) = -BS\omega\cos(\omega t + \theta_0)$
- となる．





問題

- 図に示すように，長方形（$2m\times1.4m$）の導線が磁場のない領域から，0.2m/sの速度で磁束密度10Tの磁場を通過して，再び磁場のない領域に抜けた．導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ（0sから30s）．ただし，0sのとき図の位置に導線はある．電流は時計回りを正とし，回路全体の抵抗を10Ωとする．



問題

- 図に示すように，長方形（$2m\times1.4m$）の導線が磁場のない領域から，0.2m/sの速度で磁束密度10Tの磁場を通過して，再び磁場のない領域に抜けた．導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ（0sから30s）．ただし，0sのとき図の位置に導線はある．電流は時計回りを正とし，回路全体の抵抗を10Ωとする．

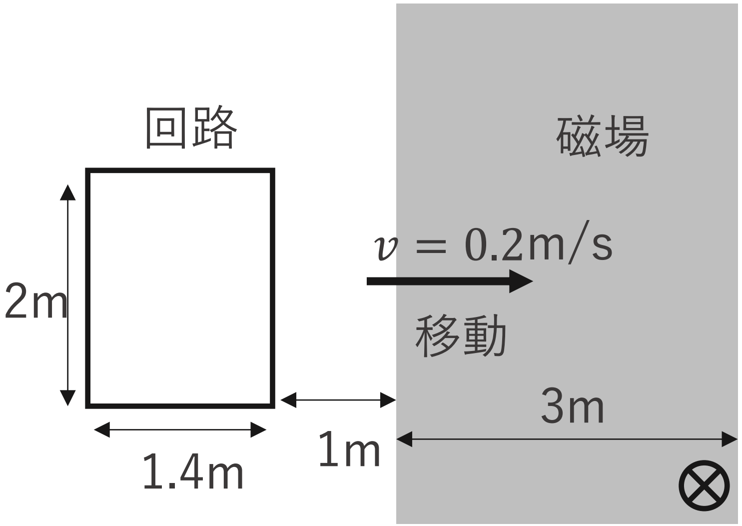
0sから5s，12sから20s，27sから30sでは，磁場の変化が無いので誘導電流は発生しない．
5sから12sまでは，回路内に磁場の変化があるため誘導電流が生じる．このときの誘導起電力は

$$|V|=\frac{d}{dt}(Blvt)=Blv=10\times2\times0.2=4V$$

また，誘導電流は反時計回りの方向に流れる．よって誘導電流は

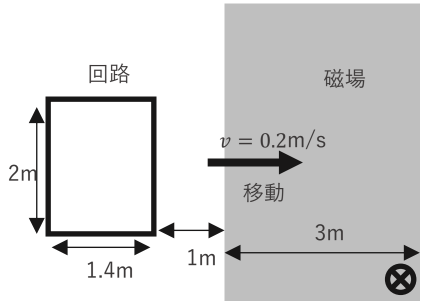
$$I=-\frac{4}{10}=-0.4A$$

となる．



問題

- 図に示すように，長方形（$2m\times1.4m$）の導線が磁場のない領域から，0.2m/sの速度で磁束密度10Tの磁場を通過して，再び磁場のない領域に抜けた．導線に流れる電流の時間変化をグラフにかけ（0sから30s）．ただし，0sのとき図の位置に導線はある．電流は時計回りを正とし，回路全体の抵抗を10Ωとする．



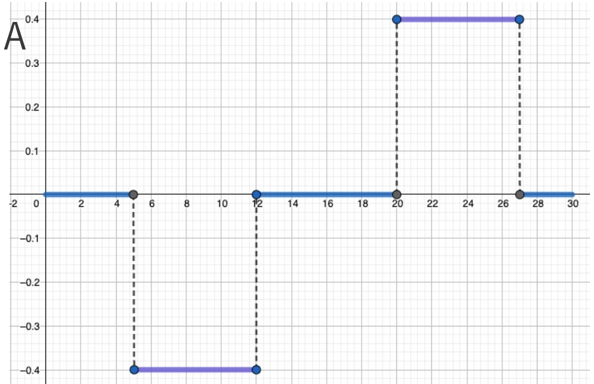
20sから27sまでは，回路が磁場から出ていくので回路内の磁場の変化があり誘導電流が生じる．このときの誘導起電力は

$$|V| = \frac{d}{dt}(Blvt) = Blv = 10\times2\times0.2 = 4V$$

また，誘導電流は時計回りの方向に流れる．よって誘導電流は

$$I = \frac{4}{10} = 0.4A$$

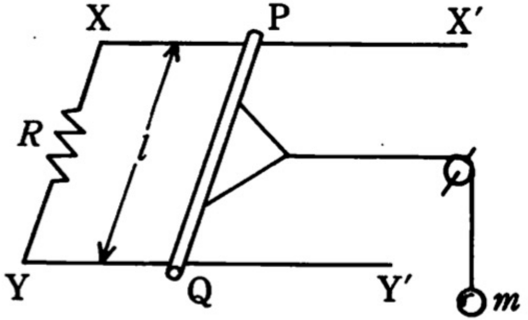
となる．



問題

- 2本の導線XX'，YY'を，l[m]の間隔で平行にかつ水平に固定し，X，Yに$R\,\Omega$の抵抗を接続する． 導線に垂直に質量M[kg]の導体棒をのせ，これに意図をつけて，同じ水平面上の滑車を経て，質量m[kg]のおもりをつるす．はじめ，棒をおさえておき，鉛直上向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，棒を放す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間，糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する．

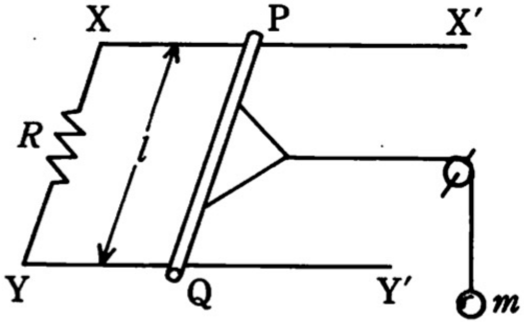
1. おもりの速度がv[m/s]である瞬間の加速度aを求めよ．
2. おもりはやがて一定速度に達する．その速度v_fを求めよ．
3. 一定速度に達したときに，導体に流れる電流I_fを求めよ．



問題

- 2本の導線XX’，YY’を，l[m]の間隔で平行にかつ水平に固定し，X，Yに$R\,\Omega$の抵抗を接続する． 導線に垂直に質量M[kg]の導体棒をのせ，これに意図をつけて，同じ水平面上の滑車を経て，質量m[kg]のおもりをつるす．はじめ，棒をおさえておき，鉛直上向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，棒を放す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間，糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する．

1. おもりの速度がv[m/s]である瞬間の加速度aを求めよ．



棒を引っ張る力F_mは

$$F_m = mg$$

誘導起電力Vは

$$V = -\frac{d}{dt}l(vt + x_0)B = -Blv$$

よって誘導電流Iは

$$I = \frac{V}{R} = \frac{Blv}{R}$$

この誘導起電力により生じる磁場からの力F_Bは

$$F_B = IBl = \frac{B^2l^2v}{R}$$

よって棒が受ける力Fは

$$F = (M+m)a = F_m - F_B = mg - \frac{B^2l^2v}{R}$$

よって加速度は

$$a = \frac{1}{M+m}\left(mg - \frac{B^2l^2v}{R}\right)$$

問題

- 2本の導線XX’，YY’を，l[m]の間隔で平行にかつ水平に固定し，X，Yに$R\,\Omega$の抵抗を接続する． 導線に垂直に質量M[kg]の導体棒をのせ，これに意図をつけて，同じ水平面上の滑車を経て，質量m[kg]のおもりをつるす．はじめ，棒をおさえておき，鉛直上向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，棒を放す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間，糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する．

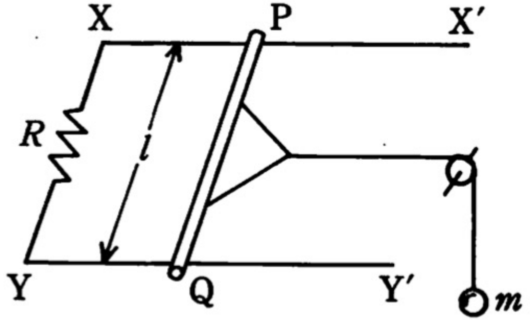
2. おもりはやがて一定速度に達する．その速度v_fを求めよ．

加速度aが0のとき一定速度となるので

$$a=\frac{1}{M+m}\left(mg-\frac{B^2l^2v}{R}\right)=0$$

$$\frac{B^2l^2v}{R}=mg$$

$$v=\frac{mgR}{B^2l^2}$$



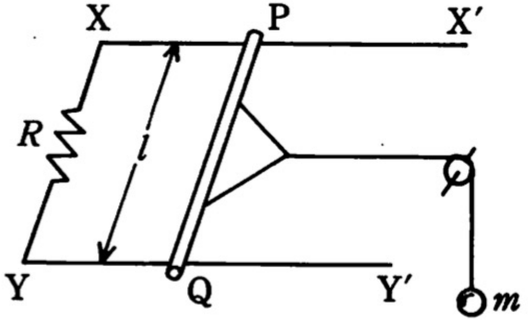
問題

- 2本の導線XX'，YY'を，l[m]の間隔で平行にかつ水平に固定し，X，Yに$R\,\Omega$の抵抗を接続する． 導線に垂直に質量M[kg]の導体棒をのせ，これに意図をつけて，同じ水平面上の滑車を経て，質量m[kg]のおもりをつるす．はじめ，棒をおさえておき，鉛直上向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，棒を放す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間，糸と滑車の間の抵抗や摩擦は無視する．

3. 一定速度に達したときに，導体に流れる電流I_fを求めよ．

$I=\frac{Blv}{R}$かつ$v=\frac{mgR}{B^2l^2}$だから電流I_f

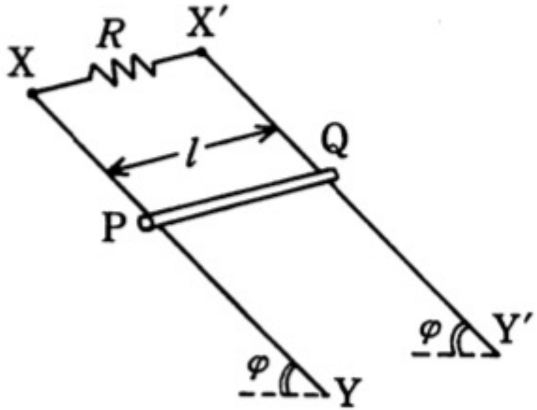
$$I_f=\frac{mg}{Bl}$$



問題

- 2本の導線XY，X’Y’を，l[m]の間隔で平行にかつ水平面から角度φだけ傾けて固定し，X，X’にRΩの抵抗を接続する．鉛直下向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，導線に垂直に質量m[kg]の導体棒をのせると，棒は滑り出す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する．

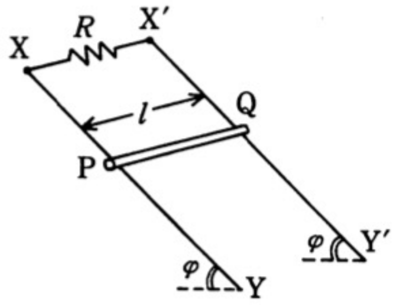
1. 棒の速度がv[m/s]の瞬間の加速度を求めよ．
2. 棒はやがて一定の速度になる．その速度は何[m/s]か．



問題

- 2本の導線XY，X’Y’を，l[m]の間隔で平行にかつ水平面から角度φだけ傾けて固定し，X，X’に$R\,\Omega$の抵抗を接続する．鉛直下向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，導線に垂直に質量m[kg]の導体棒をのせると，棒は滑り出す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する．

1. 棒の速度がv[m/s]の瞬間の加速度を求めよ．
2. 棒はやがて一定の速度になる．その速度は何[m/s]か．



1. 棒が重力から受ける斜面に対し水平な力は

$$F_g = mg\sin\varphi$$

誘導電流の大きさは

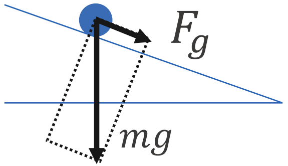
$$I = V/R = \frac{d}{dt}(l(vt + x_0)B\cos\varphi)/R = \frac{lvB}{R}\cos\varphi$$

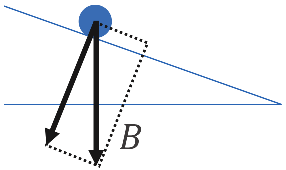
よって磁場から受ける力の斜面に対し水平な力は

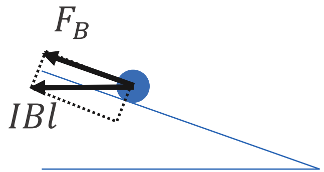
$$F_B = IlB\cos\varphi = \frac{l^2B^2v\cos^2\varphi}{R}$$

棒が受ける力は$F_g - F_B$なので加速度aは

$$a = \frac{F_g - F_B}{m} = g\sin\varphi - \frac{l^2B^2v\cos^2\varphi}{mR}$$



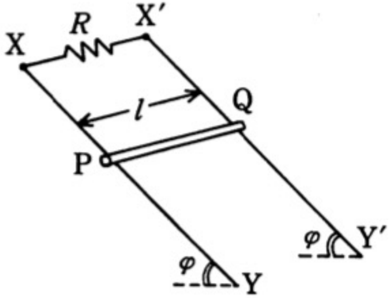




問題

- 2本の導線XY，X’Y’を，l[m]の間隔で平行にかつ水平面から角度φだけ傾けて固定し，X，X’にR Ωの抵抗を接続する．鉛直下向きに一様な磁束密度B[Wb/m^2]の磁場をかけ，導線に垂直に質量m[kg]の導体棒をのせると，棒は滑り出す．重力加速度をg[m/s^2]とし，棒と導線との間の抵抗や摩擦は無視する．

1. 棒の速度がv[m/s]の瞬間の加速度を求めよ．
2. 棒はやがて一定の速度になる．その速度は何[m/s]か．



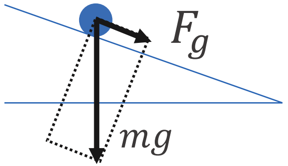
2. 棒の速度が一定になる条件は加速度$a=0$である．
よって

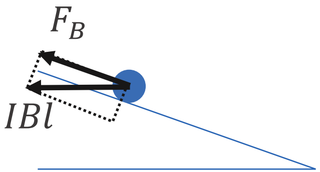
$$a = g\sin\varphi - \frac{l^2B^2v\cos^2\varphi}{mR} = 0$$

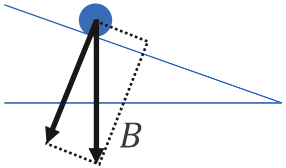
をvについて解けば良い．

$$\frac{l^2B^2v\cos^2\varphi}{mR} = g\sin\varphi$$

$$v = \frac{mgR\sin\varphi}{l^2B^2\cos^2\varphi}$$



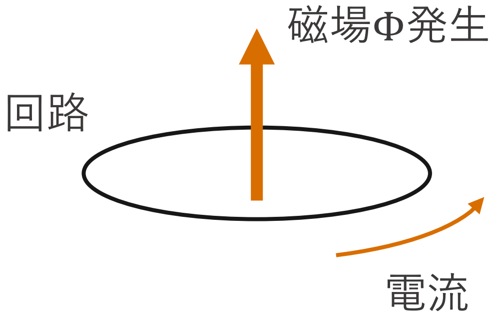




自己インダクタンス

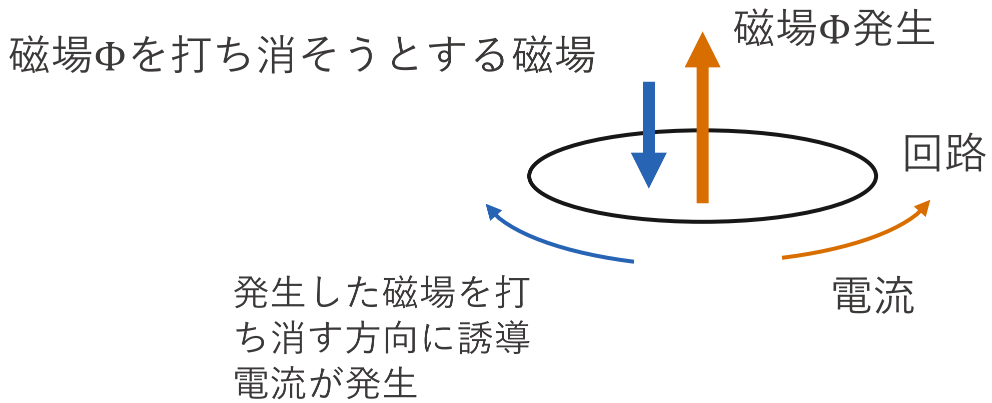
■ 自己インダクタンス

- 閉じた回路CにIの電流を流すとき発生する磁場の磁束は次のように表せる．
- $\Phi = LI$
- Lは比例定数である．



自己インダクタンス

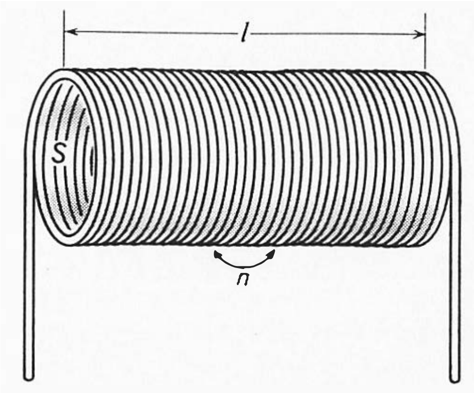
- 電流が変化すると磁場も変化するため，その磁場の変化のため回路に誘導起電力が発生する．誘導起電力は
- $V = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{\mathrm{dt}}$
- と表せる．
- Lを自己インダクタンスという．単位はH(ヘンリー)=Vs/A



コイルの自己インダクタンス

- 単位長さあたりの巻数n，長さl，断面積Sのコイルの自己インダクタンスを求める．

- コイルに電流Iを流したときその内に発生する磁場の磁束密度は
- $B = \mu_0 n I$
- である．コイル全体を貫く磁束はコイル一巻きを貫く磁束に巻数をかけたものなので
- $\Phi = nlBS = \mu_0 n^2 l S I$
- よって自己インダクタンスLは
- $-\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mu_0 n^2 l S I) = -\mu_0 n^2 l S \frac{d}{dt} I$から
- $L = \mu_0 n^2 l S$



問題

- 透磁率$\mu = 6.3 \times 10^{-3}$の鉄心に単位長さ（1[m]）当たりn=1000回一様に巻かれた無限長ソレノイドの断面積を$S = 100[cm^2]$，流れる電流を$I = 5[A]$とするとき，1[m]当たりの自己インダクタンスを求めよ．

問題

- 透磁率$\mu = 6.3 \times 10^{-3}$の鉄心に単位長さ（1[m]）当たりn=1000回一様に巻かれた無限長ソレノイドの断面積を$S = 100[cm^2]$，流れる電流を$I = 5[A]$とするとき，1[m]当たりの自己インダクタンスを求めよ．

$$L = \mu n^2 l S = 6.3 \times 10^{-3} \times 1000^2 \times 100 \times 10^{-4} = 63\mathrm{H/m}$$

■ 問題

- 1巻きコイルに2Aの電流を流したとき，0.08Wbの磁束が生じた．このコイルを50回巻にしたときの自己インダクタンス[H]を求めよ．

■ 問題

- 1巻きコイルに2Aの電流を流したとき，0.08Wbの磁束が生じた．このコイルを50回巻にしたときの自己インダクタンス[H]を求めよ．

$$\Phi = \mu_0 n^2 lSI = 1\times 2\times \mu_0 lS = 0.08$$

$$\mu_0 lS = \frac{0.08}{2} = 0.04$$

よって

$$L = \mu_0 n^2 lS = 50^2\times 0.04 = 100\mathrm{H}$$

■ 問題

- インダクタに流れる電流を2秒で0.5Aから1Aに一定の割合で増加させた．そうすると2Vの誘導起電力が生じた．このインダクタの自己インダクタンス[H]を求めよ．

問題

- インダクタに流れる電流を2秒で0.5Aから1Aに一定の割合で増加させた．そうすると2Vの誘導起電力が生じた．このインダクタの自己インダクタンス[H]を求めよ．

電圧と電流の関係は

$$V = -L\frac{dI}{\mathrm{dt}}$$

だから

$$L\times\frac{0.5}{2} = 2$$

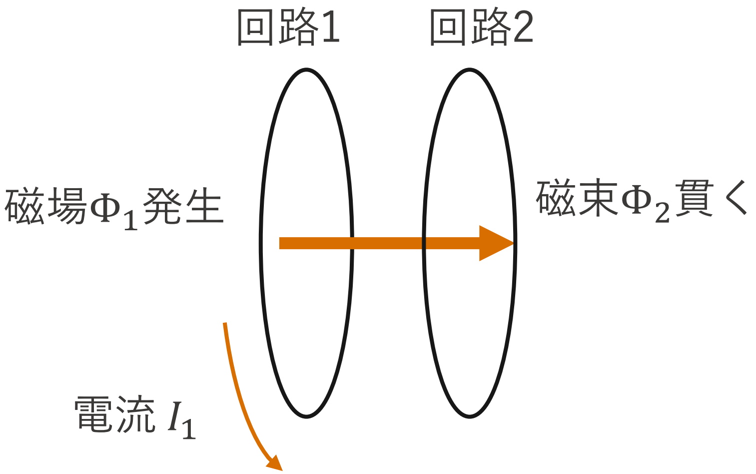
よって

$$L = 8\mathrm{H}$$

相互インダクタンス

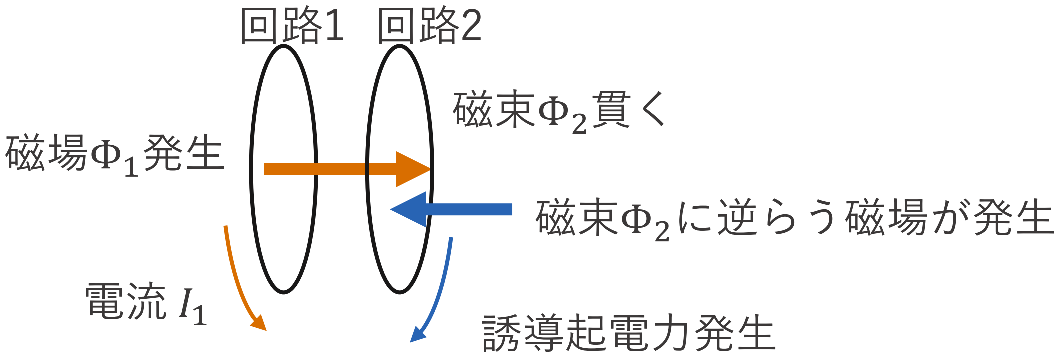
■ 相互インダクタンス

- 図のようにコイルを並べ，回路1に電流I_1を流すと磁束Φ_1ができる．その磁束は回路2の内部を貫く．
- 磁束 Φ_1は電流I_1に比例するので，回路2内部の磁束Φ_2も電流I_1に比例するだろう．つまり磁束Φ_2は次のように書ける．
- $\Phi_2 = L_{21} I_1$



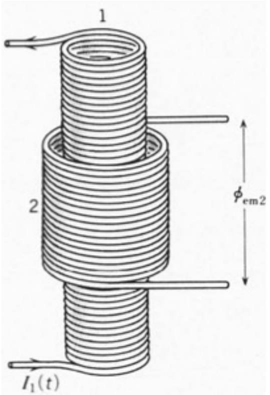
相互インダクタンス

- 磁束Φ_2が時間変化すると回路2に誘導起電力V_2が生じる． V_2は次のように書ける．
- $V_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$
- 逆の場合も同様に
- $V_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$
- 実は， $L_{12} = L_{21}$であり，これを相互インダクタンスという．



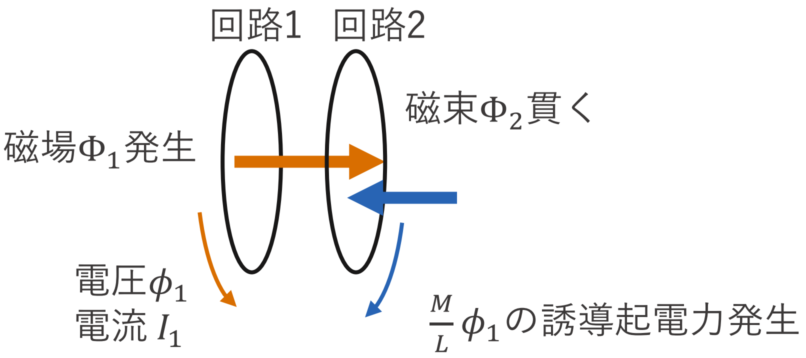
2つのコイルの相互インダクタンス

- それぞれ単位長さあたりの巻数n_1, n_2，長さl_1, l_2，断面積S_1, S_2の2つのコイル１，２が図のように重ねてある．
- コイル1に電流I_1を流したとき，コイル内部に発生する磁場の磁束密度は
- $B = \mu_0 n_1 I_1$
- となる．コイル2を貫く磁束は，コイル一巻きあたりBS_1でコイル2の巻数は$n_2 l_2$だから
- $\Phi_2 = BS_1 n_2 l_2 = \mu_0 n_1 n_2 l_2 S_1 I_1$
- である．よって，相互インダクタンスMは
- $M = \mu_0 n_1 n_2 l_2 S_1$



変圧

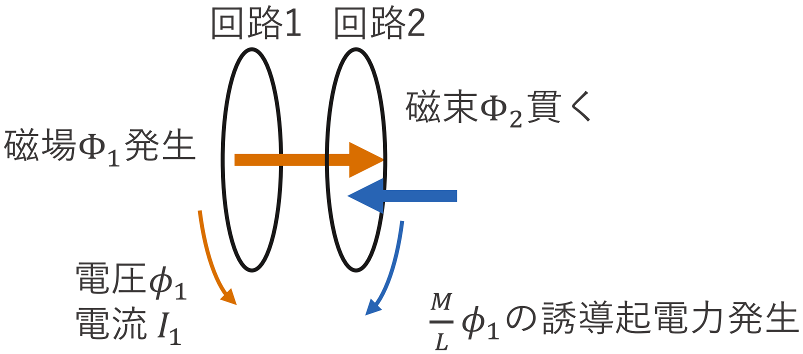
- 回路1に流れる電流を$I_1(t)$とすると，回路1にかかる電圧$\phi_1(t)$は自己インダクタンスをLとすると
- $\phi_1(t) = L\dfrac{dI_1(t)}{dt}$
- となる．一方，回路2に生じる起電力は相互インダクタンスMとすると
- $\phi_2(t) = -M\dfrac{dI_1(t)}{dt}$
- 式を整理すると
- $\phi_2(t) = -\dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}}\phi_1(t)$
- となる．



- つまり，回路1にかけた電圧の $\dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}}$倍の電圧が回路2に生じる．

変圧

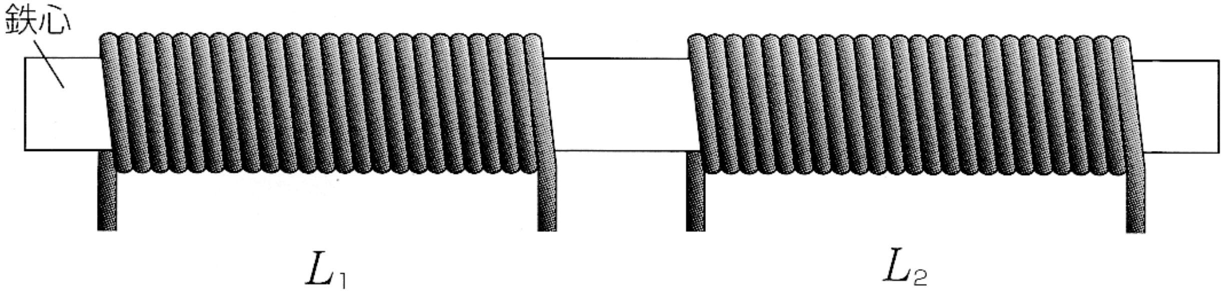
- また，回路に同じ長さ同じ面積のコイルを2つ使った場合，自己インダクタンスと相互インダクタンスは
- $L = \mu_0 n_1^2 lS$， $M = \mu_0 n_1 n_2 lS$
- と書けるから回路2のコイルの電圧は
- $\phi_2(t) = -\frac{n_2}{n_1}\phi_1(t)$
- となる．



- コイルの巻数で電圧の大きさを変えることができる．誘導起電力を用い電圧を変えることを変圧という．
- 変圧を実現する回路素子を変圧器という．
- 実際に変圧器は2つのコイルから構成される．

問題

- 図のように同一の鉄心に巻かれた相互インダクタンス0.3[H]のインダクタL_1, L_2がある．L_1を流れる電流が0.2秒間に200[mA]変化したとき，L_2に生じる誘導起電力を[V]求めよ．



問題

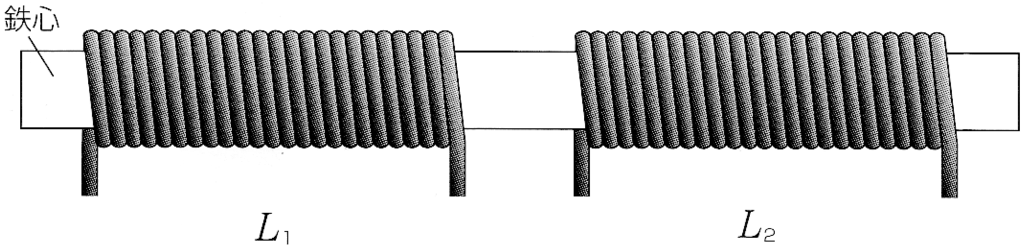
- 図のように同一の鉄心に巻かれた相互インダクタンス0.3[H]のインダクタL_1, L_2がある．L_1を流れる電流が0.2秒間に200$[mA]$変化したとき，L_2に生じる誘導起電力を[V]求めよ．

起電力は

$$\phi_2(t) = -M\frac{dI_1(t)}{dt}$$

$$= -0.3\times\frac{200\times10^{-3}}{0.2} = -0.3$$

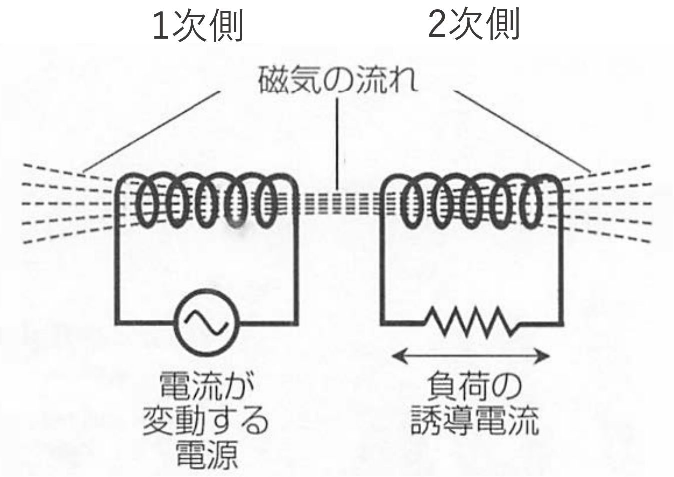
よって誘導起電力は0.3V



变压器

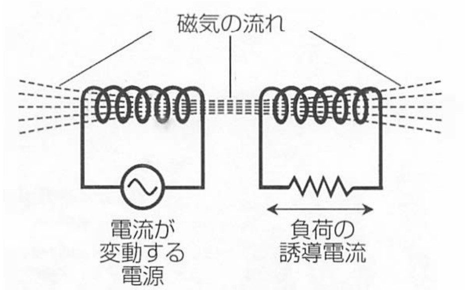
変圧器

- ２つのコイルを並べたり重ねたりする.
- 片方のコイルに電流を流すと，もう一つのコイルに磁場が発生し誘導起電力が生じる.
- 最初のコイルを１次側，もう一つのコイルを２次側という.

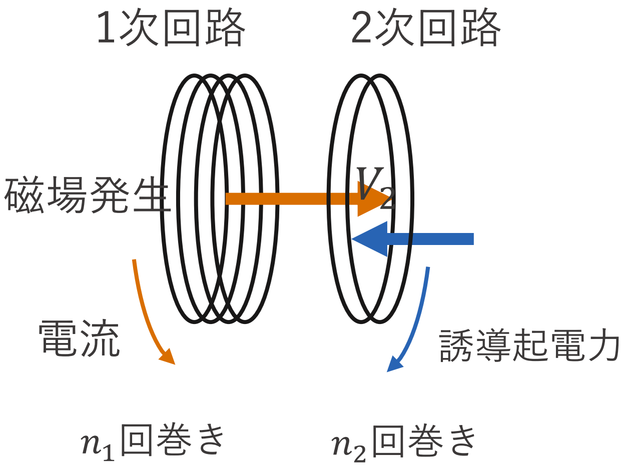


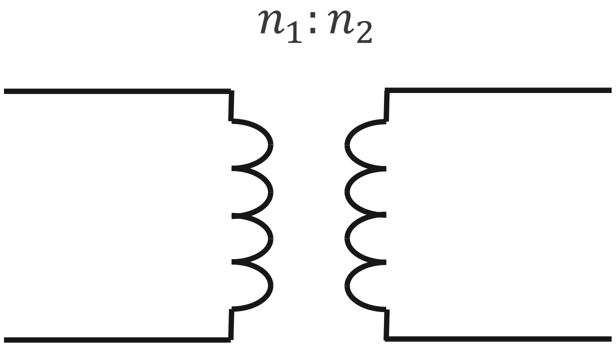
変圧器

- １次側のコイルの巻数をn1，２次側のコイルの巻数をn2とする．
- １次側のコイルに電圧V1をかけた場合，２次側のコイルで発生する電圧V2は
- $V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$
- となる．
- また，１次側および２次側の電力をP1,P2とすると
- $P_1 = V_1 I_1 = P_2 = V_2 I_2$
- となり，それぞれの電力は等しい（理想的には）．



変圧器の回路記号





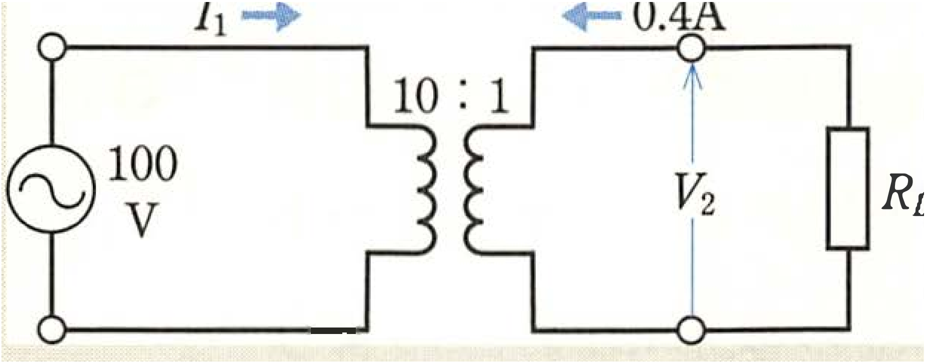
変圧器の回路記号

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

例題

- 図の回路において次の値を求めよ.

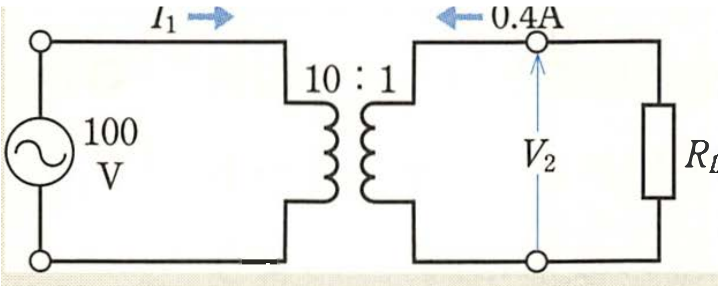
1. 電圧V_2
2. 電流I_1
3. 抵抗R_L



例題

- 図の回路において次の値を求めよ.

1. 電圧V_2
2. 電流I_1
3. 抵抗R_L



1. $V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1 = \frac{1}{10} \times 100 = 10$

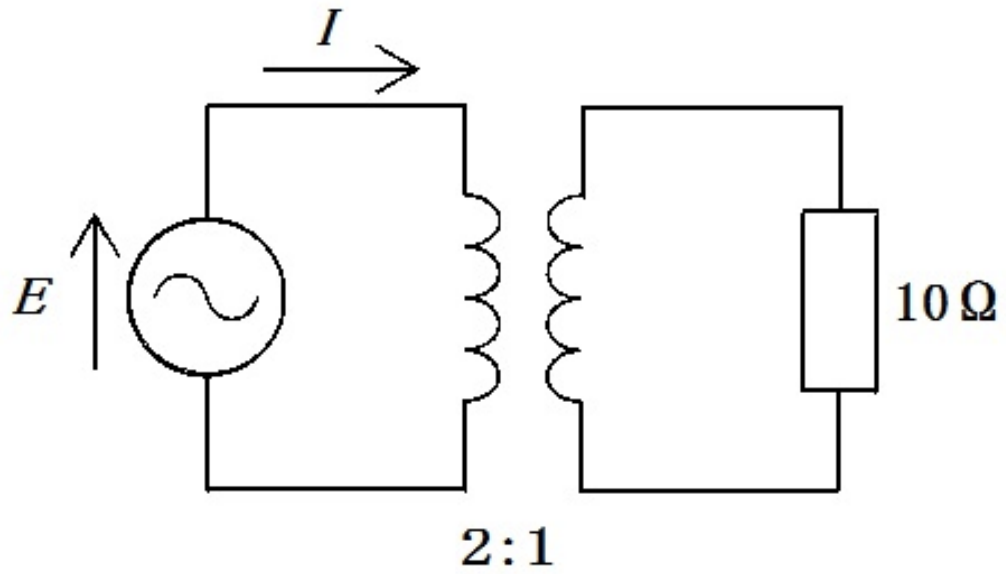
2. $P = 0.4 \times 10 = 100 I_1$

$I_1 = 0.04\text{A}$

3. $R_L = \frac{V_2}{I_2} = \frac{10}{0.4} = 25\,\Omega$

問題

- 図の変圧器の一次側電流Iが2Aのとき，電圧$E[V]$を求めよ．ただし，変圧器の巻数比は2：1とする．



問題

- 図の変圧器の一次側電流Iが2Aのとき，電圧$E[V]$を求めよ．ただし，変圧器の巻数比は2：1とする．

1次側と2次側の電力は等しいので

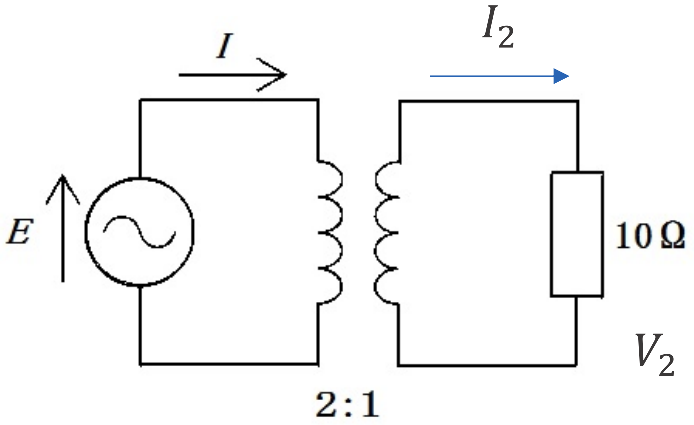
$$IE = I_2V_2 = \frac{V_2^2}{R}$$

$V_2 = \frac{n_2}{n_1}E$だから

$$IE = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 E^2}{R}$$

$$I = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 E}{R}$$

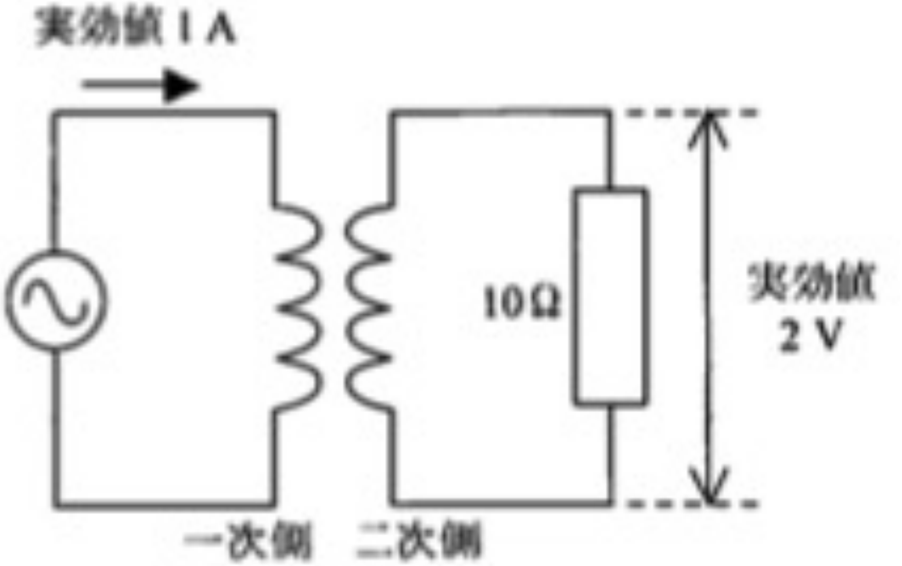
$$E = \frac{IR}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \frac{2\times10}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 80V$$



問題解説

- 図の変圧器で一次側のコイルの巻数が100回であるとき二次側のコイルの巻数[回]はどれか．ただし，変圧器での電力損失は無視できるものとする．（第41回ME2種）

1. 20
2. 50
3. 100
4. 200
5. 500



問題解説

- 図の変圧器で一次側のコイルの巻数が100回であるとき二次側のコイルの巻数[回]はどれか．ただし，変圧器での電力損失は無視できるものとする．（第41回ME2種）

1. 20
2. 50
3. 100
4. 200
5. 500

2次側の回路に流れる電流は

$I = \frac{2}{10} = 0.2A$

電力Pは

$P = 2\times 0.2 = 0.4\mathrm{W}$

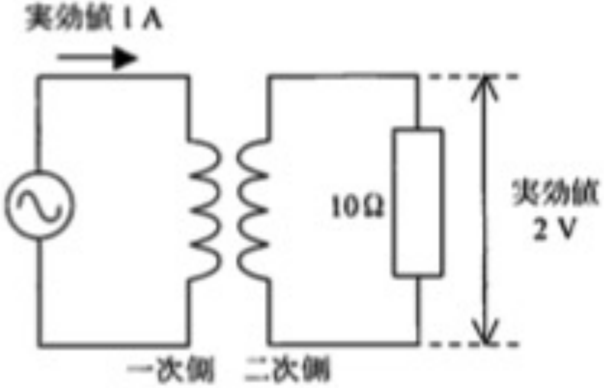
よって1次側の電圧は

$V = \frac{P}{I} = \frac{0.4}{1} = 0.4\mathrm{V}$

つまり巻数は

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

$$n_2 = \frac{n_1 V_2}{V_1} = 100\times\frac{2}{0.4} = 500$$



問題

- 1次巻線数n_1，2次巻線数n_2の理想変圧器について正しいのはどれか．（27回）

a.　交流電圧の変換に用いられる．

b.　コイルの発生する誘導起電力を利用している．

c.　1次と2次のインピーダンス比は巻数の2乗に反比例する．

d.　1次電圧をv_1，2次電圧をv_2としたとき$\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}$が成立する．

e.　1次電流をi_1，2次電流をi_2としたとき$\frac{i_2}{i_1}=\frac{n_1}{n_2}$が成立する．

問題

- 1次巻線数n_1，2次巻線数n_2の理想変圧器について正しいのはどれか．（27回）

a.　交流電圧の変換に用いられる．

b.　コイルの発生する誘導起電力を利用している．

c.　1次と2次のインピーダンス比は巻数の2乗に反比例する．

d.　1次電圧をv_1，2次電圧をv_2としたとき$\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}$が成立する．

e.　1次電流をi_1，2次電流をi_2としたとき$\frac{i_2}{i_1}=\frac{n_1}{n_2}$が成立する．

a.　正しい．
b.　正しい．
c.　$Z_1=\frac{v_1}{i_1}$，$Z_2=\frac{v_2}{i_2}, \frac{Z_1}{Z_2}=\frac{v_1 i_2}{v_2 i_1}=\frac{n_1^2}{n_2^2}$，よって巻数の比の2乗である．そもそも文章がおかしいが…
d.　$v_2=\frac{n_2}{n_1}v_1, \frac{v_2}{v_1}=\frac{n_2}{n_1}$だから間違い．
e.　$i_1 v_1=i_2 v_2$

$$\frac{i_2}{i_1}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_1}{n_2}$$

よって正しい．

コイルのエネルギー

コイルのエネルギ

- インダクタンスLのコイルに電流I流したときに貯まるエネルギーWは次のように書ける.
- $W = \frac{1}{2}LI^2$

おまけ
コイルの誘導起電力は

$$\phi(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$$

となる．微小時間Δtの間に電荷$I(t)\Delta \mathrm{t}$の電荷がコイルを通過するので，外から

$$\Delta W = \phi(t)I(t)\Delta \mathrm{t}$$

の仕事をしなければならない．よって，時刻 0 からt_1までになされる仕事は

$$W = \int_0^{t_1}\phi(t)I(t)\mathrm{dt} = L\int_0^{t_1}\frac{dI(t)}{dt}\cdot I(t)\mathrm{dt} = L\int_0^{t_1}\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(I^2(t)\right)\mathrm{dt} = \frac{1}{2}L[I^2(t)]_0^{t_1} = \frac{1}{2}LI^2$$

問題

- 20Hのインダクタに2Aの電流が流れているとき，インダクタに蓄えられるエネルギー[J]はいくらか.

問題

- 20Hのインダクタに2Aの電流が流れているとき，インダクタに蓄えられるエネルギー[J]はいくらか．

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 2^2 = 40[J]$$