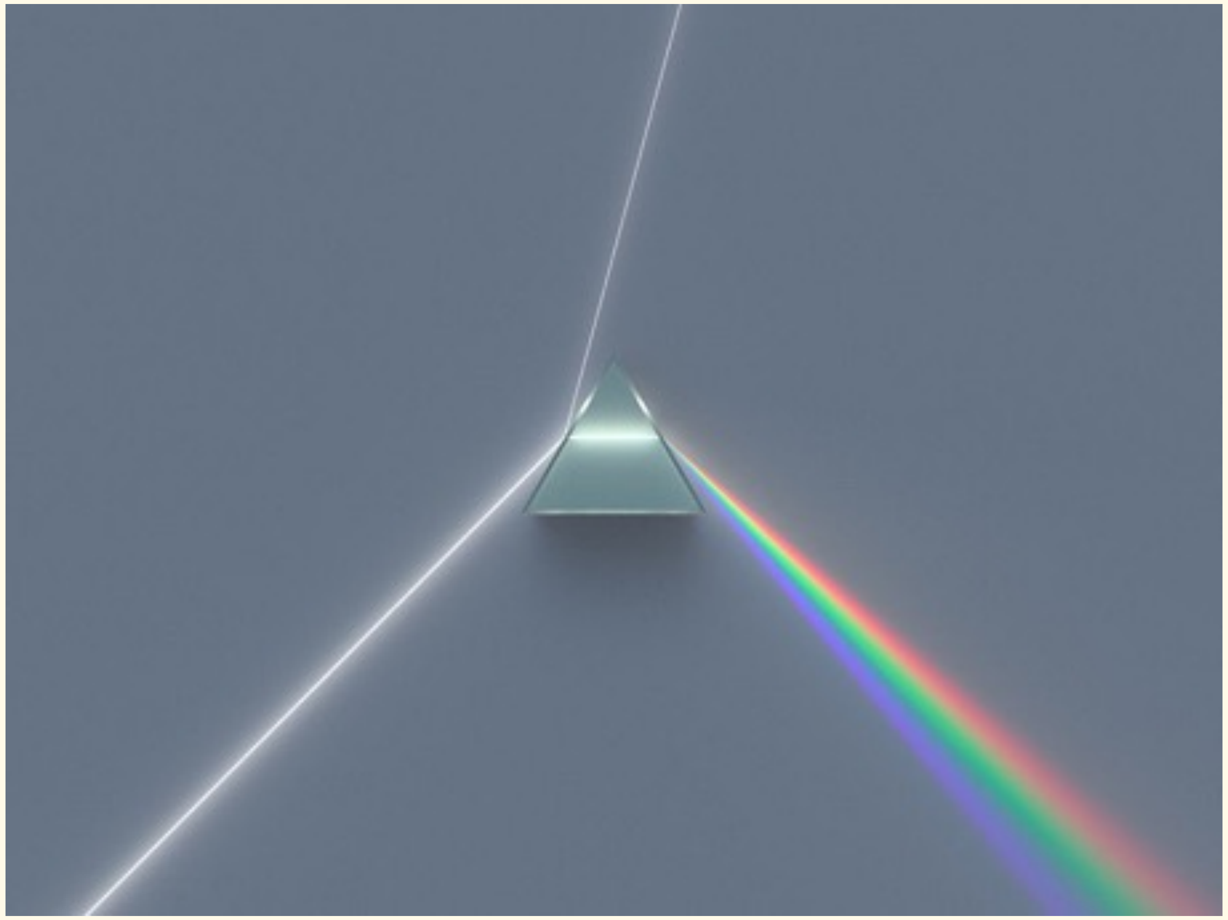
電子工学04

線スペクトルとボーア模型

ver. 20151022

光のスペクトル

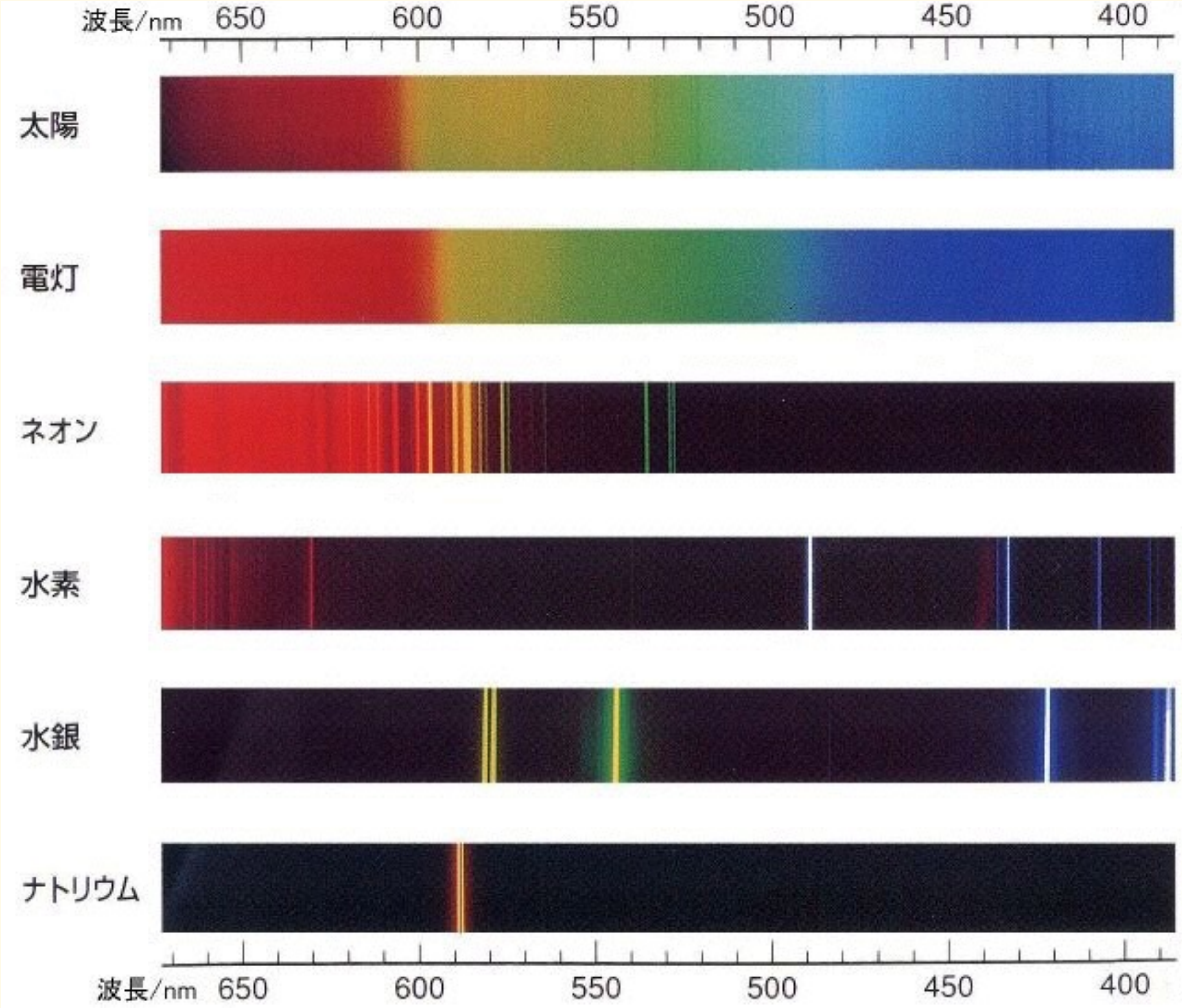


入射光（様々な周波数の光で構成される）

入射光が振動数ごとに分解される

スペクトルを見ることで、入射光にどのような光が入っているかがわかる。(白い光はすべての色を含んだ光)

様々なスペクトル


波長/nm 650 600 550 500 450 400
太陽
電灯
ネオン
水素
水銀
ナトリウム
波長/nm 650 600 550 500 450 400

なぜ光を分解できるのか

- 光はプリズムに入射すると屈折する。
- 光は色によって屈折率が異なる。
- 屈折率が異なるので振動数によって光が出る場所が異なる。

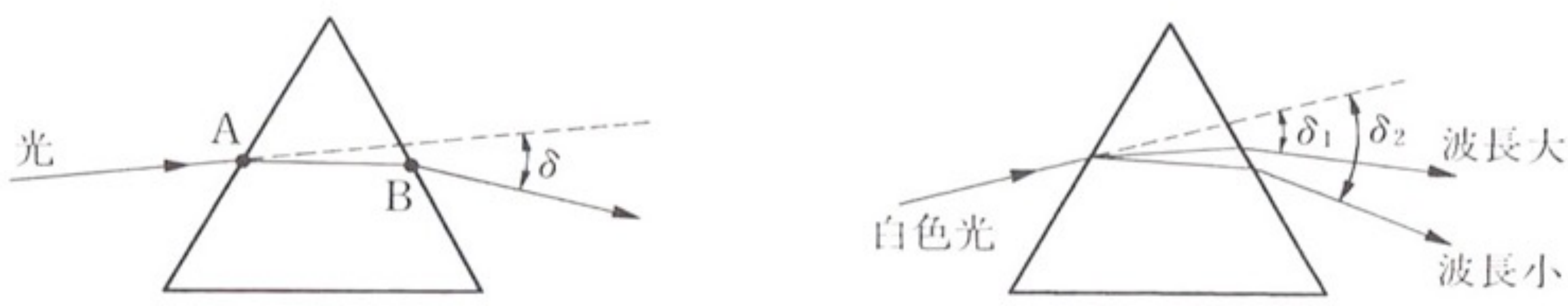
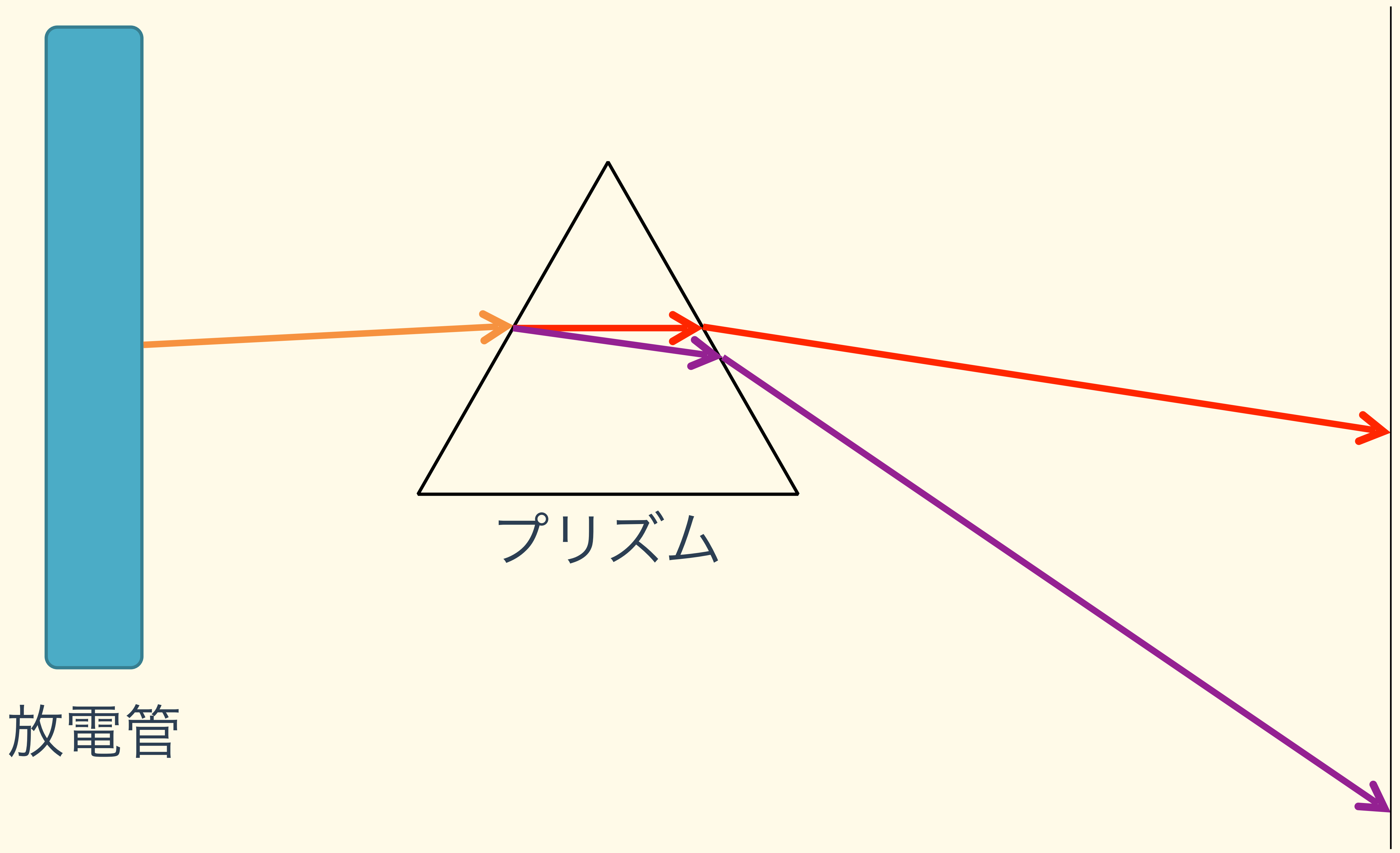


図 2.4 屈折による振れの角　　図 2.5 プリズムによる分光

(中澤、藤原 電子工学)

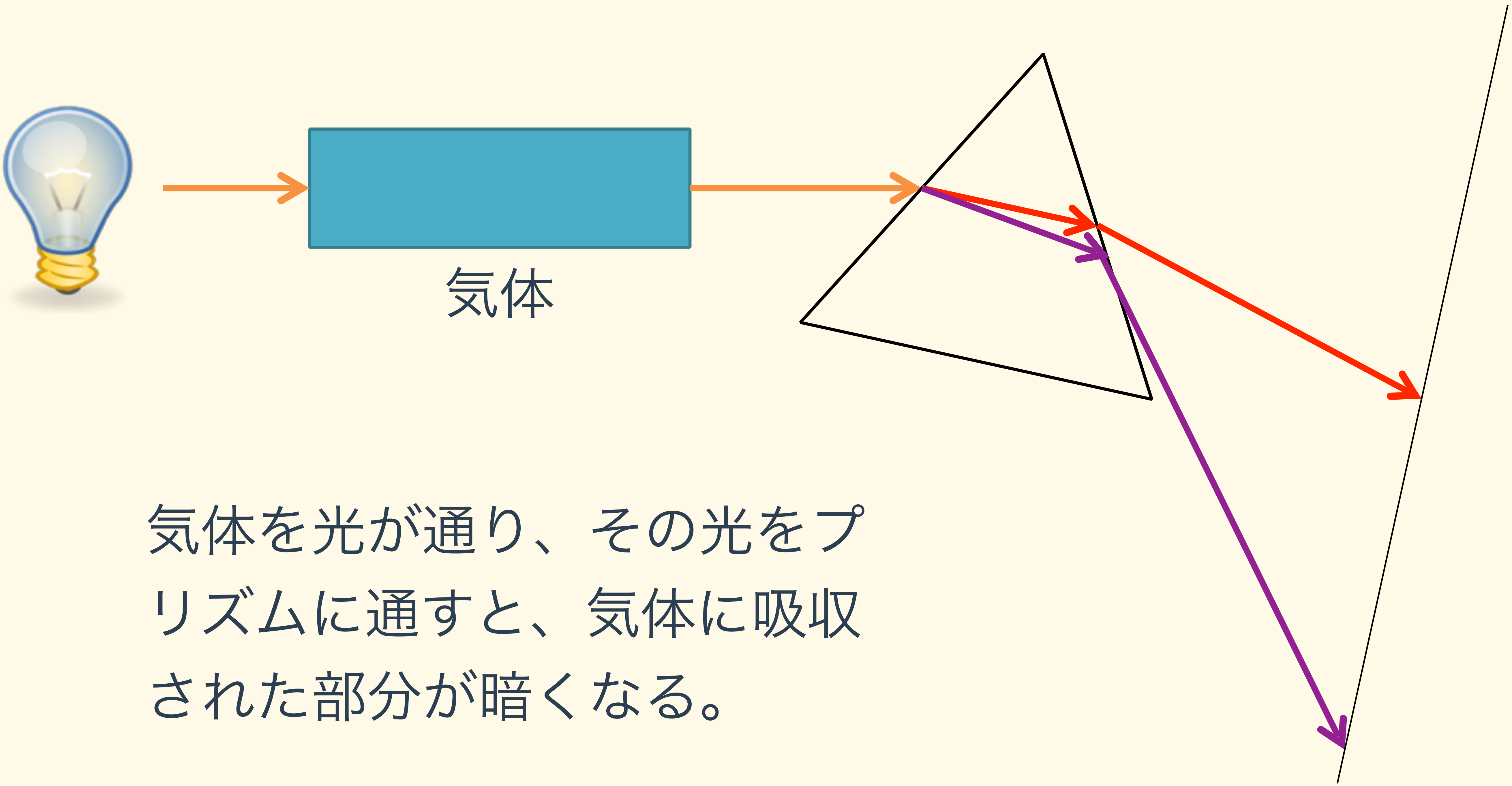
（なぜ屈折するかは自分で調べる。最小作用の原理）

水素原子のスペクトル



線状のスペクトル（スペクトル線）が出てくる

吸収スペクトル



気体を光が通り、その光をプリズムに通すと、気体に吸収された部分が暗くなる。

スペクトルの役割

- 光をスペクトルに通すことで、光にどのような周波数成分があるかわかる。

- 応用例
  - 宇宙の膨張速度の算出
  - 吸光スペクトルによる物質の解析

水素のスペクトル

水素放電管

放電管から出た光のスペクトル

科学技術振興機構

水素が光るとき

- 水素にエネルギーを与える
  - 熱する
  - 電子をぶつける

⬇

- 光を発する

⬇

- その光は不連続なスペクトルを持つ
  - 線スペクトル

水素のスペクトル

- 1884年　バルマーが水素原子のスペクトルの規則性を発見（可視領域）

4340 4861 6563 (Å)

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} B \quad (n = 3, 4, 5, \ldots)$$

B = 3.646x10^{-7}m

科学技術振興機構

逆数をとってみよう

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} B \quad (n = 3, 4, 5, \ldots)$$

$$R = \frac{2^2}{B}$$ とおくと

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

R:リュードベリ定数

R=1.1x10^{7}m^{-1}

様々な系列

バルマーの発見した線スペクトルは可視領域以外でも見られる

系列	年		λ_∞ (m)
ライマン系列	1900	遠紫外線	9.114×10^{-8}
バルマー系列	1884	可視光線	3.646×10^{-7}
パッシェン系列	1908	近赤外線	8.203×10^{-7}
ブラケット系列	1922	近赤外線	1.458×10^{-6}
プント（フント）系列	1904	近赤外線	2.279×10^{-6}

バルマー系列で成り立つ式を一般化してみる

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

m=1	ライマン系列
m=2	バルマー系列
m=3	パッシェン系列
m=4	ブラケット系列
m=5	プント系列

エネルギーとの関係

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

にλ=c/νを代入すると

$$\frac{\nu}{c} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

両辺にhcをかけると

$$h\nu = hcR(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

E=hνより

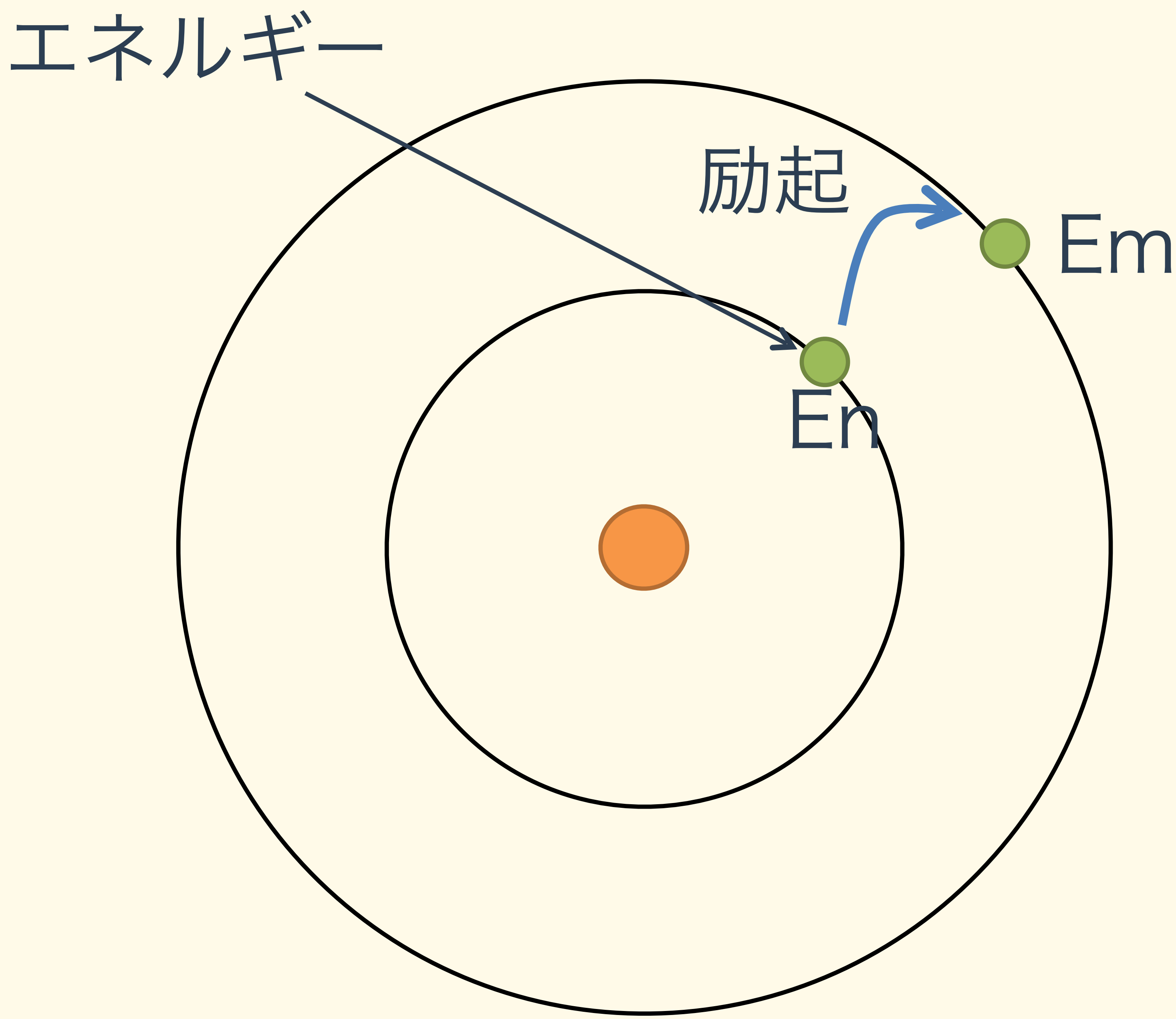
$$E = hcR(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

$\frac{hcR}{m^2} = E_m, \frac{hcR}{n^2} = E_n$ とおくと

$$h\nu = E = E_m - E_n$$

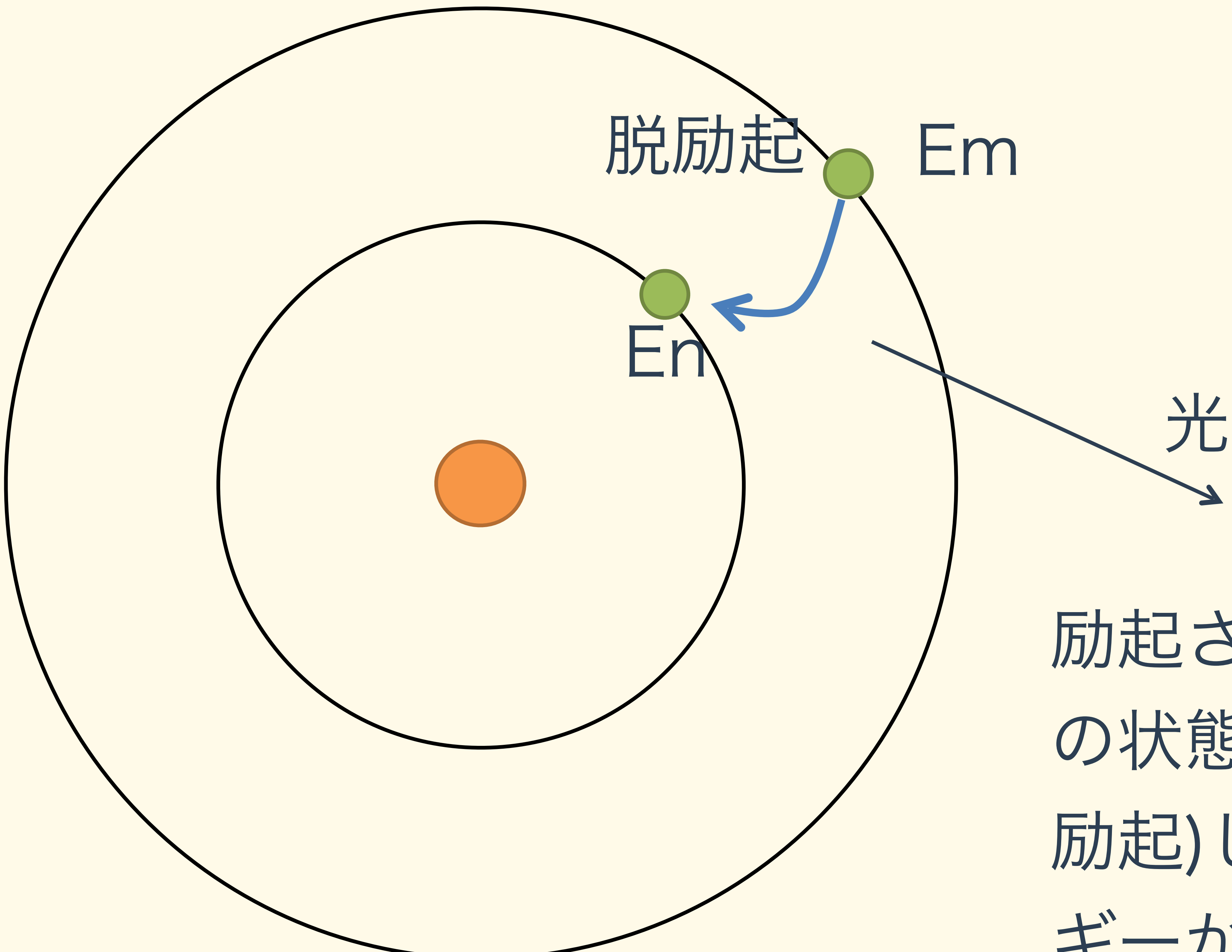
出てくる光のエネルギーはエネルギー状態mからnを引いたもの？

なぜ水素から光が出るのか



エネルギーを受けた電子はエネルギーの高い状態になる(励起という)。

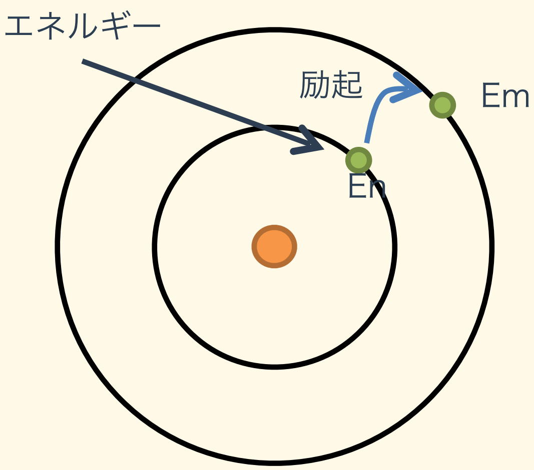
なぜ水素が光が出るのか

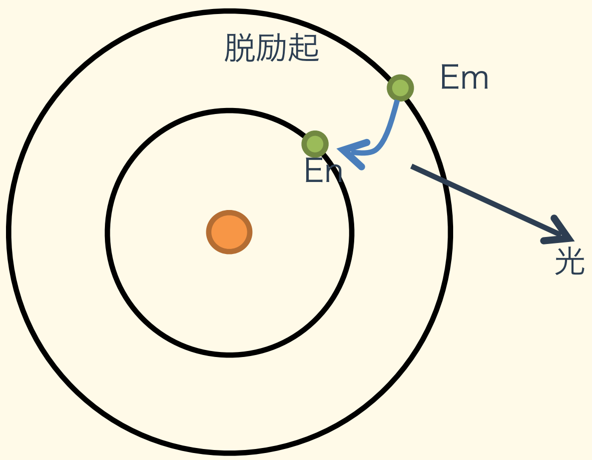


励起された電子が、元の状態に戻るとき(脱励起)した時、エネルギーが減った分が光として放出される。

問題

- なぜスペクトルはなぜ飛び飛びなのか？
- なぜ放出される光のエネルギーは離散的なのか(量子化されているのか)
- 電子の持つエネルギーは量子化されているのではないか？
- 電子の軌道半径は連続的ではないのではないか？





ボーア模型(1913年)

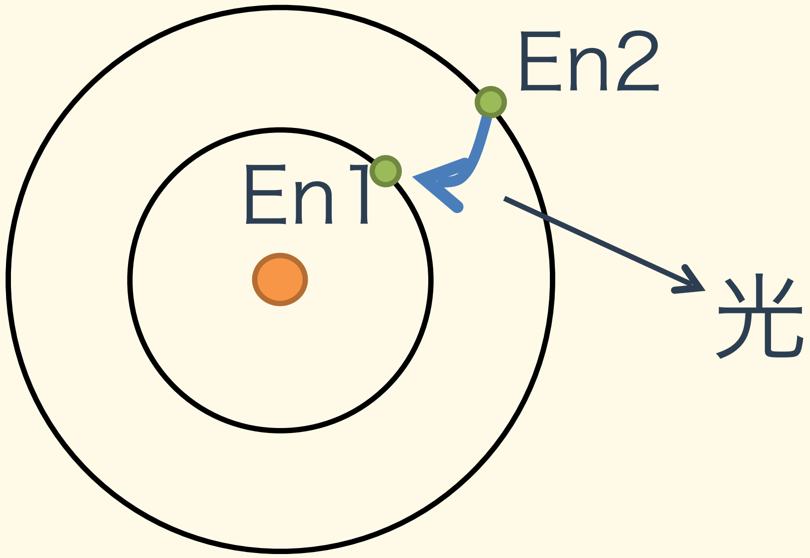
- 電子がエネルギーを貰って励起し、その電子がエネルギーの低い状態に脱励起するとき、差のエネルギーが光となる。

⬇

- そのスペクトルが不連続なら、電子の持つエネルギー状態(軌道)も不連続では

⬇

- ボーア模型

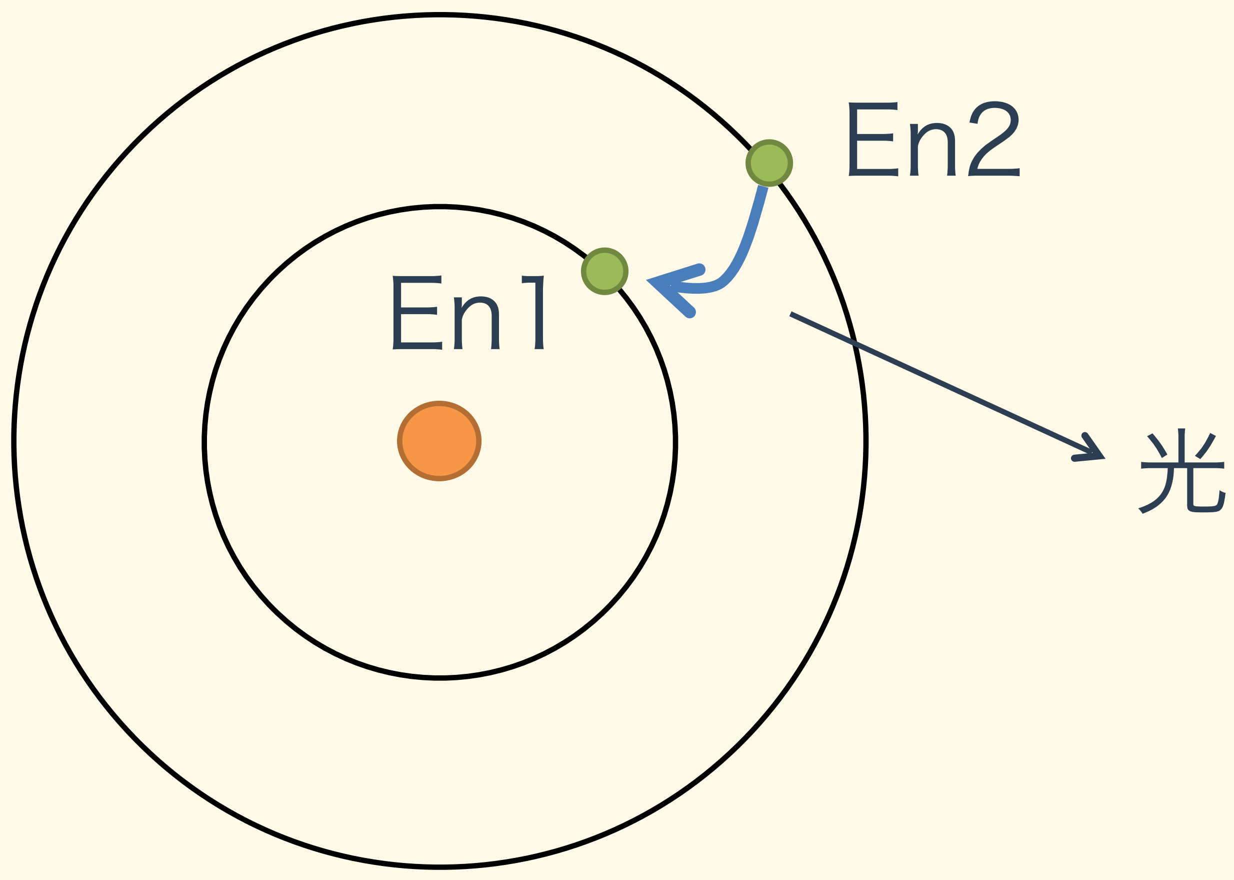


振動数条件

状態n2から状態n1へ遷移したとき、放出される光の振動数は

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

に従う。



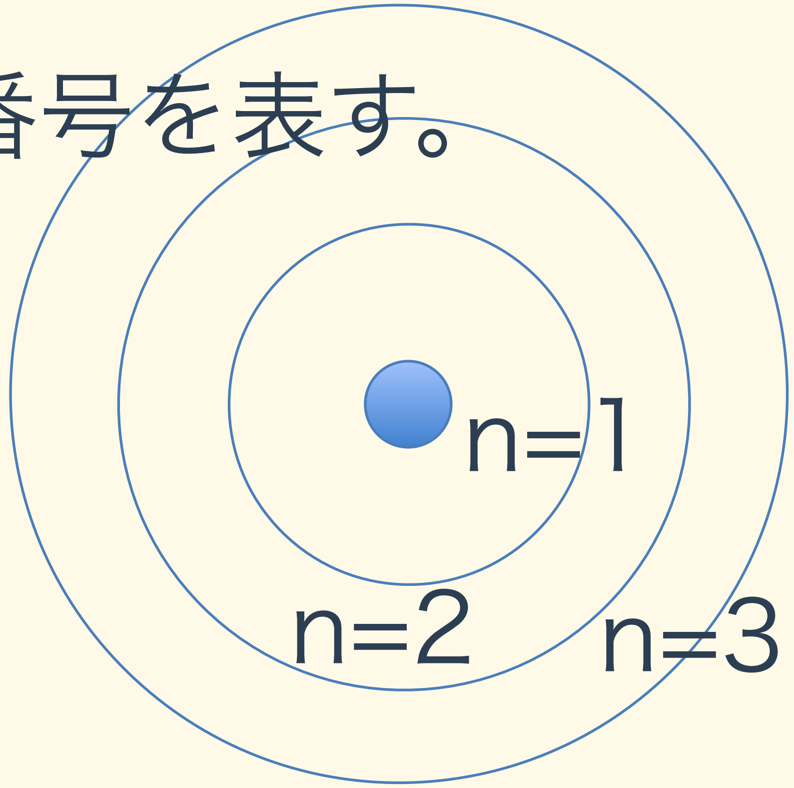
量子条件

- 電子が放出するエネルギーが不連続なら電子の運動も不連続

- 電子の運動を円運動と仮定すると

$$p \cdot 2\pi r = nh \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

nは電子のエネルギー状態(軌道)の番号を表す。



量子条件の求め方

円軌道上に物質波が定在波として存在していると考える。

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

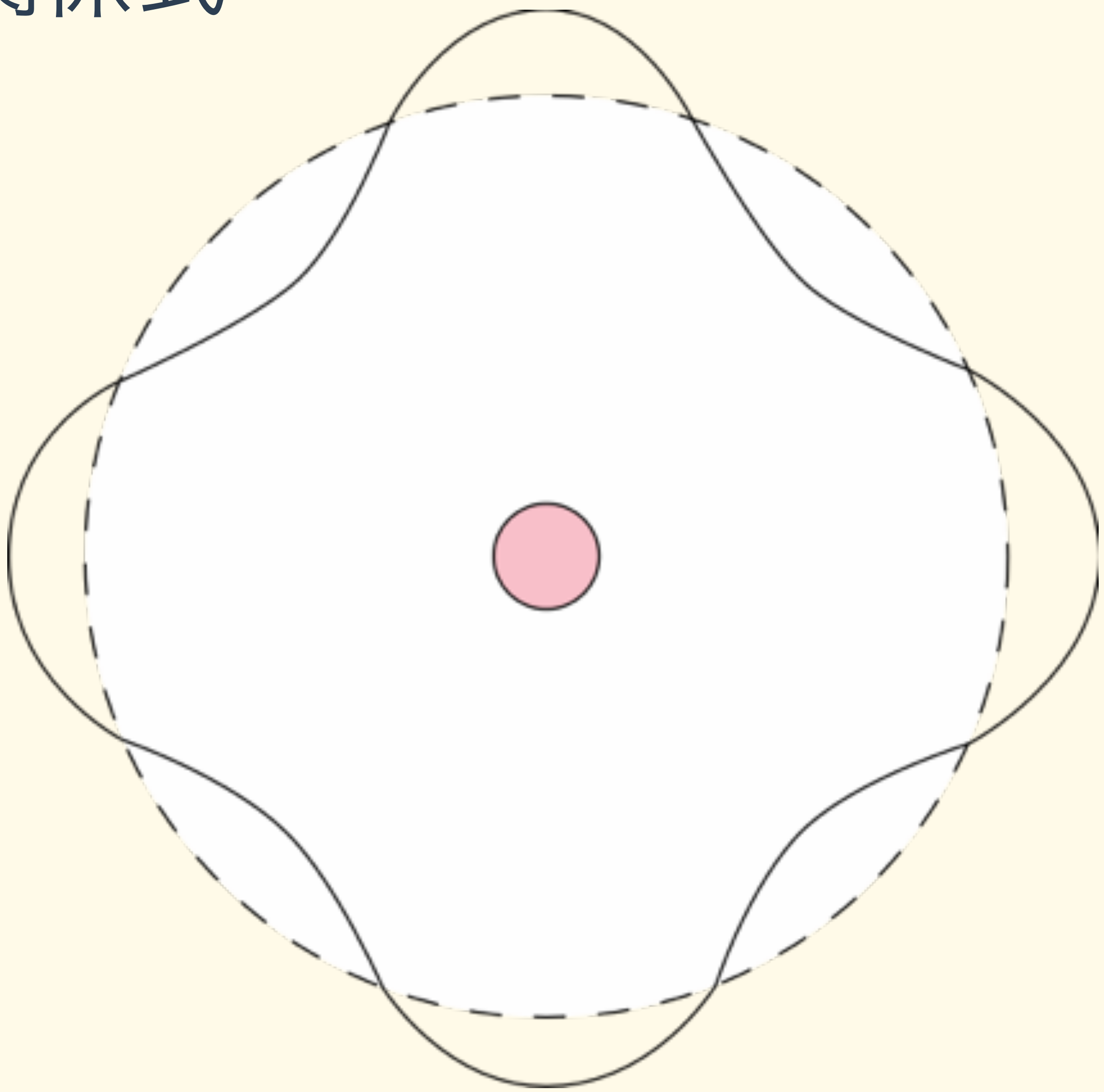
ド・ブロイの関係式

定在波なので
軌道の長さが
波長のn倍になっ
ている。

$$n\lambda = \frac{nh}{p}$$

$$2\pi r = \frac{nh}{p}$$

$$p \cdot 2\pi r = nh$$

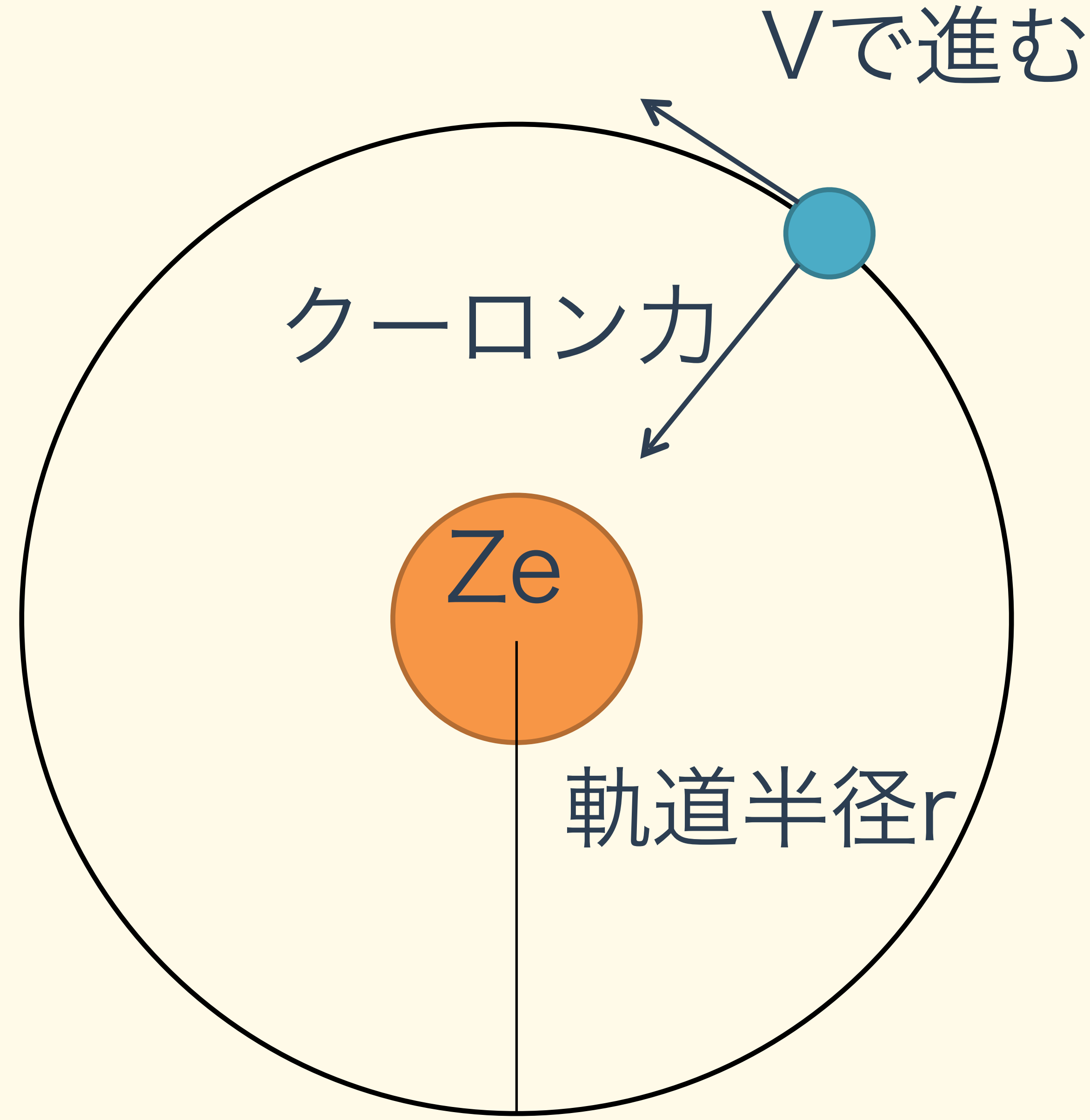


電子のエネルギー

- 電子は円運動をしている
- 円運動の向心力はクーロン力

$$\boxed{m\frac{v^2}{r}} = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2}}$$

向心力　　クーロン力



量子条件より

$$p \cdot 2\pi r = nh$$

$$mv \cdot 2\pi r = nh$$

$$v = \frac{nh}{2\pi r m}$$

先ほどの向心力とクーロン力の関係式に代入すると

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0}{Ze^2}\frac{\hbar^2 n^2}{m}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

電子のエネルギー

運動エネルギー

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}mv^2 &= \frac{r}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \\
&= \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}
\end{aligned}
$$

向心力=クーロン力の式から

クーロン力によるポテンシャルエネルギー

$$
\begin{aligned}
U = -eV &= -e\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze}{r} \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}
\end{aligned}
$$

電子が持つエネルギーは、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを足したものなので

$$E = (\frac{1}{8\pi\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0})\frac{Ze^2}{r}$$

これに量子条件から求めたrを代入すると

$$E_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{Z^2e^4m}{\hbar^2n^2}$$

電子が状態n2から状態n1に遷移したとすると

$$E_{n_2\to n_1} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{Z^2e^4m}{\hbar^2}\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}\right)$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{Z^2e^4m}{\hbar^2}}\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

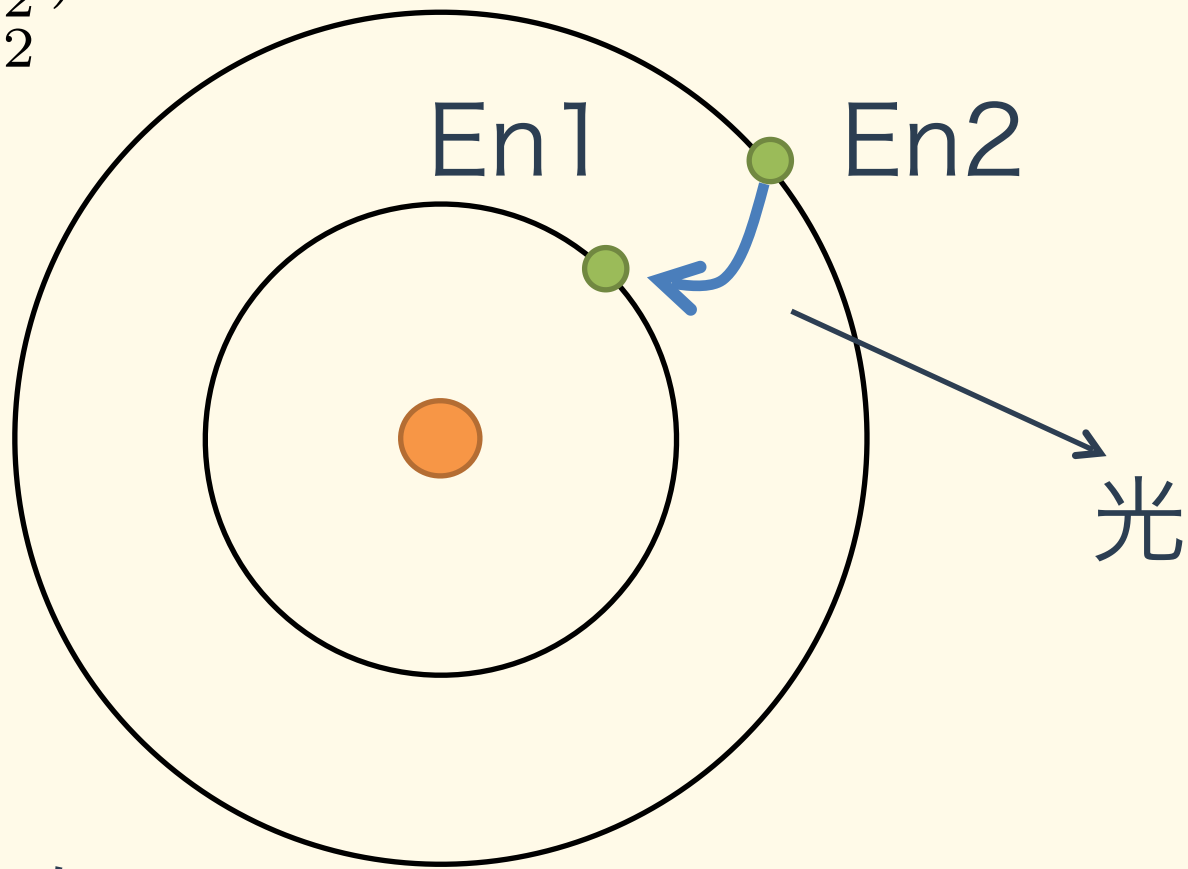
Aとおくと

$$h\nu = A\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$h\frac{c}{\lambda} = \left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

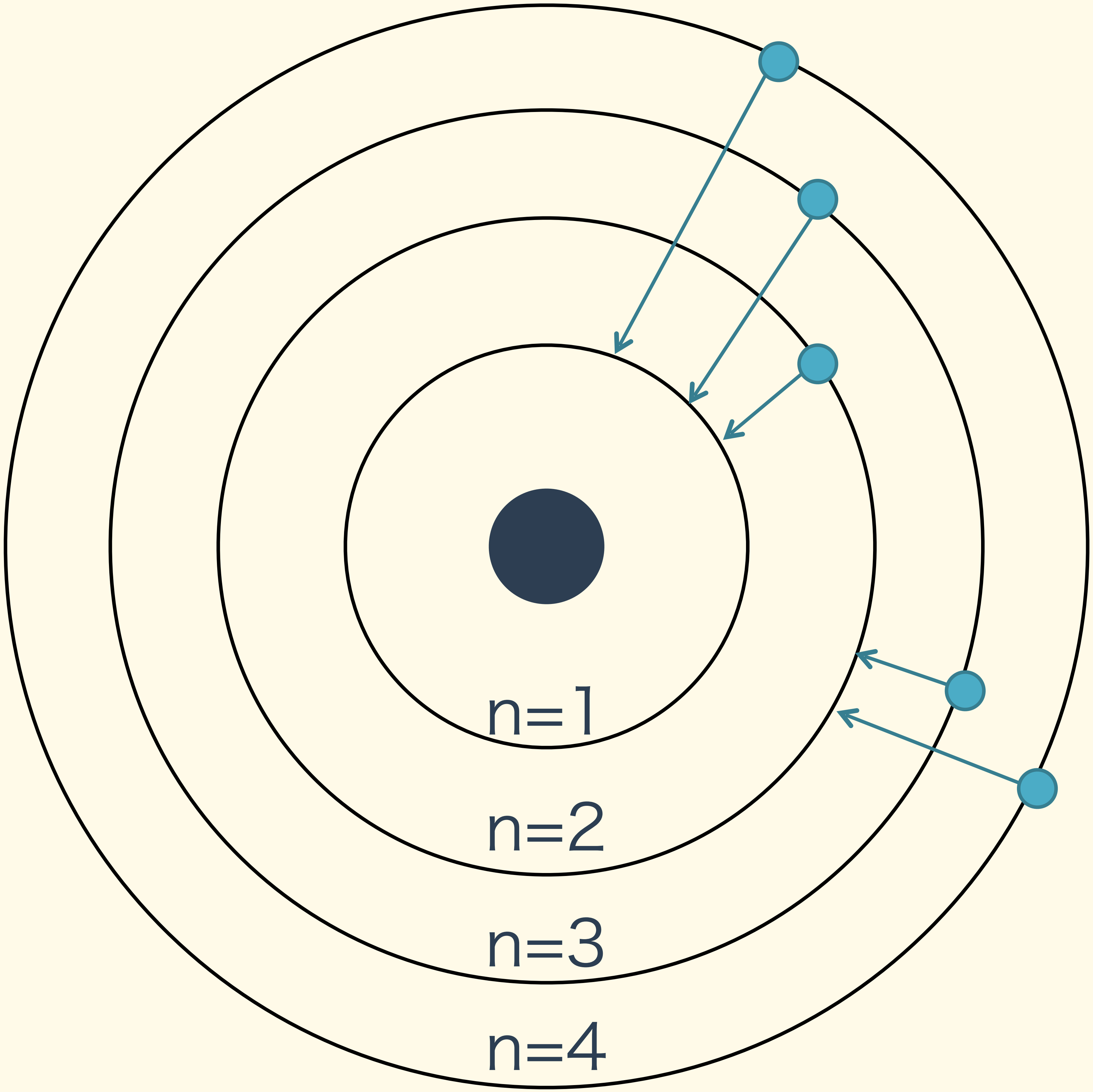
$$\frac{1}{\lambda} = \boxed{\frac{A}{hc}}\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

リュードベリ定数と一致



仮説から求めた数値が観測値と合うことで、仮説がおそらく正しいということが示せる。

エネルギーとスペクトル列



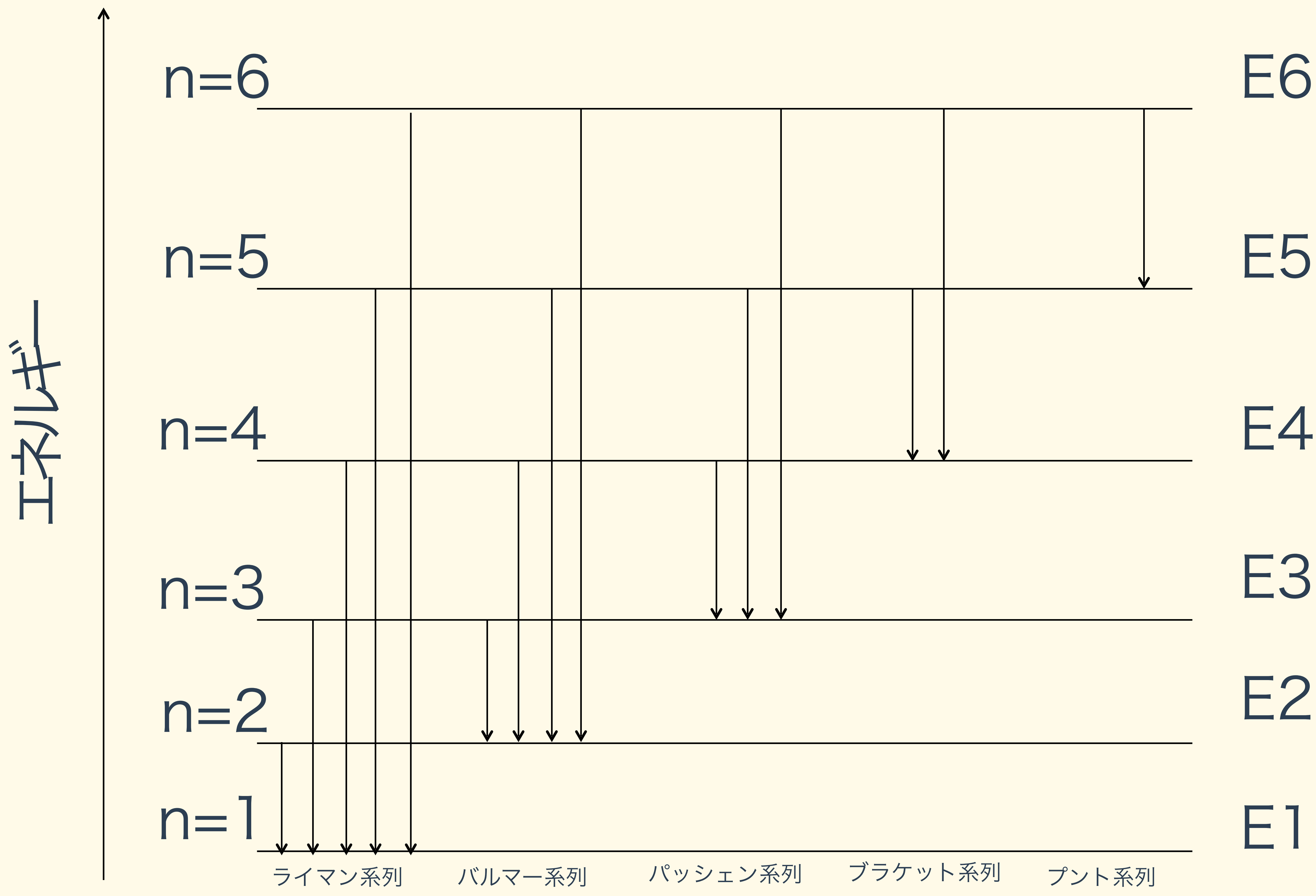
n=1の状態に脱励起したとき、ライマン系列が生じる。

N=2の状態に脱励起したとき、バルマー系列が生じる。

励起と脱励起

- 電子のエネルギーはnに依存
- エネルギーは飛び飛びの値を取る
- n=1の時、最もエネルギーが低い
  - 基底状態という
- エネルギーを得てエネルギの高い状態になることを励起という。
- 逆にエネルギーを放出し、エネルギーの低い状態になることを脱励起という。

エネルギー準位



エネルギーが順番に離散的に並んでいる（エネルギー準位）

放出される光

放出される光の波長は、電子がどのエネルギー準位からどのエネルギー準位へ移動したかで決まる。