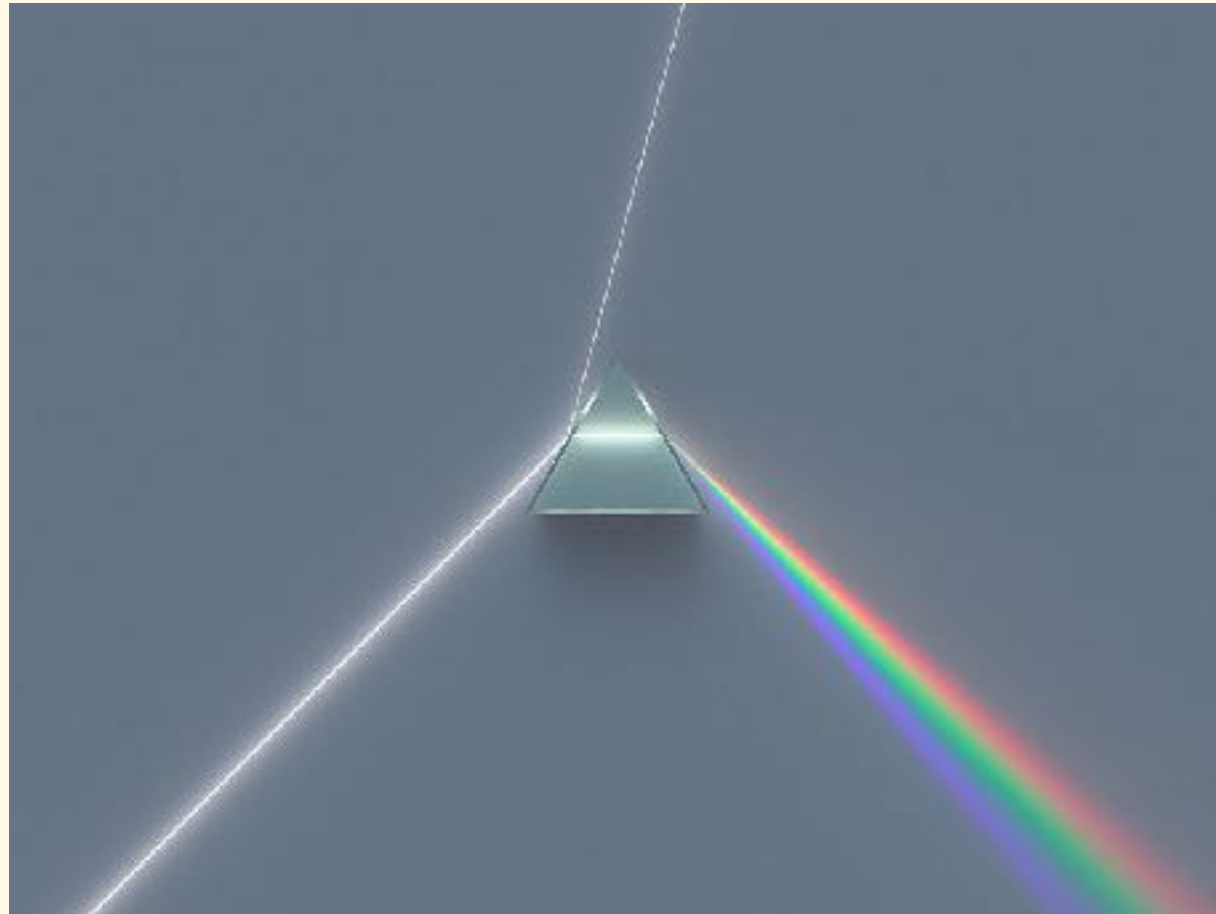


電子工学04

線スペクトルとボーア模型

ver. 20151022

光のスペクトル

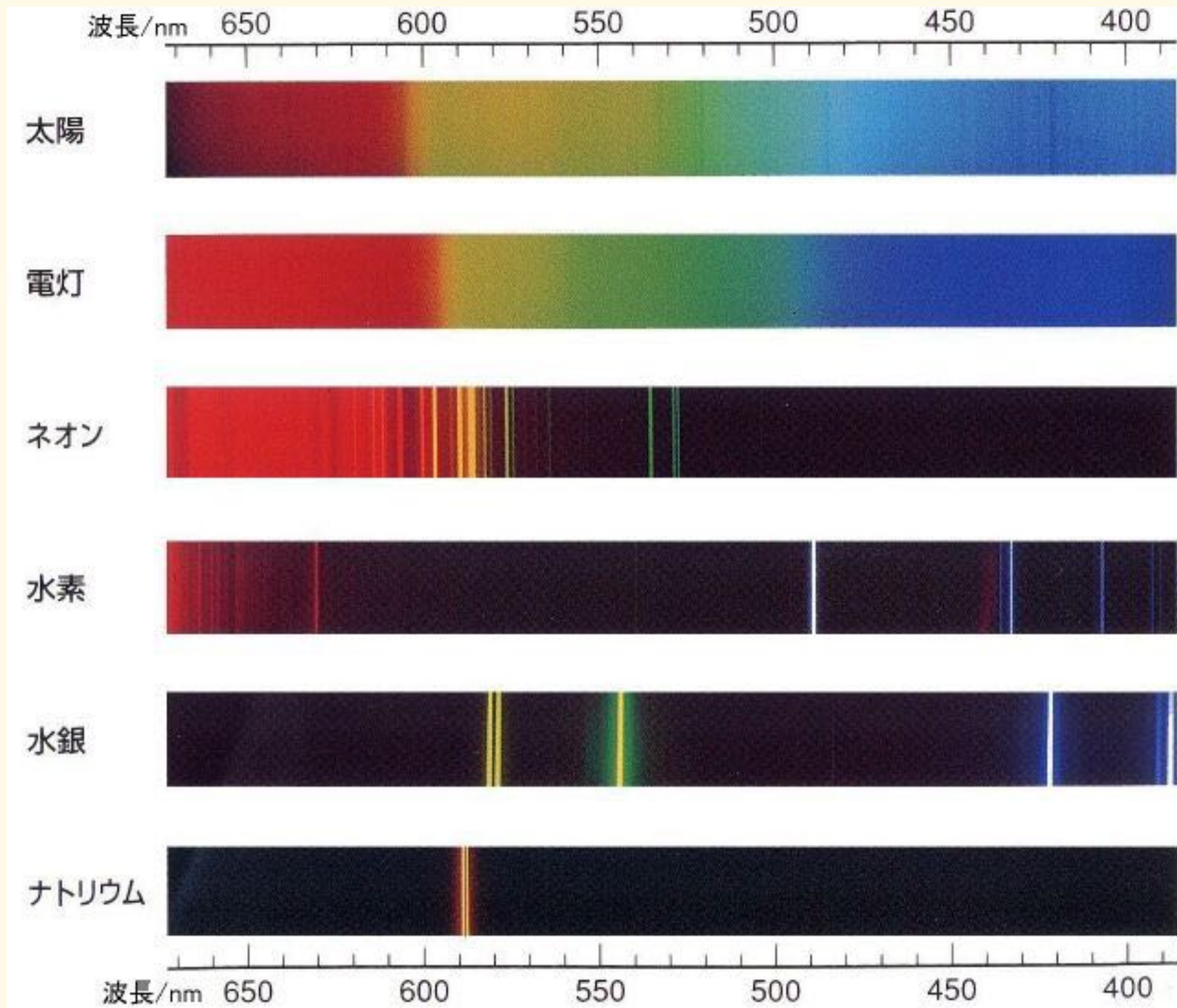


入射光（様々な振動数の光で構成される）

入射光が振動数ごとに分解される

スペクトルを見ることで、入射光にどのような光が入っているかがわかる。（白い光はすべての色を含んだ光）

様々なスペクトル



なぜ光を分解できるのか

- ・ 光はプリズムに入射すると屈折する。
- ・ 光は色によって屈折率が異なる。
- ・ 屈折率が異なるので振動数によって光が出る場所が異なる。

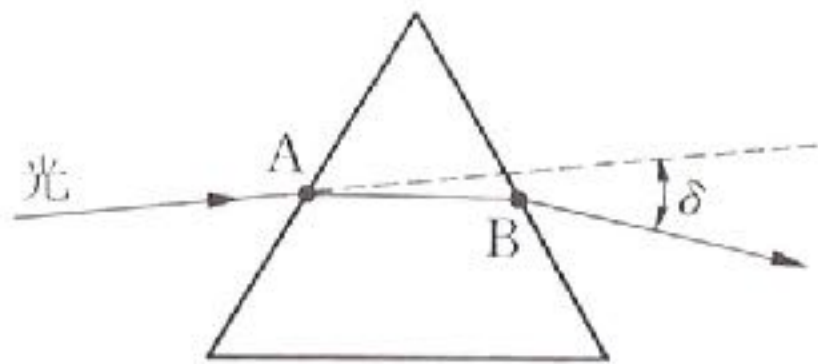


図 2.4 屈折による振れの角

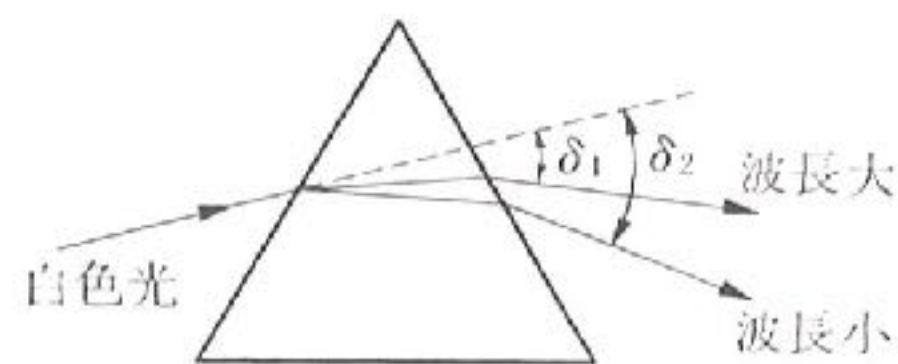
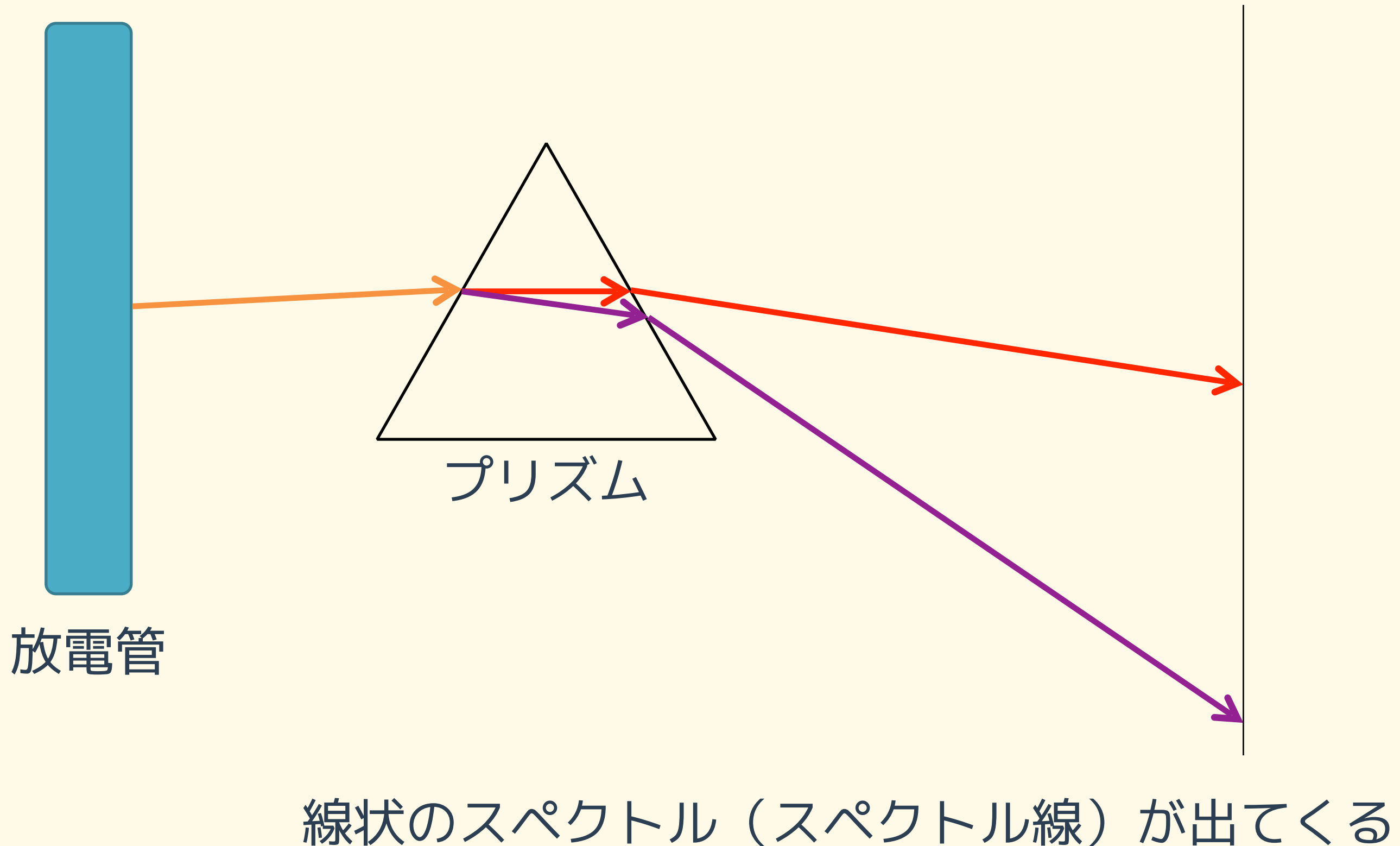


図 2.5 プリズムによる分光

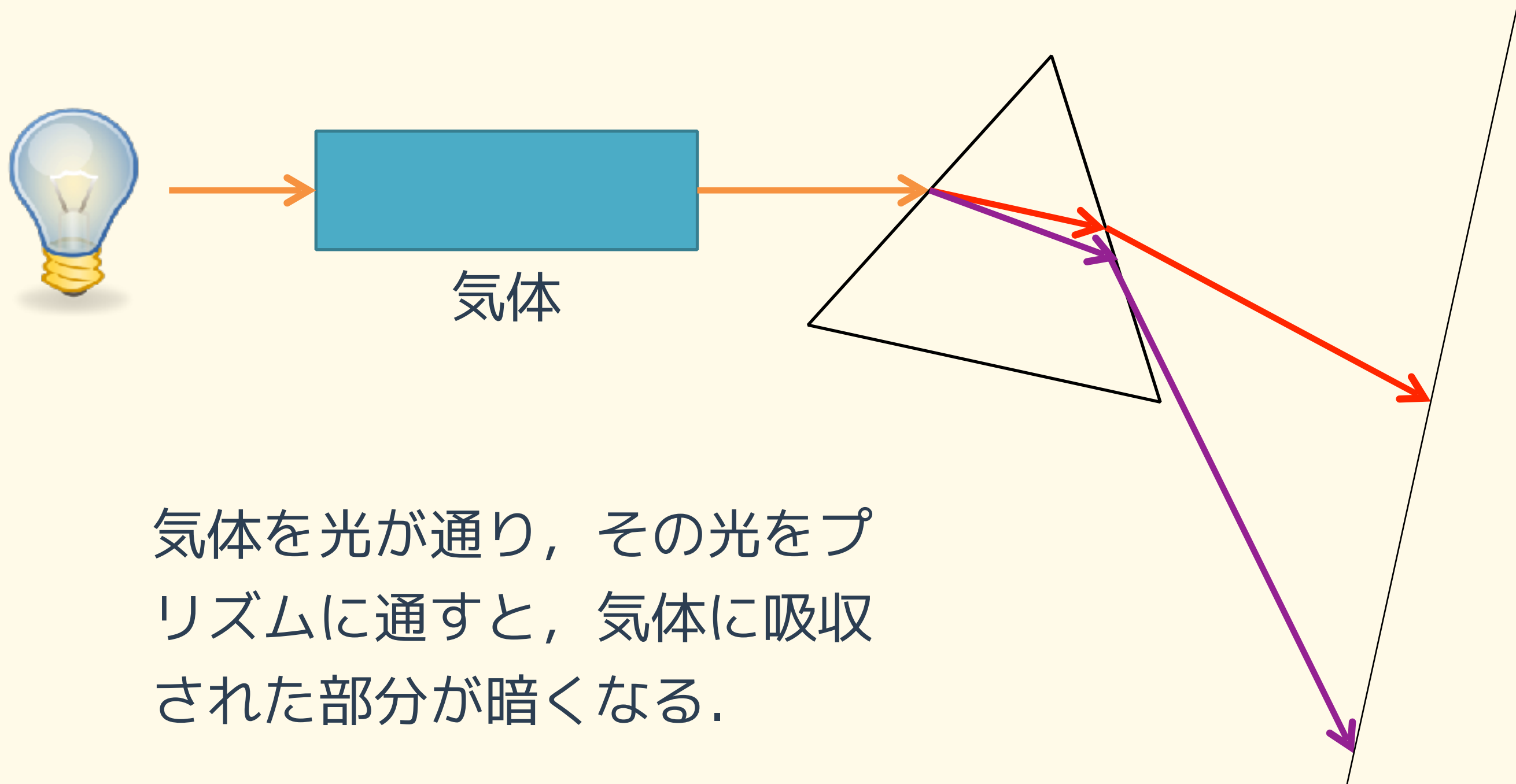
(中澤, 藤原 電子工学)

(なぜ屈折するかは自分で調べる. 最小作用の原理)

水素原子のスペクトル



吸収スペクトル

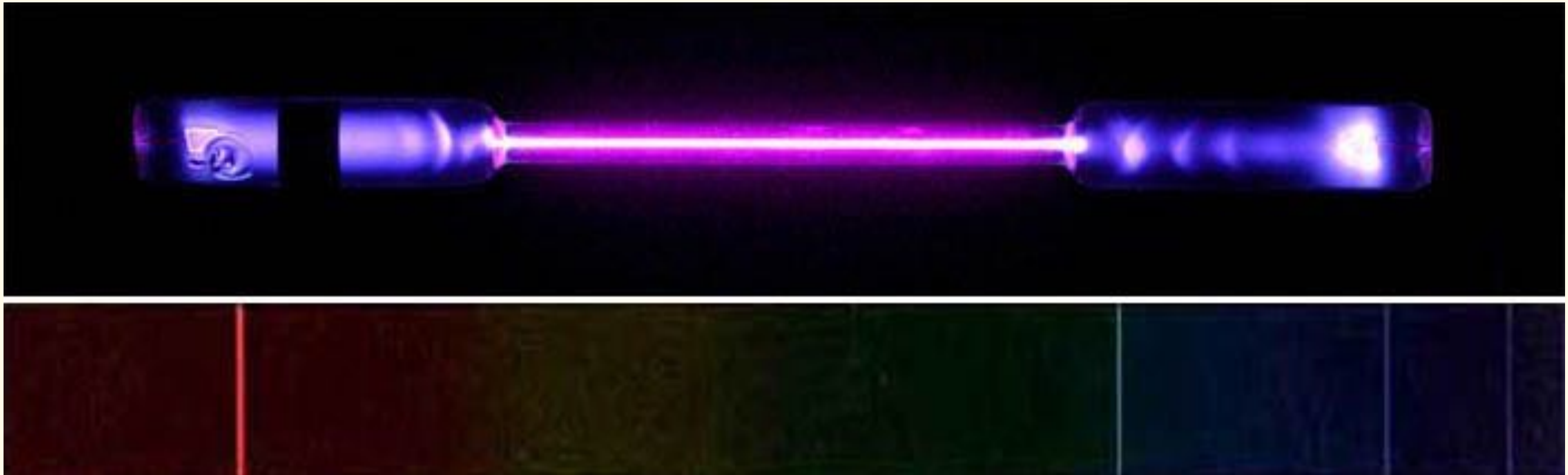


スペクトルの役割

- ▶ 光をスペクトルに通すことで、光にどのような周波数成分があるかわかる。
- ▶ 応用例
 - ▶ 宇宙の膨張速度の算出
 - ▶ 吸光スペクトルによる物質の解析

水素のスペクトル

水素放電管



放電管から出た光のスペクトル

水素が光るとき

- 水素にエネルギーを与える
 - 熱する
 - 電子をぶつける



- 光を発する



- その光は不連続なスペクトルを持つ
 - 線スペクトル

水素のスペクトル

- ・ 1884年 バルマーが水素原子のスペクトルの規則性を発見（可視領域）



$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} B \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

$$B = 3.646 \times 10^{-7} \text{ m}$$

逆数をとってみよう

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} B \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

$$R = \frac{2^2}{B} \quad \text{とおくと}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{array}{l} R: \text{リュードベリ定数} \\ R = 1.1 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \end{array}$$

様々な系列

バルマーの発見した線スペクトルは可視領域以外でも見られる

系列	年		λ_{∞} (m)
ライマン系列	1900	遠紫外線	9.114×10^{-8}
バルマー系列	1884	可視光線	3.646×10^{-7}
パッシェン系列	1908	近赤外線	8.203×10^{-7}
ブラケット系列	1922	近赤外線	1.458×10^{-6}
プント（フント）系列	1904	近赤外線	2.279×10^{-6}

バルマー系列で成り立つ式を一般化してみる

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

m=1	ライマン系列
m=2	バルマー系列
m=3	パッシェン系列
m=4	ブラケット系列
m=5	プント系列

エネルギーとの関係

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

に $\lambda = c/\nu$ を代入すると

$$\frac{\nu}{c} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

両辺に hc をかけると

$$h\nu = hcR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$E = h\nu$ より

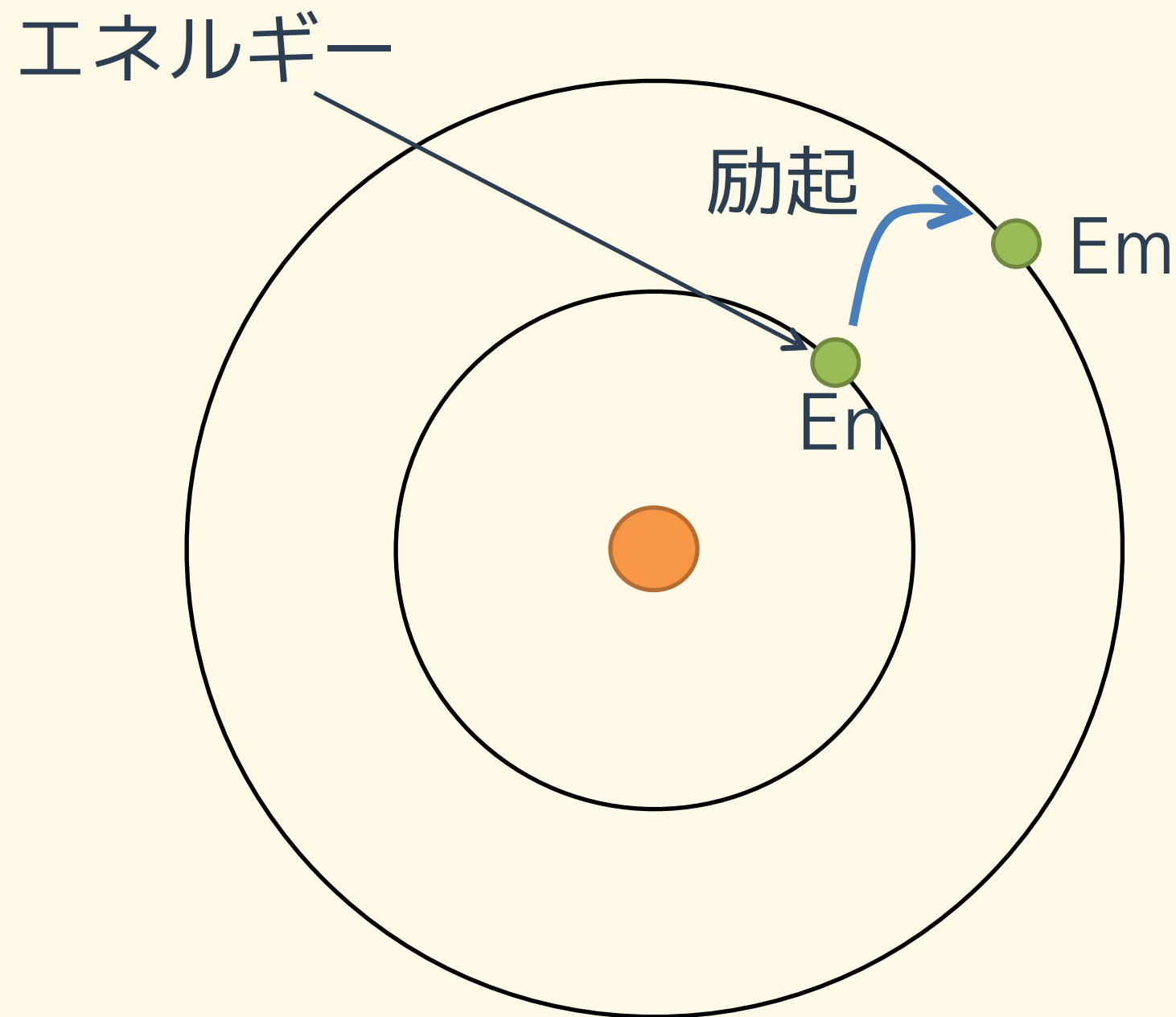
$$E = hcR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{hcR}{m^2} = E_m, \quad \frac{hcR}{n^2} = E_n \quad \text{とおくと}$$

$$h\nu = E = E_m - E_n$$

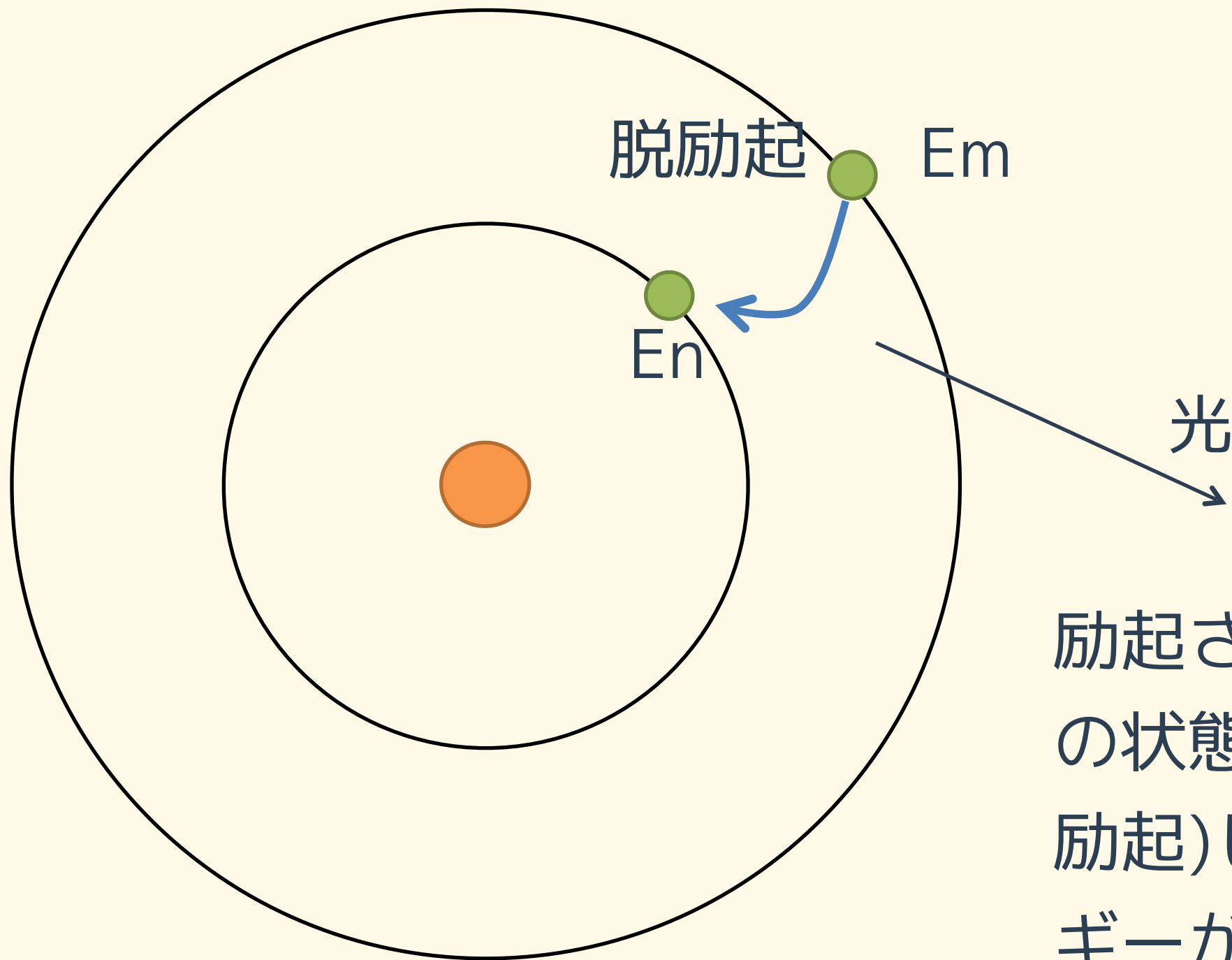
出てくる光のエネルギーはエネルギー状態 m から n を引いたもの？

なぜ水素から光が出るのか



エネルギーを受けた電子はエネルギーの高い状態になる(励起という).

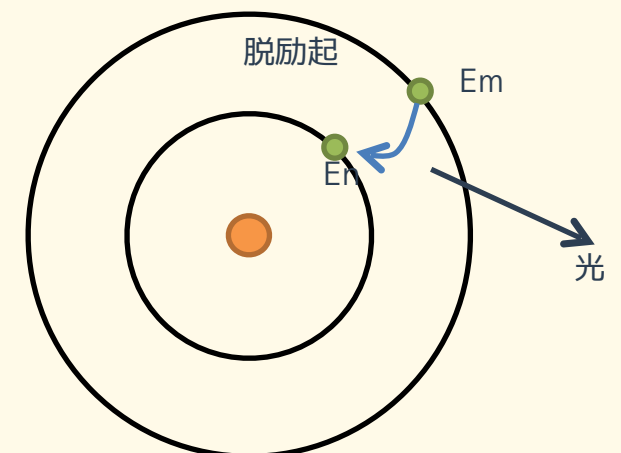
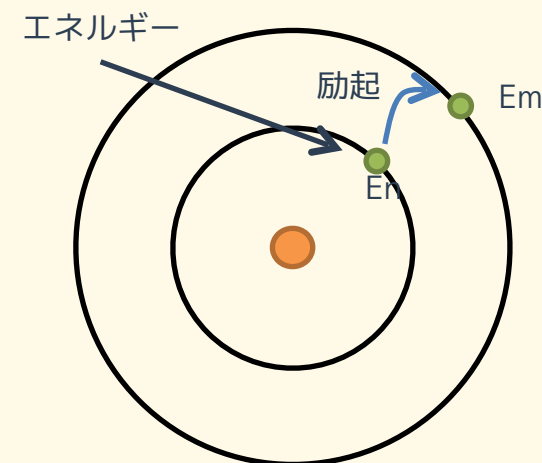
なぜ水素が光が出るのか



励起された電子が、元の状態に戻るとき(脱励起)した時、エネルギーが減った分が光として放出される。

問題

- ▶ なぜスペクトルはなぜ飛び飛びなのか？
- ▶ なぜ放出される光のエネルギーは離散的なのか(量子化されているのか)
- ▶ 電子の持つエネルギーは量子化されているのではないか？
- ▶ 電子の軌道半径は連続的ではないのではないか？



ボーア模型(1913年)

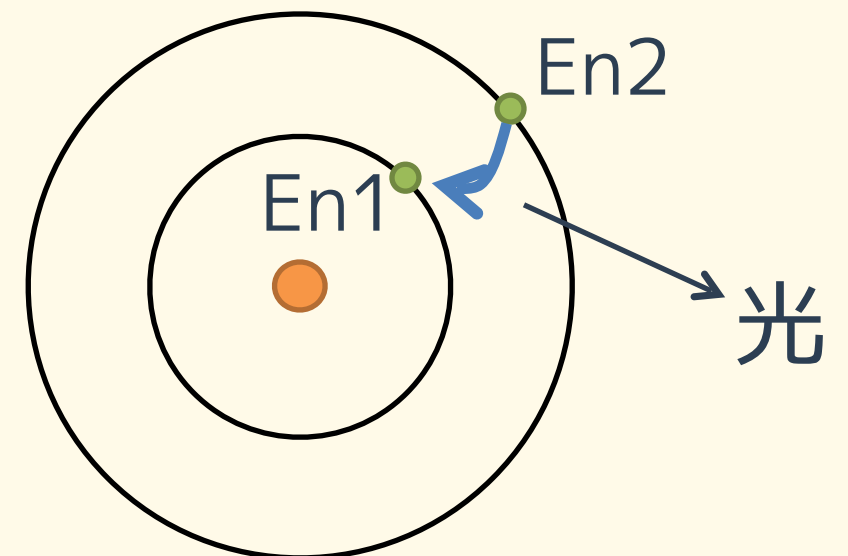
- 電子がエネルギーを貰って励起し、その電子がエネルギーの低い状態に脱励起するとき、差のエネルギーが光となる。



- そのスペクトルが不連続なら、電子の持つエネルギー状態(軌道)も不連続では



- ボーア模型

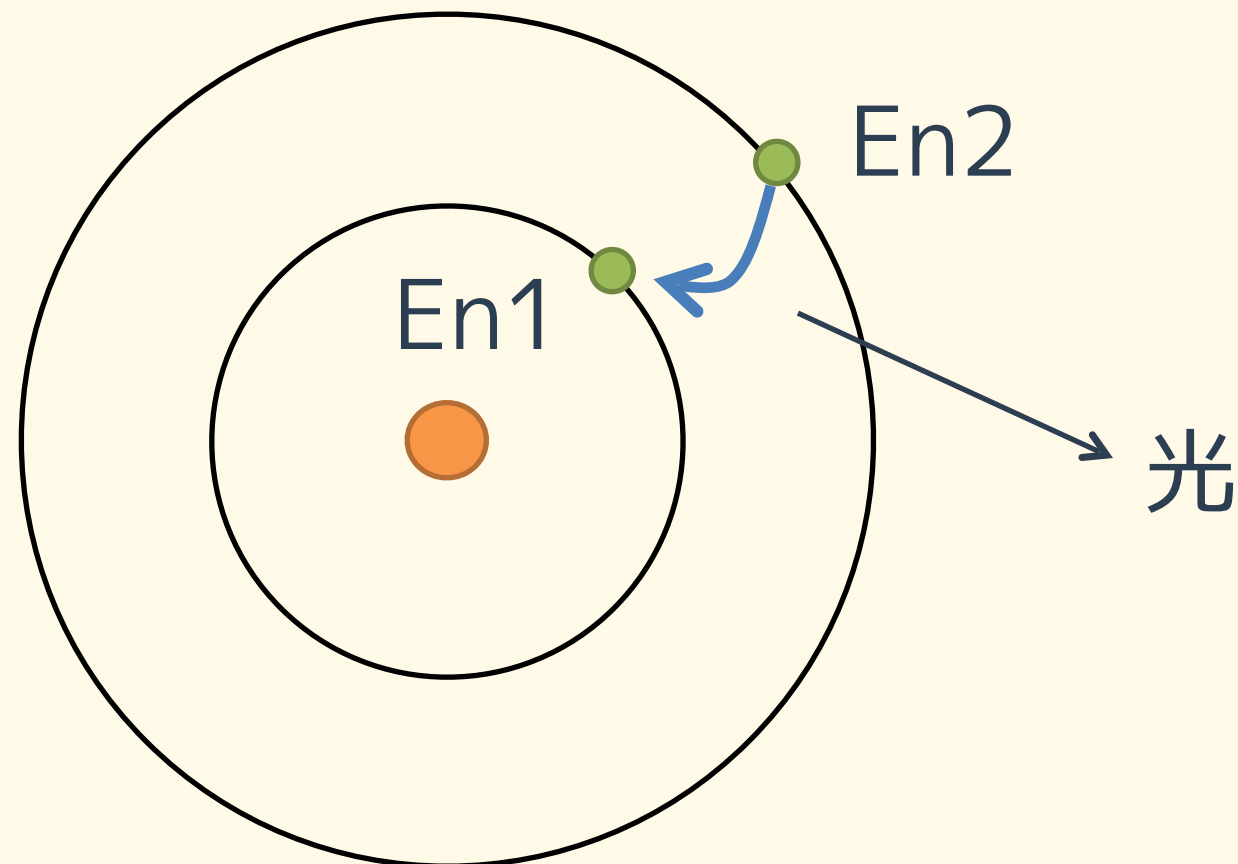


振動数条件

状態 n_2 から状態 n_1 へ遷移したとき，放出される光の振動数は

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

に従う．

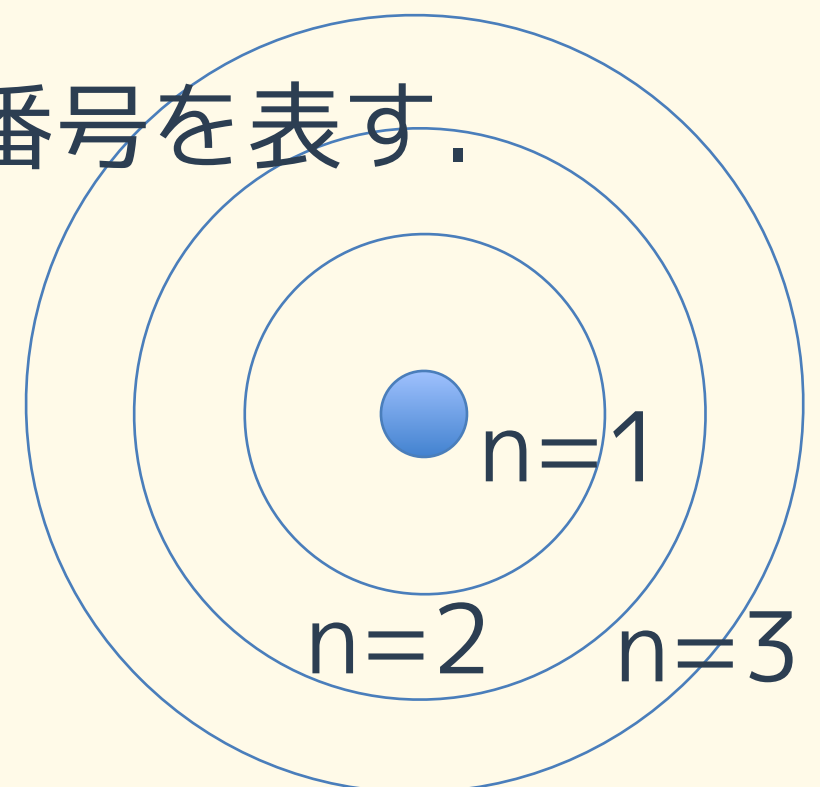


量子条件

- ・ 電子が放出するエネルギーが不連続なら電子の運動も不連続
- ・ 電子の運動を円運動と仮定すると

$$p \cdot 2\pi r = nh \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

n は電子のエネルギー状態(軌道)の番号を表す。



量子条件の求め方

円軌道上に物質波が定在波として存在していると考える.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

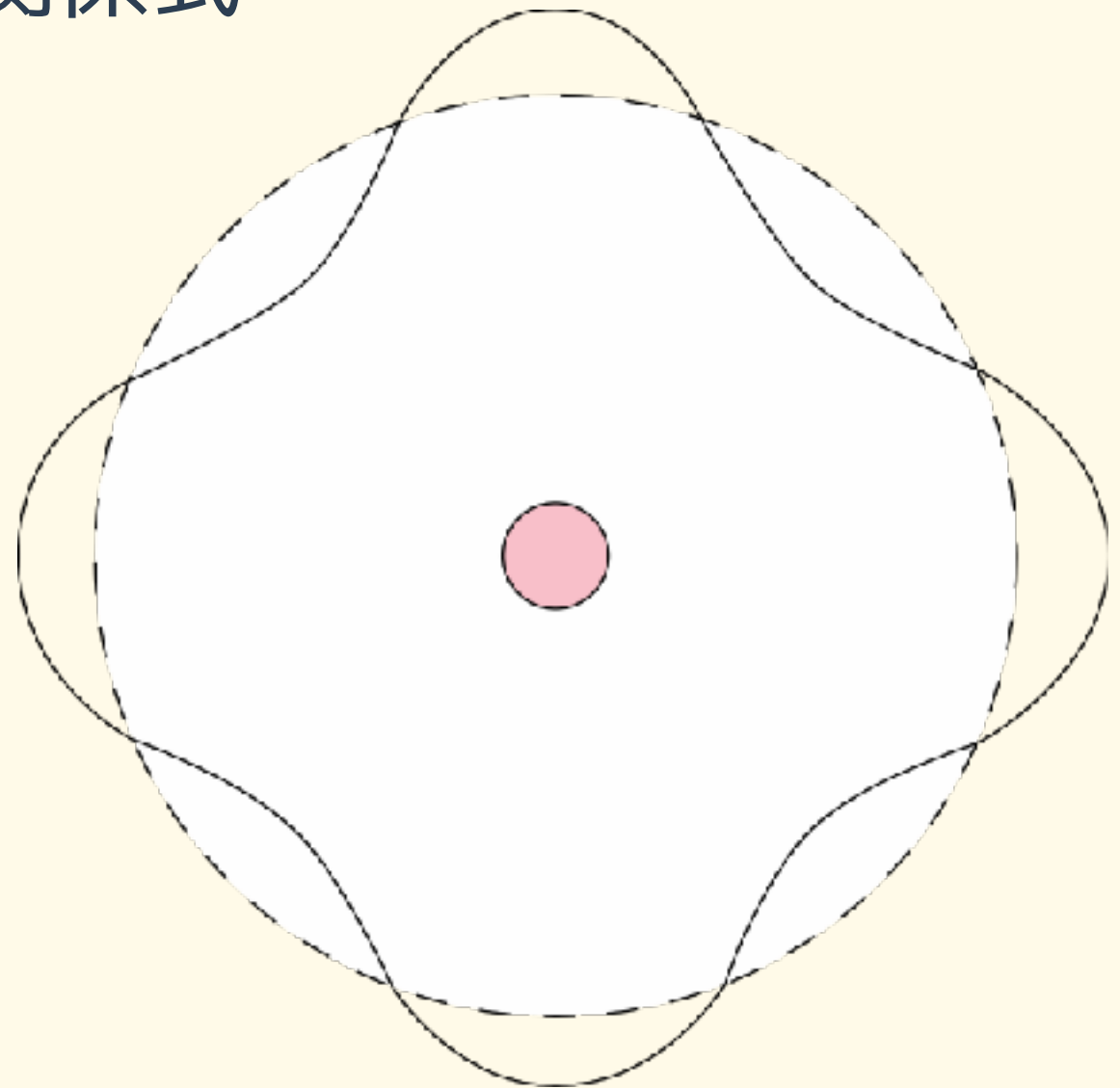
ド・ブロイの関係式

$$n\lambda = \frac{nh}{p}$$

定在波なので
軌道の長さが
波長のn倍に
なっている.

$$2\pi r = \frac{nh}{p}$$

$$p \cdot 2\pi r = nh$$

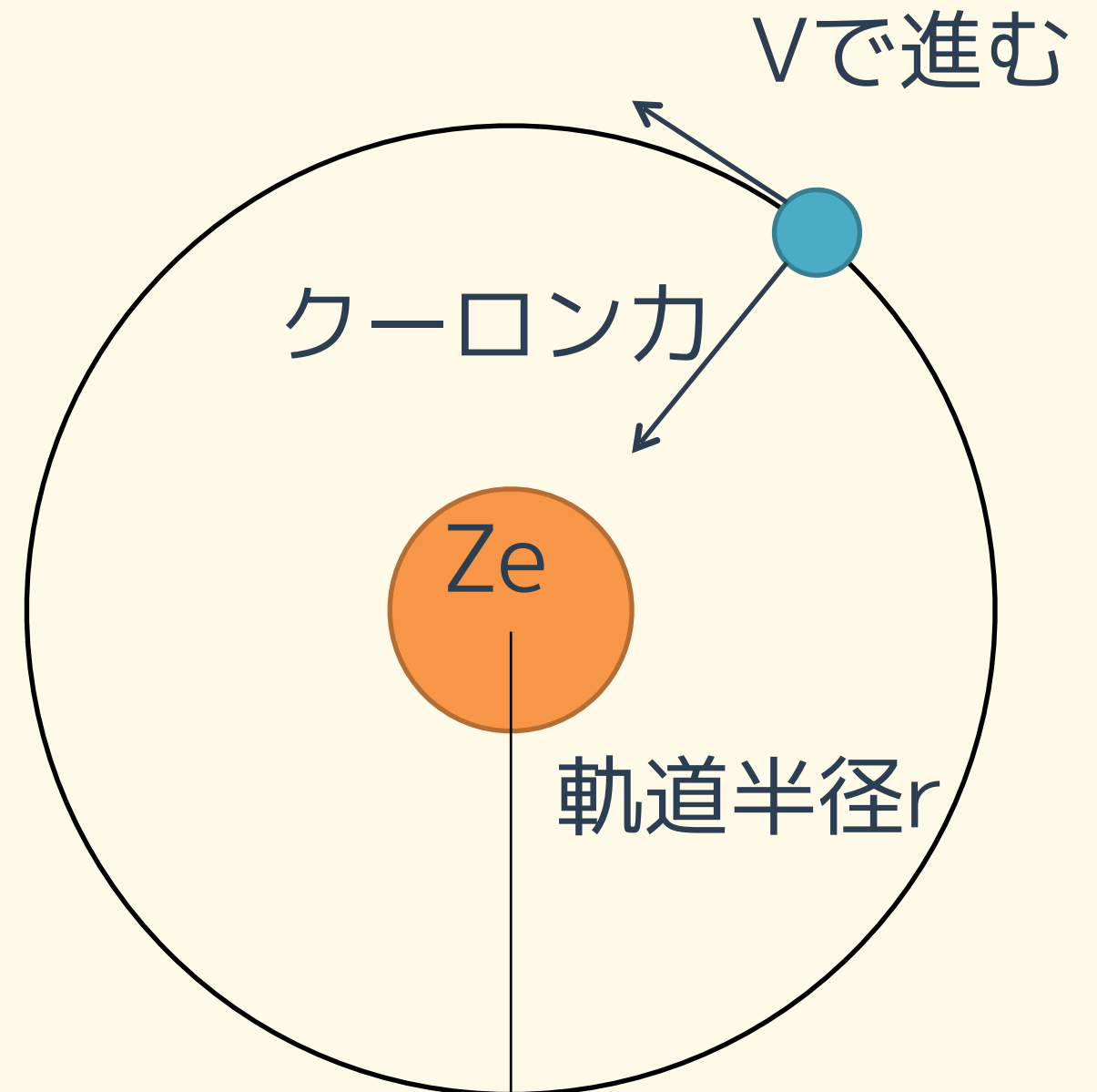


電子のエネルギー

- ・ 電子は円運動をしている
- ・ 円運動の向心力はクーロン力

$$\boxed{m \frac{v^2}{r}} = \boxed{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}}$$

向心力 クーロン力



量子条件より

$$p \cdot 2\pi r = nh$$

$$mv \cdot 2\pi r = nh$$

$$v = \frac{nh}{2\pi rm}$$

先ほどの向心力とクーロン力の関係式に代入すると

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0}{Ze^2} \frac{\hbar^2 n^2}{m}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

電子のエネルギー

運動エネルギー

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv^2 &= \frac{r}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \\ &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}\end{aligned}$$

向心力=クーロン力の式から

クーロン力によるポテンシャルエネルギー

$$\begin{aligned}U &= -eV = -e \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}\end{aligned}$$

電子が持つエネルギーは，運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを足したものである

$$E = \left(\frac{1}{8\pi\epsilon_0} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{Ze^2}{r}$$

これに量子条件から求めた r を代入すると

$$E_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2 n^2}$$

電子が状態 n_2 から状態 n_1 に遷移したとすると

$$E_{n_2 \rightarrow n_1} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$
$$= \boxed{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2}} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

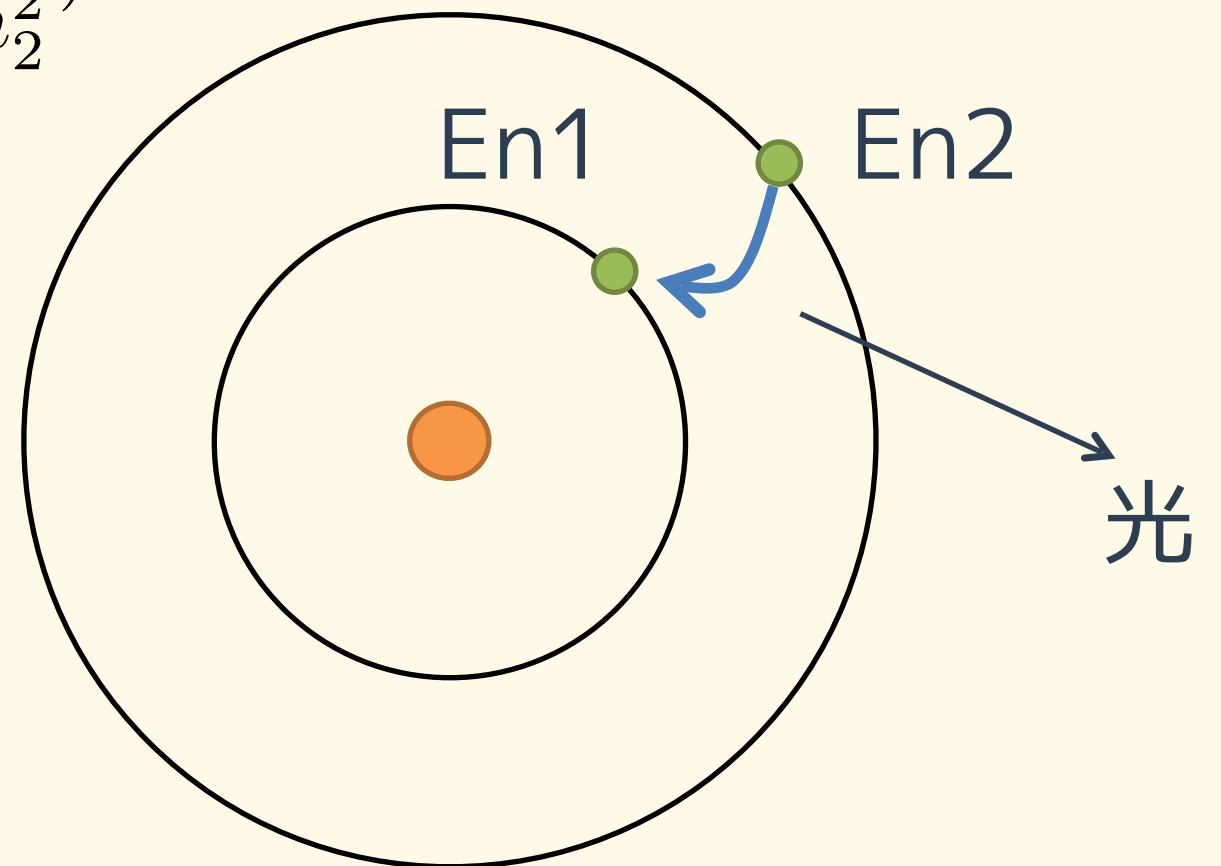
Aとおくと

$$h\nu = A \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$h \frac{c}{\lambda} = \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

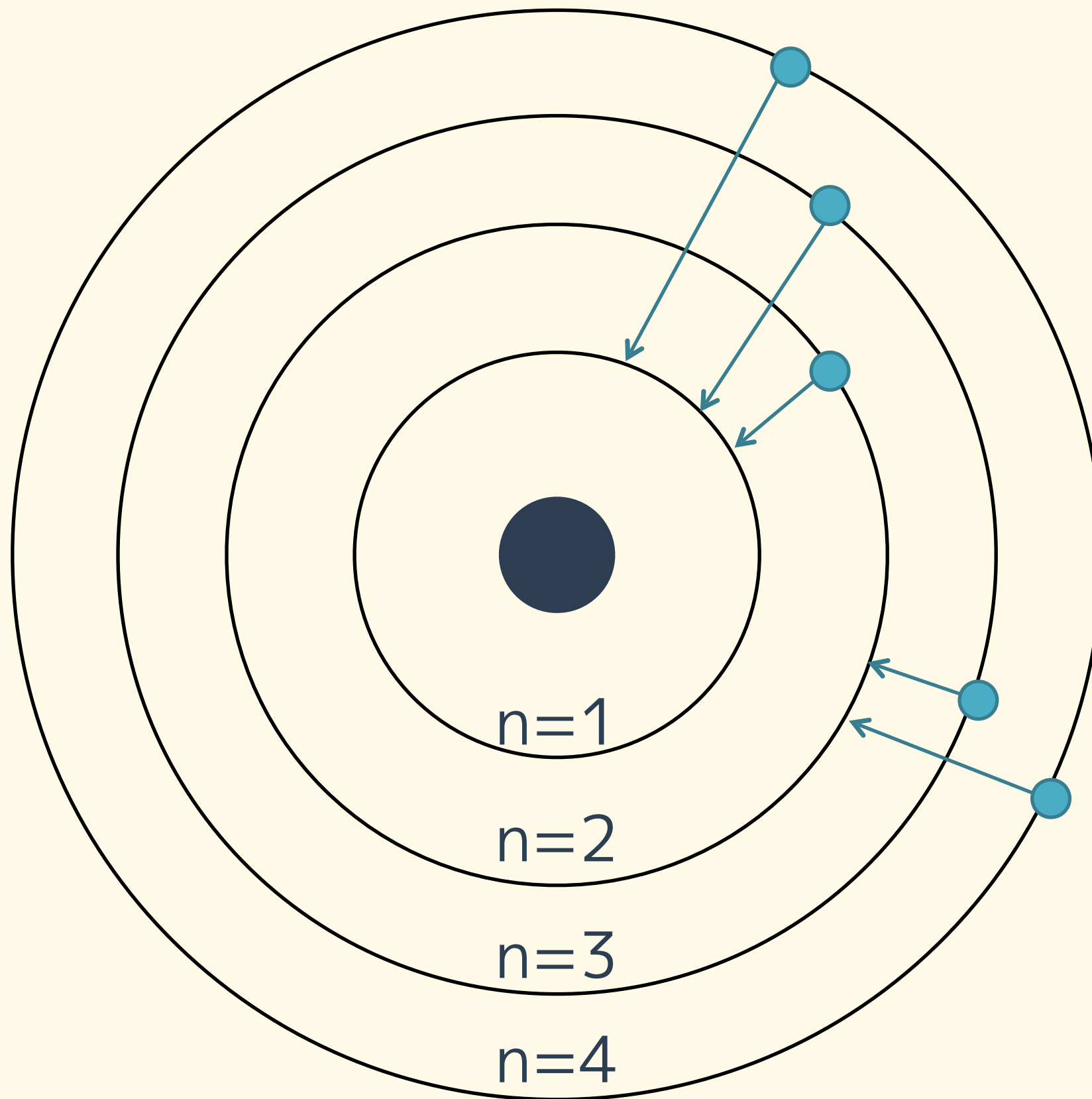
$$\frac{1}{\lambda} = \boxed{\frac{A}{hc}} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

リュードベリ定数と一致



仮説から求めた数値が観測値と合うことで、仮説がおそらく正しいということが示せる。

エネルギーとスペクトル列



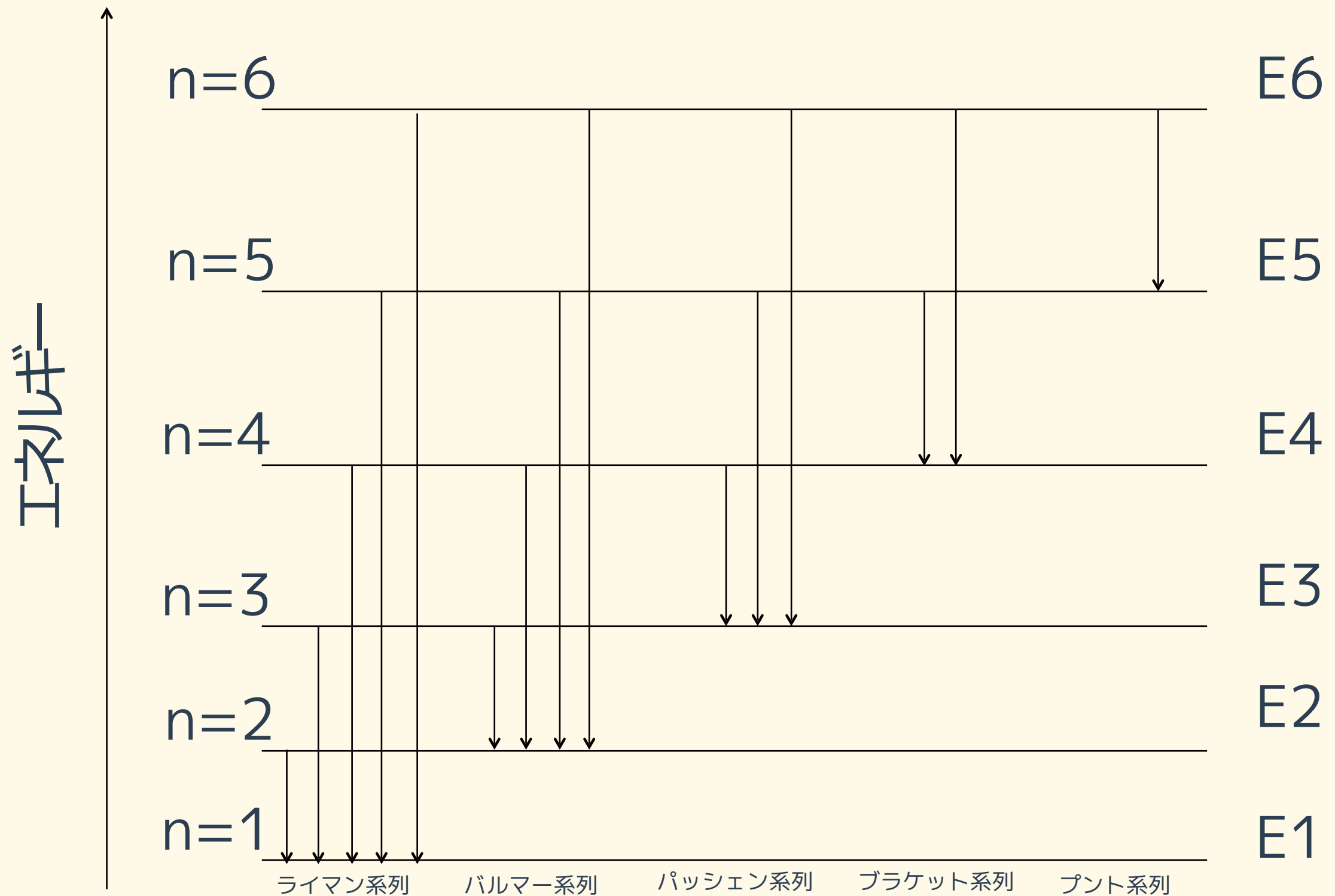
$n=1$ の状態に脱励起したとき、ライマン系列が生じる。

$N=2$ の状態に脱励起したとき、バルマー系列が生じる。

励起と脱励起

- ▶ 電子のエネルギーは n に依存
- ▶ エネルギーは飛び飛びの値を取る
- ▶ $n=1$ の時, 最もエネルギーが低い
 - ▶ 基底状態という
- ▶ エネルギーを得てエネルギーの高い状態になることを励起という.
- ▶ 逆にエネルギーを放出し, エネルギーの低い状態になることを脱励起という.

エネルギー準位



エネルギーが順番に離散的に並んでいる（エネルギー準位）

放出される光

放出される光の波長は、電子がどのエネルギー準位からどのエネルギー準位へ移動したかで決まる。