情報処理工学 第６回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

論理回路

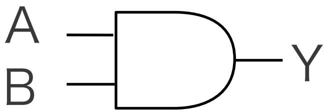
論理回路

- 論理演算を回路で表したものを論理回路とよぶ.
- コンピュータは論理回路により様々な処理を実現している.

- 論理回路を構成する素子のことを論理素子と言う.
- 論理回路は1と0を扱う．1と0はそれぞれ真と偽，T (True)とF (False)，もしくはH (High)とL(Low)と呼ばれることもある.

■ 論理素子

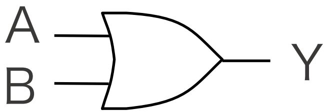
- 論理積（AND），論理和（OR），否定（NOT），排他的論理和（XOR）それぞれに対応した論理回路を構成する素子がある.



ANDゲート

$$A \cdot B = Y$$

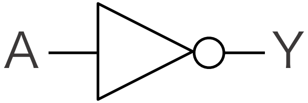
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



ORゲート

$$A + B = Y$$

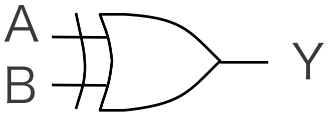
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



NOTゲート

$$\overline{A} = Y$$

A	Y
0	1
1	0



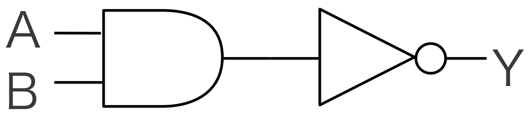
XORゲート

$$A \oplus B = Y$$

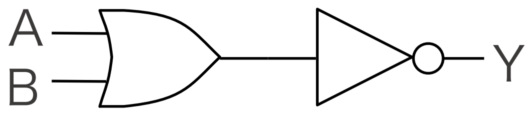
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND回路，NOR回路

- 論理積の否定および論理和の否定を出力する回路を，それぞれNAND回路，NOR回路と呼ぶ.

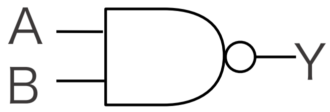


NANDゲート

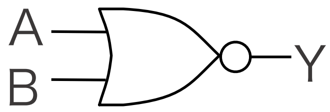


NORゲート

- NOT回路の三角の部分は省略できるので，それぞれの回路は次のように描くことができる,



NANDゲート



NORゲート

論理式から論理回路へ

論理式から論理回路を作る

- 論理式で用いる論理演算に対応する論理素子がそれぞれあるので，論理式は論理回路に変換することができる．

例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

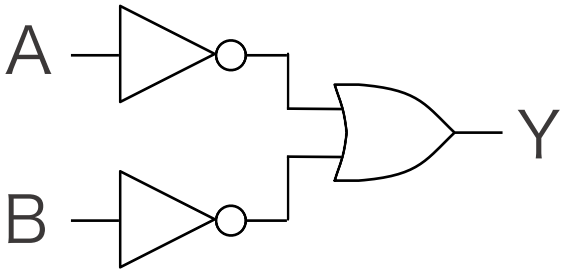
$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

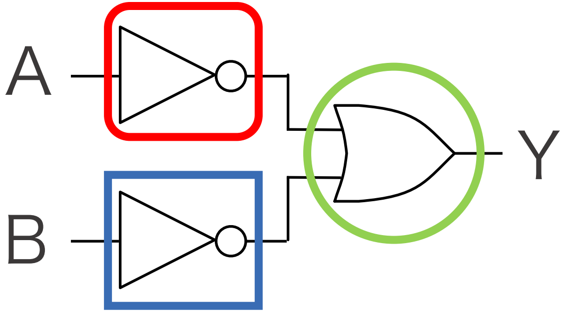


例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \boxed{\overline{A}} + \boxed{\overline{B}}$$

$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

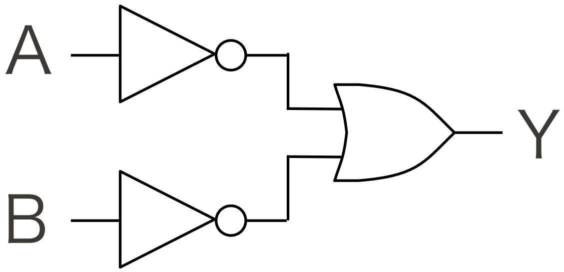


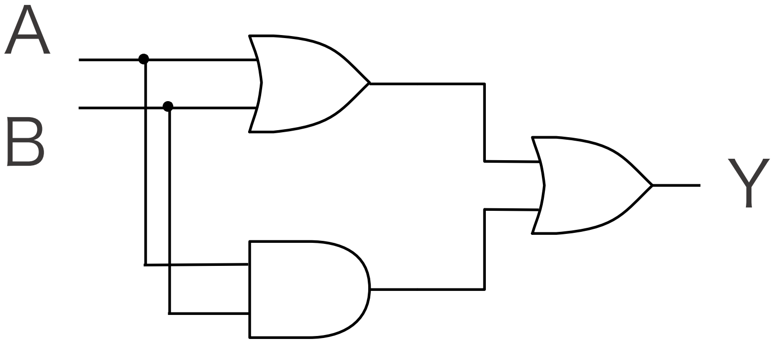
例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

$$Y = (A + B) + A \cdot B$$





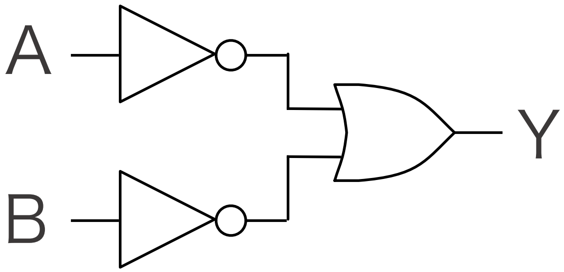
注意：線が接続している部分は黒丸で描く.

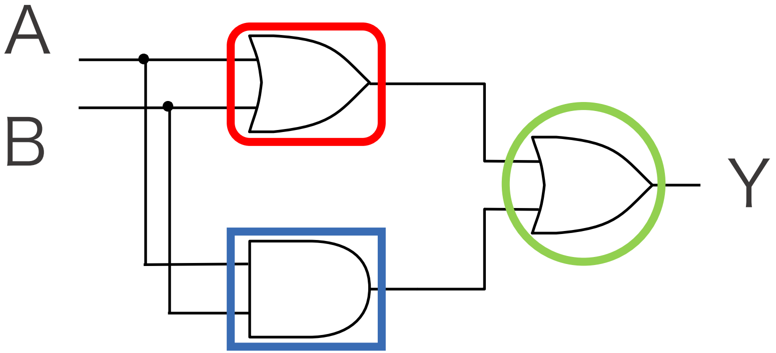
例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

$$Y = \boxed{(A + B)} \oplus \boxed{A \cdot B}$$



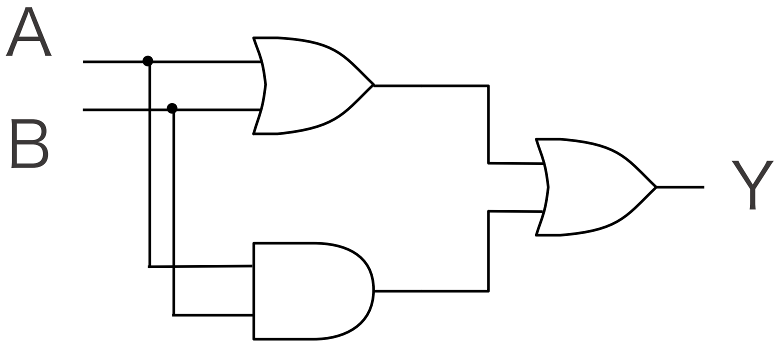


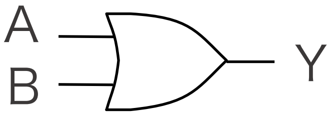
注意：線が接続している部分は黒丸で描く.

■ 論理式の簡略化と論理回路

- 論理式を論理回路にするとき，論理式はなるべく簡単化した後に論理回路にする．

$$
\begin{aligned}
Y &= (A + B) + A \cdot B \\
&= A + B
\end{aligned}
$$





演習

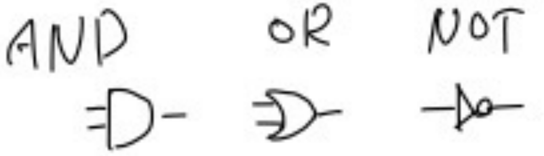
- 次の論理式を論理回路に直せ.

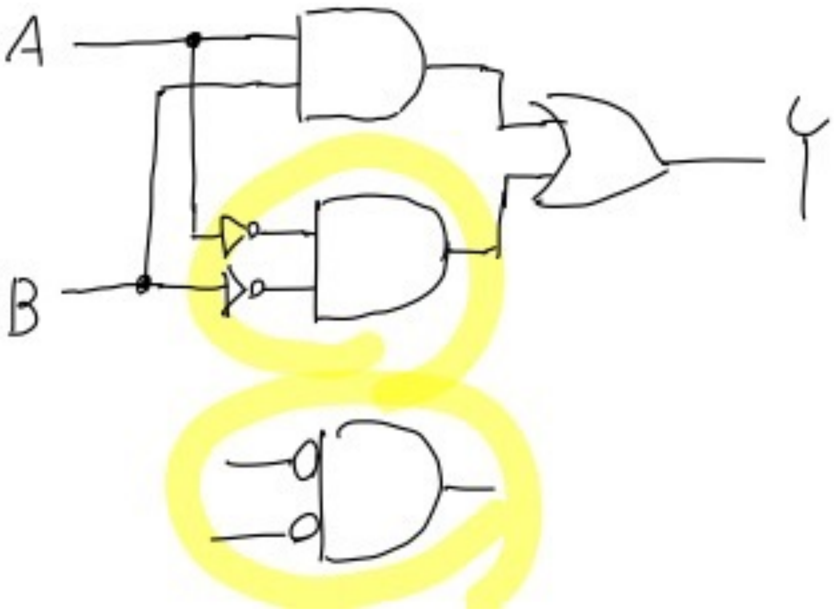
$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

演習

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

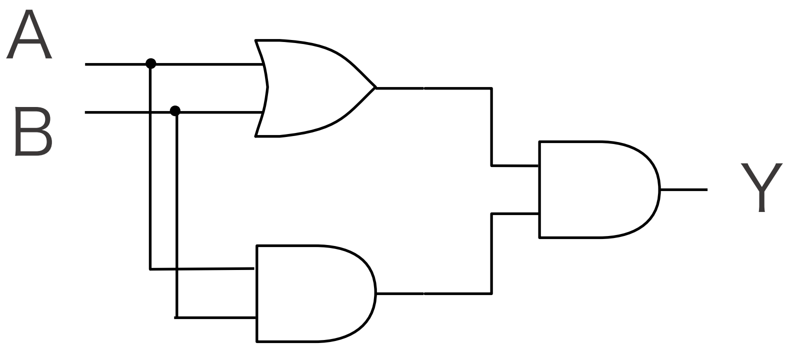




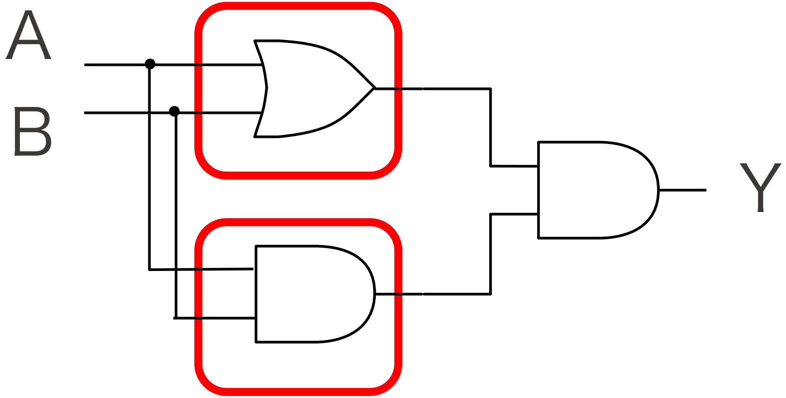
論理回路から論理式へ

■ 論理回路を論理式に変換する.

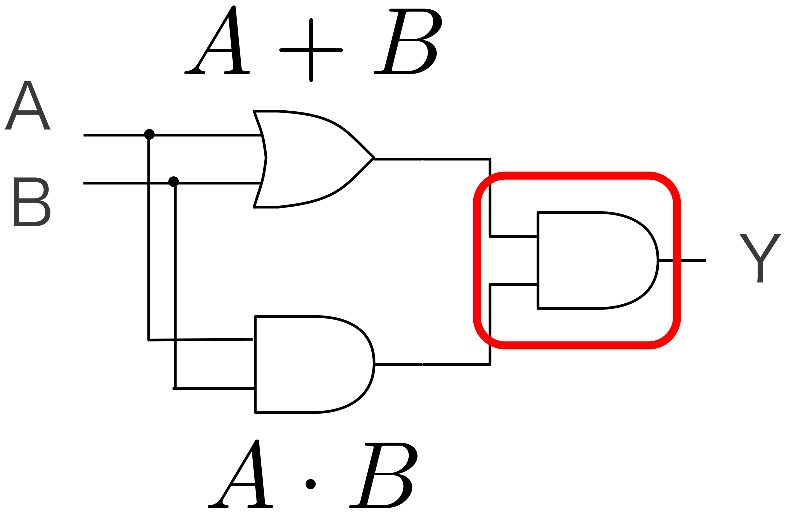
この回路を論理式に
変換してみる.



まず，入力に近い回路
から論理式に変換する.



論理回路から論理式を作る

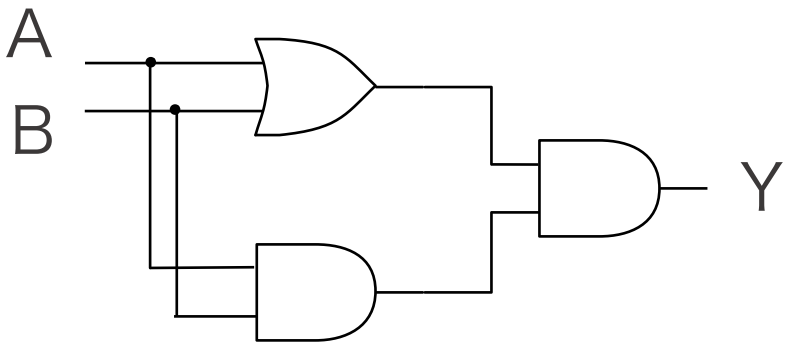


出力を計算するAND回路は，入力に接続されている回路の出力を受け取る．

$$Y = (A+B) \cdot (A \cdot B)$$

論理回路の簡略化

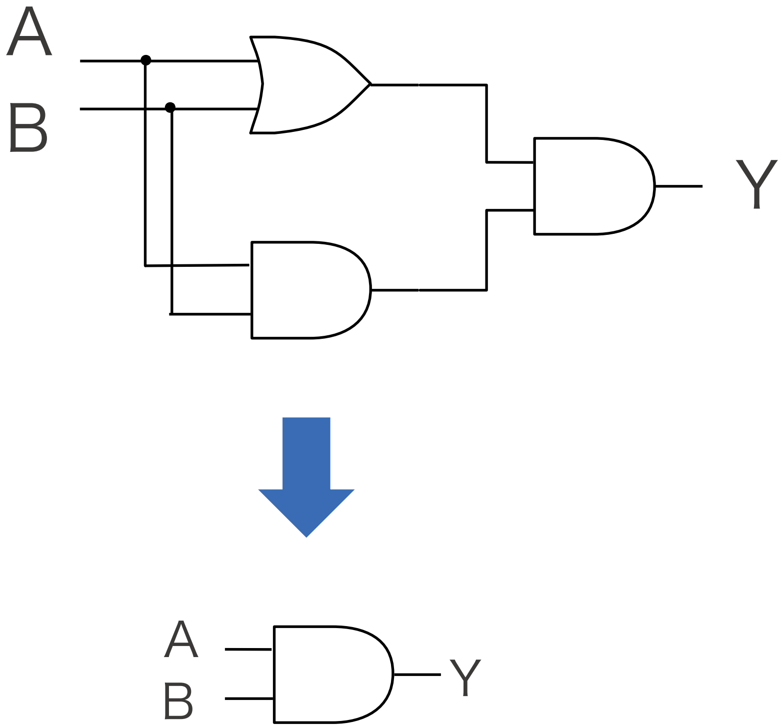
- 先の例の論理回路から得られた論理式を見ると，論理式を簡単化することができることが分かる.



$$\boxed{Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)}$$

簡単化可能

論理回路の簡略化



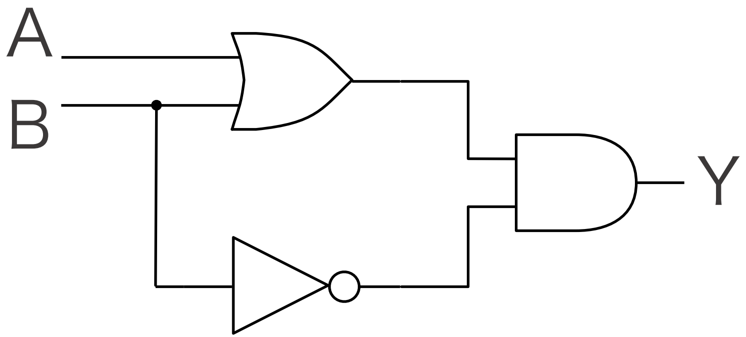
$$
\begin{aligned}
Y &= (A + B) \cdot (A \cdot B) \\
&= A \cdot (A \cdot B) + B \cdot (A \cdot B) \\
&= A \cdot B + A \cdot B \\
&= A \cdot B
\end{aligned}
$$

例題で扱った回路は，簡略化するとAND回路となった．

論理回路から真理値表へ

論理回路から真理値表を作る.

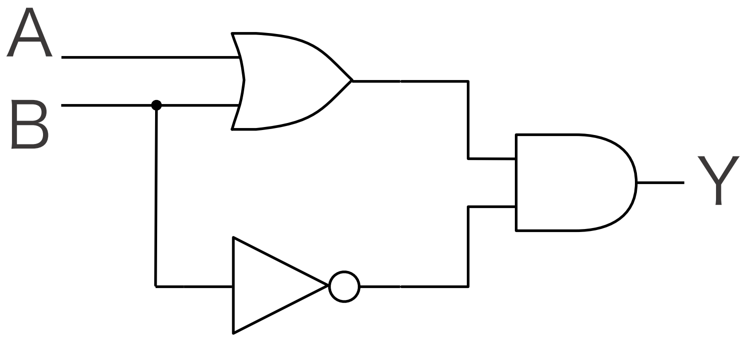
- 論理回路の動作は，論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

■ 論理回路から真理値表を作る.

- 論理回路の動作は，論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.

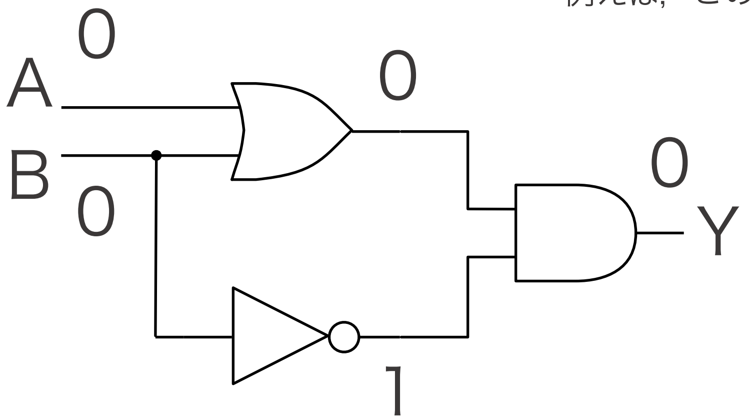


A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

論理回路から真理値表を作る.

- 論理回路から真理値表に変換する一番簡単な方法
  - 一つ一つ値を代入して出力を求める.

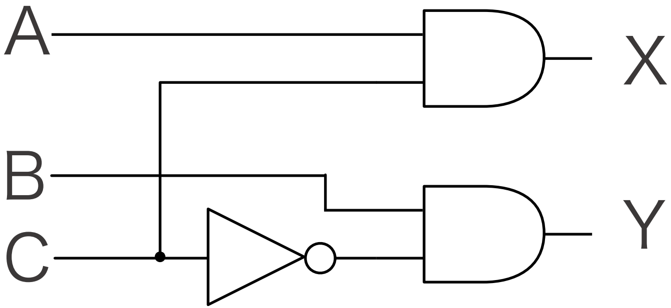
例えば，この計算



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

演習

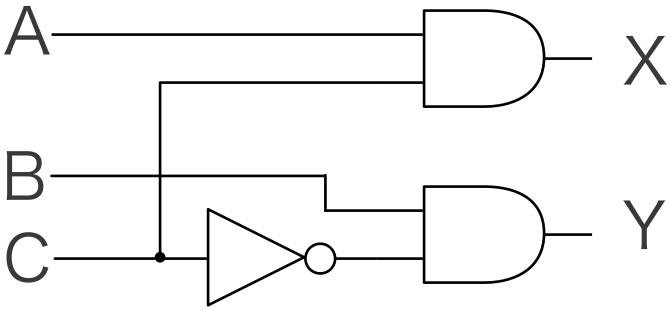
- 次の論理回路の真理値表をかけ.



A	B	C	X	Y
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

演習

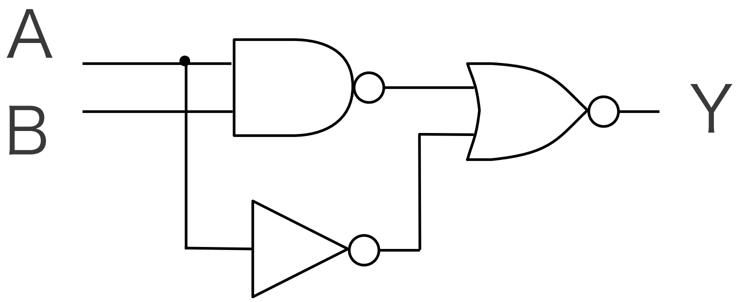
- 次の論理回路の真理値表をかけ.



A	B	C	X	Y
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

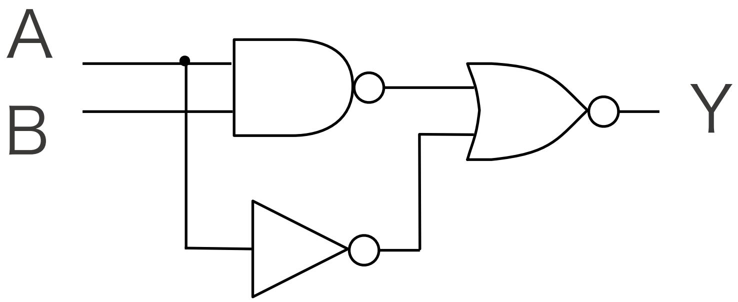
演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



$$\overline{(\overline{A\cdot B})+\overline{A}}$$

$$=\overline{\overline{A\cdot B}}\cdot\overline{\overline{A}}=A\cdot B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

真理値表から論理回路へ

真理値表から論理回路を作る

- 論理回路を用い，何かの機能を実現するとき，まず真理値表を作成する.
- 論理回路は作成した真理値表を元に作成する.
- では，どうすれば真理値表から論理回路を作れるのか？

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

この真理値表から論理回路をどう作る？

真理値表から論理回路を作る

- 真理値表から論理回路を作ることは非常に難しい.
- 真理値表から論理回路を作るには，次の手順を踏む.

真理値表

↓

真理値表に基づき，論理式を作る

↓

論理式に基づき，論理回路を作る

真理値表から論理式を作る

- 出力が1のときに着目する.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ 真理値表から論理式を作る

- 図のように論理式を作る.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 出力が1の部分は入力の掛け算に
- 入力が0のところは否定に

$$\overline{A} \cdot B$$

$$A \cdot \overline{B}$$

真理値表から論理式を作る

- 先程の手順で作成した論理式を足す.
- できた論理式を簡単化して完成.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\overline{A} \cdot B$

$A \cdot \overline{B}$

$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

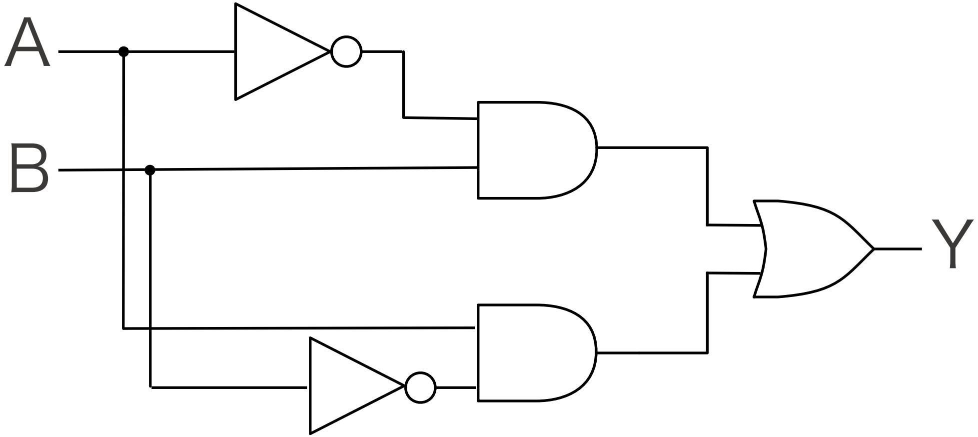
XORの式になった

真理値表から論理回路を作る

- 完成した論理式から， 論理回路を作成すればよい.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\overline{A}\cdot B + A\cdot\overline{B}$$



演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ．ただし，論理式はできるだけ簡単化せよ．

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ．ただし，論理式はできるだけ簡単化せよ．

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$A \cdot \overline{B}$

演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ．ただし，論理式はできるだけ簡単化せよ．

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ．ただし，論理式はできるだけ簡単化せよ．

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

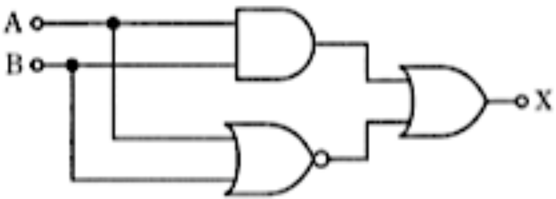
$\bar{A} \cdot \bar{B}$

$A \cdot B$

$\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$

演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか.



1.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.

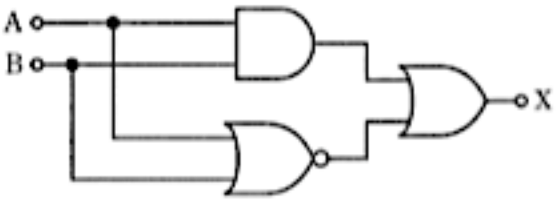
入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

5.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか．



回路を論理式で表すと

$$A \cdot B + \overline{A + B}$$

となる． $A \cdot B$と $\overline{A + B}$を足した真理値表は3となる．

1.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

5.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

中間試験

- 第8回（11月16日）講義の後半に実施
- 時間は30分
- 範囲は第１回から第７回の講義で取り扱った内容
- 国家試験，ME2種の過去問を改変したものを出題
- 持ち込みあり

- 不合格となった学生がいた場合は，再試の連絡を掲示板する.
- 定期試験ができると国家試験もできるようになるので頑張ろう.