

情報処理工学 第6回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

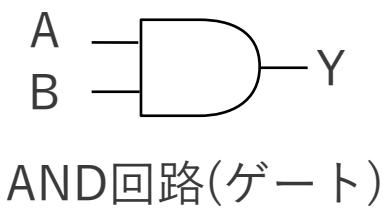
論理回路

■ 論理回路

- 論理演算を回路で表したものを論理回路とよぶ.
- コンピュータは論理回路により様々な処理を実現している.
- 論理回路を構成する素子のことを論理素子と言う.
- 論理回路は1と0を扱う. 1と0はそれぞれ真と偽, T (True)とF (False), もしくはH (High)とL(Low)と呼ばれることもある.

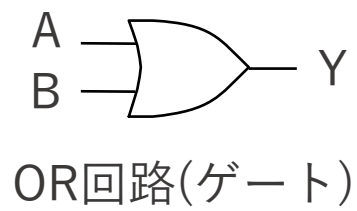
■ 論理素子

- 論理積 (AND) , 論理和 (OR) , 否定 (NOT) , 排他的論理和 (XOR) それぞれに対応した論理回路を構成する素子がある。



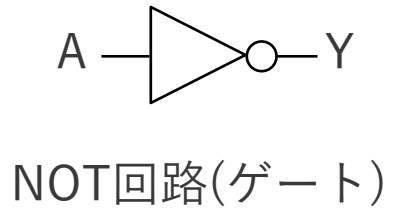
$$A \cdot B = Y$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



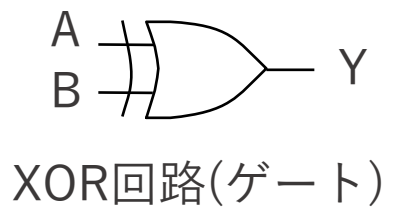
$$A + B = Y$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$$\overline{A} = Y$$

A	Y
0	1
1	0

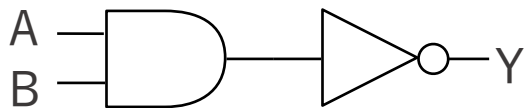


$$A \oplus B = Y$$

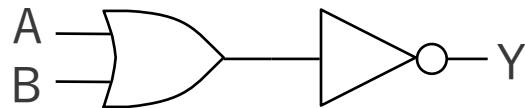
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ NAND回路, NOR回路

- 論理積の否定および論理和の否定を出力する回路を, それぞれ NAND回路, NOR回路と呼ぶ.

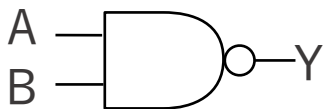


NAND回路(ゲート)

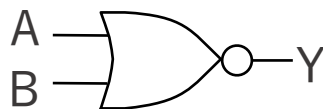


NOR回路(ゲート)

- NOT回路の三角の部分は省略できるので, それぞれの回路は次のように描くことができる,



NAND回路(ゲート)



NOR回路(ゲート)

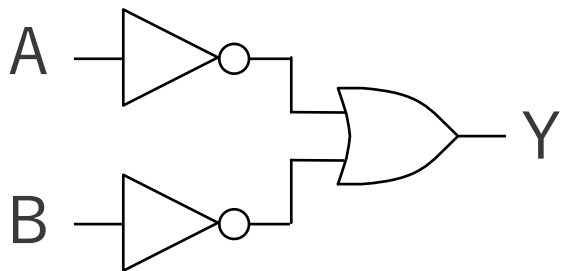
■ 論理式から論理回路を作る

- 論理式で用いる論理演算に対応する論理素子がそれぞれあるので、論理式は論理回路に変換することができる。

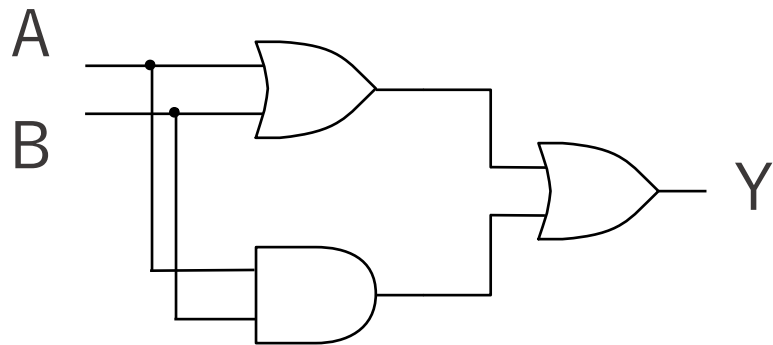
例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$



$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

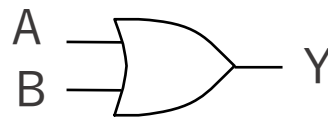
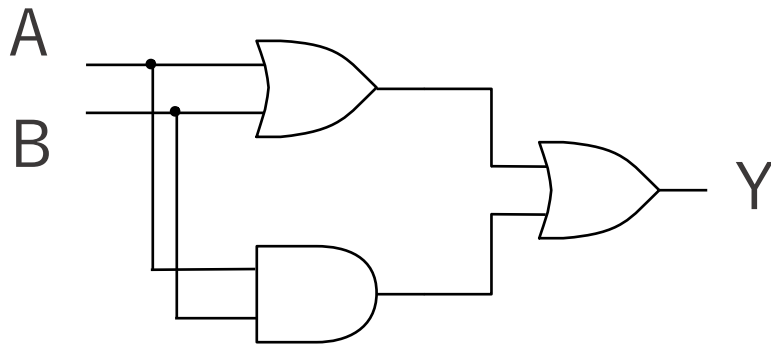


注意：線が接続している部分は黒丸で描く.

■ 論理式の簡略化と論理回路

- 論理式を論理回路にするとき，論理式はなるべく簡単化した後に論理回路にする．

$$\begin{aligned} Y &= (A + B) + A \cdot B \\ &= A + B \end{aligned}$$



■ 演習

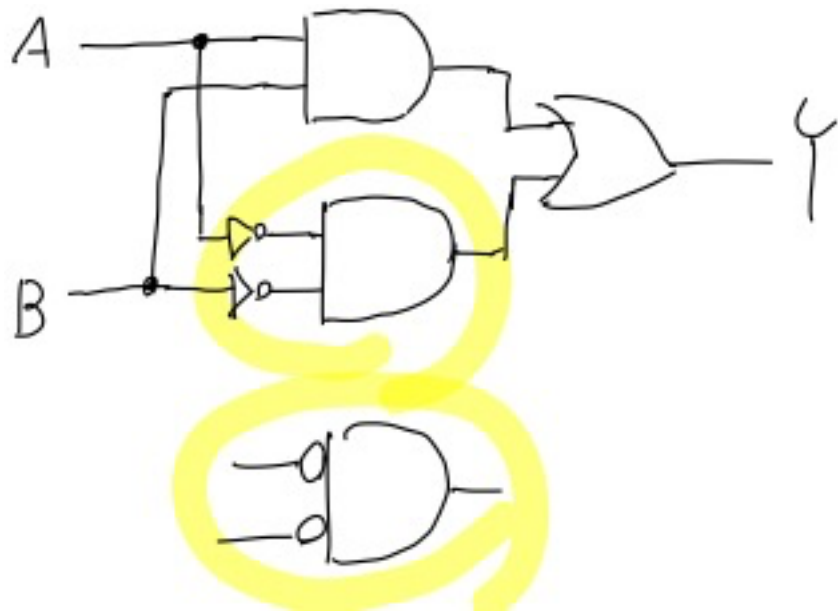
- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

■ 演習

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$



AND

\Rightarrow D -

OR

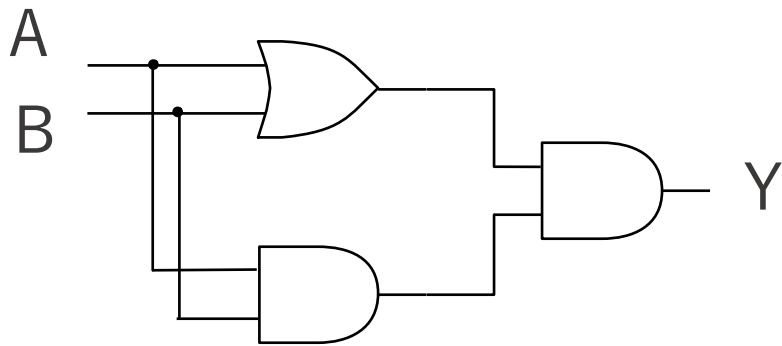
\Rightarrow D -

NOT

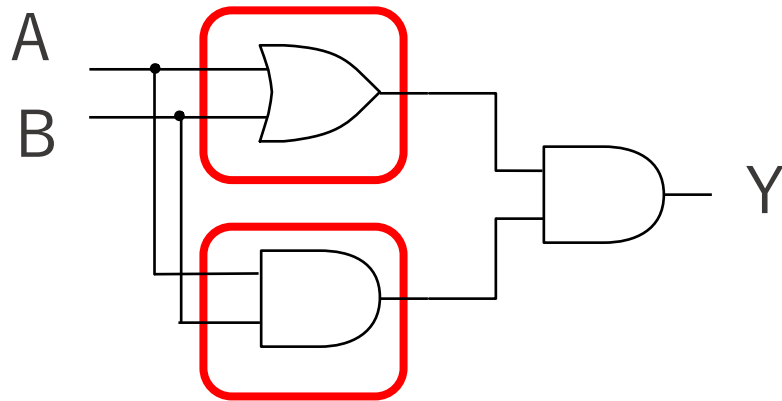
\Rightarrow D -

■ 論理回路を論理式に変換する.

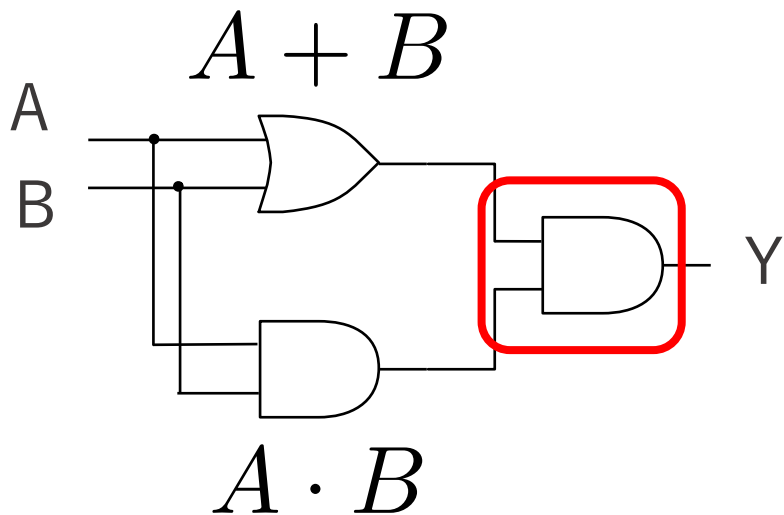
この回路を論理式に変換してみる.



まず, 入力に近い回路から論理式に変換する.



■ 論理回路から論理式を作る

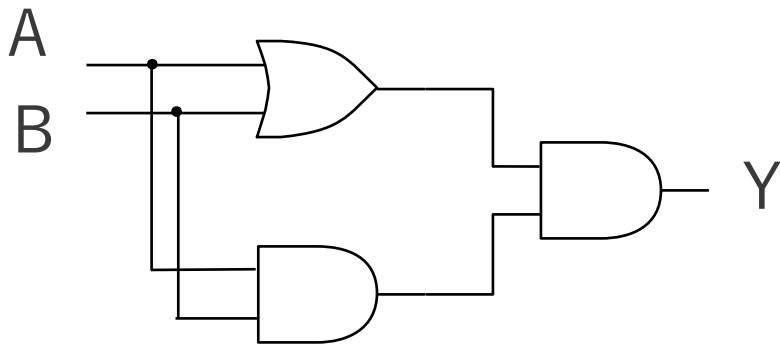


出力を計算するAND回路は、
入力に接続されている回路
の出力を受け取る。

$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

■ 論理回路の簡略化

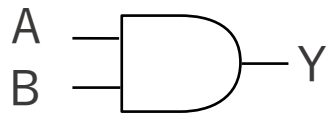
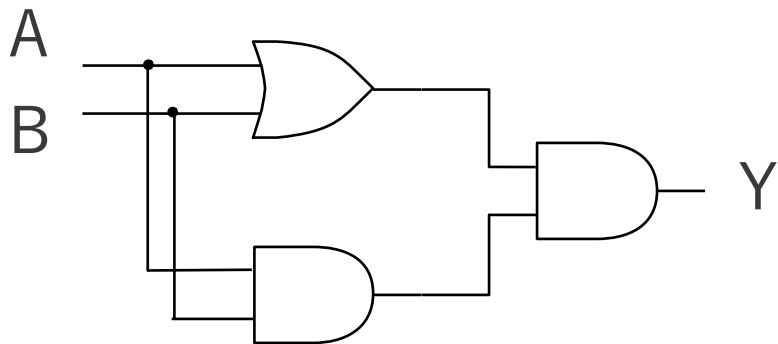
- 先の例の論理回路から得られた論理式を見ると、論理式を簡単化することができることが分かる。



$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

簡単化可能

■ 論理回路の簡略化

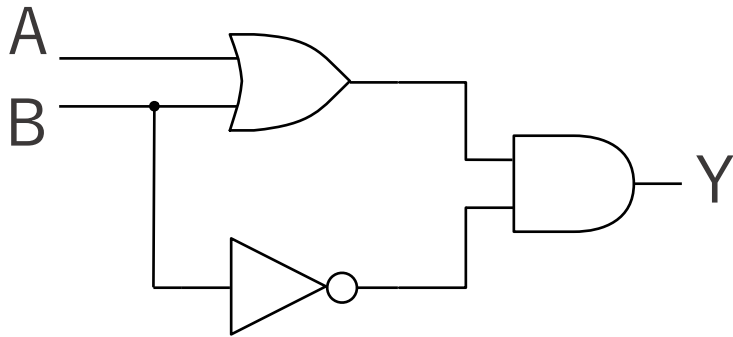


$$\begin{aligned} Y &= (A + B) \cdot (A \cdot B) \\ &= A \cdot (A \cdot B) + B \cdot (A \cdot B) \\ &= A \cdot B + A \cdot B \\ &= A \cdot B \end{aligned}$$

例題で扱った回路は，簡略化するとAND回路となった。

■ 論理回路から真理値表を作る.

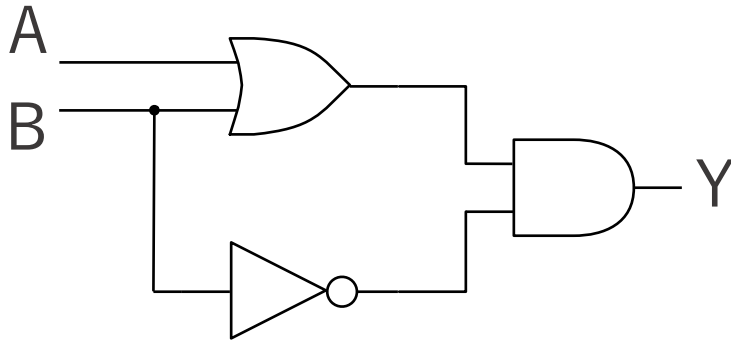
- 論理回路の動作は，論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

■ 論理回路から真理値表を作る.

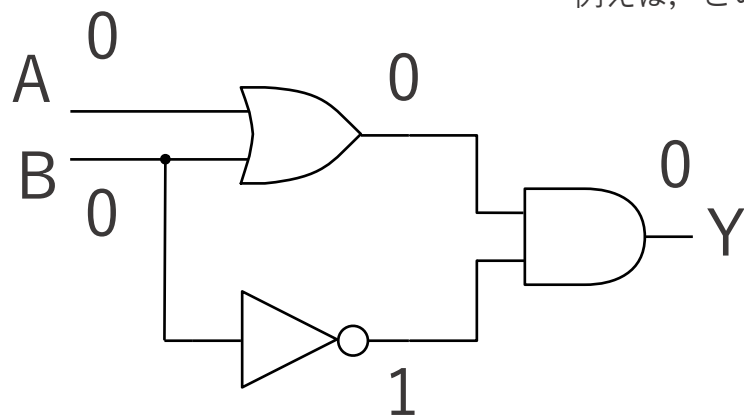
- 論理回路の動作は，論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 論理回路から真理値表を作る.

- 論理回路の動作は，論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.

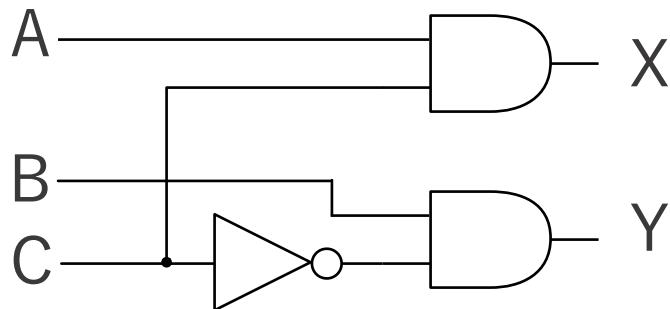


例えば，この計算

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 演習

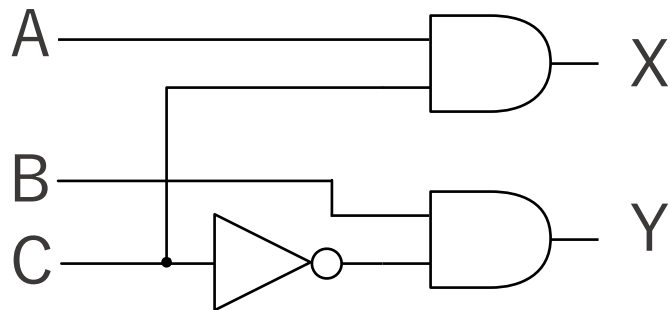
- 次の論理回路の真理値表をかけ.



A	B	C	X	Y
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

■ 演習

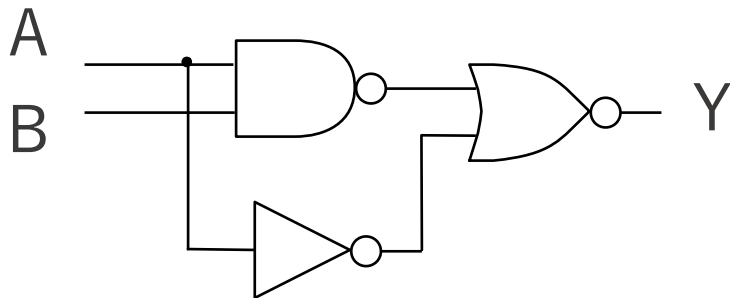
- 次の論理回路の真理値表をかけ.



A	B	C	X	Y
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

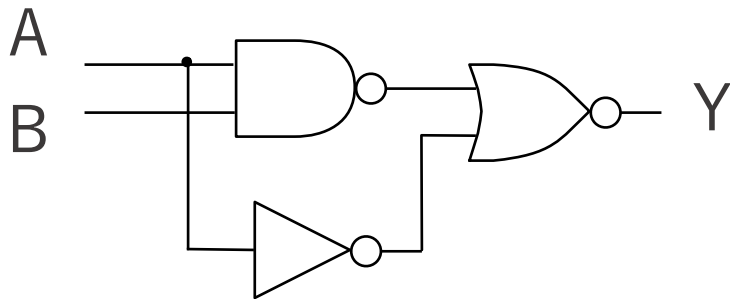
■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



$$\begin{aligned} & \overline{(A \cdot B)} + \bar{A} \\ & = \overline{A \cdot B} + \bar{A} = A \cdot B \end{aligned}$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

■ 真理値表から論理回路を作る

- 論理回路を用い，何かの機能を実現するとき，まず真理値表を作成する．
- 論理回路は作成した真理値表を元に作成する．
- では，どうすれば真理値表から論理回路を作れるのか？

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

この真理値表から論理回路をどう作る？

■ 真理値表から論理回路を作る

- 真理値表から論理回路を作ることは非常に難しい.
- 真理値表から論理回路を作るには, 次の手順を踏む.

真理値表



真理値表に基づき, 論理式を作る



論理式に基づき, 論理回路を作る

■ 真理値表から論理式を作る

- 出力が1のときに着目する.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ 真理値表から論理式を作る

- 図のように論理式を作る.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 出力が1の部分は入力の掛け算に
- 入力が0のところは否定に

$$\begin{aligned} &\rightarrow \overline{A} \cdot B \\ &\rightarrow A \cdot \overline{B} \end{aligned}$$

■ 真理値表から論理式を作る

- 先程の手順で作成した論理式を足す.
- できた論理式を簡単化して完成.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\begin{array}{c} \overline{A} \cdot B \\ A \cdot \overline{B} \end{array} \Rightarrow \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

XORの式になった

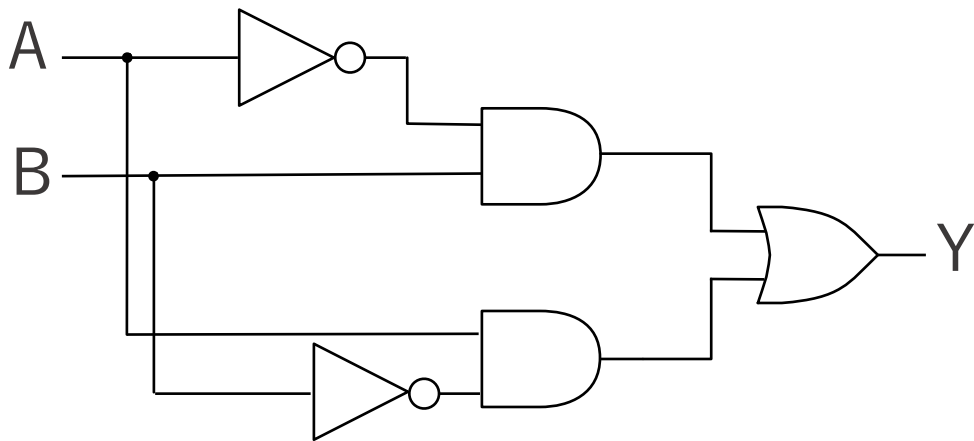
■ 真理値表から論理回路を作る

- 完成した論理式から，論理回路を作成すればよい。

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$



■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$$A \cdot \overline{B}$$

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

$$A \cdot B$$