

# 情報処理工学 第2回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

# 2進数の小数の表現

$0.27_{10}$

0.1の位	0.01の位
.2	7
$10^{(-1)}$ が2個ある	$10^{(-2)}$ が7個ある

$$0.27_{10} = 2 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

$0.11_2$

$2^{-1}$ の位	$2^{-2}$ の位
.1	1
$2^{-1}$ が1個ある	$2^{-2}$ が1個ある

$$\begin{aligned} 0.11_2 &= 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 0.5_{10} + 0.25_{10} = 0.75_{10} \end{aligned}$$

## ■ 演習

---

- 2進数の0.101を10進数に変換せよ.

## ■ 演習

- 2進数の0.101を10進数に変換せよ.

$$\begin{aligned} 0.101_2 &= 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 0.5_{10} + 0.125_{10} \\ &= 0.625_{10} \end{aligned}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = 0.125$$

## ■ 2進数と10進数との対応

2進数	$2^n$	10進数
10000000000	$2^{10}$	1024
1000000000	$2^9$	512
100000000	$2^8$	256
10000000	$2^7$	128
1000000	$2^6$	64
100000	$2^5$	32
10000	$2^4$	16
1000	$2^3$	8
100	$2^2$	4
10	$2^1$	2
0	$2^0$	1
0.1	$2^{-1}$	0.5
0.01	$2^{-2}$	0.25
0.001	$2^{-3}$	0.125
0.0001	$2^{-4}$	0.0625
0.00001	$2^{-5}$	0.03125

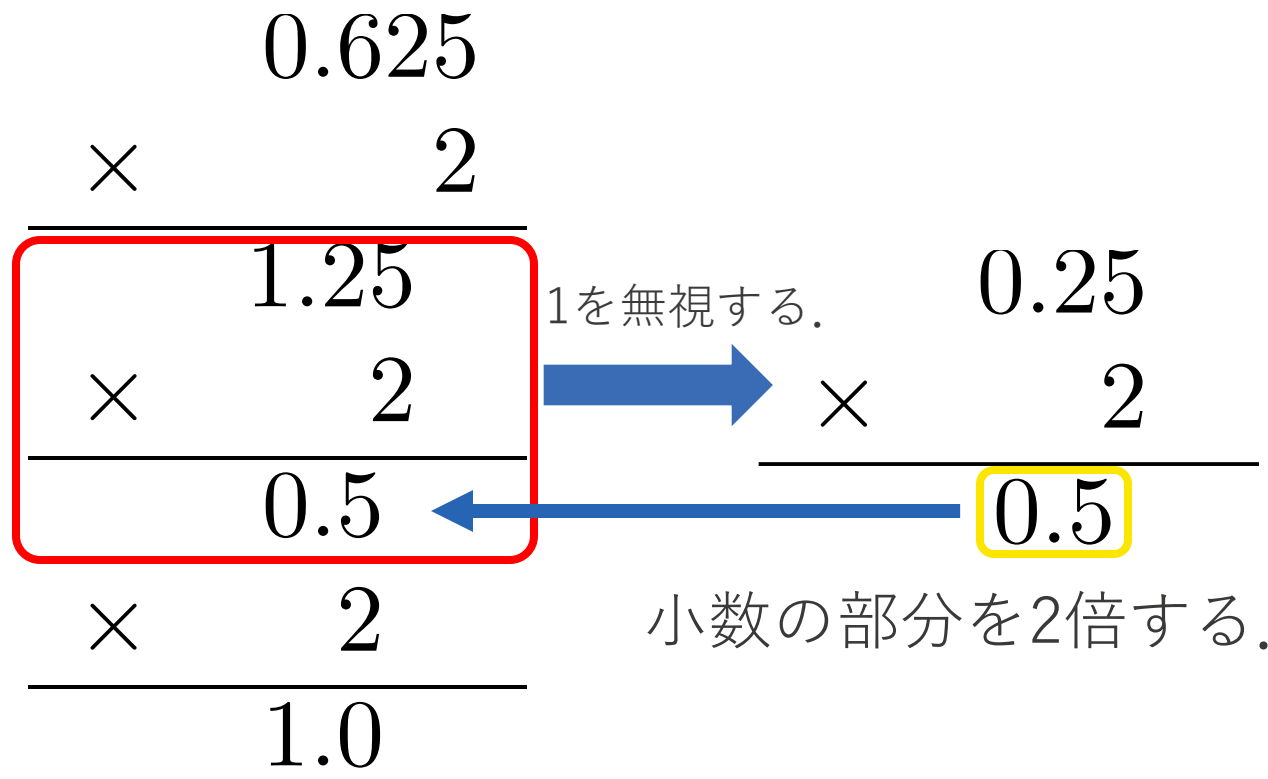
## ■ 10進数の小数から2進数への変換

---

- 10進数の0.625を2進数に変換するにはどうすればよいか？
- 掛け算を使って計算する.

# 10進数の小数から2進数への変換

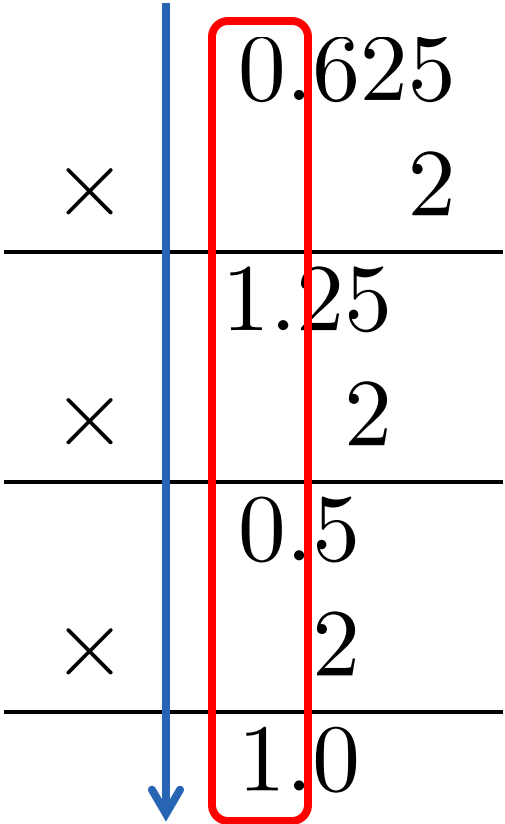
10進数のを2進数に変換する.



1になったら終了

# ■ 10進数の小数から2進数への変換

10進数のを2進数に変換する.



矢印の順に 0 と1を並べる.

0.101

2進数が導かれる.

## ■ 演習

---

- 10進数の0.375を2進数に変換せよ.

## 演習

- 10進数の0.375を2進数に変換せよ.

$$\begin{array}{r} 0.375 \\ \times 2 \\ \hline 0.750 \\ \times 2 \\ \hline 1.50 \\ \times 2 \\ \hline 1.0 \end{array}$$

$\leftarrow$  1は無視して  
かける

$\leftarrow$  1になったので終了

$$0.375_{10} = 0.011_2$$

検算  $0.25 + 0.125 = 0.375$

# ■ 無限小数

10進数の0.1を2進数に変換しようとするとう無限小数になってしまう.



発展

$$\begin{array}{r} 0.1 \\ \times 2 \\ \hline 0.2 \\ \times 2 \\ \hline 0.4 \\ \times 2 \\ \hline 0.8 \\ \times 2 \\ \hline 1.6 \\ \times 2 \\ \hline 1.2 \\ \times 2 \\ \hline 0.4 \end{array}$$

この計算が繰り返される.

# 2進数における四則演算

## ■ 2進数の足し算, 引き算

---

- 10進数の足し算, 引き算と変わりはない.
- しかし, 桁上り, 繰り下がりに注意する.

# ■ 足し算の例

桁上げ：ひとつ上の桁に加えられる部分、キャリー・

- 2進数11011と10101を足せ.
- やり方
  - 一番下の桁から足していく.
  - 桁上りに注意

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

0が入る

1+1=10

桁上り

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline 0 \end{array}$$

2桁目の計算

1+0+1=10

下の桁の桁上り

0が入る

# ■ 足し算の例

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

00

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

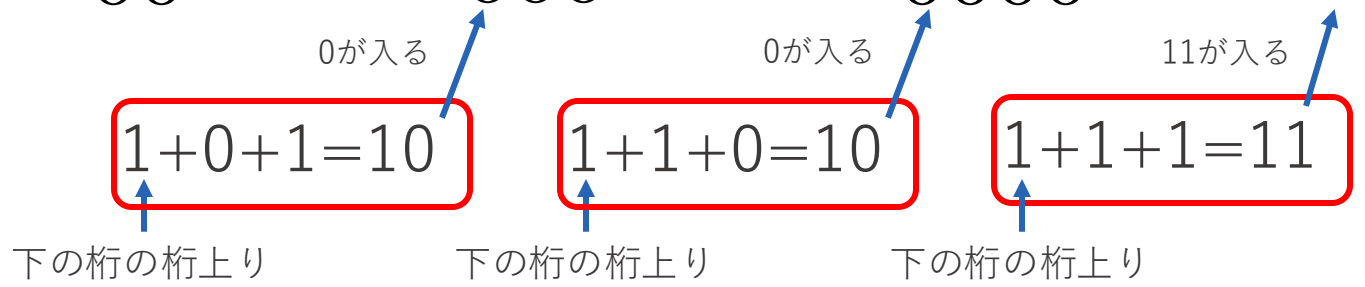
000

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

0000

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

110000



# 引き算の例

• 2進数11011から2進数10101を引け.

• やり方

- 下の桁から引いていく.
- 繰り下がりに注意.

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - 10101 \\ \hline \end{array}$$

0が入る

$1-1=0$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - 10101 \\ \hline \end{array}$$

1が入る

$1-0=1$

繰り下がり

$$\begin{array}{r} 101011 \\ - 10101 \\ \hline \end{array}$$

1が入る

$10-0-1=1$

繰り下がり

## ■ 別のやり方

- 2進数を10進数に変換し足し算もしくは引き算をし，その計算結果を2進数に変換する.

$$\begin{aligned} 11011_2 + 10101_2 &= 27_{10} + 21_{10} = 48_{10} \\ &= 110000_2 \end{aligned}$$

## ■ 16進数の足し算・引き算

- 16進数同士の足し算・引き算は当然可能です.
- 人間の頭が10進数や2進数に慣れているため, 10進数か2進数に変換して計算してもよい.
- 特に16進数と2進数には便利な関係性があるので, その関係を知っていると計算が楽になるかもしれません.
- 皆さんのやりやすい方法を使いましょう.

## ■ 16進数の足し算を10進数に変換して行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

$$1A_{16} + 27_{16} = 26_{10} + 39_{10} = 65_{10} = 41_{16}$$

10進数に変換する                      16進数に戻す

## ■ 16進数の足し算を16進数のまま行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

$$1A_{16} + 27_{16} = 41_{16}$$

1桁目の計算

$$A_{16} + 7_{16} = 11_{16}$$

桁上がり

$$\begin{array}{r} 1A_{16} \\ + 27_{16} \\ \hline 41_{16} \end{array}$$

## ■ 16進数の足し算を2進数に変換して行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

16進数の各桁を2進数に変換

$$\begin{aligned} 1A_{16} + 27_{16} &= (0001\ 1010)_2 + (0010\ 0111)_2 \\ &= (0100\ 0001)_2 = 41_{16} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 0001\ 1010 \\ + 0010\ 0111 \\ \hline 0100\ 0001 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4\quad 1 \end{array}$$

2進数4桁ごとに16進数に戻す

## ■ 2進数の掛け算

- 掛け算も10進数と同じように計算できる.
- $1101_2 \times 101_2$ は次のように計算できる.

$$\begin{array}{r} \phantom{\times} 1101 \\ \times \phantom{00} 101 \\ \hline \phantom{\times} 1101 \quad \leftarrow 1101 \times 1 = 1101 \\ \phantom{\times} 0000 \quad \leftarrow 1101 \times 0 = 0000 \\ \phantom{\times} 1101 \quad \leftarrow 1101 \times 1 = 1101 \\ \hline 1000001 \quad \leftarrow 1101 + 00000 + 110100 = 1000001 \end{array}$$

## ■ 2進数の割り算

- 割り算も10進数と同じように計算できる.
- $1000001_2 \div 101_2$ は次のように計算できる.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ 101 \overline{) 1000001} \\ \underline{101} \phantom{000001} \\ 110 \phantom{000001} \\ \underline{101} \phantom{000001} \\ 101 \phantom{000001} \\ \underline{101} \phantom{000001} \\ 0 \end{array}$$

## ■ 演習

---

- 次の計算をせよ.
  - $1010_2 + 1110_2$
  - $1010_2 \times 110_2$
  - $1111_2 \div 101_2$

## ■ 演習

- 次の計算をせよ.
  - $1010_2 + 1110_2 = 11000_2$
  - $1010_2 \times 110_2 = 111100_2$
  - $1111_2 \div 101_2 = 11_2$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 1110 \\ \hline 11000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times 110 \\ \hline 0 \\ 1010 \\ 1010 \\ \hline 111100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 101 \overline{) 1111} \\ \underline{101} \\ 101 \\ \underline{101} \\ 0 \end{array}$$

## ■ 第21回ME 2 種

10進数の10, 11, 12, ...を16進数でA, B, C,...と表記するとき,  
16進数6とAとの和を16進数で表した結果はどれか.

1. 6A
2. A6
3. 16
4. 10
5. F1

## ■ 第21回ME 2 種

10進数の10, 11, 12, …を16進数でA, B, C, …と表記するとき,  
16進数6とAとの和を16進数で表した結果はどれか。

1. 6A

2. A6

3. 16

**4. 10**

5. F1

$$6_{16} + A_{16} = 6 + 10 = 16_{10} = 10_{16}$$

別解

$$6_{16} + A_{16} = 0110_2 + 1010_2 = 10000_2 = 10_{16}$$

## ■ 第29回臨床工学技士国家試験

• 2つの2進数1100と11の積を2進数で表したのはどれか.

1. 1111
2. 10100
3. 11100
4. 100100
5. 110100

## 第29回臨床工学技士国家試験

- 2つの2進数1100と11の積を2進数で表したのはどれか。

1. 1111

2. 10100

3. 11100

4. **100100**

5. 110100

1100

x 11

-----

1100

1100

-----

100100

別解

$$1100_2 = 12$$

$$11_2 = 3$$

$$12 \times 3 = 36$$

$$36 = 32 + 4$$

$$= 10000_2 + 100_2$$

$$= 100100_2$$

## ■ 問題

---

- 2進数01010101を3倍した2進数はどれか. 第34回臨床工学技士国家試験

1. 10000000
2. 10101010
3. 10101101
4. 11101110
5. 11111111

## 問題

- 2進数01010101を3倍した2進数はどれか。 第34回臨床工学技士国家試験

- 10000000
- 10101010
- 10101101
- 11101110
- 11111111**

3倍なので、11をかければ良い。

$$\begin{array}{r} 01010101 \\ \times 11 \\ \hline 01010101 \\ + 01010101 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

## ■ 第43回ME2種

• 16進数の加算で、図の□に当てはまるのはどれか.

1. 6
2. 7
3. A
4. B
5. C

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{F} \phantom{C} \\ \phantom{+} \phantom{F} \phantom{C} \\ + \phantom{F} \phantom{C} \\ \hline 1 \phantom{F} \square \phantom{C} \end{array}$$



1. 6
2. 7
3. A
- 4. B**
5. C

1B5<sub>16</sub>

## ■ 第28回臨床工学技士国家試験

• 2つの2進数10.01と111.11との和を10進数で表したのはどれか.

1. 9.50
2. 9.75
3. 10.00
4. 10.25
5. 10.50

## 第28回臨床工学技士国家試験

• 2つの2進数10.01と111.11との和を10進数で表したのはどれか.

1. 9.50
2. 9.75
3. **10.00**
4. 10.25
5. 10.50

$$\begin{array}{r} 10.01 \\ + 111.11 \\ \hline 1010.00 \end{array}$$
$$2^3 + 2^1 = 10_{10}$$

別解

$$10.01_2 = 2.25_{10}$$

$$111.11_2 = 7.75_{10}$$

$$2.25 + 7.75 = 10_{10}$$

## ■ 問題

---

- 16進数の減算 $4A - 25$ の結果を10進数で表したのはどれか. 第34回  
臨床工学技士国家試験

1. 19
2. 25
3. 31
4. 37
5. 49

## 問題

- 16進数の減算 $4A - 25$ の結果を10進数で表したのはどれか。 第34回  
臨床工学技士国家試験

1. 19
2. 25
3. 31
4. 37
5. 49

$$\begin{aligned} 4A_{16} - 25_{16} &= 4 \times 16 + 10 - 2 \times 16 - 5 \\ &= 32 + 5 = 37 \end{aligned}$$

## ■ 問題

---

- 16進数B8と9Cの和を16進数で表したのはどれか。（臨床工学技士国家試験36）

1. 154
2. 1E4
3. 220
4. 244
5. 340

## 問題

- 16進数B8と9Cの和を16進数で表したのはどれか。(臨床工学技士国家試験36)

1. 154

2. 1E4

3. 220

4. 244

5. 340

$$\begin{array}{r} \text{B8} \\ + 9\text{C} \\ \hline 154 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{B}_{16} + 9_{16} + 1_{16} &= 21_{10} \\ &= 15_{16} \end{aligned} \quad \begin{aligned} 8_{16} + \text{C}_{16} &= 20_{10} \\ &= 14_{16} \end{aligned}$$

別解

$$\begin{array}{r|l} 1011 & 1000 \\ 1001 & 1100 \\ \hline 10101 & 0100 \\ \downarrow & \downarrow \quad \downarrow \\ 1 & 5 \quad 4 \end{array}$$

# 2進数における負数表現



発展的内容：興味があれば読むと良い。

## ■ 2進数における負値表現

- コンピュータでは0と1のみ使える．符号など文字は使えない．
- 最上位ビットを符号とし，残りのビットを絶対値とする．
- 例：4ビットつかって数値を表現する場合
  - 10進数の5は0101
  - 10進数の-5は1101
- マイナスの値のときは最上位ビットが符号ビットとなるので，-5のときは最上位ビットは1となった．

## ■ 符号ビットを使う問題点

- 計算がうまくいかない
- 10進数の5と-5の足し算は0なのに、単純に足したら0にならない.

$$5_{10} + (-5_{10}) \rightarrow 0101_2 + 1101_2 = 10010_2$$

- この計算をうまくやる方法が補数.

## ■ 2の補数を使った負値表現

- 10進数-5を4桁の2の補数を用いて表す.
- まず, 10進数の5を4桁の2進数に変換する.
  - 10進数の5は2進数では0101
- 得られた2進数を0と1を反転させて1を加える.
  - 0101を反転させると1010
  - これに1を加えると1011
- 以上で得られた1011が10進数-5の補数表現である.

## ■ 10進数の5と-5の足し算が0になるか確認

- 2の補数を使った負値表現により10進数の5と-5の足し算がどうなるのか？

$$5_{10} + (-5_{10}) \rightarrow 0101_2 + (1011)_2 = 10000_2$$

これも0にならない！！

## ■ 実は計算はできている

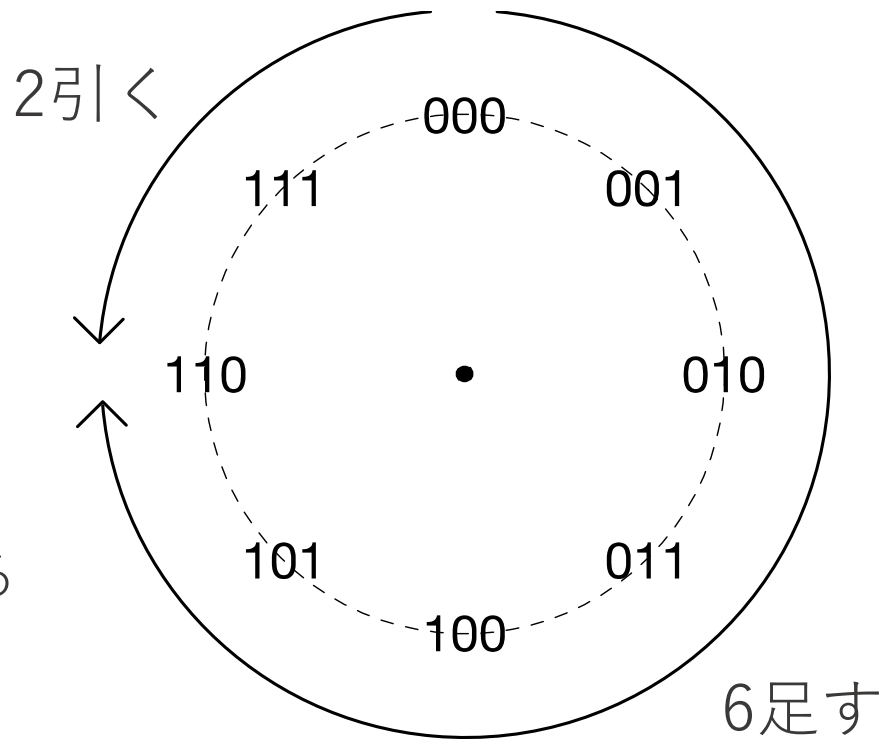
- ここで、数値は4桁の2進数で表しているのので、最上位の桁（ビット）は捨てることになる。
- つまり

$$\begin{aligned} 5_{10} + (-5_{10}) &\rightarrow 0101_2 + (1011)_2 \\ &= 10000_2 \rightarrow 0000_2 \end{aligned}$$

ちゃんと0になっている！！

## ■ なぜ補数を使うとうまくいくのか？

- $-2$ の補数を使い3桁の2進数で表すことを考える.
- 3桁の2進数なので数字は000から111まで表現できる.
- 3桁の2進数を円状に並べる.
- $-2$ は0から2戻ると考えると,  
 $-2$ は6進むことと同じになる.
- すなわち,  $-2$ は110 (2の補数)  
で表すことができる.
- 数式で考えると, 3ビットは8個の  
数字を表すことができるので, 2戻ると  
 $8-2=6$ 進むことと同じになる.

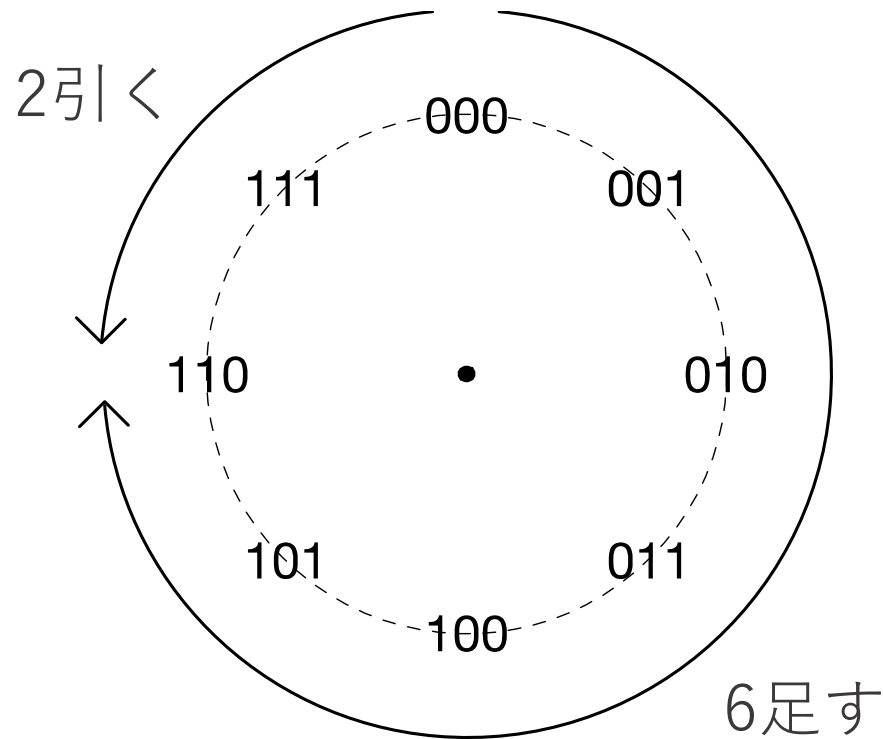


## ■ なぜ補数を使うとうまくいくのか？

2 戻るは8進んで2 戻ると同じ意味

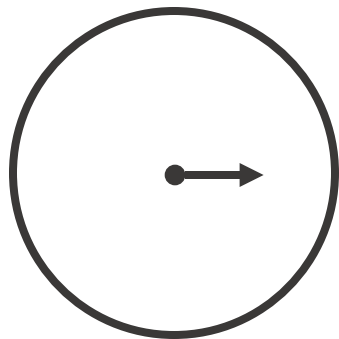
$$\begin{aligned}8_{10} - 2_{10} &= 1000_2 - 010_2 \\&= \boxed{111_2} + 001_2 \boxed{- 010_2} \\&= \boxed{101_2} + 001_2 \\&= 110_2\end{aligned}$$

111 - 010は010のビット反転に相当する。  
最終的にビット反転して1足したものになる。

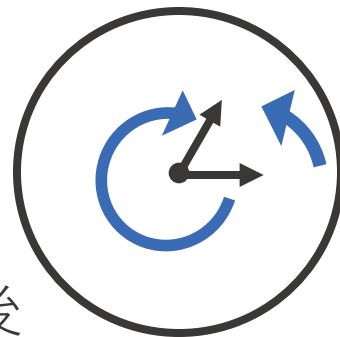


## ■ 補足：時計を使った補数の直感的理解

- 現在アナログ時計が3時を示していた場合、2時間前は何時を示しているか.
  - $3-2=1$ 時を示していた.
- しかし、時計においては2時間前は10 ( $12-2$ ) 時間後とおなじになる.
  - $3+10=13$ 時となるが、13時はアナログ時計では1時を示す.
- 2の補数を使った引き算もこれと同じ原理.



10時間後



2時間前

## ■ 演習

---

- 2の補数を用い, 次の数を4ビットの2進数で表わせ.

- $-8_{10}$

- $-5_{10}$

- $-1_{10}$

## ■ 補数表現で正の数と負の数が混同しないのか？

- 4ビットの2進数で数表現する場合.
  - -8から7までの数なら，正の数と負の数を混同することがない.
  - 負値の場合，最上位ビットが必ず1となる.

10進数	2の補数	1の補数
-8	1000	表現不可能
-7	1001	1000
-6	1010	1001
-5	1011	1010
-4	1100	1011
-3	1101	1100
-2	1110	1101
-1	1111	1110
-0	0000	1111

10進数	2の補数	1の補数
+0	0000	0000
+1	0001	0001
+2	0010	0010
+3	0011	0011
+4	0100	0100
+5	0101	0101
+6	0110	0110
+7	0111	0111
+8	表現不可能	表現不可能

4桁の2進数で表せる数の総数は $2^4=16$ 種類

# 浮動小数点数 (おまけ)

## ■ 浮動小数点数

- コンピュータで実数を表現するときには浮動小数点数が用いられる.
- 浮動小数点数では次のような形で, 実数 $a$ を表す.

$$a = m \times B^e$$

- $m$  : 仮数
- $B$  : 底または基数
- $e$  : 指数

10進数なら $B=10$ , 2進数なら $B=2$ となる.

## ■ 単精度と倍精度

- 仮数の符号, 仮数, 指数の合計が32ビットとなる浮動小数点数を単精度浮動小数点数という.
- 単精度浮動小数点数は10進数で約7桁の精度である.
- 64ビット用いた浮動小数点数を倍精度浮動小数点数という.
- 倍精度浮動小数点数は10進数で約16桁の精度である.

## ■ 10進数における浮動小数点数

- 例えば1234.56を浮動小数点数で表すと

$$\begin{aligned} 1234.56 &= 1.23456 \times 10^3 \\ &= 123.456 \times 10^1 \\ &= 123456.0 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

- このように、浮動小数点数では指数部の値によって小数点の位置が変わる.

## ■ 2進数を用いた浮動小数点数

- コンピュータでは多くの場合，2進数を用いた浮動小数点数 (IEEE754) が採用されている.
- 単精度では，符号1ビット，指数部が8ビット，仮数部が23ビットで数値が表される.
- 指数部は8ビットなので，10進数でいえば-127から128まで使うことができる．そのために，実際の指数部に127を足したものを指数部として記憶する．補数を使わないことで大小比較が用意.
- 小数点をどこにするか決めなければ指数部は決まらない．仮数を最上位ビットは1であるように決める．そのため，仮数の最上位ビットは必ず1となるため省略することができる.



符号部

指数部

仮数部



## ■ 例

- 10進数の-27を基数が2の浮動小数点数で表してみる.
- まず10進数の27を2進数で表すと

$$27_{10} = 11011_2 = 1.1011_2 \times 2^4$$

- よって、仮数部は2進数で1.1011, 指数部は10進数で4となることが分かる.
- 仮数部の最上位ビットは省略するので, 実際に保存するのは1011となる.
- また, 指数部は10進数で4であるが, 127底上げするため, 実際に保存されるのは10進数で131すなわち2進数の10000011である.
- 符号が一なので, 符号部は1となる.

1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



# ■ 浮動小数点数からみる情報工学の考え方

- 浮動小数点数の作り方（規格）は様々に考えることができる.
  - 自分で規格を作ることも可能.
  - 例：指数部を補数にする.
- 規格は統一したほうがみんなが使える.
  - 例：浮動小数点数の規格が同じであれば、同じように四則演算が可能となる.
  - 例：通信規格を統一すれば、その規格に従って作られた機器同士は通信可能となる.
- ルールの統一はどうする.
  - IEEEなどの業界団体が決める
  - 市場が決める（デファクト・スタンダード）
- 情報工学の世界では、自分で何でも作れる.
  - 自分のアイデアで世界を変えることが可能
  - しかし、自分で何でも作ることは非効率的. 車輪の再開発を避ける. 既存の規格, ライブラリなどを尊重.

