

# 情報処理工学 第2回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

# 2進数の小数の表現

## ■ 小数

$0.27_{10}$

0.1の位	0.01の位
.2	7
$10^{-1}$ が2個ある	$10^{-2}$ が7個ある

$$0.27_{10} = 2 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

## ■ 小数の2進数

$0.11_2$

$2^{-1}$ の位	$2^{-2}$ の位
.1	1
$2^{-1}$ が1個ある	$2^{-2}$ が1個ある

$$\begin{aligned}0.11_2 &= 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\&= 0.5_{10} + 0.25_{10} = 0.75_{10}\end{aligned}$$

## ■ 演習

---

- 2進数の0.101を10進数に変換せよ。

## ■ 演習

- 2進数の0.101を10進数に変換せよ。

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$0.101_2 = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$= 0.5_{10} + 0.125_{10}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$= 0.625_{10}$$

## ■ 2進数と10進数との対応

2進数	$2^n$	10進数
10000000000	$2^{10}$	1024
1000000000	$2^9$	512
1000000000	$2^8$	256
10000000	$2^7$	128
1000000	$2^6$	64
100000	$2^5$	32
10000	$2^4$	16
1000	$2^3$	8
100	$2^2$	4
10	$2^1$	2
0	$2^0$	1
0.1	$2^{-1}$	0.5
0.01	$2^{-2}$	0.25
0.001	$2^{-3}$	0.125
0.0001	$2^{-4}$	0.0625
0.00001	$2^{-5}$	0.03125

## ■ 10進数の小数から2進数への変換

---

- 10進数の0.625を2進数に変換するにはどうすればよい？
- 掛け算を使って計算する。

## ■ 10進数の小数から2進数への変換

10進数のを2進  
数に変換する。

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ \times \quad 2 \\ \hline \boxed{1.25} \\ \times \quad 2 \\ \hline 0.5 \\ \times \quad 2 \\ \hline 1.0 \end{array}$$

1を無視する.

小数の部分を2倍する.

1になつたら終了

## ■ 10進数の小数から2進数への変換

10進数のを2進  
数に変換する。

$$\begin{array}{r} & 0.625 \\ \times & \hline & 1.25 \\ \times & \hline & 0.5 \\ \times & \hline & 1.0 \end{array}$$

A diagram showing the conversion of the decimal fraction 0.625 to binary. It consists of four horizontal lines representing multiplication by 2. The first line has an 'X' and a red vertical bar on its left. The second line has an 'X'. The third line has an 'X'. The fourth line has a blue downward-pointing arrow at its bottom-left corner. The numbers 0.625, 1.25, 0.5, and 1.0 are aligned vertically on the right side of each line. A red rectangle surrounds the first three lines, highlighting the process of finding the integer part (0 or 1) for each step.

矢印の順に 0 と 1 を  
並べる。

0.101

2進数が導かれる。

## ■ 演習

---

- 10進数の0.375を2進数に変換せよ。

## ■ 演習

- 10進数の0.375を2進数に変換せよ。

$$\begin{array}{r} 0.375 \\ \times 2 \\ \hline 0.750 \\ \times 2 \\ \hline 1.50 \\ \times 2 \\ \hline 1.0 \end{array}$$

← 1は無視して  
かうす  
← 1になつたが終了

$$0.375_{10} = 0.011_2$$

検算  $0.25 + 0.125 = 0.375$

## ■ 無限小数

10進数の0.1を2進数に変換しようとすると無限小数になってしまう。

$$\begin{array}{r} 0.1 \\ \times 2 \\ \hline 0.2 \\ \times 2 \\ \hline 0.4 \\ \times 2 \\ \hline 0.8 \\ \times 2 \\ \hline 1.6 \\ \times 2 \\ \hline 1.2 \\ \times 2 \\ \hline 0.4 \end{array}$$

この計算が繰り返される。



発展

# 2進数における四則演算

## ■ 2進数の足し算, 引き算

---

- 10進数の足し算, 引き算と変わりはない.
- しかし, 桁上り, 繰り下がりに注意する.

## ■ 足し算の例

- ・2進数11011と10101を足せ.

- ・やり方

- ・一番下の桁から足していく.

- ・桁上りに注意

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline \end{array}$$

0が入る

1+1=10

桁上り

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11011 \\ + 10101 \\ \hline 0 \end{array}$$

2桁目の計算

0が入る

1+0+1=10

下の桁の桁上り

桁上げ：ひとつ上の桁に加えられる部分。キャリー・

## ■ 足し算の例

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 10101 \\ \hline 110000 \end{array}$$

$$1+0+1=10$$

$$1+1+0=10$$

$$1+1+1=11$$

下の桁の桁上り

0が入る

0が入る

11が入る

下の桁の桁上り

下の桁の桁上り

## ■ 引き算の例

- 2進数11011から2進数10101を引く.

- やり方

- 下の桁から引いていく.
- 繰り下がりに注意.

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - 10101 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1-1=0$$

0が入る

$$\begin{array}{r} 11011 \\ - 10101 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$1-0=1$$

1が入る

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10011 \\ - 10101 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$10-0-1=1$$

繰り下がり

繰り下がり

## ■ 別のやり方

- 2進数を10進数に変換し足し算もしくは引き算をし、その計算結果を2進数に変換する。

$$\begin{aligned}11011_2 + 10101_2 &= 27_{10} + 21_{10} = 48_{10} \\&= 110000_2\end{aligned}$$

## ■ 16進数の足し算・引き算

- 16進数同士の足し算・引き算は当然可能です。
- 人間の頭が10進数や2進数に慣れているため、10進数か2進数に変換して計算してもよい。
- 特に16進数と2進数には便利な関係性があるので、その関係を知っていると計算が楽になるかもしれません。
- 皆さんのやりやすい方法を使いましょう。

## ■ 16進数の足し算を10進数に変換して行う。

- 16進数の1Aと27を足せ。

$$1A_{16} + 27_{16} = 26_{10} + 39_{10} = 65_{10} = 41_{16}$$

10進数に変換する

16進数に戻す

## ■ 16進数の足し算を16進数のまま行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

$$1A_{16} + 27_{16} = 41_{16}$$

1  
桁上がり

1 桁目の計算

$$\begin{array}{r} 1A_{16} \\ + 27_{16} \\ \hline 41_{16} \end{array}$$

$A_{16} + 7_{16} = 11_{16}$

## ■ 16進数の足し算を2進数に変換して行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

16進数の各桁を2進数に変換

$$1A_{16} + 27_{16} = (0001\ 1010)_2 + (0010\ 0111)_2$$

$$\begin{array}{r} 0001\ 1010 \\ + 0010\ 0111 \\ \hline 0100\ 0001 \end{array} = (0100\ 0001)_2 = 41_{16}$$

$$\begin{array}{r} 0001\ 1010 \\ + 0010\ 0111 \\ \hline 0100\ 0001 \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ 4 \qquad 1 \end{array}$$

2進数4桁ごとに16進数に戻す

## ■ 2進数の掛け算

- ・掛け算も10進数と同じように計算できる.
- ・ $1101_2 \times 101_2$ は次のように計算できる.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times \quad 101 \\ \hline 1101 \\ 0000 \\ 1101 \\ \hline 1000001 \end{array}$$

$\leftarrow 1101 \times 1 = 1101$   
 $\leftarrow 1101 \times 0 = 0000$   
 $\leftarrow 1101 \times 1 = 1101$   
 $\leftarrow 1101 + 00000 + 110100 = 1000001$

## ■ 2進数の割り算

- 割り算も10進数と同じように計算できる.
- $1000001_2 \div 101_2$ は次のように計算できる.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ 101 \overline{)1000001} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

## ■ 演習

---

- 次の計算をせよ.

- $1010_2 + 1110_2$

- $1010_2 \times 110_2$

- $1111_2 \div 101_2$

## ■ 演習

- 次の計算をせよ。

- $1010_2 + 1110_2 = 11000_2$
- $1010_2 \times 110_2 = 111100_2$
- $1111_2 \div 101_2 = 11_2$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 1110 \\ \hline 11000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times 110 \\ \hline 1010 \\ 1010 \\ \hline 11100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \overline{)1111} \\ 101 \\ \hline 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

## ■ 第21回ME 2種

10進数の10, 11, 12, …を16進数でA, B, C,…と表記するとき,  
16進数6とAとの和を16進数で表した結果はどれか.

1. 6A
2. A6
3. 16
4. 10
5. F1

## ■ 第21回ME 2種

10進数の10, 11, 12, …を16進数でA, B, C,…と表記するとき,  
16進数6とAとの和を16進数で表した結果はどれか.

1. 6A
2. A6
3. 16
- 4. 10**
5. F1

$$6_{16} + A_{16} = 6 + 10 = 16_{10} = 10_{16}$$

別解

$$6_{16} + A_{16} = 0110_2 + 1010_2 = 10000_2 = 10_{16}$$

## ■ 第29回臨床工学技士国家試験

---

- 2つの2進数1100と11の積を2進数で表したのはどれか.
1. 1111
  2. 10100
  3. 11100
  4. 100100
  5. 110100

## ■ 第29回臨床工学技士国家試験

- 2つの2進数1100と11の積を2進数で表したのはどれか.

1. 1111

2. 10100

3. 11100

**4. 100100**

5. 110100

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times \quad 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ 1100 \\ \hline 100100 \end{array}$$

別解

$$1100_2 = 12$$

$$11_2 = 3$$

$$12 \times 3 = 36$$

$$36 = 32 + 4$$

$$= 100000_2 + 100_2$$

$$= 100100_2$$

## ■ 問題

---

- 2進数01010101を3倍した2進数はどれか. 第34回臨床工学技士国家試験
  1. 10000000
  2. 10101010
  3. 10101101
  4. 11101110
  5. 11111111

## 問題

- 2進数01010101を3倍した2進数はどれか. 第34回臨床工学技士国家試験

1. 10000000

3倍なので、11をかけば良い.

2. 10101010

3. 10101101

4. 11101110

5. **11111111**

$$\begin{array}{r} 01010101 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 01010101 \\ + 01010101 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

## ■ 第43回ME2種

- 16進数の加算で、図の□に当てはまるのはどれか。

1. 6

2. 7

3. A

4. B

5. C

$$\begin{array}{r} & F & C \\ + & B & 9 \\ \hline 1 & \square & 5 \end{array}$$

## ■ 第43回ME2種

- 16進数の加算で、図の□に当てはまるのはどれか。

1.	6		F C	
2.	7		$+$	B 9
3.	A			1 □ 5

4. B

5. C

1桁目の足し算をすると

$$C_{16} + 9_{16} = 12 + 9 = 21 = 15_{16}$$

桁上りがあるので

$$F + B + 1 = 1B_{16}$$

よって

答えは4

別解

$FC_{16} + B9_{16}$ を2進数にすると

0000 1111 1100

+0000 1011 1001

-----

0001 1011 0101

よって

$1B5_{16}$

## ■ 第28回臨床工学技士国家試験

---

- 2つの2進数10.01と111.11との和を10進数で表したのはどれか.
1. 9.50
  2. 9.75
  3. 10.00
  4. 10.25
  5. 10.50

## ■ 第28回臨床工学技士国家試験

- 2つの2進数10.01と111.11との和を10進数で表したのはどれか.

1. 9.50

2. 9.75

**3. 10.00**

4. 10.25

5. 10.50

$$10.01$$

$$+111.11$$

$$\overline{1111}$$
  
$$1010.00$$

$$2^3 + 2^1 = 10_{10}$$

別解

$$10.01_2 = 2.25_{10}$$

$$111.11_2 = 7.75_{10}$$

$$2.25 + 7.75 = 10_{10}$$

## ■ 問題

---

- 16進数の減算 $4A - 25$ の結果を10進数で表したのはどれか。第34回  
臨床工学技士国家試験

1. 19
2. 25
3. 31
4. 37
5. 49

## ■ 問題

- 16進数の減算 $4A - 25$ の結果を10進数で表したのはどれか。第34回  
臨床工学技士国家試験

1. 19

2. 25

3. 31

4. 37

5. 49

$$\begin{aligned}4A_{16} - 25_{16} &= 4 \times 16 + 10 - 2 \times 16 - 5 \\&= 32 + 5 - 32 - 5 \\&= 0\end{aligned}$$

## ■ 問題

---

- 16進数B8と9Cの和を16進数で表したのはどれか. (臨床工学技士国家試験36)
  1. 154
  2. 1E4
  3. 220
  4. 244
  5. 340

## 問題

- 16進数B8と9Cの和を16進数で表したのはどれか. (臨床工学技士国家試験36)

1. 154

2. 1E4

3. 220

4. 244

5. 340

$$\begin{array}{r} \text{B8} \\ + \text{9C} \\ \hline 154 \end{array}$$

$$\begin{aligned} B_{16} + 9_{16} + 1_{16} &= 21_{10} \\ &= 15_{16} \\ 8_{16} + C_{16} &= 20_{10} \\ &= 14_{16} \end{aligned}$$

別解

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1001 \\ \hline 0101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1000 \\ 1100 \\ \hline 0100 \end{array}$$

↓      ↓      ↓

1      5      4

# 2進数における負数表現



発展的內容：興味があれば読むと良い。

## ■ 2進数における負値表現

- ・コンピュータでは0と1のみ使える。符号など文字は使えない。
- ・最上位ビットを符号とし、残りのビットを絶対値とする。
- ・例：4ビットつかって数値を表現する場合
  - ・10進数の5は0101
  - ・10進数の-5は1101
- ・マイナスの値のときは最上位ビットが符号ビットとなるので、-5のときは最上位ビットは1となった。

## ■ 符号ビットを使う問題点

- 計算がうまくいかない
- 10進数の5と-5の足し算は0なのに、単純に足したら0にならない。

$$5_{10} + (-5)_{10} \rightarrow 0101_2 + 1101_2 = 10010_2$$

- この計算をうまくやる方法が補数。

## ■ 2の補数を使った負値表現

- 10進数-5を4桁の2の補数を用いて表す.
- まず、 10進数の5を4桁の2進数に変換する.
  - 10進数の5は2進数では0101
- 得られた2進数を0と1を反転させて1を加える.
  - 0101を反転させると1010
  - これに1を加えると1011
- 以上で得られた1011が10進数-5の補数表現である.

## ■ 10進数の5と-5の足し算が0になるか確認

- 2の補数を使った負値表現により10進数の5と-5の足し算がどうなるのか？

$$5_{10} + (-5)_{10} \rightarrow 0101_2 + (1011)_2 = 10000_2$$

これも0にならない！！

## ■ 実は計算はできている

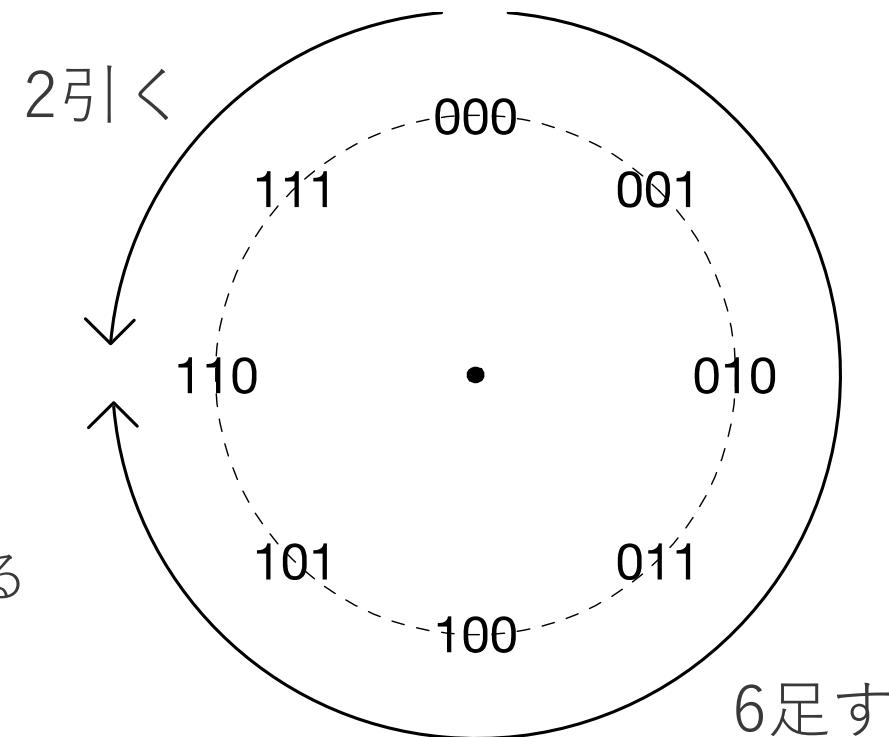
- ここで、数値は4桁の2進数で表しているので、最上位の桁（ビット）は捨てることになる。
- つまり

$$\begin{aligned}5_{10} + (-5)_{10} &\rightarrow 0101_2 + (1011)_2 \\&= 10000_2 \rightarrow 0000_2\end{aligned}$$

ちゃんと0になっている！！

## ■ なぜ補数を使うとうまくいくのか？

- ・ $-2$ の補数を使い3桁の2進数で表すことを考える。
- ・3桁の2進数なので数字は000から111まで表現できる。
- ・3桁の2進数を円状に並べる。
- ・ $-2$ は0から2戻ると考えると,  
 $-2$ は6進むことと同じになる。
- ・すなわち,  $-2$ は110(2の補数)で表すことができる。
- ・数式で考えると, 3ビットは8個の数字を表すことができるので, 2戻るは $8-2=6$ 進むことと同じになる。



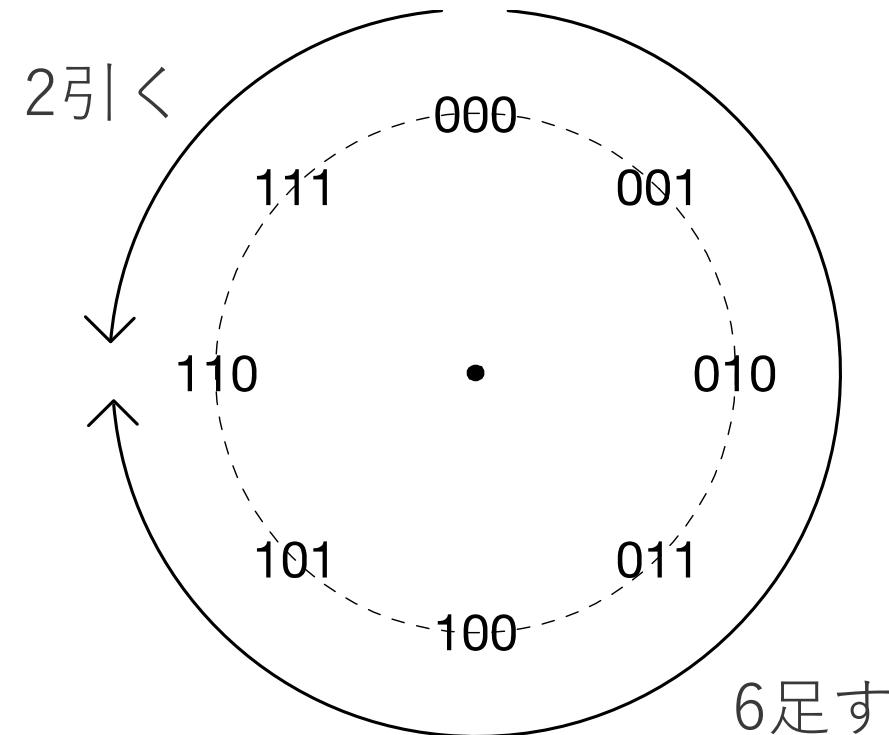
## ■ なぜ補数を使うとうまくいくのか？

2戻るは8進んで2戻ると同じ意味

$$8_{10} - 2_{10} = 1000_2 - 010_2$$

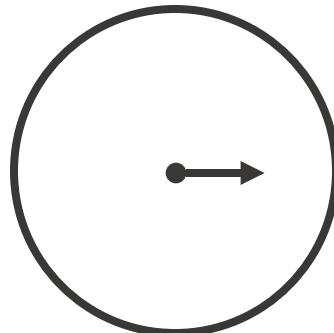
$$\begin{aligned}&= 111_2 + 001_2 - 010_2 \\&= 101_2 + 001_2 \\&= 110_2\end{aligned}$$

$111 - 010$ は010のビット反転に相当する。  
最終的にビット反転して1足したものになる。

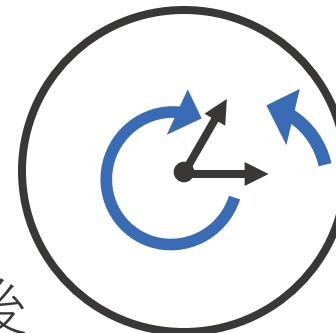


## ■ 補足：時計を使った補数の直感的理

- 現在アナログ時計が3時を示していた場合、2時間前は何時を示しているか。
  - $3-2=1$ 時を示していた。
- しかし、時計においては2時間前は10 ( $12-2$ ) 時間後とおなじになる。
  - $3+10=13$ 時となるが、13時はアナログ時計では1時を示す。
- 2の補数を使った引き算もこれと同じ原理。



10時間後



2時間前

## ■ 演習

---

- 2の補数を用い、次の数を4ビットの2進数で表わせ。
- $-8_{10}$
- $-5_{10}$
- $-1_{10}$

## ■ 補数表現で正の数と負の数が混同しないのか？

- 4ビットの2進数で数を表現する場合。
  - $-8$ から $7$ までの数なら、正の数と負の数を混同することがない。
  - 負値の場合、最上位ビットが必ず $1$ となる。

10進数	2の補数	1の補数
$-8$	1000	表現不可能
$-7$	1001	1000
$-6$	1010	1001
$-5$	1011	1010
$-4$	1100	1011
$-3$	1101	1100
$-2$	1110	1101
$-1$	1111	1110
$-0$	0000	1111

10進数	2の補数	1の補数
$+0$	0000	0000
$+1$	0001	0001
$+2$	0010	0010
$+3$	0011	0011
$+4$	0100	0100
$+5$	0101	0101
$+6$	0110	0110
$+7$	0111	0111
$+8$	表現不可能	表現不可能

4桁の2進数で表せる数の総数は $2^4=16$ 種類

浮動小数点数（おまけ）

## ■ 浮動小数点数

- ・コンピュータで実数を表現するときには浮動小数点数が用いられる.
- ・浮動小数点数では次のような形で, 実数aを表す.

$$a = m \times B^e$$

- ・m : 仮数
- ・B : 底または基數
- ・e : 指数

10進数ならB=10, 2進数ならB=2となる.

## ■ 単精度と倍精度

- 仮数の符号, 仮数, 指数の合計が32ビットとなる浮動小数点数を单精度浮動小数点数という.
- 单精度浮動小数点数は10進数で約7桁の精度である.
- 64ビット用いた浮動小数点数を倍精度浮動小数点数という.
- 倍精度浮動小数点数は10進数で約16桁の精度である.

## ■ 10進数における浮動小数点数

- 例えば1234.56を浮動小数点数で表すと

$$\begin{aligned}1234.56 &= 1.23456 \times 10^3 \\&= 123.456 \times 10^1 \\&= 123456.0 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

- このように、浮動小数点数では指数部の値によって小数点の位置が変わる。

## ■ 2進数を用いた浮動小数点数

- ・コンピュータでは多くの場合、2進数を用いた浮動小数点数(IEEE754)が採用されている。
- ・単精度では、符号1ビット、指数部が8ビット、仮数部が23ビットで数値が表される。
- ・指数部は8ビットなので、10進数でいえば-127から128まで使うことができる。そのために、実際の指数部に127を足したもの指数部として記憶する。補数を使わないので大小比較が用意。
- ・小数点をどこにするか決めなければ指数部は決まらない。仮数を最上位ビットは1であるように決める。そのため、仮数の最上位ビットは必ず1となるため省略することができる。



符号部

指数部

仮数部



例

- 10進数の-27を基数が2の浮動小数点数で表してみる。
  - まず10進数の27を2進数で表すと

$$27_{10} = 11011_2 = 1.1011_2 \times 2^4$$

- よって、仮数部は2進数で1.1011、指数部は10進数で4となることが分かる。
  - 仮数部の最上位ビットは省略するので、実際に保存するのは1011となる。
  - また、指数部は10進数で4であるが、127底上げするため、実際に保存されるのは10進数で131すなわち2進数の10000011である。
  - 符号がーなので、符号部は1となる。



# ■ 浮動小数点数からみる情報工学の考え方

- 浮動小数点数の作り方（規格）は様々な考えることができる。
  - 自分で規格を作ることも可能.
  - 例：指数部を補数にする.
- 規格は統一したほうがみんなが使える。
  - 例：浮動小数点数の規格が同じであれば、同じように四則演算が可能となる.
  - 例：通信規格を統一すれば、その規格に従って作られた機器同士は通信可能となる.
- ルールの統一はどうする。
  - IEEEなどの業界団体が決める
  - 市場が決める（デファクト・スタンダード）
- 情報工学の世界では、自分で何でも作れる。
  - 自分のアイデアで世界を変えることが可能
  - しかし、自分で何でも作ることは非効率的。車輪の再開発を避ける。既存の規格、ライブラリなどを尊重。

