

# 情報処理工学 第7回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

カルノー図

## ■ 真理値表から論理回路を作る

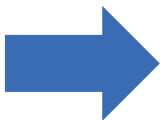
---

- 前述のやり方では困ることがある.
  - 式の簡単化に行き詰まる.
  - 入力が多く真理値表が複雑になっている.

## ■ 式の簡単化が行き詰まる例

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



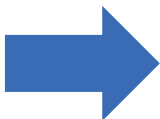
$$\begin{aligned} Y &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \\ &= \overline{A} \cdot B + A \cdot (\overline{B} + B) \\ &= \overline{A} \cdot B + A \end{aligned}$$

ORの真理値表を論理式にうまく変換できていない…

## ■ 式の簡単化が行き詰まる例

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



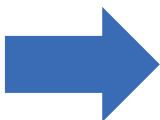
$$\begin{aligned} Y &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \\ &= \overline{A} \cdot B + A \cdot (\overline{B} + B) \\ &= \overline{A} \cdot B + A \end{aligned}$$

ORの真理値表を論理式にうまく変換できていない…

## ■ 式の簡単化が行き詰まる例

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$$\begin{aligned} Y &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + \underline{A \cdot B} \\ &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + \underline{A \cdot B} + \underline{A \cdot B} \\ &= (A + \overline{A}) \cdot B + A \cdot (B + \overline{B}) \\ &= A + B \end{aligned}$$

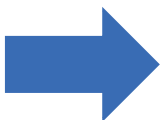
論理式の公式をうまく駆使すればORの論理式が導けるが…

簡単な方法はないのか？

## ■ 式の簡単化が行き詰まる例

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$$\begin{aligned}Y &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \\&= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B + A \cdot B \\&= (A + \overline{A}) \cdot B + A \cdot (B + \overline{B}) \\&= A + B\end{aligned}$$

論理式の公式をうまく駆使すればORの論理式が導けるが…

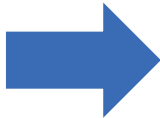
簡単な方法はないのか？  カルノー図を使うとうまくいく

# ■ カルノー図

- 論理式を簡略化するための表

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



カルノー図

B \ A	A	0	1
0		0	1
1		1	1



# ■ カルノー図

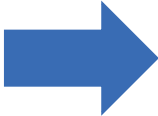
- 論理式を簡略化するための表

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

入力

出力



入力 カルノー図

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	1

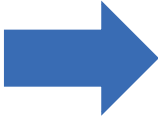
出力

# ■ カルノー図

- 論理式を簡略化するための表

ORの真理値表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



カルノー図

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	1

赤い部分が入力  
青い部分が出力

## ■ カルノー図から論理式を求める

B \ A	0	1
	0	1
0	0	1
1	1	1

赤い線で囲まれた出力が1になる部分について考えてみる.

$$\boxed{\overline{A} \cdot B} + \boxed{A \cdot B} = B \cdot (A + \overline{A}) = B$$

Aが消えてBだけになった！！

## ■ カルノー図から論理式を求める

B \ A	0	1
	0	1
0	0	1
1	1	1

$$\overline{A} \cdot B + A \cdot B = B \cdot (A + \overline{A}) = B$$

赤い線で囲まれた部分では、Aは0と1、Bは1となる。

Aは0と1の値になる場合、AとAの否定の足し算が出てくるため、Aが消えてBのみとなった。

## ■ カルノー図から論理式を求める

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	1

赤い点線で囲まれた部分について考えてみる.

$$\boxed{A \cdot \bar{B}} + \boxed{A \cdot B} = A \cdot (B + \bar{B}) = A$$

前述のように考えると, Bは0と1となっているため, Bが消えた.

## ■ カルノー図から論理式を求める

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	1

赤い線で囲まれた部分から導かれた論理式と、赤い点線で囲まれた部分から導かれた論理式を足すと答えとなる。

$$Y = A + B$$

## ■ カルノー図から論理式を求める

B \ A	0	1
	0	1
0	0	1
1	1	1

$$\begin{aligned} Y &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \\ &= \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + \boxed{A \cdot B + A \cdot B} \\ &= (A + \overline{A}) \cdot B + A \cdot (B + \overline{B}) \\ &= A + B \end{aligned}$$

なぜ、赤い線と赤い点線の両方で囲まれた $A \cdot B$ を2回使ってよいのか？

それは $A \cdot B = A \cdot B + A \cdot B$ と変換できるためである。

## ■ 3つ以上入力がある場合のカルノー図

- 入力が3つ以上の場合でも、2つのときと同じやり方で行う。
- ただし、表の中の数値の並び方に注意する。

真理値表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

カルノー図

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1



## ■ 例

- 次の真理値表で表す出力をする論理式を求めよ。ただし、Yを出力とする。

真理値表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

カルノー図

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

C \ AB	AB			
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

C \ AB	AB			
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$\begin{aligned}
 & A B \cdot (\cancel{C + \bar{C}}) + (\cancel{A + \bar{A}}) B C + A (\cancel{B + \bar{B}}) C \\
 & = A B + B C + A C
 \end{aligned}$$

## ■ 演習

- 次の真理値表から論理回路を作れ。ただし、カルノー図を用いよ。

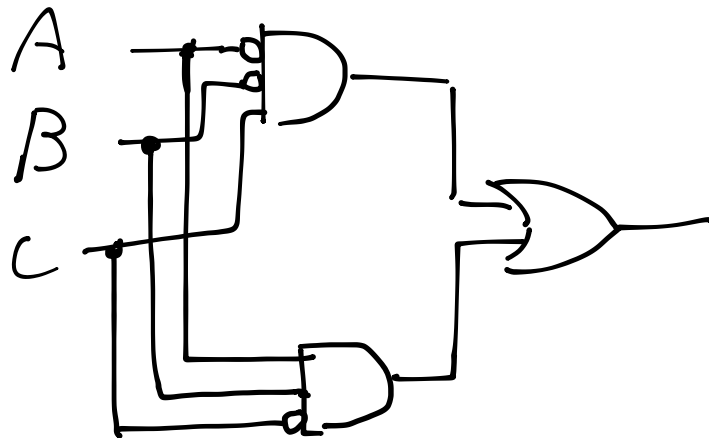
真理値表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$\begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix}$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	0	0

$$Y = \bar{A} \bar{B} \cdot C + A \cdot B \bar{C}$$



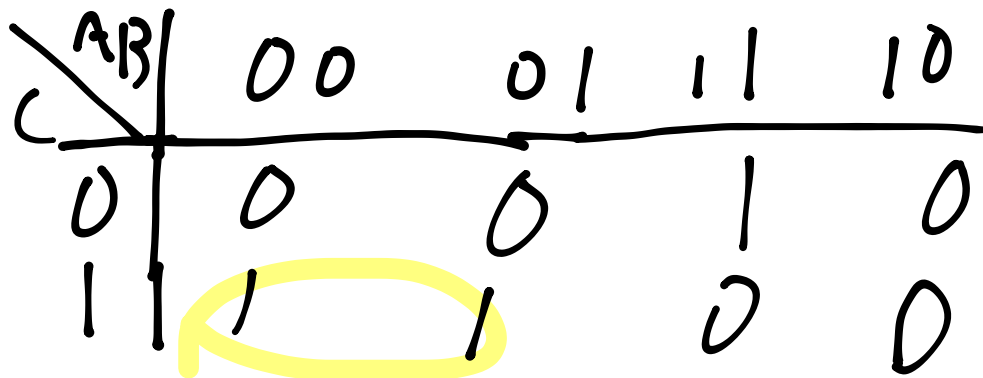
## ■ 演習

- 次の真理値表から論理回路をつくれ。ただし、カルノー図を用いよ。

真理値表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



$$Y = \bar{A} \cdot C + A \cdot B \bar{C}$$

