情報処理工学 第２回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

2進数の小数の表現

小数

$$0.27_{10}$$

0.1の位	0.01の位
.2	7
10^(-1)が2個ある	10^(-2)が7個ある

$$0.27_{10} = 2 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

小数の2進数

$$0.11_2$$

2^(-1)の位	2^(-2)の位
.1	1
2^(-1)が1個ある	2^(-2)が1個ある

$$0.11_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$
$$= 0.5_{10} + 0.25_{10} = 0.75_{10}$$

演習

- 2進数の0.101を10進数に変換せよ.

2進数と10進数との対応

2進数	2^n	10進数
10000000000	2^10	1024
1000000000	2^9	512
100000000	2^8	256
10000000	2^7	128
1000000	2^6	64
100000	2^5	32
10000	2^4	16
1000	2^3	8
100	2^2	4
10	2^1	2
0	2^0	1
0.1	2^-1	0.5
0.01	2^-2	0.25
0.001	2^-3	0.125
0.0001	2^-4	0.0625
0.00001	2^-5	0.03125

10進数の小数から2進数への変換

- 10進数の0.625を2進数に変換するにはどうすればよいか？
- 掛け算を使って計算する.

10進数の小数から2進数への変換

10進数のを2進数に変換する.

$$\begin{array}{rr} & 0.625 \\ \times & 2 \\ \hline & 1.25 \\ \times & 2 \\ \hline & 0.5 \\ \times & 2 \\ \hline & 1.0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 0.25 \\ \times & 2 \\ \hline \end{array}$$

小数の部分を2倍する.

10進数の小数から2進数への変換

10進数のを2進数に変換する.

$$
\begin{array}{rl}
 & 0.625 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 1.25 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 0.5 \\
\times & 2 \\
\hline
 & 1.0
\end{array}
$$

矢印の順に０と1を並べる.

0.101

2進数が導かれる.

演習

- 10進数の0.375を2進数に変換せよ.

無限小数

10進数の0.1を2進数に変換しようとすると無限小数になってしまう.

$$
\begin{array}{lr}
 & 0.1 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 0.2 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 0.4 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 0.8 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 1.6 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 1.2 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 0.4
\end{array}
$$

この計算が繰り返される.

2進数における四則演算、２進数における負数表現

２進数の足し算，引き算

- 10進数の足し算，引き算と変わりはない.
- しかし，桁上り，桁下がりに注意する.

足し算の例

- 2進数11011と10101を足せ.

$$
\begin{array}{r}
11011 \\
+\ 10101 \\
\hline
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
1 \\
11011 \\
+10101 \\
\hline
0
\end{array}
$$

一番下の桁から足していく.　　1+1=10なので桁上りがある.

足し算の例

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11011 \\ +10101 \\ \hline 00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11011 \\ +10101 \\ \hline 000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11011 \\ +10101 \\ \hline 0000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11011 \\ +\ 10101 \\ \hline 110000 \end{array}$$

引き算の例

- 2進数11011から2進数10101を引け.

桁下がり
10-1を計算

$$\begin{array}{r} 11011 \\ -10101 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11011 \\ -10101 \\ \hline 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\boxed{0}11 \\ -10\boxed{1}01 \\ \hline \boxed{1}10 \end{array}$$

別のやり方

- 2進数を10進数になおして計算し，その計算結果を2進数に変換する．

$$
\begin{aligned}
11011_2 + 10101_2 &= 27_{10} + 21_{10} = 48_{10} \\
&= 110000_2
\end{aligned}
$$

16進数の足し算・引き算

- 16進数同士の足し算・引き算は当然可能ですが，人間の頭が10進数や2進数に慣れているため，10進数か2進数に変換して計算したほうが楽でしょう.
- 特に16進数と2進数には便利な関係性があるので，その関係を知っていると計算が楽になります.

16進数の足し算を10進数に変換して行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

$$1A_{16} + 27_{16} = 26_{10} + 39_{10} = 65_{10} = 41_{16}$$

10進数に変換する　　　　16進数に戻す

16進数の足し算を2進数に変換して行う.

- 16進数の1Aと27を足せ.

16進数の各桁を2進数に変換

$$
\begin{aligned}
1\mathrm{A}_{16} + 27_{16} &= (0001\ 1010)_2 + (0010\ 0111)_2 \\
&= (0100\ 0001)_2 = 41_{16}
\end{aligned}
$$

2進数4桁ごとに16進数に戻す

2進数の掛け算

- 掛け算も10進数と同じように計算できる.
- 1101_2X101_2は次のように計算できる.

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
\times \qquad 101 \\
\hline
1101 \\
0000 \\
1101 \\
\hline
1000001
\end{array}
$$

2進数の割り算

- 割り算も10進数と同じように計算できる.
- $1000001_2 \div 101_2$は次のように計算できる.

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
101\,\overline{)\,1000001} \\
101 \\
\hline
110 \\
101 \\
\hline
101 \\
101 \\
\hline
0
\end{array}
$$

演習

- 次の計算をせよ.
  - 1010_2+1110_2
  - $1010_2 \times 110_2$
  - $1111_2 \div 101_2$

２の負値表現

- 最上位ビットを符号とし，残りのビットを絶対値とする.

- 例：４ビットつかって数値を表現する場合
  - 10進数の5は0101
  - 10進数の-5は1101

- マイナスの値のときは最上位ビットが符号ビットとなので，-5のときは最上位ビットは1となった.

符号ビットを使う問題点

- 計算がうまくいかない
- 10進数の5と-5の足し算は0なのに，単純に足したら0にならない.

$$5_{10} + (-5_{10}) \rightarrow 0101_2 + 1101_2 = 10010_2$$

- この計算をうまくやる方法が補数.

2の補数を使った負値表現

- 10進数-5を2の補数を用いて表す.

- まず，10進数の5を2進数に変換する.
  - 10進数の5は2進数では101

- 得られた2進数を0と1を反転させて1を加える.
  - 101を反転させると010
  - これに1を加えると011
- 以上で得られた011が10進数-5の補数表現である.

■ 10進数の5と-5の足し算が0になるか確認

- 2の補数を使った負値表現により10進数の5と-5の足し算がどうなるのか？

$$5_{10} + (-5_{10}) \rightarrow 101_2 + (011)_2 = 1000_2$$

これも0にならない！！

実は計算はできている

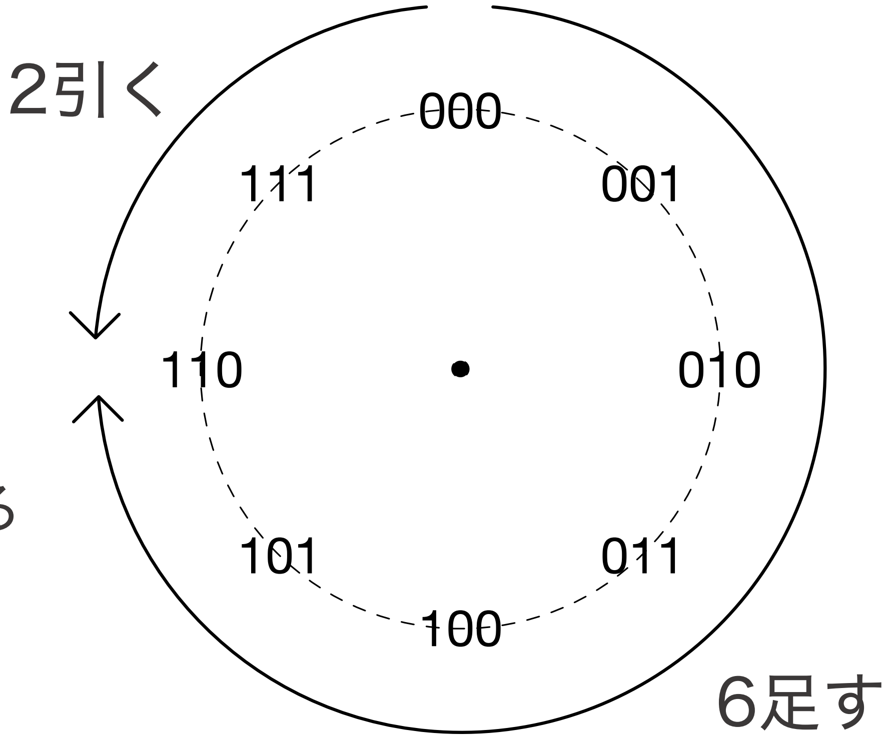
- ここで，数値は3桁の2進数で表しているとすると，最上位の桁（ビット）は捨てることになる．
- つまり

$$
\begin{aligned}
5_{10} + (-5_{10}) \rightarrow & 101_2 + (011)_2 \\
= & 1000_2 \rightarrow 000_2
\end{aligned}
$$

ちゃんと０になっている！！

なぜ補数を使うとうまくいくのか？

- –2の補数を使い３桁の２進数で表すことを考える.
- 3桁の２進数なので数字は000から111まで表現できる.
- 3桁の２進数を円状に並べる.
- –2は0から2戻ると考えると,
–２は6進むことと同じになる.
- すなわち，-2は110（2の補数）
で表すことができる.
- 数式で考えると，3ビットは8個の
数字を表すことができるので，2戻る
は8-2=6進むことと同じになる.

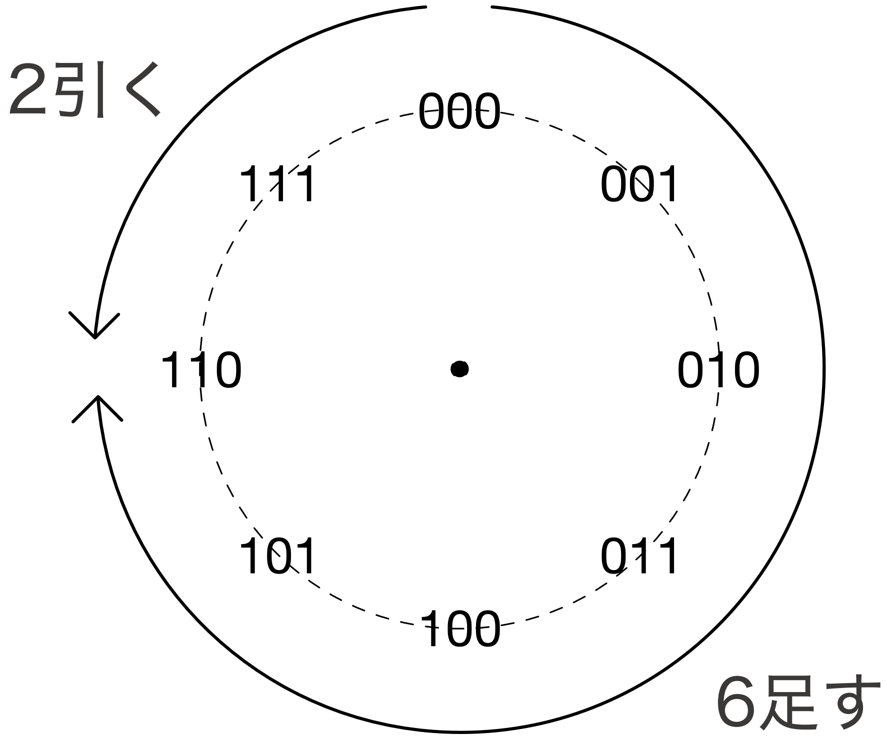


なぜ補数を使うとうまくいくのか？

8進んで２戻る

$$\begin{aligned} 8_{10} - 2_{10} &= 1000_2 - 010_2 \\ &= \boxed{111_2} + 001_2 \boxed{- 010_2} \\ &= \boxed{101_2} + 001_2 \\ &= 110_2 \end{aligned}$$

111−010は010のビット反転に相当する.
最終的にビット反転して１足したものになる.



補足：時計を使った補数の直感的理解

- 現在アナログ時計が3時を示していた場合，2時間前は何時を示しているか.
  - 3-2=1時を示していた.
- しかし，時計においては2時間前は10 (12-2) 時間後とおなじになる.
  - 3+10=13時となるが，13時はアナログ時計では1時を示す.

- 2の補数を使った引き算もこれと同じ原理.

演習

- 2の補数を用い，次の数を4ビットの2進数で表わせ.

- -8_{10}

- -5_{10}

- -1_{10}

補数表現で正の数と負の数が混同しないのか？

- 4ビットの2進数で数を表現する場合.
  - −8から7までの数なら，正の数と負の数を混同することがない.
  - 負値の場合，最上位ビットが必ず1となる.

10進数	2の補数	1の補数
−8	1000	表現不可能
−7	1001	1000
−6	1010	1001
−5	1011	1010
−4	1100	1011
−3	1101	1100
−2	1110	1101
−1	1111	1110
−0	0000	1111

10進数	2の補数	1の補数
+0	0000	0000
+1	0001	0001
+2	0010	0010
+3	0011	0011
+4	0100	0100
+5	0101	0101
+6	0110	0110
+7	0111	0111
+8	表現不可能	表現不可能