

情報処理工学 第6回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

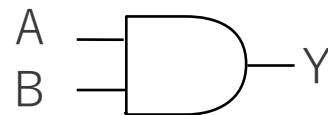
論理回路

■ 論理回路

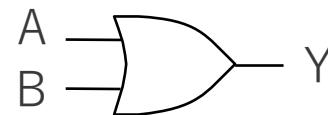
- 論理演算を回路で表したものを論理回路とよぶ。
 - コンピュータは論理回路により様々な処理を実現している。
-
- 論理回路を構成する素子のことを論理素子と言う。
 - 論理回路は1と0を扱う。1と0はそれぞれ真と偽, T (True) と F (False), もしくは H (High) と L (Low) と呼ばれることがある。

■ 論理素子

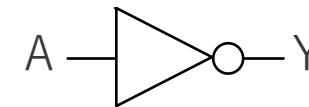
- 論理積 (AND) , 論理和 (OR) , 否定 (NOT) , 排他的論理和 (XOR) それぞれに対応した論理回路を構成する素子がある.



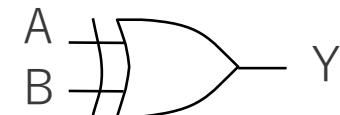
ANDゲート



ORゲート



NOTゲート



XORゲート

$$A \cdot B = Y$$

$$A + B = Y$$

$$\overline{A} = Y$$

$$A \oplus B = Y$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

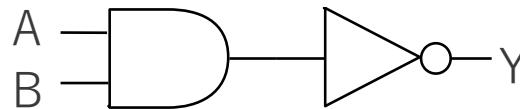
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	Y
0	1
1	0

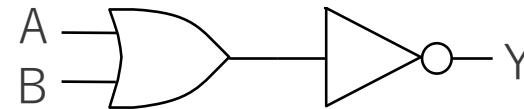
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ NAND回路, NOR回路

- 論理積の否定および論理和の否定を出力する回路を、それぞれNANDゲート, NORゲートと呼ぶ。

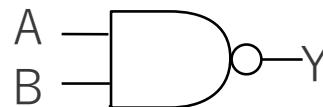


NANDゲート

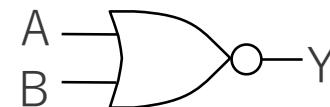


NORゲート

- NOTゲートの三角の部分は省略できるので、それぞれのゲートは次のように描くことができる、



NANDゲート



NORゲート

論理式から論理回路へ

■ 論理式から論理回路を作る

- 論理式で用いる論理演算に対応する論理素子がそれぞれあるので、論理式は論理回路に変換することができる。

■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

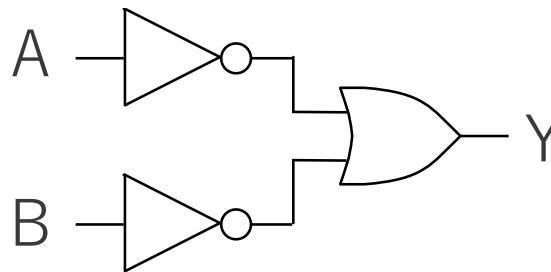
$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

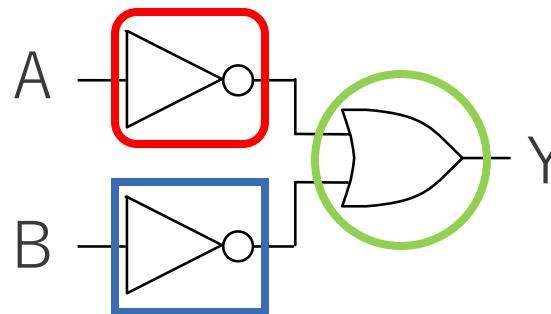


■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

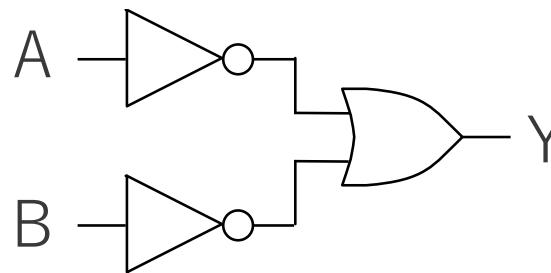
$$Y = (A + B) + A \cdot B$$



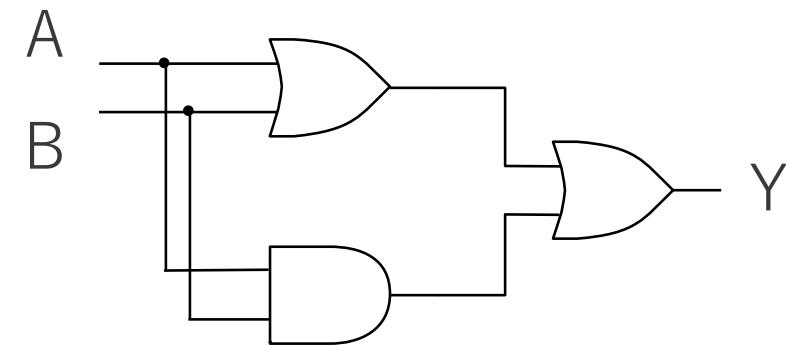
■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$



$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

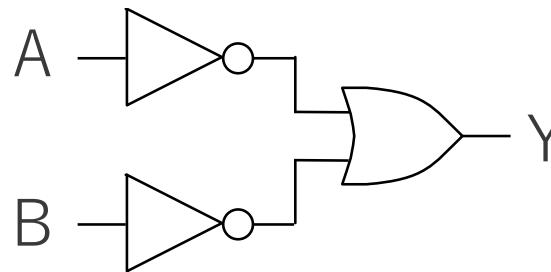


注意：線が接続している部分は黒丸で描く。

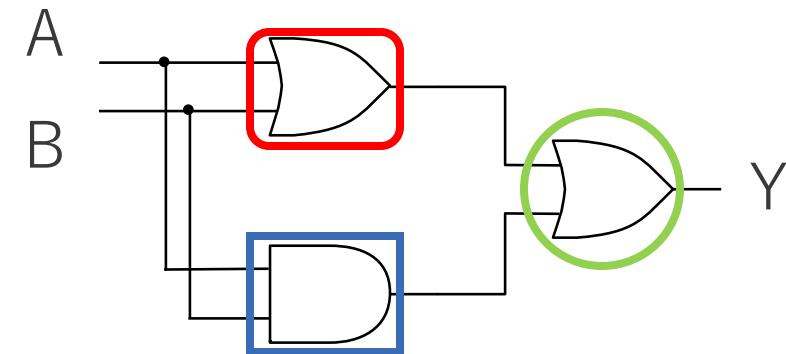
■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$



$$Y = \boxed{(A + B)} \oplus \boxed{A \cdot B}$$

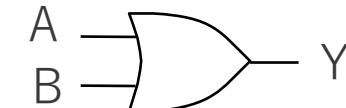
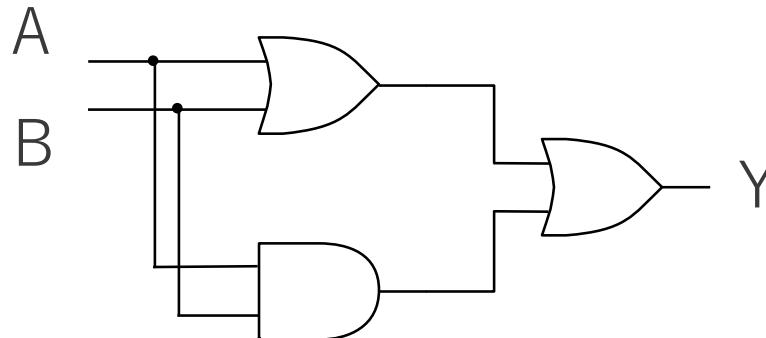


注意：線が接続している部分は黒丸で描く。

■ 論理式の簡略化と論理回路

- 論理式を論理回路にするととき、論理式はなるべく簡単化した後に論理回路にする。

$$\begin{aligned}Y &= (A + B) + A \cdot B \\&= A + B\end{aligned}$$



■ 演習

- ・次の論理式を論理回路に直せ.

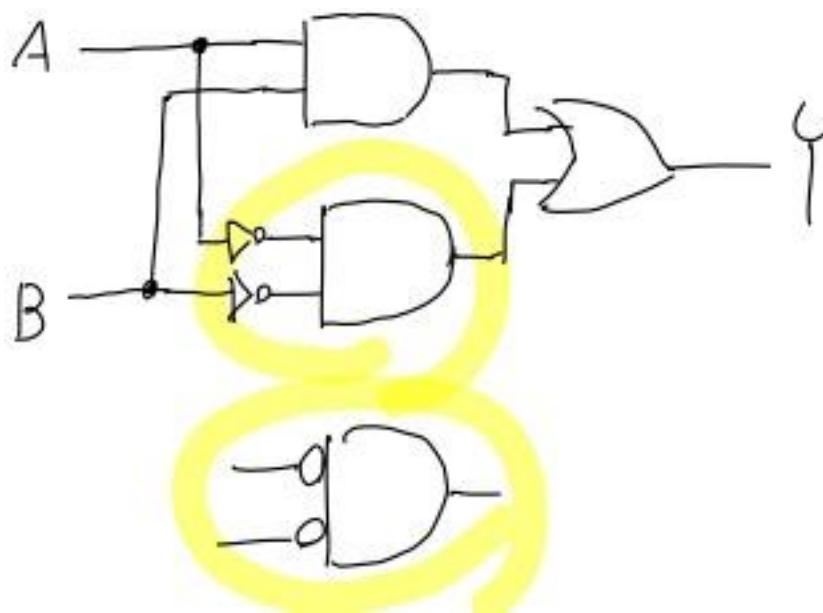
$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

■ 演習

- 次の論理式を論理回路に直せ.

AND OR NOT
 \Rightarrow - \Rightarrow - \neg -

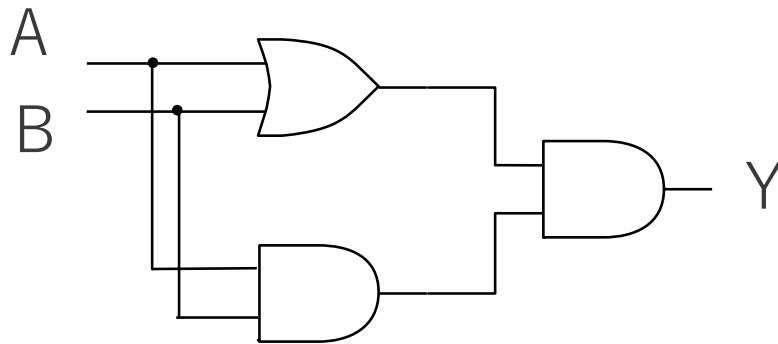
$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$



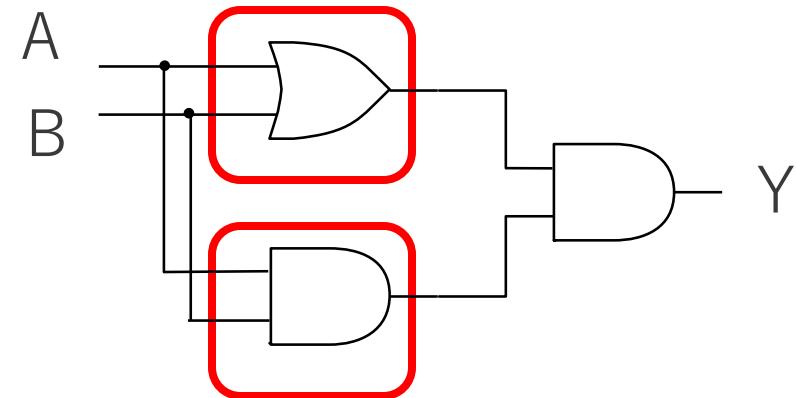
論理回路から論理式へ

■ 論理回路を論理式に変換する。

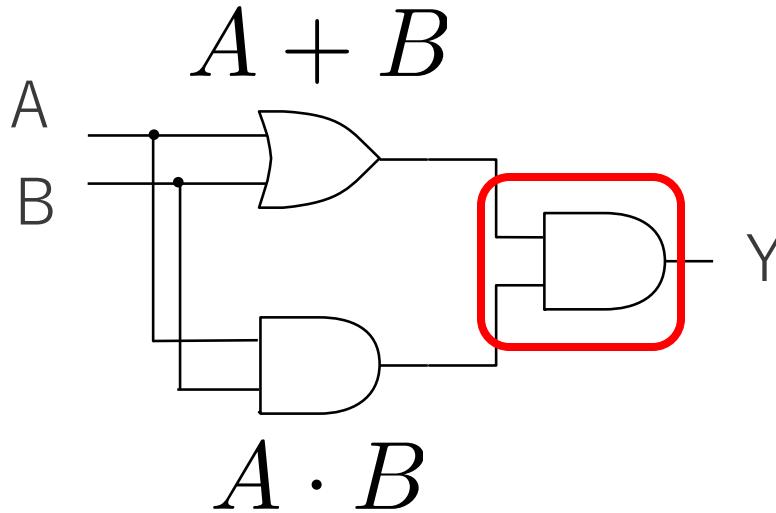
この回路を論理式に
変換してみる。



まず、入力に近い回路
から論理式に変換する。



■ 論理回路から論理式を作る

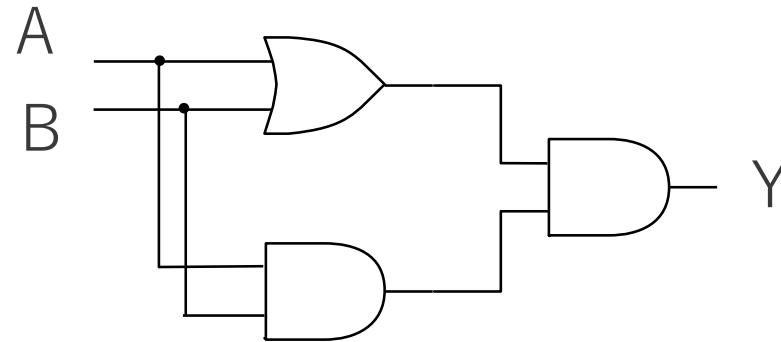


出力を計算するAND回路は、
入力に接続されている回路
の出力を受け取る。

$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

■ 論理回路の簡略化

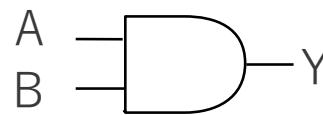
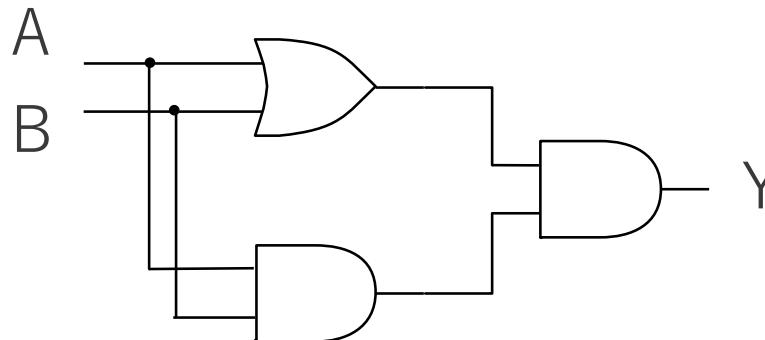
- 先の例の論理回路から得られた論理式を見ると、論理式を簡単化することができる事が分かる。



$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

簡単化可能

■ 論理回路の簡略化



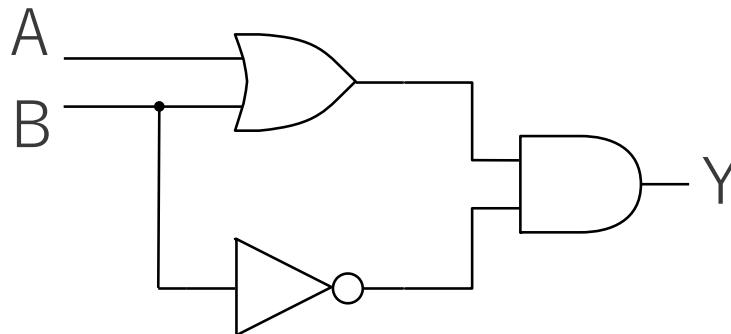
$$\begin{aligned}Y &= (A + B) \cdot (A \cdot B) \\&= A \cdot (A \cdot B) + B \cdot (A \cdot B) \\&= A \cdot B + A \cdot B \\&= A \cdot B\end{aligned}$$

例題で扱った回路は、簡略化するとAND回路となった。

論理回路から真理値表へ

■ 論理回路から真理値表を作る。

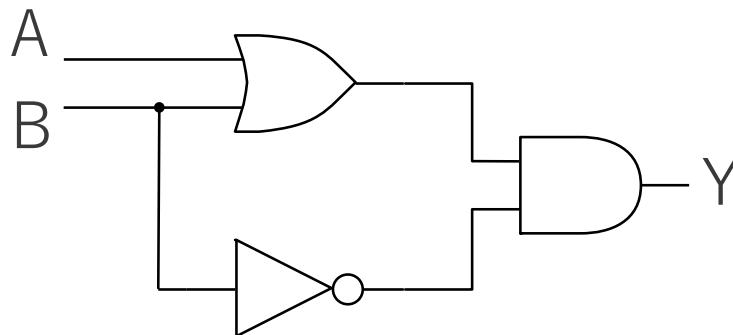
- 論理回路の動作は、論理式だけではなく真理値表でも表現することができる。



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

■ 論理回路から真理値表を作る。

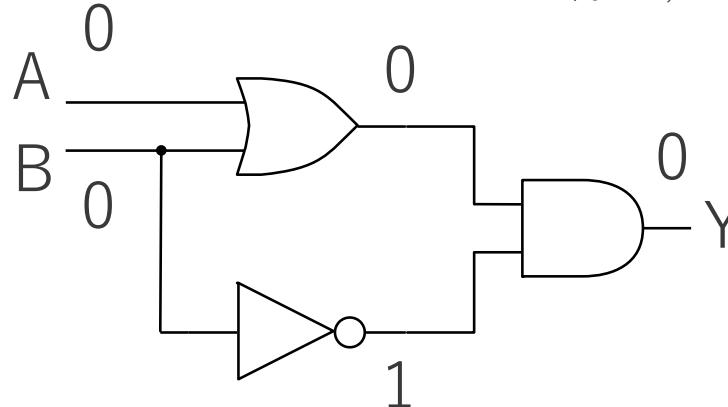
- 論理回路の動作は、論理式だけではなく真理値表でも表現することができる。



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 論理回路から真理値表を作る。

- 論理回路から真理値表に変換する一番簡単な方法
 - 一つ一つ値を代入して出力を求める。

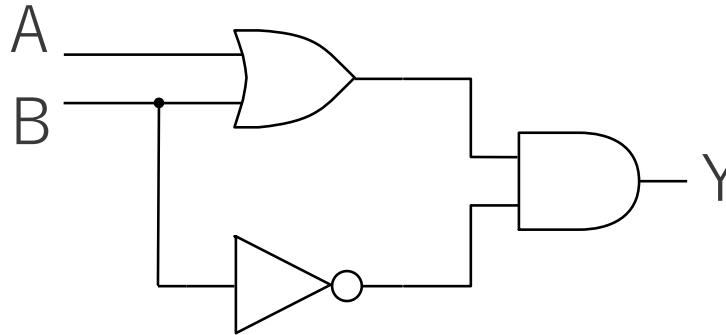


例えば、この計算

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 論理回路から真理値表を作る。

- 論理回路から真理値表に変換するスマートなやり方
 - 論理回路から論理式を求める。



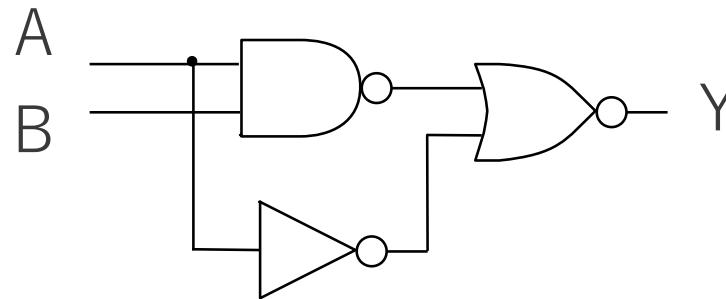
$$(A + B) \cdot \bar{B} = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{B} = A \cdot \bar{B}$$

よって $A = 1, B = 0$ だけ1, それ以外は0となる。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

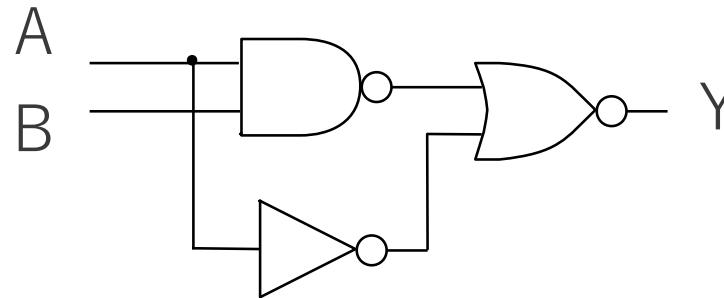
■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



$$\begin{aligned}
 & \overline{(A \cdot B)} + \bar{A} \\
 &= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} + \bar{A} = A \cdot B
 \end{aligned}$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

真理値表から論理回路へ

■ 真理値表から論理回路を作る

- 論理回路を用い、何かの機能を実現するとき、まず真理値表を作成する。
- 論理回路は作成した真理値表を元に作成する。
- では、どうすれば真理値表から論理回路を作れるのか？

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

この真理値表から論理回路をどう作る？

■ 真理値表から論理回路を作る

- ・ 真理値表から論理回路を作ることは非常に難しい.
- ・ 真理値表から論理回路を作るには、次の手順を踏む.

真理値表



真理値表に基づき、論理式を作る



論理式に基づき、論理回路を作る

■ 真理値表から論理式を作る

- 出力が1のときに着目する。

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ 真理値表から論理式を作る

- 図のように論理式を作る。

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 出力が1の部分は入力の掛け算に
- 入力が0のところは否定に

$$\rightarrow \overline{A} \cdot B$$

$$\rightarrow A \cdot \overline{B}$$

この作業は、出力が1になる行だけ1になる論理式を求めている。

■ 真理値表から論理式を作る

- ・先程の手順で作成した論理式を足す.
- ・できた論理式を簡単化して完成.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

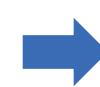
$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\quad} (\overline{A} \cdot B) + (A \cdot \overline{B}) \\ \xrightarrow{\quad} \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \end{array}$$

XORの式になった

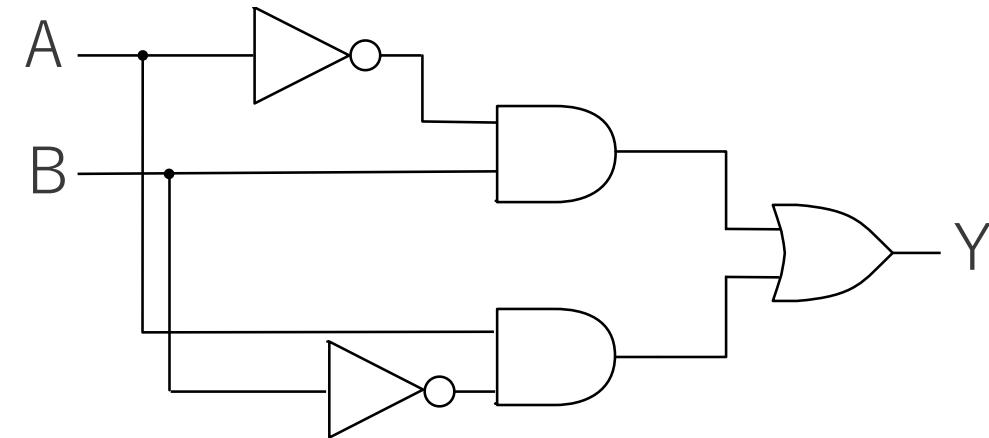
■ 真理値表から論理回路を作る

- 完成した論理式から、論理回路を作成すればよい。

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$



■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ. ただし, 論理式はできるだけ簡単化せよ.

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$$A \cdot \bar{B}$$

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ. ただし, 論理式はできるだけ簡単化せよ.

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

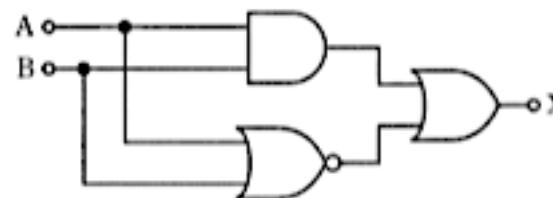
$$\bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot B$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

■ 演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか. (27回国家試験)



1. 入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2. 入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

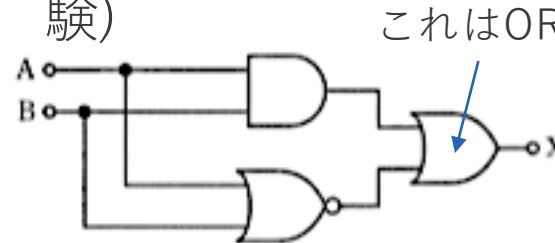
3. 入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4. 入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

5. 入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ 演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか。 (27回国家試験)



回路を論理式で表すと

$$A \cdot B + \overline{A + B}$$

となる。 $A \cdot B$ と $\overline{A + B}$ を足した真理値表は3となる。

$$\begin{aligned} A \cdot B + \overline{A + B} &= A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = (\overline{A} + B) \cdot (A + \overline{B}) = \\ A \cdot \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot B &= A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B \end{aligned}$$

なので、この回路はXORの否定になっている。

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

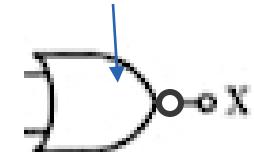
入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

これはNOR



■ 中間試験

- 第8回（11月26日）講義の後半に実施
- 時間は30分
- 範囲は第1回から第7回の講義で取り扱った次の内容
 - N進数, 波形信号（音声など）, 画像, 論理式, 論理回路
- 国家試験, ME2種の過去問を改変したものを出題
- 筆記用具、スマホまたはPC持ち込み可
 - 特に回答はFormsで行うためスマホまたはPCは必ず持参すること！！
- 不合格（60点未満）となった学生がいた場合は、対象者に再試の連絡をする。
- 定期試験ができると国家試験もできるようになるので頑張ろう。