

情報処理工学 第6回

藤田 一寿

公立小松大学保健医療学部臨床工学科

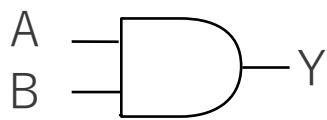
論理回路

■ 論理回路

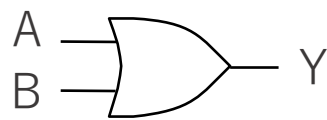
- 論理演算を回路で表したものを論理回路とよぶ.
- コンピュータは論理回路により様々な処理を実現している.
- 論理回路を構成する素子のことを論理素子と言う.
- 論理回路は1と0を扱う. 1と0はそれぞれ真と偽, T (True)とF (False), もしくはH (High)とL(Low)と呼ばれることもある.

■ 論理素子

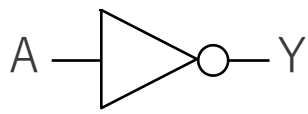
- 論理積 (AND) , 論理和 (OR) , 否定 (NOT) , 排他的論理和 (XOR) それぞれに対応した論理回路を構成する素子がある.



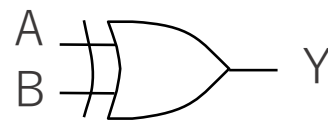
ANDゲート



ORゲート



NOTゲート



XORゲート

$$A \cdot B = Y$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A + B = Y$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\overline{A} = Y$$

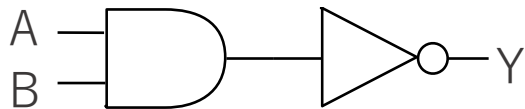
A	Y
0	1
1	0

$$A \oplus B = Y$$

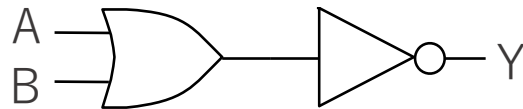
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ NAND回路, NOR回路

- 論理積の否定および論理和の否定を出力する回路を, それぞれNANDゲート, NORゲートと呼ぶ.

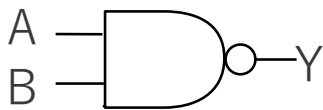


NANDゲート

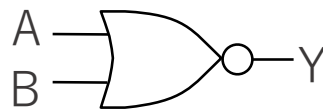


NORゲート

- NOTゲートの三角の部分は省略できるので, それぞれのゲートは次のように描くことができる,



NANDゲート



NORゲート

論理式から論理回路へ

■ 論理式から論理回路を作る

- 論理式で用いる論理演算に対応する論理素子がそれぞれあるので、論理式は論理回路に変換することができる。

■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

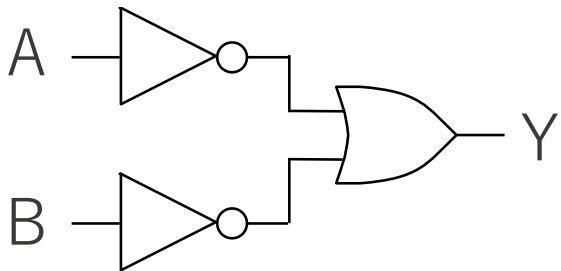
$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

■ 例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$

$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

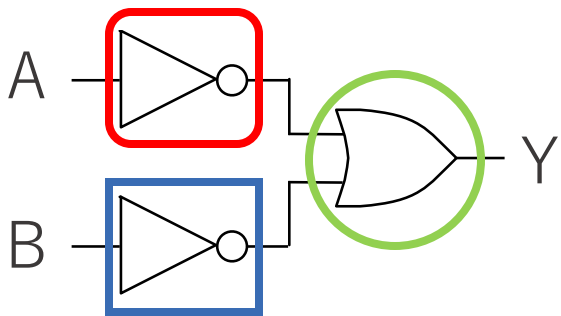


例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} \oplus \overline{B}$$

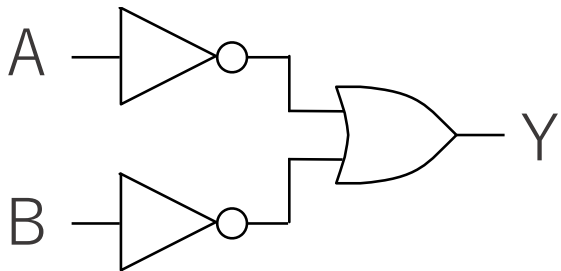
$$Y = (A + B) + A \cdot B$$



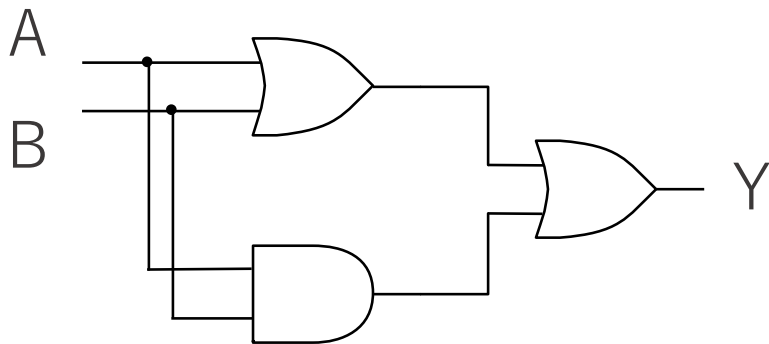
例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$



$$Y = (A + B) + A \cdot B$$

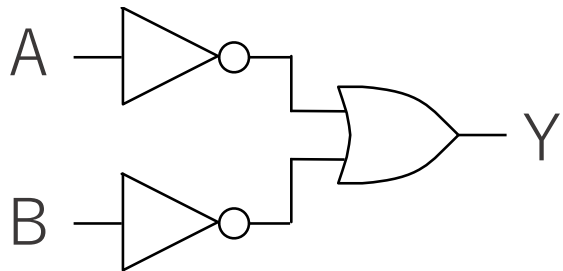


注意：線が接続している部分は黒丸で描く.

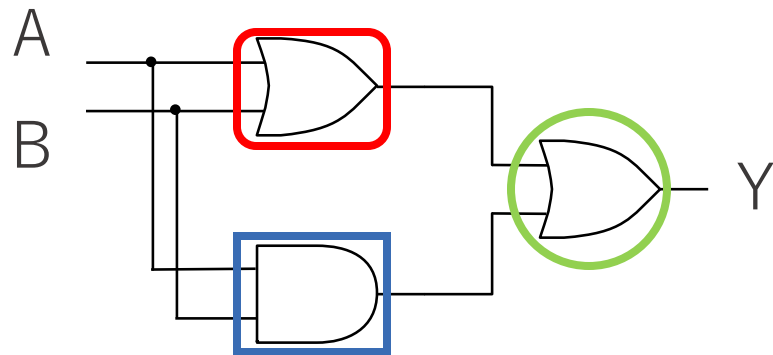
例題

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = \overline{A} + \overline{B}$$



$$Y = (A + B) \oplus [A \cdot B]$$

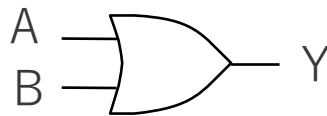
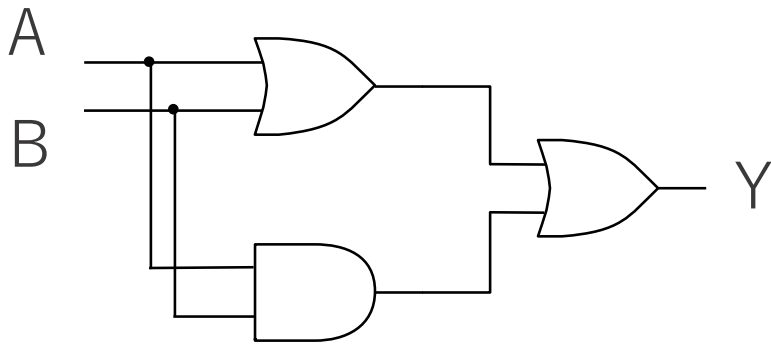


注意：線が接続している部分は黒丸で描く.

■ 論理式の簡略化と論理回路

- 論理式を論理回路にするとき，論理式はなるべく簡単化した後に論理回路にする．

$$\begin{aligned} Y &= (A + B) + A \cdot B \\ &= A + B \end{aligned}$$



■ 演習

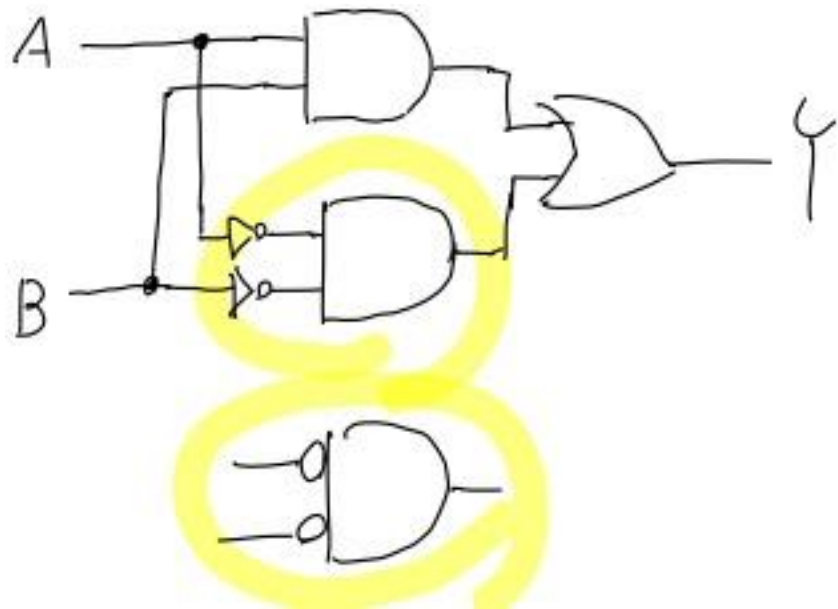
- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

■ 演習

- 次の論理式を論理回路に直せ.

$$Y = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

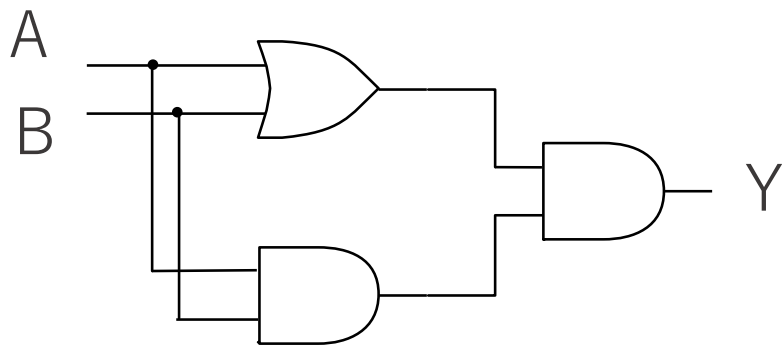


AND OR NOT
⇒ D- ⇒ D- ->

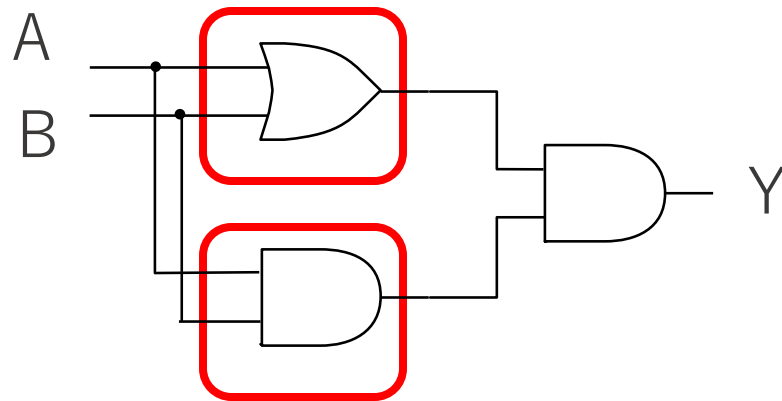
論理回路から論理式へ

■ 論理回路を論理式に変換する.

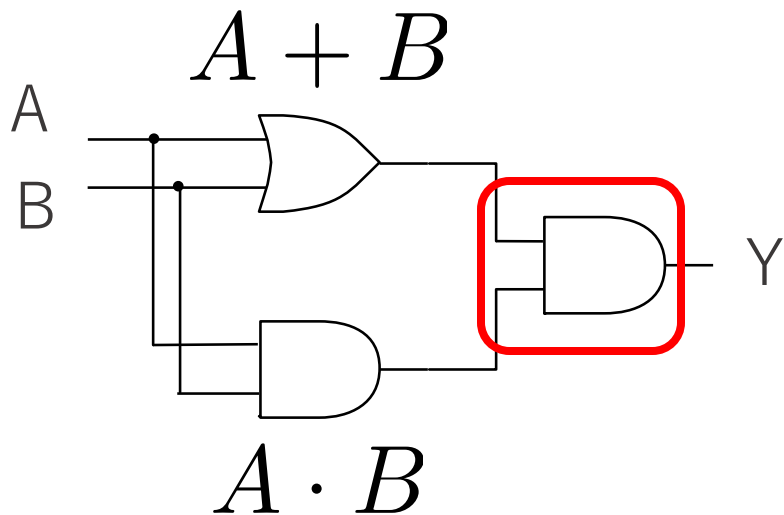
この回路を論理式に変換してみる.



まず, 入力に近い回路から論理式に変換する.



論理回路から論理式を作る

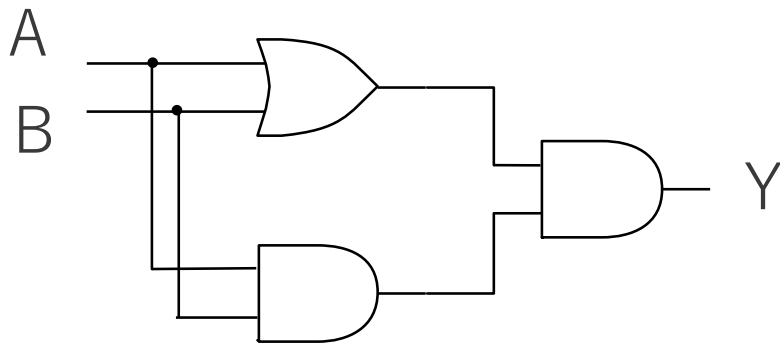


出力を計算するAND回路は、
入力に接続されている回路
の出力を受け取る。

$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

論理回路の簡略化

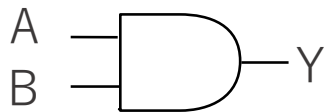
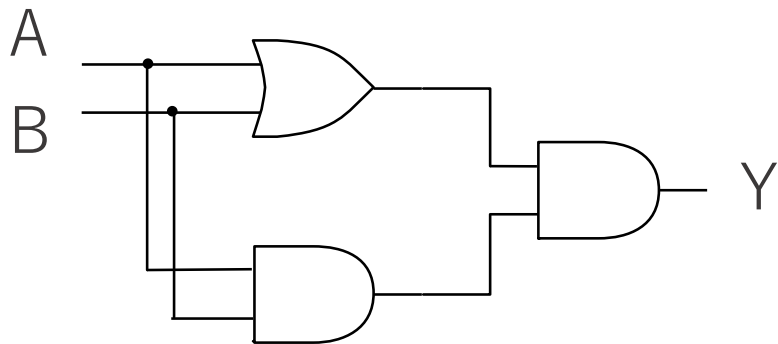
- 先の例の論理回路から得られた論理式を見ると、論理式を簡単化することができることが分かる。



$$Y = (A + B) \cdot (A \cdot B)$$

簡単化可能

■ 論理回路の簡略化



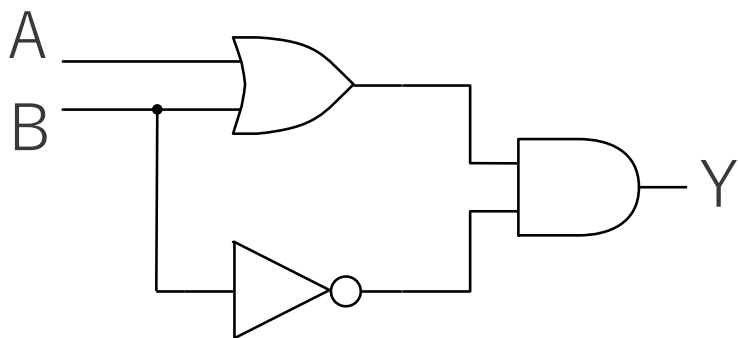
$$\begin{aligned} Y &= (A + B) \cdot (A \cdot B) \\ &= A \cdot (A \cdot B) + B \cdot (A \cdot B) \\ &= A \cdot B + A \cdot B \\ &= A \cdot B \end{aligned}$$

例題で扱った回路は，簡略化するとAND回路となった。

論理回路から真理値表へ

■ 論理回路から真理値表を作る.

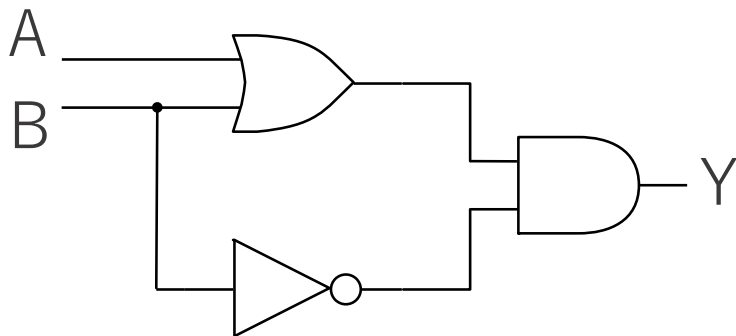
- 論理回路の動作は, 論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

■ 論理回路から真理値表を作る.

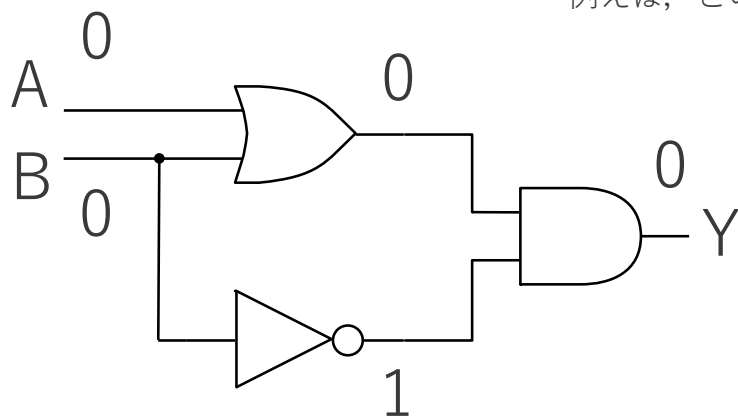
- 論理回路の動作は, 論理式だけではなく真理値表でも表現することができる.



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 論理回路から真理値表を作る.

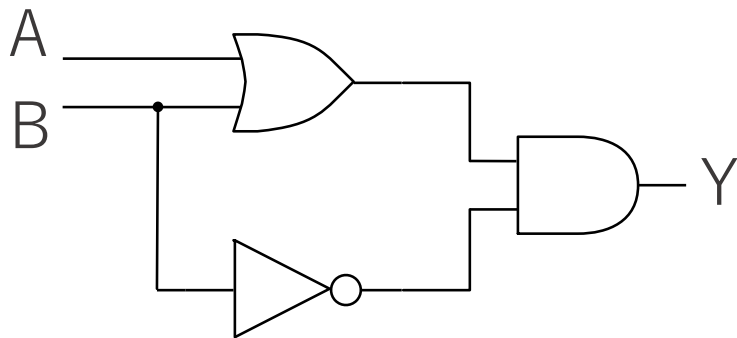
- 論理回路から真理値表に変換する一番簡単な方法
 - 一つ一つ値を代入して出力を求める.



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 論理回路から真理値表を作る.

- 論理回路から真理値表に変換するスマートなやり方
 - 論理回路から論理式を求める.

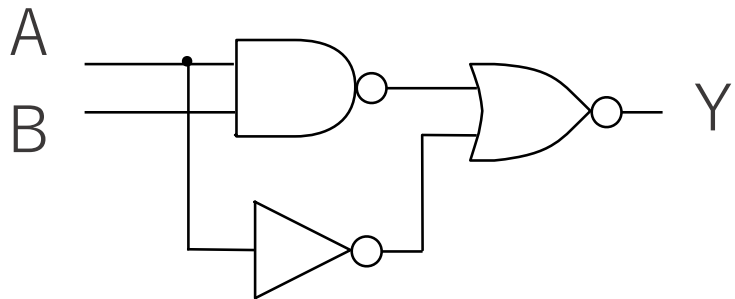


A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$(A + B) \cdot \bar{B} = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{B} = A \cdot \bar{B}$
よって $A = 1, B = 0$ だけ1, それ以外は0
となる.

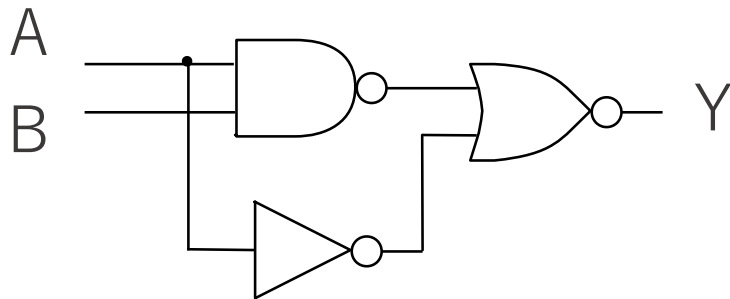
■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



■ 演習

- 次の論理回路の真理値表をかけ.



$$\begin{aligned} & \overline{(\overline{A \cdot B}) + \bar{A}} \\ &= \overline{\overline{A \cdot B}} \cdot \bar{\bar{A}} = A \cdot B \end{aligned}$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

真理値表から論理回路へ

■ 真理値表から論理回路を作る

- 論理回路を用い，何かの機能を実現するとき，まず真理値表を作成する．
- 論理回路は作成した真理値表を元に作成する．
- では，どうすれば真理値表から論理回路を作れるのか？

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

この真理値表から論理回路をどう作る？

■ 真理値表から論理回路を作る

- 真理値表から論理回路を作ることは非常に難しい.
- 真理値表から論理回路を作るには、次の手順を踏む.

真理値表



真理値表に基づき、論理式を作る



論理式に基づき、論理回路を作る

■ 真理値表から論理式を作る

- 出力が1のときに着目する.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

■ 真理値表から論理式を作る

- 図のように論理式を作る.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- 出力が1の部分は入力の掛け算に
- 入力が0のところは否定に

$$\begin{aligned} &\rightarrow \overline{A} \cdot B \\ &\rightarrow A \cdot \overline{B} \end{aligned}$$

この作業は、出力が1になる行だけ1になる論理式を求めている.

■ 真理値表から論理式を作る

- 先程の手順で作成した論理式を足す.
- できた論理式を簡単化して完成.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$\begin{array}{l} \overline{A} \cdot B \\ A \cdot \overline{B} \end{array} \Rightarrow \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

XORの式になった

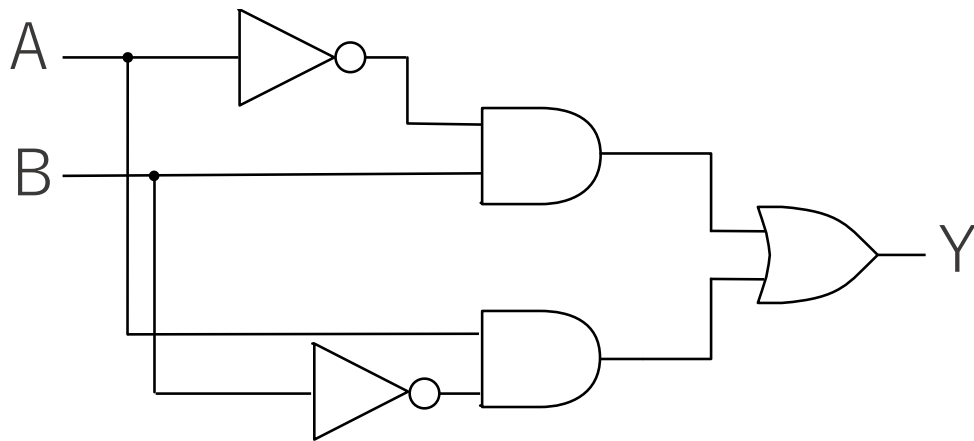
■ 真理値表から論理回路を作る

- 完成した論理式から，論理回路を作成すればよい。

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$



■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$$A \cdot \overline{B}$$

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

■ 演習

- 次の真理値表を論理式で表わせ。ただし、論理式はできるだけ簡単化せよ。

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

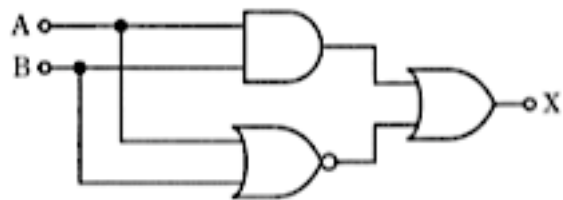
$$\bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$A \cdot B$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか。(27回国家試験)



1.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.

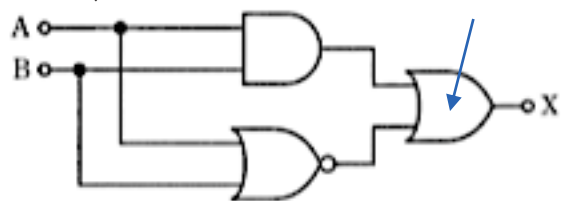
入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

5.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

演習

- 図の回路の出力Xを表す真理値表で正しいのはどれか。(27回国家試験)



回路を論理式で表すと

$$A \cdot B + \overline{A + B}$$

となる。 $A \cdot B$ と $\overline{A + B}$ を足した真理値表は3となる。

$$\begin{aligned} A \cdot B + \overline{A + B} &= A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = (\overline{A} + B) \cdot (A + \overline{B}) = \\ &= \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B \end{aligned}$$

なので、この回路はXORの否定になっている。

1.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

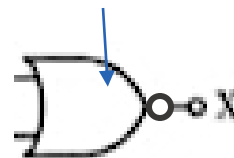
4.

入力		出力
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

5.

入力		出力
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

これはNOR



■ 中間試験

- 第8回（11月26日）講義の後半に実施
 - 時間は30分
 - 範囲は第1回から第7回の講義で取り扱った次の内容
 - N進数，波形信号（音声など），画像，論理式，論理回路
 - 国家試験，ME2種の過去問を改変したものを出題
 - 持ち込み可、特に回答はFormsで行うためスマホまたはPCは必ず持参すること！！
-
- 不合格（60点未満）となった学生がいた場合は，対象者に再試の連絡をする．
 - 定期試験ができると国家試験もできるようになるので頑張ろう．