

情報理論10

藤田 一寿

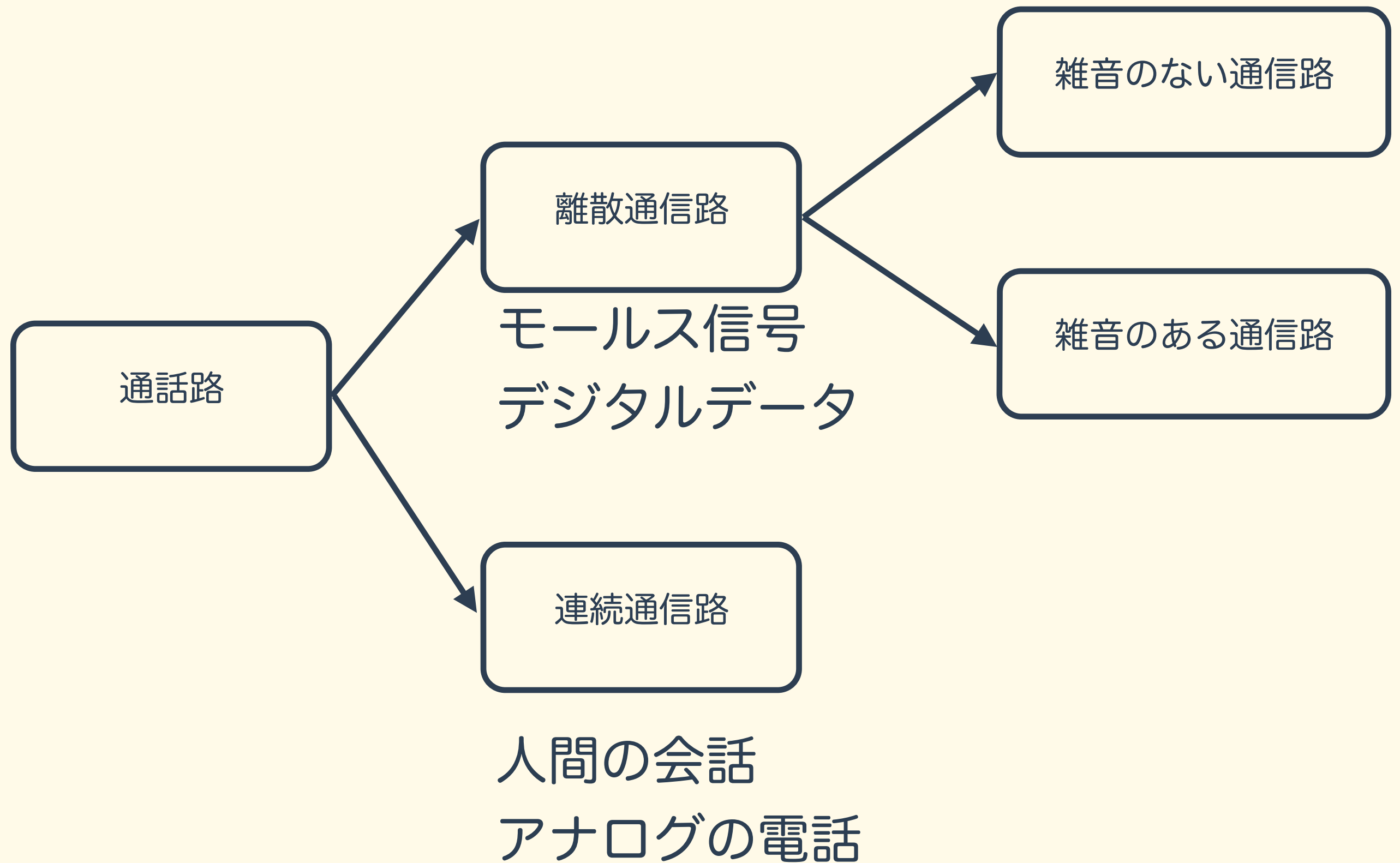
津山工業高等専門学校情報工学科 講師
電気通信大学先進理工学科 協力研究員

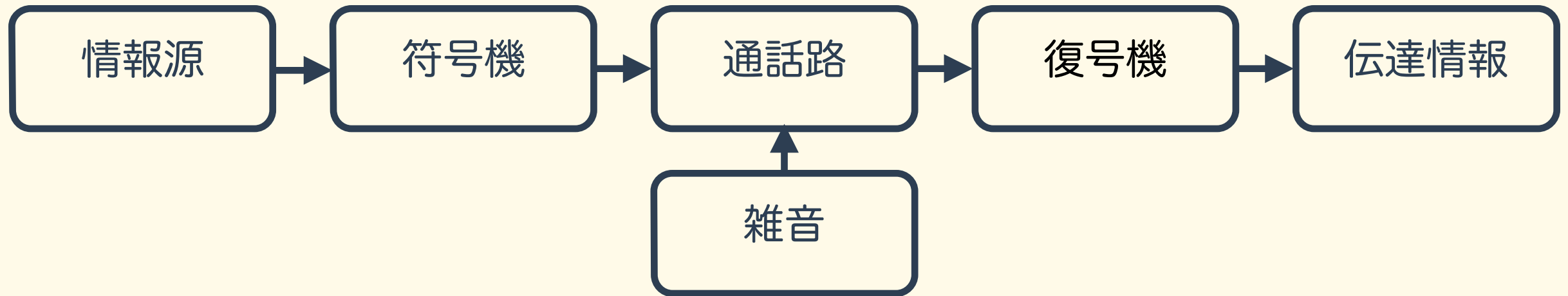
情報伝送のモデル



通信路の一般的モデル

- ▶ 送信機
 - ▶ 信号を発するもの
- ▶ 伝送路
 - ▶ 信号の伝わる経路
- ▶ 受信機
 - ▶ 信号を受け取るもの





シャノンの通信路モデル

- ・文字列Aを通信路を通じ送るためには、信号系列Bに変換する必要がある。この変換を符号化という。
- ・信号系列Bをもとの文字列Aに戻す必要がある。この変換を復号化という。

雑音のない通話路の容量

情報伝送速度

- ▶ 通信路がm個の信号 B_1, B_2, \dots, B_m を伝える。
- ▶ 信号 B_i の長さは l_i 秒であるとする。
 - ▶ B_i を伝送すると、通信路は l_i 秒塞がる
- ▶ 符号機から信号 B_i が出てくる確率を p_i とすると符号機から出る信号を1つ送るのに必要な時間の期待値は

$$L = \sum p_i l_i$$

- ▶ 1つの信号のエントロピーが H だとすると、1秒当たりに送る事ができる情報は

$$R = \frac{H}{L} \quad \text{bit/sec} \quad \text{情報伝送速度}$$

通信路容量

多くの情報を送るには、互いに独立な信号を使うほうが良い。この場合のエントロピーは

$$H = - \sum p_i \log p_i$$

である。つまり、Hはそれぞれの信号の確率で表されるため、伝送速度

$$R(p_1, \dots, p_m) = \frac{H}{L}$$

を最大化する p_i を選べば良い。

最大のRを通信路容量と呼びCと書くと

$$C = \max_{p_i} R(p_1, \dots, p_m) = R(\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_m)$$

と表せる。これは、通信路が1秒間に最大Cビット送れることを意味する。

定理

信号 B_i の長さが l_i である通信路の容量 C は

$$\sum_i 2^{-Cl_i} = 1$$

の正の根である。また、情報を最大の速度で伝送するには信号 B_i が確率

$$\hat{p}_i = 2^{-Cl_i}$$

で発生するようにすれば良い。

証明は省略

例題

- ▶ B1とB2の2つの信号を通す通信路を考える。B1の長さは1秒、B2の長さは3秒だとする。この通信路の容量を求めよ。また、情報を最大速度で伝送するには信号の出現確率をどうすればよいか。

▶ 先ほどの定理より

$$2^{-C} + 2^{-3C} = 1$$

$$2^{-C} = 0.68$$

$$C = 0.55 \text{ bit/sec}$$

$$\hat{p}_1 = 2^{-C} = 0.68$$

$$\hat{p}_2 = 2^{-3C} = 0.32$$