

$$x^5 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 0$$

$x=1$ は、この式の解である。以下、 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ - ①
について考える。

①において、 $x=0$ は解ではないので、 $x \neq 0$ と仮定する。

式①の両辺を x^2 で割ると、

$$x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{(-1 + \sqrt{5}) \pm \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} i}{4}, \quad \frac{(-1 - \sqrt{5}) \pm \sqrt{5 - 2\sqrt{5}} i}{4}$$