

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+w^2)^2} dw = \frac{\pi}{2} \dots (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} e^{-ix} dx = \frac{2}{1+w^2}$$

ハーバルの等式の左辺は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} (e^{-|x|})^2 dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$= 2 \left[-\frac{1}{2} e^{-2x} \right]_0^{\infty} = \underline{1}$$

ハーバルの等式の右辺は、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2}{1+w^2} \right)^2 dw = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+w^2)^2} dw$$

よって、

$$1 = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+w^2)^2} dw$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+w^2)^2} dw = \frac{\pi}{2}$$