$$\exp[-at^2] \Leftrightarrow \boxed{\sqrt{\frac{\pi}{a}}}\, e^{-\frac{w^2}{4a}} \quad (a>0)$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-iwt}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} e^{-iwt}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2}\left(\boxed{\cos wt - i\sin wt}\right) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} \cos wt\, dt - i\int_{-\infty}^{\infty} e^{-wt^2} \sin wt\, dt$$

第2の積分は、$\boxed{\text{奇}}$関数を$(-\infty, \infty)$で積分するのでゼロ.

$$F(w) = \boxed{2}\int_{0}^{\infty} e^{-at^2} \cos wt\, dt$$

$$= 2\cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2a}\, e^{-\frac{w^2}{4a}}$$

$$= \boxed{\frac{\sqrt{\pi}}{a}}\, e^{-\frac{w^2}{4a}}$$