

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+u^2)^2} du = \frac{\pi}{2} \dots (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} e^{-iux} dx = \frac{2}{1+u^2}$$

パーセバルの等式の左辺は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} (e^{-|x|})^2 dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$= 2 \left[ -\frac{1}{2} e^{-2x} \right]_0^{\infty} = \underline{1}$$

パーセバルの等式の右辺は、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{2}{1+u^2} \right)^2 du = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+u^2)^2} du$$

よって、

$$1 = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+u^2)^2} du$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+u^2)^2} du = \frac{\pi}{2}$$