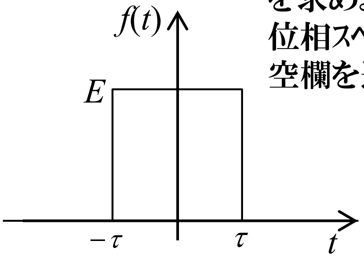
2019年度春学期 フーリエ数学・基礎 定期試験問題

自習用ですので提出は不要です。

学年 　 氏名

1. 下図に示す単一パルス$f(t)$のフーリエ変換$F(\omega)$を求めよ。さらにその振幅スペクトル、位相スペクトルを解答図に描くとともに空欄を適切に埋めなさい。

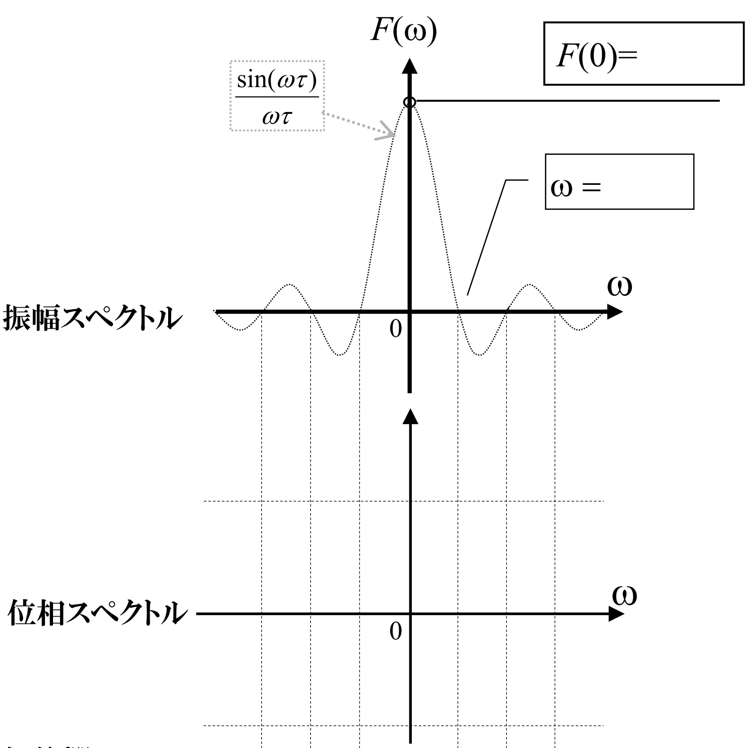


$$f(t) = E \qquad (|t| \le \tau)$$
$$\quad = 0 \qquad (|t| > \tau)$$

ただし、右の定義を使用してよい。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$$

計算式

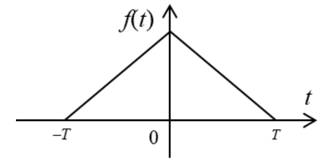


解答欄

$F(\omega)=$

2. 右図の三角パルス$f(t)$のフーリエ変換を求めて、解答欄の空欄に記入しなさい。

$$f(t) = \begin{cases} 0 & |t| > T \\ E\left(1 - \dfrac{|t|}{T}\right) & |t| \le T \end{cases}$$



計算式〈要所のみで良い〉

解答欄 $F(\omega) = \dfrac{2E}{\boxed{}}\left[1 - \boxed{}\,\omega T\right]$

3. 関数 f の微分$f^{(1)}$ のラプラス変換$L[f^{(1)}]$ を求めよ。

計算式

解答欄

4. 次の関数$F(p)$のラプラス逆変換 $f(t)$ を求めなさい。ただし、$t>0$ とする。

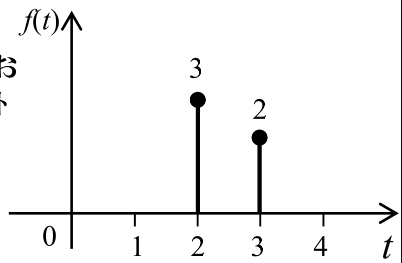
$$F(p)=\frac{8p+11}{p^2+p-12}$$

$$\boxed{\frac{1}{2\pi i}\int_{C_2'}\frac{e^{pt}}{p-a}dp=e^{\alpha t}\quad (t>0)}$$

計算式

解答欄

5. 右の図のようなインパルス信号のスペクトル$F(\omega)$およびエネルギー密度スペクトル$P(\omega)$を求めよ。



計算式

解答欄

スペクトル

エネルギー密度スペクトル

6. 離散的フーリエ変換(DFT)における回転演算子

$$W_N=e^{i\frac{2\pi}{N}}$$

において、$N=4$の場合について以下に示せ。

$W_4^0=$

$W_4^{-1}=$

$W_4^{-2}=$

$W_4^{-3}=$

また、$N=4$として$f(0)=1$、$f(1)=-1$、$f(2)=1$、$f(3)=-1$のときのDFTを求めよ。なお、以下の公式を使用してよい。

$$\begin{pmatrix}F(0)\\F(1)\\F(2)\\F(3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}W_4^0 & W_4^0 & W_4^0 & W_4^0\\ W_4^0 & W_4^{-1} & W_4^{-2} & W_4^{-3}\\ W_4^0 & W_4^{-2} & W_4^{-4} & W_4^{-6}\\ W_4^0 & W_4^{-3} & W_4^{-6} & W_4^{-9}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}f(0)\\f(1)\\f(2)\\f(3)\end{pmatrix}$$

計算式

解答欄

$F(0)=$

$F(1)=$

$F(2)=$

$F(3)=$