

1. 線形代数入門

1.1. ベクトル空間

1.1.1. 定義と基本性質

定義 1.1: ベクトル空間

体 K 上のベクトル空間とは、加法とスカラー倍が定義された集合 V で、以下の公理を満たすものである：...

定理 1.2: 基底の存在

任意の有限次元ベクトル空間は基底を持つ。

証明: 数学的帰納法を用いる。

次元が 1 の場合は自明。

...

□

命題 1.3: 部分空間の性質

ベクトル空間の部分集合が部分空間であるための必要十分条件は...

補題 1.4: 線形独立性

ベクトル v_1, \dots, v_n が線形独立であるための条件は...

系 1.5: 次元の一意性

ベクトル空間の基底の要素数は一意に定まる。

証明: 定義 1.2 から....

□

註 1.6: 無限次元の場合

無限次元ベクトル空間では、...

例 1.7: 実数体上のベクトル空間

\mathbb{R}^n は実数体上の n 次元ベクトル空間である。標準基底は $e_1 = (1, 0, \dots, 0), \dots, e_n = (0, \dots, 0, 1)$ である。