

## 1. 線形代数入門

### 1.1. ベクトル空間

#### 1.1.1. 定義と基本性質

##### 定義 1.1: ベクトル空間

体  $K$  上のベクトル空間とは、加法とスカラー倍が定義された集合  $V$  で、以下の公理を満たすものである：...

##### 定理 1.2: 基底の存在

任意の有限次元ベクトル空間は基底を持つ。

**証明:** 数学的帰納法を用いる。

次元が 1 の場合は自明。

...

□

##### 命題 1.3: 部分空間の性質

ベクトル空間の部分集合が部分空間であるための必要十分条件は...

##### 補題 1.4: 線形独立性

ベクトル  $v_1, \dots, v_n$  が線形独立であるための条件は...

##### 系 1.5: 次元の一意性

ベクトル空間の基底の要素数は一意に定まる。

**証明:** 定義 1.2 から....

□

##### 註 1.6: 無限次元の場合

無限次元ベクトル空間では、...

##### 例 1.7: 実数体上のベクトル空間

$\mathbb{R}^n$  は実数体上の  $n$  次元ベクトル空間である。標準基底は  $e_1 = (1, 0, \dots, 0), \dots, e_n = (0, \dots, 0, 1)$  である。