証明の概略 1

結論の要点

- 常微分方程式の初期値問題の解の一意性を完備性に基づいて証明する。
- 証明には関数空間の完備性および縮小写像の原理を利用。
- 本研究の目標は、大域的な一意性の構成的な理解。

証明の概略 2

使用する定義式

- 初期値問題：$\dfrac{d}{dx}Y(x) = f(x, Y(x)), \quad Y(x_0) = Y_0$
- 積分形式：$Y(x) = Y_0 + \displaystyle\int_{x_0}^{x} f(t, Y(t))\,dt$
- 関数空間：$C([x_0 - a, x_0 + a])$（連続関数全体の空間）
- 距離：$d(Y_1, Y_2) = \sup_{x \in I} |Y_1(x) - Y_2(x)|$

証明の概略 3

計算の要点と意義

- 上記積分式は関数空間上の作用素として定義される。
- その作用素が縮小写像であることを示し、Banach の不動点定理を適用。
- よって、初期値問題は一意な解を持つ。
- 完備性の意義：収束先が必ず空間内に存在し、数学的保証を与える。