定義

- $I = [a, b]$、$I^i = (a, b)$ 上で考える。
- $Y \in C(I; \mathbb{R}) \cap C^1(I^i; \mathbb{R})$ が $Y(a) = Y_0$ を満たし、I^i 上で $\frac{d}{dx}Y(x) = f(x, Y(x))$ を満たすとき、これを解と呼ぶ。

Lipschitz 条件

- $\Omega = I \times \mathbb{R}$ 上で、任意の $(x, Y), (x, Z) \in \Omega$ に対して：

$$|f(x, Y) - f(x, Z)| \leq L|Y - Z|$$

  を満たすとき、f は Lipschitz 連続。

必要な準備

- 連続関数空間 $C(I; \mathbb{R})$ は一様ノルム $\|f\| = \sup_{x \in I} |f(x)|$ で完備。
- 積分作用素 $T(f)(x) = \int_a^x f(t)dt$ は連続線形作用素。
- Picard の逐次近似法により基本列を構成可能。
- Gronwall の不等式を用いて一意性を証明。