



Réalisation d'un modem de fréquence selon la recommandation V21 de l'Union Internationale des Télécommunications (UIT)

Eliott ROUSSET, Guilhem MANGENOT

Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023

Table des matières

1	Introduction	4
2	Modem de fréquence	4
2.1	Construction du signal modulé en fréquence	4
2.1.1	Génération du signal NRZ	4
2.1.2	Génération du signal modulé en fréquence	5
3	Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien	6
4	Démodulation par filtrage	7
4.1	Synthèse du filtre passe-bas	7
4.2	Synthèse du filtre passe-haut	8
4.3	Résultats obtenus avec un ordre des filtres de 61	8
4.4	Détection d'énergie	10
4.5	Modification de l'ordre des filtres	10
4.6	Utilisation des fréquences de la recommandation V21	10
5	Démodulateur de fréquence adapté à la norme V21	10
5.1	Contexte de synchronisation idéale	10
5.1.1	Principe de fonctionnement de ce récepteur	11
5.1.2	Résultats obtenus	12
6	Conclusion	12
6.1	Gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse	12
6.1.1	Impact d'une erreur de phase porteuse sur le modem implanté précédemment	13
6.1.2	Résultats obtenus	14
7	Conclusion	14

Table des figures

1	Signal modulé en fréquence	4
2	Signal NRZ	5
3	DSP du signal NRZ	5
4	DSP théorique et estimée du signal NRZ	5
5	Signal modulé en fréquence	6
6	DSP du signal modulé en fréquence	6
7	Signal bruité	7
8	Démodulation par filtrage.	7
9	Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas	8
10	Réponse fréquentielle du filtre passe-bas	8
11	Réponse impulsionnelle du filtre passe-haut	8
12	Réponse fréquentielle du filtre passe-haut	8
13	DSP du signal reçu et réponse en fréquence du filtre passe-bas	9
14	DSP du signal reçu et réponse en fréquence du filtre passe-haut	9
15	DSP du signal filtré en sortie du passe-bas	9
16	DSP du signal filtré en sortie du passe-haut	9
17	Signal filtré en sortie du passe-bas	10

18	Signal filtré en sortie du passe-haut	10
19	Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.	11
20	Taux d'erreur en fonction du SNR.	12
21	Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.	13
22	Taux d'erreur en fonction du SNR.	14
23	Reconsitution de l'image	14

1 Introduction

L'objectif de ce projet était la réalisation d'un modem de fréquence suivant la recommandation V21 de l'UIT. Ce modem devra être capable de transformer un flux binaire en un signal modulé en fréquence (2-FSK) susceptible de se propager sur le support physique entre l'émetteur et le récepteur. Il devra aussi être capable de recevoir un signal abîmé par des perturbations et de retrouver l'information binaire transmise.

2 Modem de fréquence

2.1 Construction du signal modulé en fréquence

La première étape du projet consiste à réaliser la modulation de fréquence, c'est à dire transformer l'information binaire à transmettre en un signal modulé en fréquence (exemple sur la figure 1).

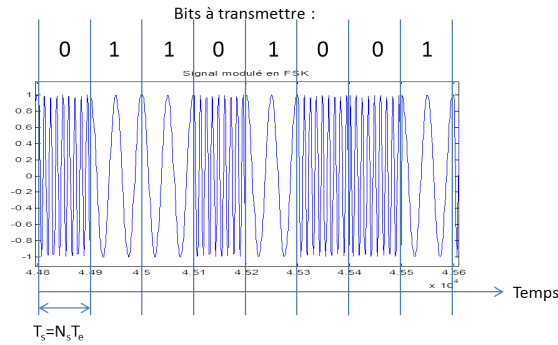


FIGURE 1 – Signal modulé en fréquence

Le signal modulé en fréquence $x(t)$ est généré de la manière suivante :

$$x(t) = (1 - NRZ(t)) \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

où $NRZ(t)$ est un signal de type NRZ polaire formé à partir de la suite de bits à transmettre en codant les 0 et les 1 par des niveaux 0 et 1 de durée T_s secondes. ϕ_0 et ϕ_1 sont des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ qui peuvent être obtenues sous matlab en utilisant $rand*2*pi$.

2.1.1 Génération du signal NRZ

On choisit pour la suite de coder les 0 par une fréquence $F_0 = 6$ kHz et les 1 par une fréquence $F_1 = 2$ kHz. La transmission se fera à un débit de 300 bits par secondes et les signaux seront échantillonnés à une fréquence $F_e = 48$ kHz.

On génère le signal NRZ correspondant au message binaire à transmettre (cf figure 2), et à l'aide d'un périodogramme de Welch, on peut estimer sa densité spectrale de puissance (DSP) (cf figure 3).

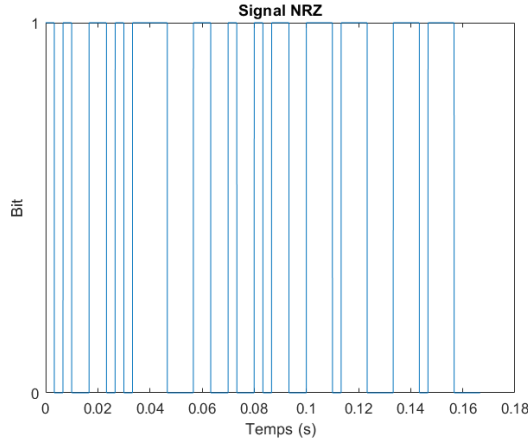


FIGURE 2 – Signal NRZ

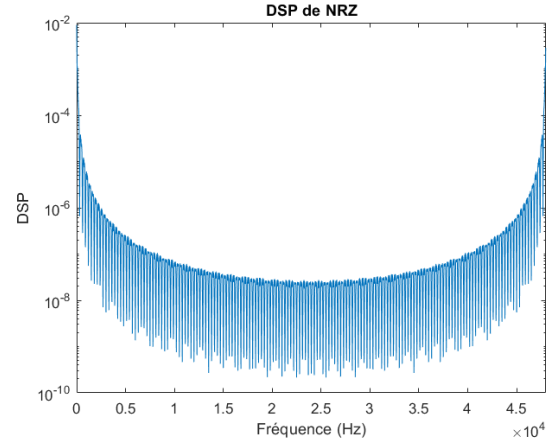


FIGURE 3 – DSP du signal NRZ

La DSP théorique d'un signal NRZ polaire est donnée par :

$$S_{NRZ}(f) = \frac{1}{4}T_s \text{sinc}(\pi f T_s) + \frac{1}{4}\delta(f)$$

On peut la comparer à la DSP estimée précédemment (cf figure 4).

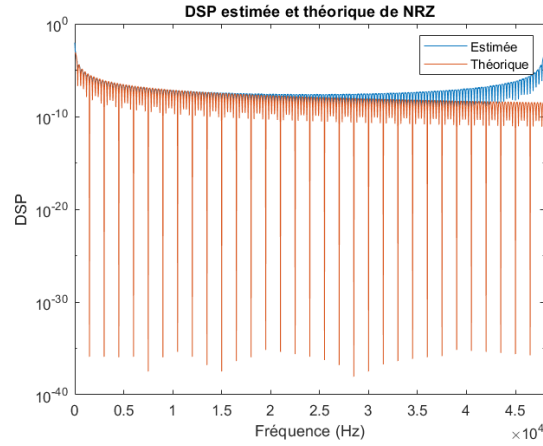


FIGURE 4 – DSP théorique et estimée du signal NRZ

2.1.2 Génération du signal modulé en fréquence

On peut alors générer le signal modulé en fréquence $x(t)$ (cf figure 5) à l'aide du signal NRZ et de l'équation (1), et calculer sa DSP en fonction de celle du signal NRZ en commençant par calculer la fonction d'autocorrélation de $x(t)$:

$$\begin{aligned}
R_x(\tau) &= E(x(t) \cdot x^*(t - \tau)) \\
&= E([1 - NRZ(t)] \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1)) \\
&\quad \times [(1 - NRZ^*(t - \tau)) \times \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0) + NRZ^*(t - \tau) \times \cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1)] \\
&= R_{NRZ}(\tau) \cdot E(\cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \times \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) \\
&\quad + R_{NRZ}(\tau) \cdot E(\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \times \cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1)) \\
&= \frac{1}{2} R_{NRZ}(\tau) \cdot [\cos(2\pi F_0 \tau) + \cos(2\pi F_1 \tau)]
\end{aligned}$$

Par transformée de Fourier, on a donc :

$$\begin{aligned}
S_x(f) &= \frac{1}{2} \times S_{NRZ}(f) * (TF[\cos(2\pi F_0 \tau)] + TF[\cos(2\pi F_1 \tau)]) \\
&= \frac{1}{4} \times S_{NRZ}(f) * [\delta(f - F_0) + \delta(f + F_0) + \delta(f - F_1) + \delta(f + F_1)] \\
&= \frac{1}{4} \times [S_{NRZ}(f - F_0) + S_{NRZ}(f + F_0) + S_{NRZ}(f - F_1) + S_{NRZ}(f + F_1)]
\end{aligned}$$

On peut également l'estimer par un périodogramme de Welch (cf figure 6).

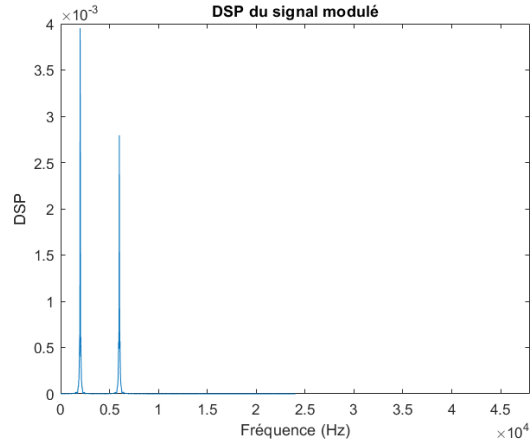
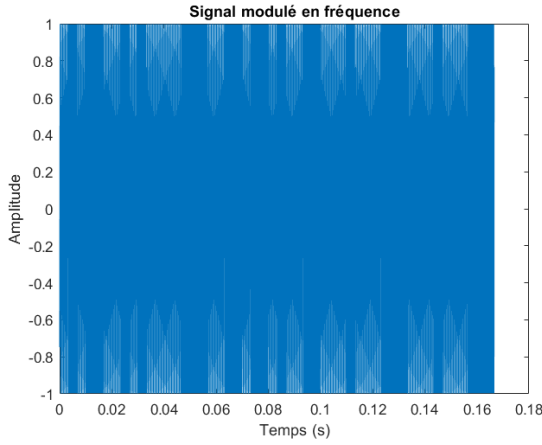


FIGURE 5 – Signal modulé en fréquence

FIGURE 6 – DSP du signal modulé en fréquence

La figure 6 permet d'observer des pics de puissance aux fréquences F_0 et F_1 , ce qui correspond aux calculs théoriques effectués plus haut.

3 Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien

Nous allons considérer que le canal de propagation ajoute au signal émis un bruit que l'on suppose blanc et Gaussien et qui modélise les perturbations introduites.

La puissance du bruit Gaussien à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité pour la transmission donné en dB :

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

où P_x représente la puissance du signal modulé en fréquence et P_b la puissance du bruit ajouté.

La puissance d'un signal aléatoire $x(t)$ est donnée par $E[|x(t)|^2]$, d'où le calcul de P_x . On calcule ensuite P_b d'après l'équation ci-dessus :

$$P_b = \frac{P_x}{10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}}$$

On ajoute ce bruit à $x(t)$ afin de simuler les perturbations liées au canal de propagation (cf figure 7).

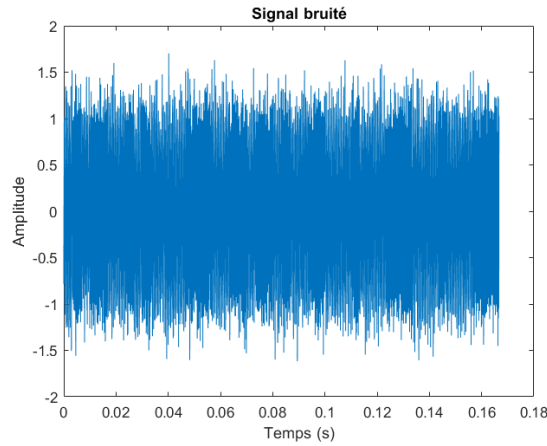


FIGURE 7 – Signal bruité

4 Démodulation par filtrage

La figure 8 présente le récepteur implanté pour retrouver, à partir du signal modulé en fréquence bruité, le message binaire envoyé.

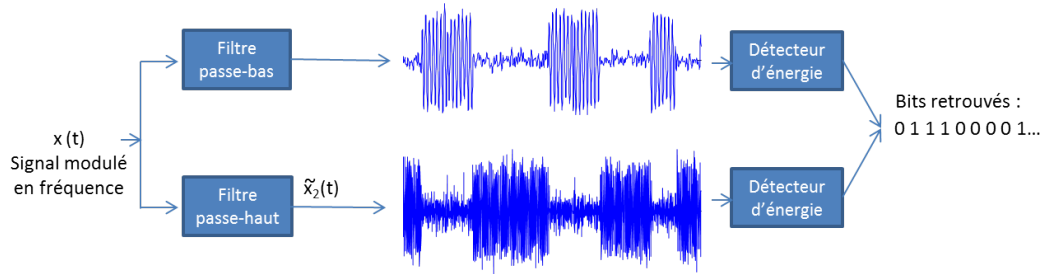


FIGURE 8 – Démodulation par filtrage.

Un filtre passe-bas permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_0 = 6000\text{Hz}$, tandis qu'un filtre passe-haut permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_1 = 2000\text{Hz}$. Une détection d'énergie réalisée tous les T_s secondes permet de récupérer, à partir des signaux filtrés, les bits 0 et 1 transmis.

4.1 Synthèse du filtre passe-bas

En reprenant le filtre passe-bas réalisé au TP2 avec une fréquence de coupure $F_c = \frac{F_0 + F_1}{2}$, on filtre le signal reçu pour isoler le signal permettant de retrouver les 1 émis.

4.2 Synthèse du filtre passe-haut

La réponse en fréquence d'un filtre passe-haut idéal est donnée par $H_{IPH}(\tilde{f}) = 1 - H_{IPB}(\tilde{f})$ avec $\tilde{f} = \frac{f}{F_c}$. On utilise donc le filtre passe-bas réalisé précédemment pour synthétiser le passe-haut qui isolera le signal permettant de retrouver les 0 émis.

4.3 Résultats obtenus avec un ordre des filtres de 61

En se fixant un nombre de coefficient du filtre à 61, voici les réponses impulsionnelles et fréquentielles obtenues pour les deux filtres :

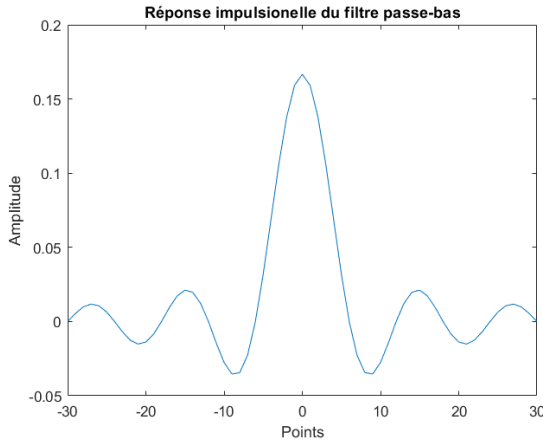


FIGURE 9 – Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas

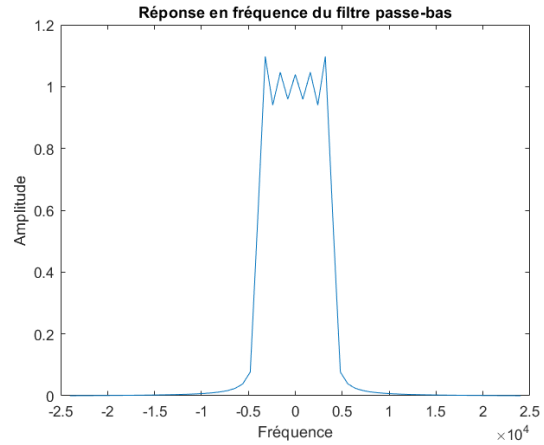


FIGURE 10 – Réponse fréquentielle du filtre passe-bas

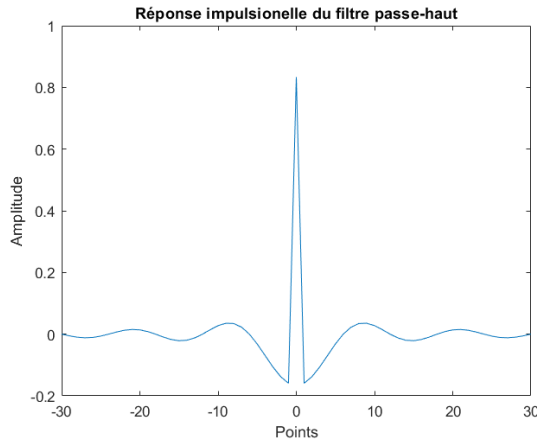


FIGURE 11 – Réponse impulsionnelle du filtre passe-haut

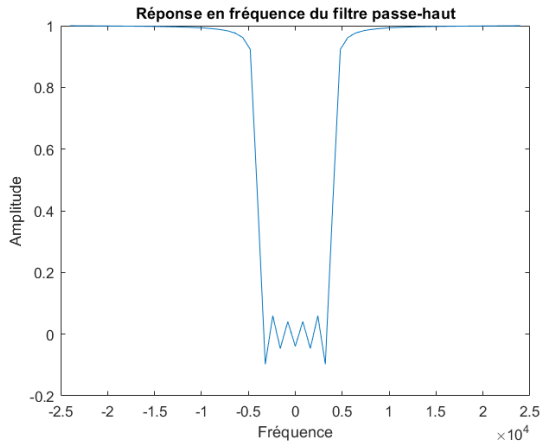


FIGURE 12 – Réponse fréquentielle du filtre passe-haut

En traçant la DSP du signal transmis et la réponse fréquentielle des filtres, on peut vérifier que le filtre passe-bas filtrera la fréquence F_0 correspondant aux 0, et le passe-haut la fréquence F_1 correspondant aux 1.

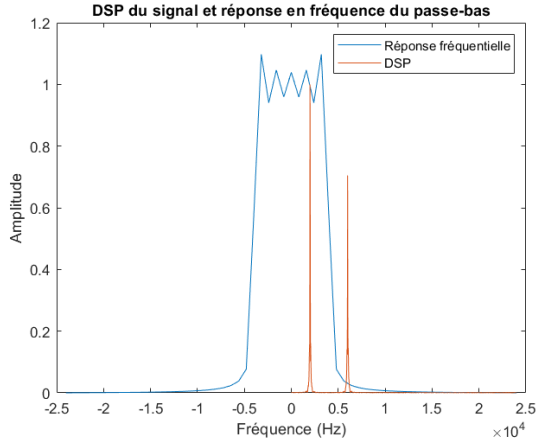


FIGURE 13 – DSP du signal reçu et réponse en fréquence du filtre passe-bas

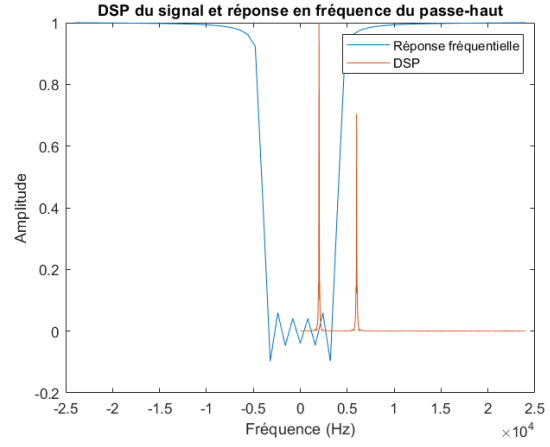


FIGURE 14 – DSP du signal reçu et réponse en fréquence du filtre passe-haut

En sortie des filtres passe-bas et passe-haut on récupère les signaux correspondant respectivement aux 1 et aux 0. On peut tracer leur DSP pour vérifier que le signal reçu a été correctement filtré, et comparer la sortie des filtres au signal NRZ (figure 2) pour vérifier la correspondance.

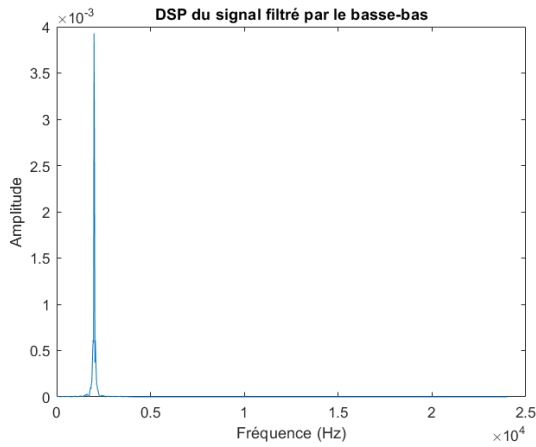


FIGURE 15 – DSP du signal filtré en sortie du passe-bas

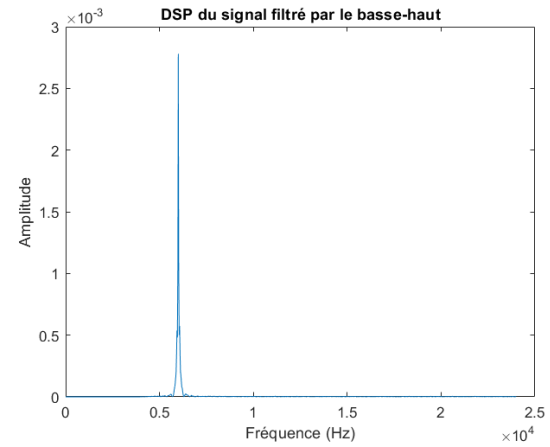


FIGURE 16 – DSP du signal filtré en sortie du passe-haut

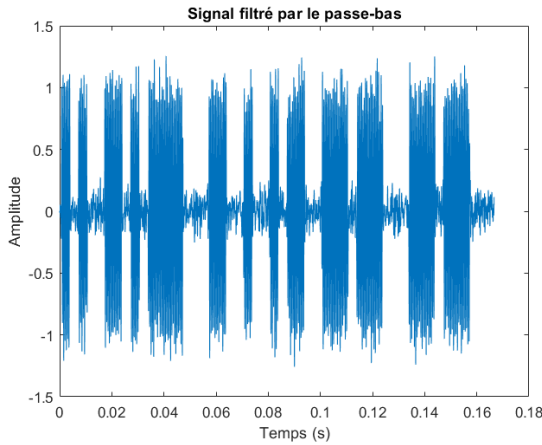


FIGURE 17 – Signal filtré en sortie du passe-bas

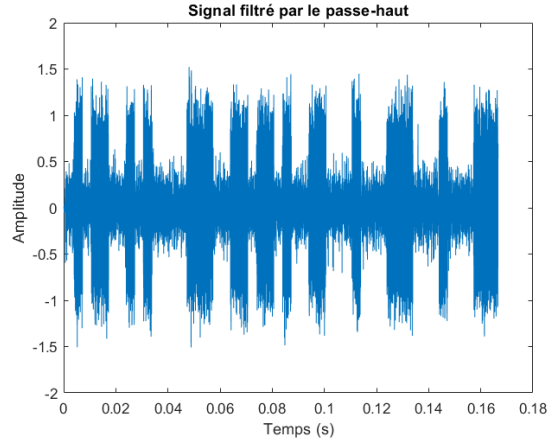


FIGURE 18 – Signal filtré en sortie du passe-haut

4.4 Détection d'énergie

Chaque signal filtré est divisé en tranches de durée T_s . L'énergie de chaque tranche est comparée à un seuil pour déterminer si elle correspond à un 1 ou à un 0. Par exemple pour le signal filtré par le passe-bas, on a la condition :

$$Si \sum_{n=1}^{N_s} x_n^2 > K \text{ alors bit 1, sinon bit 0}$$

où le seuil $K = \frac{\max(E) + \min(E)}{2}$ où E est l'ensemble des énergies calculées sur les différentes tranches du signal.

On retrouve alors des messages binaires en sortie des deux filtres. On peut calculer le taux d'erreur binaire obtenu : le nombre de bits erronés sur le nombre de bits transmis. Bien entendu, ce taux d'erreur augmente lorsque le rapport signal sur bruit diminue.

4.5 Modification de l'ordre des filtres

En modifiant l'ordre du filtre, par exemple à 201 coefficients, on observe l'apparition d'un retard dans la transmission. Une solution est de rallonger le signal modulé par une suite de 0 de longueur $\frac{\text{ordre}-1}{2}$ que l'on pourra soustraire du signal en sortie de filtre.

4.6 Utilisation des fréquences de la recommandation V21

L'utilisation des fréquences de la recommandation V21 ne permet pas, avec ce démodulateur et en modifiant les différents paramètres, de retrouver un taux d'erreur nul lorsque le rapport signal sur bruit est élevé. Il faut donc envisager une autre approche.

5 Démodulateur de fréquence adapté à la norme V21

5.1 Contexte de synchronisation idéale

La figure 19 présente le récepteur implanté afin de retrouver, dans un contexte de synchronisation idéale, le message binaire envoyé à partir du signal modulé en fréquence suivant la recommandation V21.

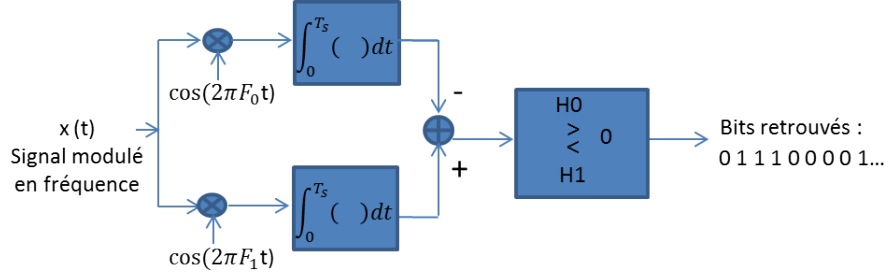


FIGURE 19 – Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.

5.1.1 Principe de fonctionnement de ce récepteur

On reçoit en entrée le signal modulé et on cherche à savoir pour chaque bit modulé s'il s'agissait à l'origine d'un 0 ou d'un 1. On a donc, sur chaque durée T_s , un signal de la forme $\cos(2\pi F_0 t + \phi_0)$ ou $\cos(2\pi F_1 t + \phi_1)$, plus ou moins le bruit qui altère le signal. De plus, on remarque d'après les calculs suivants quelque chose d'intéressant.

$$\begin{aligned}
 \int_0^{T_s} \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)^2 dt &= \int_{\phi_0}^{2\pi F_0 T_s + \phi_0} \frac{\cos(u)^2}{2\pi F_0} du \\
 &= \frac{1}{2\pi F_0} \int_{\phi_0}^{2\pi F_0 T_s + \phi_0} \frac{1 + \cos(2u)}{2} du \\
 &= \frac{1}{4\pi F_0} \left(\int_{\phi_0}^{2\pi F_0 T_s + \phi_0} du + \int_{\phi_0}^{2\pi F_0 T_s + \phi_0} \cos(2u) du \right) \\
 &= \frac{1}{4\pi F_0} \left(2\pi T_s F_0 + \frac{1}{2} \sin(2(\phi_0 + 2\pi T_s F_0)) - \sin(2\phi_0) \right) \\
 &= \frac{T_s}{2} + \frac{\sin(2(\phi_0 + 2\pi T_s F_0))}{8\pi F_0} - \frac{\sin(2\phi_0)}{8\pi F_0} \\
 &\approx \frac{T_s}{2} \\
 &\approx 0.0017
 \end{aligned}$$

De même pour $\int_0^{T_s} \cos(2\pi F_1 t + \phi_1)^2 dt$.

$$\begin{aligned}
\int_0^{T_s} \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) dt &= \int_0^{T_s} \frac{1}{2} \cos(2\pi(F_0 + F_1)t + \phi_0 + \phi_1) + \int_0^{T_s} \frac{1}{2} \cos(2\pi(F_0 - F_1)t + \phi_0 - \phi_1) dt \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(2\pi(F_0 - F_1)t + \phi_0 - \phi_1)}{2\pi(F_0 - F_1)} \right]_0^{T_s} + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(2\pi(F_0 + F_1)t + \phi_0 + \phi_1)}{2\pi(F_0 + F_1)} \right]_0^{T_s} \\
&= \frac{\sin(4\pi(F_0 + F_1)T_s + \phi_0 + \phi_1)}{2\pi(F_0 + F_1)} + \frac{\sin(4\pi(F_0 - F_1)T_s + \phi_0 - \phi_1)}{4\pi(F_0 - F_1)} \\
&+ \frac{\sin(\phi_0 + \phi_1)}{4\pi(F_0 + F_1)} + \frac{\sin(\phi_0 - \phi_1)}{4\pi(F_0 - F_1)} \\
&\approx 10^{-4}
\end{aligned}$$

Ainsi, lorsque l'on intègre cette partie du signal multiplié par $\cos(2\pi F_0 t + \phi_0)$ et $\cos(2\pi F_1 t + \phi_1)$, on obtient des résultats d'un ordre de grandeur de différence et il nous suffit de soustraire l'un à l'autre et de regarder si le résultat est positif ou négatif pour connaître le bit d'origine.

5.1.2 Résultats obtenus

Après avoir implémenté ce principe dans MatLab grâce à du calcul matriciel, nous observons des résultats nettement plus satisfaisants que la première méthode. A titre d'exemple, pour un SNR de 0 la première méthode affiche un taux d'erreur entre 0.1 et 0.2 tandis que celle-ci a un taux d'erreur nul.

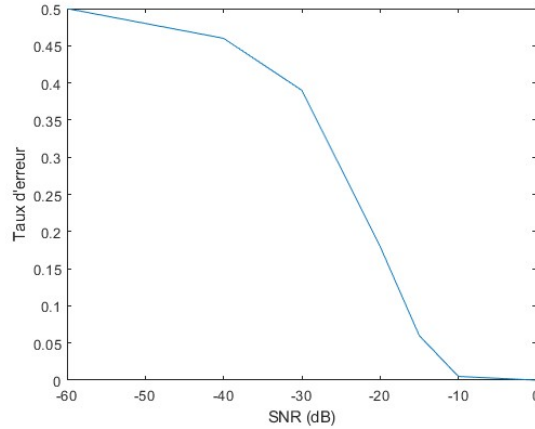


FIGURE 20 – Taux d'erreur en fonction du SNR.

6 Conclusion

6.1 Gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse

Le problème de la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur est un problème important lorsque l'on réalise une transmission. Les deux doivent être parfaitement synchronisés en temps et en fréquence pour que le démodulateur implanté précédemment fonctionne, ce qui en pratique n'est bien entendu pas possible. Afin que le modem puisse continuer à fonctionner en présence d'une erreur de phase porteuse, celui-ci doit être modifié. La figure 21 présente un démodulateur permettant de s'affranchir de problèmes de synchronisation de phase entre les oscillateurs d'émission et de réception.

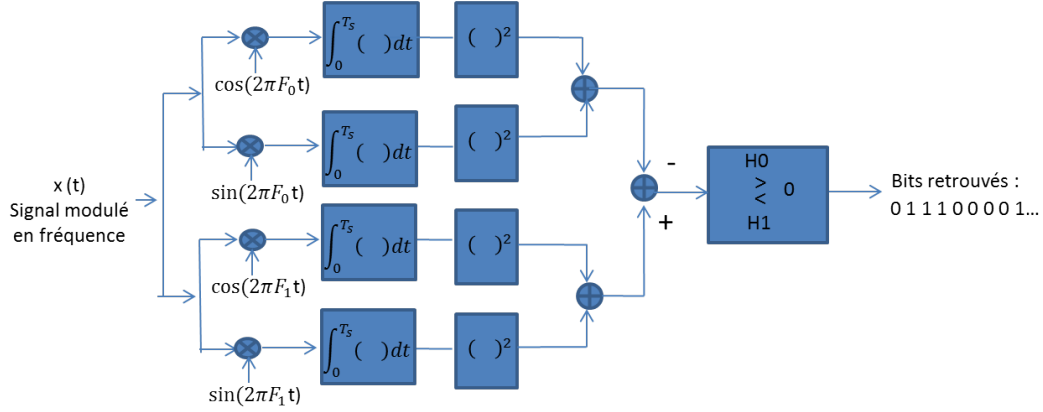


FIGURE 21 – Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.

6.1.1 Impact d'une erreur de phase porteuse sur le modem implanté précédemment

Lorsque l'on plante une erreur de phase porteuse dans ce modem, on se rend compte qu'il n'est plus du tout fonctionnel. En effet, l'intégrale suivante :

$$\int_0^{T_s} \cos(2\pi F_{0/1}t + \phi_{0/1}) \cos(2\pi F_{0/1}t + \theta_{0/1}) dt$$

dépend alors principalement de l'erreur de phase $\theta_{0/1}$ ce qui fausse totalement les calculs.

6.1.2 Résultats obtenus

Après implantation de ce nouveau démodulateur dans Matlab, toujours sous le même principe mais en rajoutant deux matrices, on obtient des résultats très satisfaisant

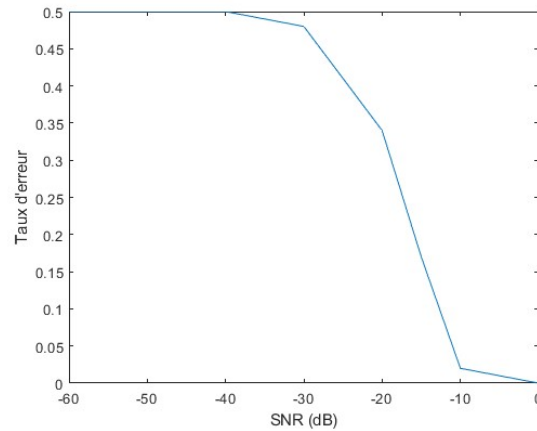


FIGURE 22 – Taux d'erreur en fonction du SNR.

L'utilisation de notre démodulateur sur les 6 fichiers fournis nous permet de retrouver le visage de Pierre Izard, président du conseil général de Haute-Garonne, peint sur le mur sud de l'ENSEEIH.

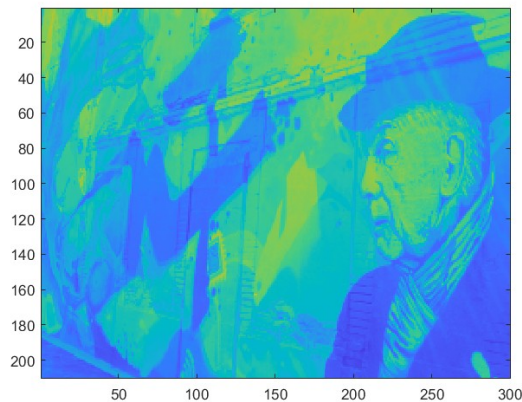


FIGURE 23 – Reconstitution de l'image

7 Conclusion

Ce projet consistant à créer un modem de fréquence conforme à la norme V21 nous a permis de nous familiariser avec les différents aspects de la communication numérique, en particulier les modems et la modulation de fréquence. Nous avons également appris à utiliser les outils de simulation pour mettre en œuvre notre démodulateur. La réalisation de ce projet nous a permis d'acquérir une expérience pratique dans la mise en place de protocoles de communication et cela a été un moyen de bien assimiler les notions vues en cours. Ce fut donc très intéressant malgré les difficultés dans l'implémentation des démodulateurs.