



Introduction à la synchronisation

Loïc BLANC, Guilhem MANGENOT

Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023

Table des matières

1	Introduction	4
2	Impact d'une erreur de phase porteuse	4
2.1	Étude théorique	4
2.2	Implémentation sous Matlab	6
2.2.1	Chaîne de transmission sans bruit	6
2.2.2	Chaîne de transmission avec bruit	8
2.3	Estimation et correction de l'erreur de phase	10
2.3.1	Etude théorique	10
2.3.2	Implémentation Matlab	12
2.4	Conclusion	13

Table des figures

1	Constellation pour une erreur de phase porteuse de 0° sans bruit	6
2	Constellation pour une erreur de phase porteuse de 40° sans bruit	6
3	Constellation pour une erreur de phase porteuse de 100°	7
4	Constellation pour une erreur de phase porteuse de 180°	8
5	Taux d'erreur comparant l'erreur de phase de 0° et 40°	8
6	Taux d'erreur comparant l'erreur de phase de 0° et 40°	9
7	Constellation avec une erreur de phase de 0° et du bruit	9
8	Constellation avec une erreur de phase de 40° et du bruit	9
9	Constellation avec une erreur de phase de 100° et du bruit	9
10	TEB avec correction de l'erreur de phase (Erreur de phase = 40° , 100°)	10
11	Explication de l'erreur de phase pour 100°	10
12	Correction du codage Erreur de phase = 40°	12
13	Correction du codage Erreur de phase = 100°	12

1 Introduction

L'objectif de ce projet était l'étude de l'impact des erreurs de phases et des différentes solutions pour essayer de la compenser.

2 Impact d'une erreur de phase porteuse

2.1 Étude théorique

Question 1

Tout d'abord, le filtre de réception h_r est donné par :

$$h_r(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

De même, le filtre de mise en forme h_{mf} est donné par :

$$h_t(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Soit g la réponse impulsionnelle de la chaîne. On a donc :

$$g = h(t) * h_r(t)$$

Le signal en sortie est triangulaire de longueur $2T_s$ et d'abscisse du sommet T_s , donc il est nécessaire de choisir un temps d'échantillonnage t_0 égal à T_s pour respecter le critère de Nyquist.

Question 2

D'après le schéma proposé dans le sujet :

$$a_n = (h * h_r) \cdot e^{j\phi} + I_w$$

Question 3

$$TEB = P(a_k = 1) \cdot P(a_k = -1 | a_k = 1) + P(a_k = -1 | a_k = 1) \cdot P(a_k = -1)$$

Symboles équiprobables, donc

$$P(a_k = 1) = P(a_k = -1) = \frac{1}{2} \text{ et } P(a_k = -1 | a_k = 1) = P(a_k = -1 | a_k = 1)$$

Pour cela, il faut $a_n \cdot \cos \phi + I_w \leq 0$

Or $a_n = T_s$, donc $T_s \cdot \cos \phi + I_w \leq 0$ donc

$$TEB = P(T_s \cdot \cos \phi + I_w \leq 0)$$

Or I_w suit une loi normale $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$

$$TEB = Q\left(\frac{T_s \cdot \cos \phi}{\sqrt{\sigma_w^2}}\right)$$

Avec σ_w^2 la puissance du bruit ajouté au signal lors de la réception.

Question 4

$$\sigma_w^2 = N0 \cdot \int |h_r(t)|^2 dt$$

h_r est une fonction porte, donc $\int |h_r(t)|^2 dt = T_s$

Donc, $\sigma_w^2 = N_0 \cdot T_s$

Question 5

$$E_s = P_x \cdot T_s = \frac{P_x c}{2} \cdot T_s = \frac{\sigma_a^2 \cdot T_s}{2} \text{ (avec } \sigma_a = 1)$$

Donc, $T_s = \sqrt{2 \cdot E_s}$

Question 6

$$\begin{aligned} TEB &= Q \left(\frac{T_s \cdot \cos \phi}{\sqrt{\sigma_w^2}} \right) \\ &= Q \left(\frac{T_s \cdot \cos \phi}{\sqrt{N_0 \cdot T_s}} \right) \\ &= Q \left(\sqrt{\frac{T_s \cdot \cos^2 \phi}{N_0}} \right) \\ &= Q \left(\sqrt{\frac{2E_s \cdot \cos^2 \phi}{N_0}} \right) \\ &= Q \left(\sqrt{\frac{2Eb \cdot \cos^2 \phi}{N_0}} \right) \end{aligned}$$

2.2 Implémentation sous Matlab

2.2.1 Chaîne de transmission sans bruit

Erreur de phase porteuse de 0°

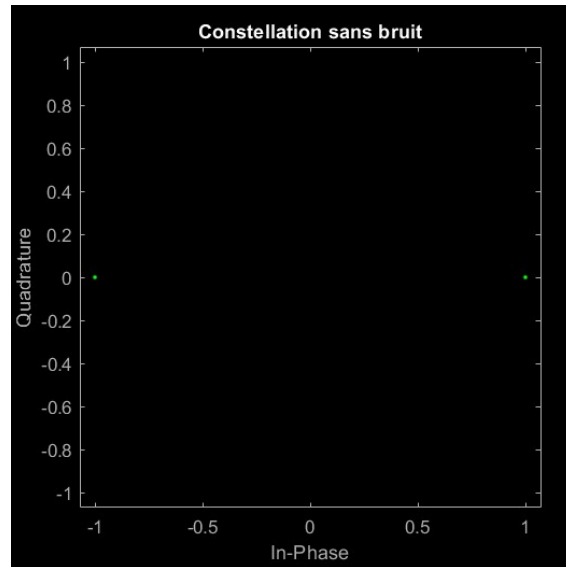


FIGURE 1 – Constellation pour une erreur de phase porteuse de 0° sans bruit

La chaîne sans erreur de phase et sans bruit reprend une chaîne déjà traitée dans un TP précédent. Comme lors de l'étude précédente, le TEB est nul.

Erreur de phase porteuse de 40°

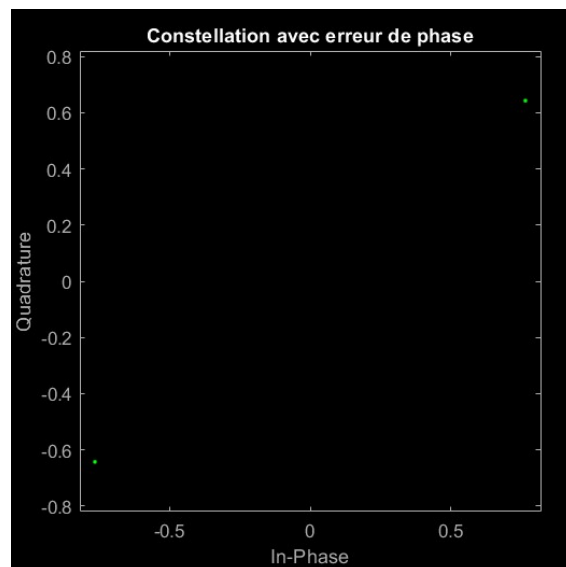


FIGURE 2 – Constellation pour une erreur de phase porteuse de 40° sans bruit

La constellation ressemble bien à celle attendue. En effet, une phase porteuse de 40° effectue une rotation de 40° par rapport à la constellation initiale, ce qui est visible ici.

Le TEB de la chaîne avec une erreur de phase porteuse de 40° est bien nul, ce qui est logique d'après le tracé de la constellation. En effet, le décalage de la phase porteuse de 40° maintient le point soit respectivement dans des valeurs d'abscisses positives pour le bit 1, soit dans des valeurs d'abscisses négatives pour le bit -1, ce qui n'influe pas sur le TEB. Ceci est visible sur la constellation (voir Figure 2).

Erreur de phase porteuse de 100°

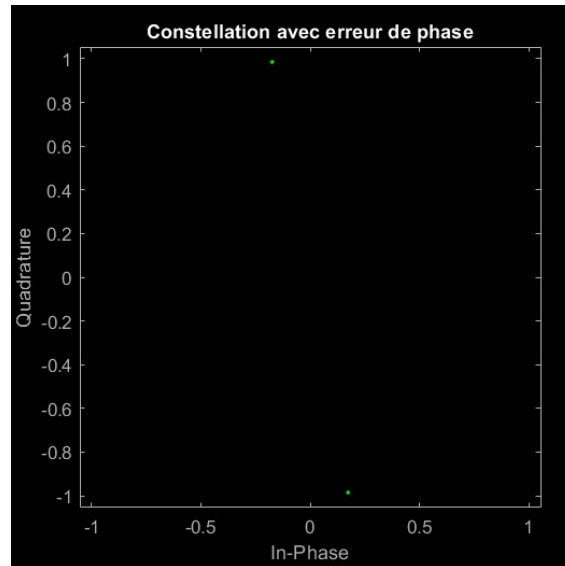


FIGURE 3 – Constellation pour une erreur de phase porteuse de 100°

Le TEB de la chaîne avec une erreur de phase de 100° est bien égal à 1. Cela est logique, car le décalage de 100° inverse totalement la zone du point. Il passe dans des valeurs d'abscisses négatives pour le bit 1 et positives pour le bit -1 (voir Figure 3).

Erreur de phase porteuse de 180°

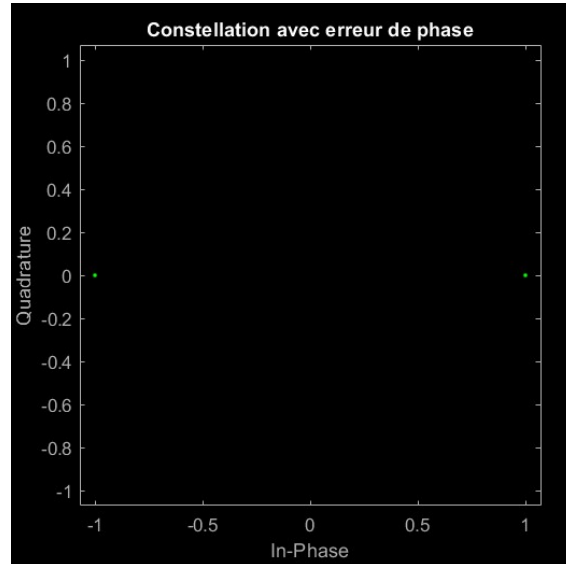


FIGURE 4 – Constellation pour une erreur de phase porteuse de 180°

La constellation pour une erreur de 180° a la même allure que celle pour 0° car les bits sont décalés

2.2.2 Chaîne de transmission avec bruit

Erreur de phase de 40° : Comparaison du TEB théorique et expérimental

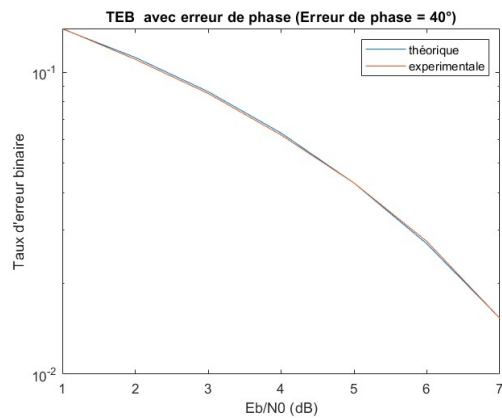


FIGURE 5 – Taux d'erreur comparant l'erreur de phase de 0° et 40°

Erreur de phase de 40° : Comparaison du TEB expérimental avec le TEB expérimental sans erreur de phase

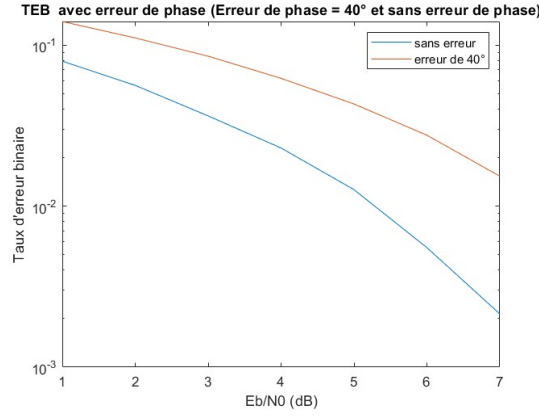


FIGURE 6 – Taux d'erreur comparant l'erreur de phase de 0° et 40°

Le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu pour une erreur de phase de 40° présente des valeurs assez basses et proches de zéro, ce qui est considéré comme satisfaisant. Les bons résultats du TEB avec une erreur de phase de 40° rejoignent les explications pour le TEB sans bruit avec la même erreur de phase. Cependant, le TEB n'est pas parfaitement nul car le bruit augmente le décalage et déplace certains points de l'autre côté de l'axe des abscisses (voir Figure 8). La chaîne de transmission sans erreur de phase est moins affectée par le bruit car le décalage nécessaire pour déplacer certains points de l'autre côté est plus important. Cela explique pourquoi le TEB sans erreur de phase est légèrement meilleur que celui avec une erreur de phase de 0° (voir Figure 7).

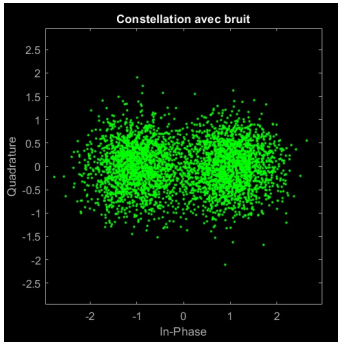


FIGURE 7 – Constellation avec une erreur de phase de 0° et du bruit

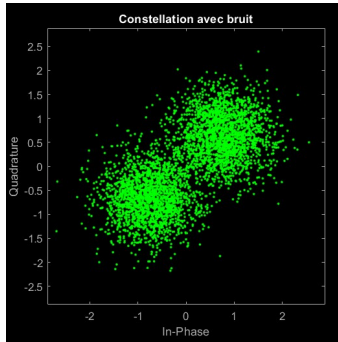


FIGURE 8 – Constellation avec une erreur de phase de 40° et du bruit

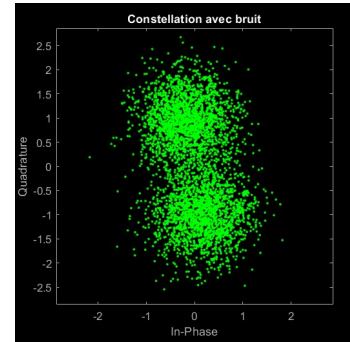


FIGURE 9 – Constellation avec une erreur de phase de 100° et du bruit

De la même manière que dans le cas sans bruit, le taux d'erreur pour une erreur de phase de 40° est presque nul, tandis que celui pour une chaîne avec une erreur de phase de 100° est pratiquement égal à 1. Bien que le bruit fausse légèrement le taux d'erreur de phase de 40° comme expliqué précédemment, il corrige certains bits pour l'erreur de phase de 100° en utilisant le même phénomène. Cela peut être observé sur la constellation de l'erreur de phase de 40° , où la majorité des points se trouvent dans la bonne zone, mais certains sont décalés (voir Figure 8). Le même phénomène se produit dans l'autre sens pour l'erreur de phase de 100° (voir Figure 9).

2.3 Estimation et correction de l'erreur de phase

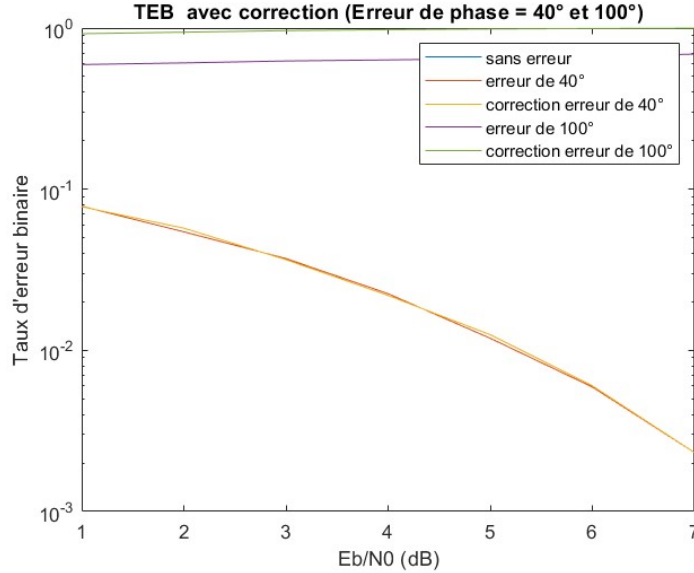


FIGURE 10 – TEB avec correction de l'erreur de phase (Erreur de phase = 40°, 100°)

Pour une erreur de phase de 40°, la correction de l'erreur de phase fonctionne parfaitement et se superpose quasiment à celle sans erreur. L'erreur de phase est donc corrigée grâce au correcteur. En revanche, pour l'erreur de phase de 100°, l'erreur de phase n'est pas corrigée. Elle reste constamment à 1, ce qui est même pire que l'absence de correction d'erreur de phase. Cela est dû à l'ambiguïté de la correction de l'erreur de phase (voir Figure 11).

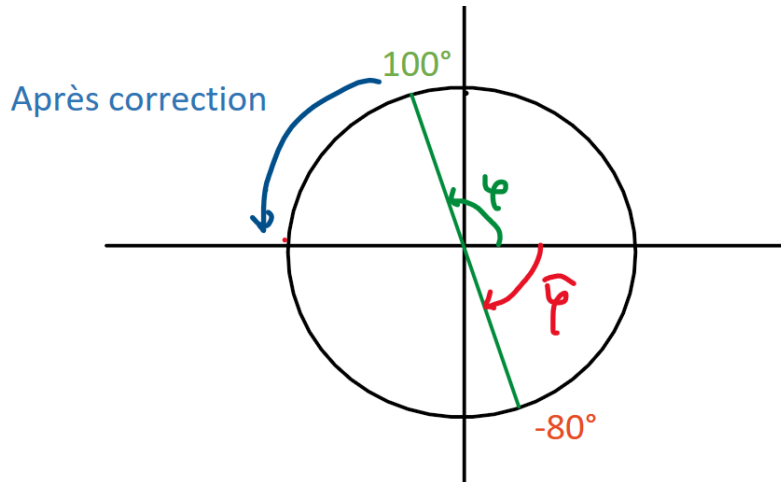


FIGURE 11 – Explication de l'erreur de phase pour 100°

subsectionEstimation et correction par codage

2.3.1 Etude théorique

Le tableau 2 présente le mapping initial de notre chaîne de transmission :

Bit	Symbole a_k
0	-1
1	1

TABLE 1 – Mapping

Ce mapping peut également être exprimé à l'aide de symboles complexes :

Bit	Symbole a_k
0	$e^{j\pi}$
1	e^{j0}

TABLE 2 – Mapping

L'argument des symboles est noté comme la différence entre l'argument du symbole 1 et celui du symbole en question, représenté par $\Delta\theta_k \in \{0, \pi\}$. En fait, nous exprimons le deuxième symbole en fonction de la rotation par rapport au premier.

Nous introduisons ensuite le codage par transition, ce qui signifie que nous définissons une nouvelle séquence de symboles $(c_k)_k$ à partir de la séquence de symboles $(a_k)_k$:

$$c_k = a_k \cdot c_{k-1}$$

En posant $c_k = e^{j\theta_k}$ et en utilisant la nouvelle notation du mapping, nous obtenons :

$$c_k = e^{j\Delta\theta_k} \cdot e^{j\theta_{k-1}} = e^{j(\theta_k - \theta_{k-1} + \theta_{k-1})}$$

Ainsi, nous avons :

$$c_k = e^{j\theta_k}$$

Lorsqu'on effectue le décodage par transition à la sortie du bloc de décision, nous utilisons la relation suivante :

$$\hat{a}_k = \frac{c_k}{c_{k-1}}$$

Ce qui peut être exprimé comme :

$$\hat{a}_k = \frac{e^{j\theta_k}}{e^{j\theta_{k-1}}} = e^{j\theta_k} \cdot e^{-j\theta_{k-1}} = e^{j\Delta\theta_k} = a_k$$

Nous constatons ainsi que les symboles a_k initiaux sont récupérés à la sortie du bloc de décodage par transition.

Supposons maintenant l'introduction d'une erreur de phase porteuse ϕ . Nos symboles c_k deviennent :

$$c_k = e^{j\theta_k} \cdot e^{j\phi}$$

Après le décodage, nous obtenons :

$$\hat{a}_k = \frac{e^{j\theta_k} \cdot e^{j\phi}}{e^{j\theta_{k-1}} \cdot e^{j\phi}} = e^{j\theta_k} \cdot e^{-j\theta_{k-1}} \cdot \frac{e^{j\phi}}{e^{j\phi}} = e^{j\Delta\theta_k} = a_k$$

Même en présence d'une erreur de phase porteuse, les symboles a_k sont retrouvés à la sortie du bloc de décodage, sans nécessiter de correction de l'erreur de phase.

Lorsqu'il y a une erreur sur un bit, l'erreur se répercute sur celui d'après. Cependant, au bout de deux erreurs consécutives, l'erreur se compense et n'influe pas sur les autres. Par conséquent, le taux d'erreur binaire est effectivement doublé.

2.3.2 Implémentation Matlab

Pour une raison indéterminée, mon programme ne donne pas le bon résultat. Comme discuté en classe, j'ai récupéré les captures du diagramme d'Arthur.

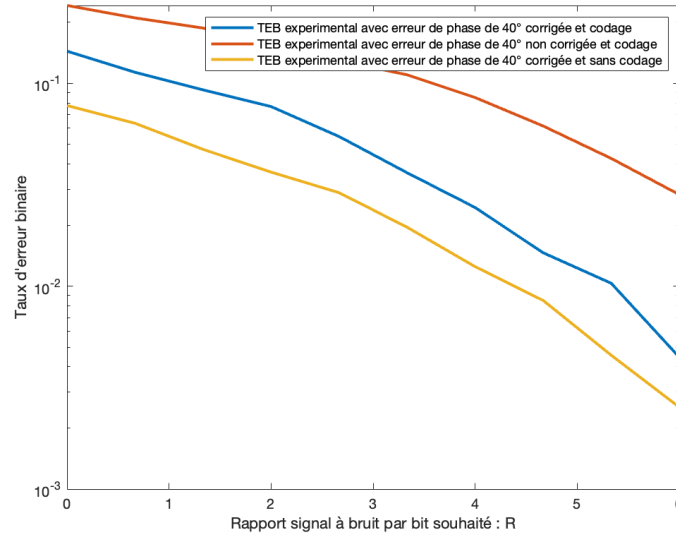


FIGURE 12 – Correction du codage Erreur de phase = 40°

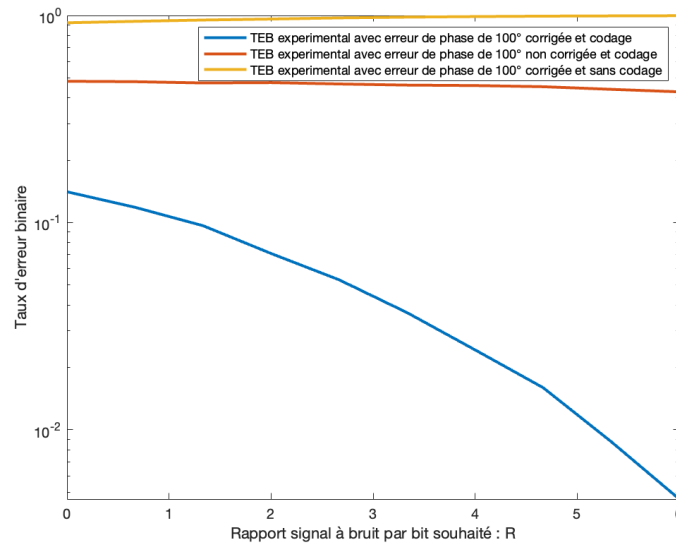


FIGURE 13 – Correction du codage Erreur de phase = 100°

L'erreur de phase à 100° est bien corrigée comme vu dans la partie expérimentale (voir figure 13). De plus, l'erreur de phase de 40° est toujours corrigée. Cependant, il est moins bien corrigé avec codage que sans codage. Cela montre que la correction d'erreur de phase par estimation de l'angle est meilleur pour des erreurs inférieures à 90°.

Il faudrait donc choisir la correction selon l'erreur de phase. Pour autant, l'erreur de phase dans un vrai système n'est pas connu. D'après les graphiques, la correction par estimation d'erreur de phase et par codage est ce qui permet en moyenne de corriger au mieux sur des erreurs de phase de 40° et 100°

2.4 Conclusion

Nous avons étudié l'impact de l'erreur de phase sur la chaîne. Tout d'abord, nous avons vu que l'erreur de phase impacte sur le taux d'erreur binaire. Pour compenser cette erreur, nous avons dans un premier temps essayé une correction par multiplication par l'estimation de l'angle. Une étude de cette méthode révèle qu'elle ne fonctionne que pour les erreurs inférieures à 90° . Dans un second temps, nous avons étudié une correction par codage qui elle marche quel que soit l'erreur de phase.