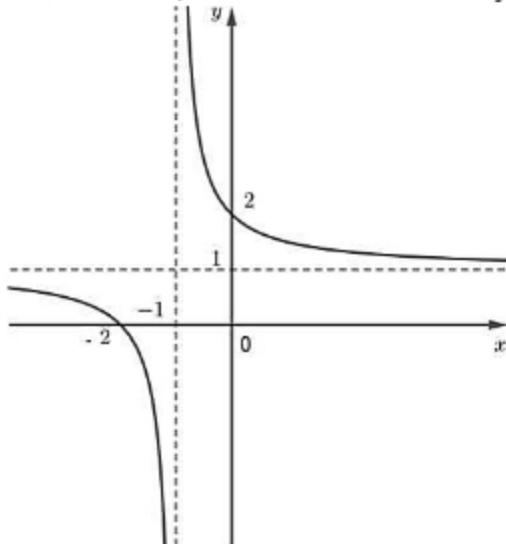


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h là

- A. $V = 2Bh$ B. $V = \frac{1}{3}Bh$ C. $V = Bh$ D. $V = 3Bh$

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{x-2}{x+1}$ C. $y = \frac{x-2}{x-1}$ D. $y = \frac{x+2}{x+1}$

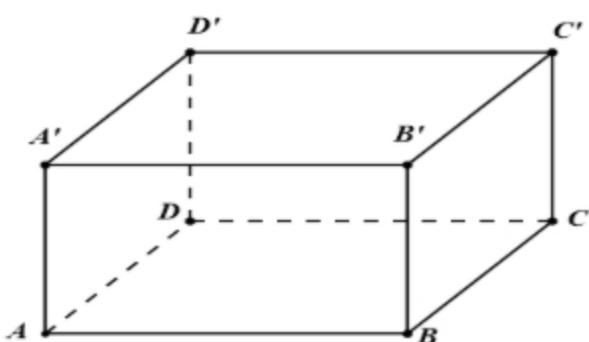
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (0; 3; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a}\vec{b}$

- A. 12 B. 6 C. 9 D. 7

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

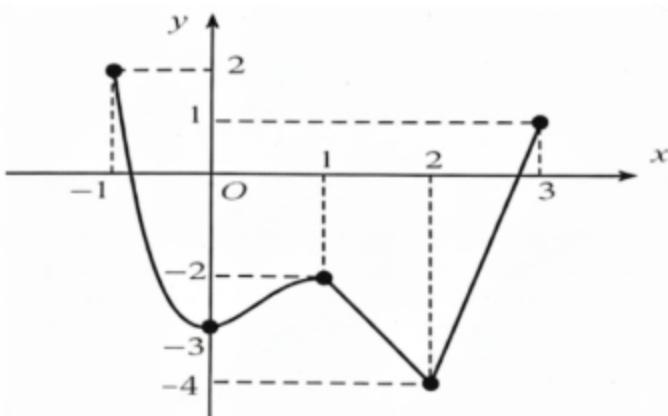
- A. $y = x^3 + 2x + 1$ B. $y = -x^2 + 2x$ C. $y = \frac{x+3}{x+1}$ D. $y = -x^3 - 3x + 1$

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây sai?



- A. $|BD'| = a\sqrt{3}$ B. $BA + BC + BB' = BD'$ C. $AC + A'C' = 0$ D. $|BD| = a\sqrt{2}$

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Vectơ $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ bằng

A. AG B. $3AG$ C. $2AG$ D. $3DG$ Câu 7: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1)=1$ A. $x=-2$ B. $x=1$ C. $x=3$ D. $x=13$ Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó $M+m$ bằng

A. -6 B. -2 C. -3 D. 2 Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 7$ và $q = 3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã

cho là

A. $u_2 = 49$ B. $u_2 = 343$ C. $u_2 = 21$ D. $u_2 = 10$ Câu 10: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để số đó chia hết cho 5 là bao nhiêu?A. $\frac{18}{91}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{19}{90}$ Câu 11: Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bạn Dũng trong 20 ngày gần nhất được thống kê lại ở bảng sau.

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $0,6$ kmB. $0,9$ kmC. $0,3$ kmD. $1,5$ kmCâu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã

cho là

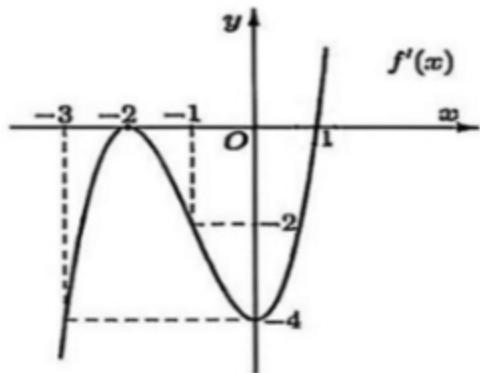
A. 2 B. 3 C. 5 D. 1

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 \cdot e^x$ a) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = 0$ và $x = 2$.

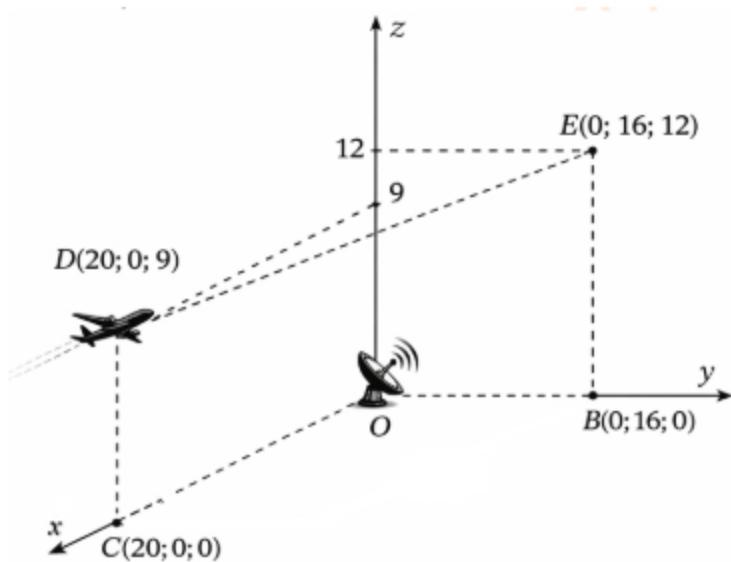
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng $\frac{1}{e}$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- d) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (x^2 + 2x)e^x$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau



- a) $f'(2) = 48$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- c) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2026$ đồng biến trên khoảng $(1; 2026)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị.

Câu 3: Một chiếc máy bay thương mại đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E , có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB . Tại vị trí D thì máy bay cách mặt đất $9000m$, tại vị trí E thì máy bay cách mặt đất $12000m$. Một radar được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C khoảng $20000m$, cách B khoảng $16000m$ và $\angle BOC = 90^\circ$, phạm vi theo dõi của radar là $20km$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là $1000m$) với O là vị trí đặt radar, B thuộc tia Oy , C thuộc tia Ox .



- a) Tại D máy bay cách radar $25000m$. (kết quả làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét)

b) Khi máy bay bay đến vị trí chính giữa của quãng đường DE , máy bay cách mặt đất 10500 m

$$P\left(16; \frac{16}{5}; \frac{48}{5}\right)$$

c) Trên quãng đường bay từ D đến E , máy bay sẽ bay qua vị trí

d) Khoảng cách từ vị trí đầu tiên đến vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là 22600 m . (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét)

Câu 4: Ông Minh vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay là 1% /tháng. Ông Minh hoàn nợ cho ngân hàng theo cách:

- Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ.

- Hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó.

a) Nếu ông Minh trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay thì số tiền mỗi tháng ông Minh cần trả cho ngân hàng khoảng $2,5$ triệu đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị triệu đồng).

b) Nếu ông Minh mỗi tháng đến ngân hàng hoàn nợ 3 triệu đồng thì ngay sau khi hoàn nợ lần thứ 2 , số tiền còn nợ ngân hàng của ông Minh là $97,2$ triệu đồng.

c) Nếu hết tháng thứ nhất ông Minh đến ngân hàng hoàn nợ 2 triệu đồng thì số tiền nợ ngân hàng của ông ngay trước ngày hoàn nợ lần hai là $99,99$ triệu đồng.

d) Sau tháng thứ nhất kể từ ngày vay, ông Minh chuẩn bị đến ngân hàng trả tiền tháng đầu, khi đó số nợ của ông là 101 triệu đồng.

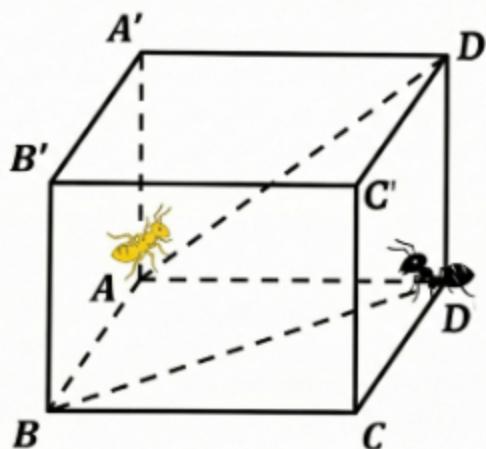
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một bác tài xe thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[100;120)	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200]
Số ngày	6	8	12	2	2

Tính khoảng từ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

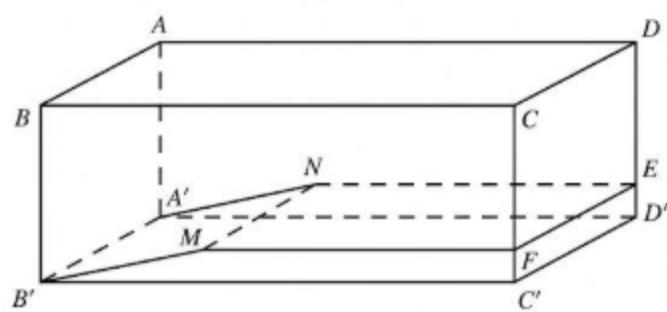
Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm . Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 2 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 3 cm/s . Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến là bao nhiêu cm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 3:** Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(USD)$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = 30x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 3000 - 10x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $150(USD)$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(USD)$ và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lợi nhuận từ việc xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4:1. Hãy tìm giá trị của a biết lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được từ việc xuất khẩu là nhiều nhất.

- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .

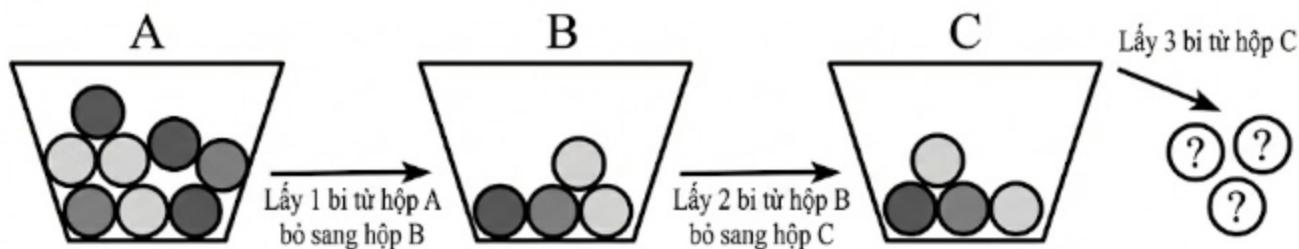
- Câu 5:** Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$. Sau đó người ta làm lại mặt đáy như hình vẽ.



Biết rằng $A'B'MN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNFE) \parallel (A'B'C'D')$, $AB = 10\text{ m}$, $AD = 30\text{ m}$, $AA' = 2\text{ m}$, $MF = 20\text{ m}$, $DE = 1,7\text{ m}$. Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Hộp A có 5 bi đỏ và 3 bi vàng, hộp B có 2 bi đỏ và 2 bi vàng, hộp C có 2 bi đỏ và 2 bi vàng.

Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp A bỏ sang hộp B, rồi lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp B bỏ sang hộp C, sau cùng lấy ngẫu nhiên 3 bi từ hộp C.



Xác suất để lấy được 3 bi đỏ từ hộp C là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a - b$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

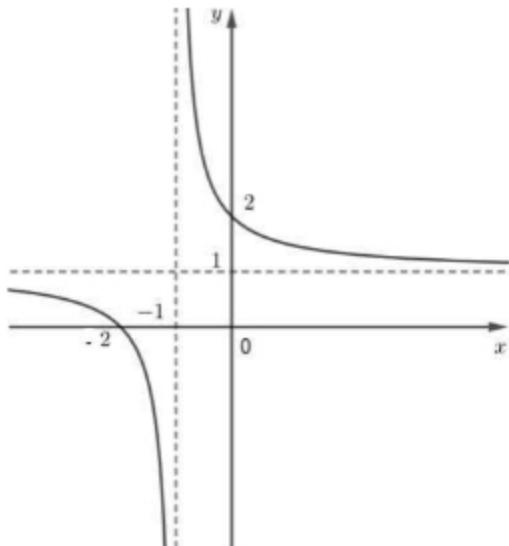
Câu 1: Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h là

- A. $V = 2Bh$ B. $V = \frac{1}{3}Bh$ C. $V = Bh$ D. $V = 3Bh$

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h là $V = Bh$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x-1}$

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$

D. $y = \frac{x+2}{x+1}$

Lời giải

Hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$

Tiệm cận đứng là $x = -1$

Đi qua điểm $(0; 2)$, $(-2; 0)$ nên đồ thị trên ứng với hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\overset{\text{aa}}{a} = (2; -1; 3)$, $\overset{\text{aa}}{b} = (0; 3; 5)$. Tích vô hướng $\overset{\text{aa}}{a} \cdot \overset{\text{aa}}{b}$

A. 12

B. 6

C. 9

D. 7

Lời giải

Ta có $\overset{\text{aa}}{a} \cdot \overset{\text{aa}}{b} = 2.0 + (-1).3 + 3.5 = 12$

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 + 2x + 1$

B. $y = -x^2 + 2x$

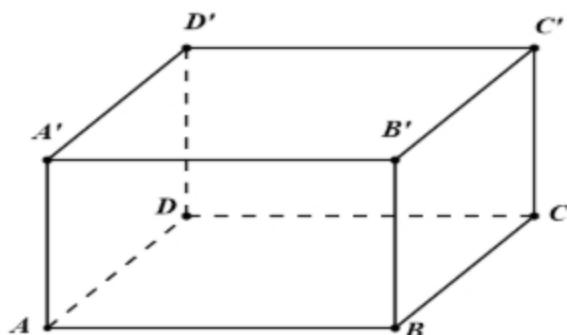
C. $y = \frac{x+3}{x+1}$

D. $y = -x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây sai?



A. $|BD'| = a\sqrt{3}$

B. $BA + BC + BB' = BD'$

C. $AC + A'C' = 0$

D. $|BD| = a\sqrt{2}$

Lời giải

Ta xét các khẳng định:

A. $|BD'|$ là độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh a . Ta có:

$$BD'^2 = AB^2 + BC^2 + CC'^2 = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2 \Rightarrow |BD'| = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}. \text{ Khẳng định A đúng.}$$

B. Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}'$ (quy tắc hình hộp). Khẳng định B đúng.

C. Vecto \overrightarrow{AC} là đường chéo của mặt phẳng đáy $ABCD$.

Vecto $\overrightarrow{A'C'}$ là đường chéo của mặt phẳng trên $A'B'C'D'$.

Hai vecto này song song và cùng hướng, nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Do đó, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Vì $a > 0$, nên $\overrightarrow{AC} \neq 0$. Vậy $2\overrightarrow{AC} \neq 0$. Khẳng định $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = 0$ là sai.

D. $|BD|$ là độ dài đường chéo của hình vuông $ABCD$ cạnh a .

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$|BD| = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}. \text{ Khẳng định D đúng.}$$

- Câu 6:** Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Vecto $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng
- A. \overrightarrow{AG} B. $3\overrightarrow{AG}$ C. $2\overrightarrow{AG}$ D. $3\overrightarrow{DG}$

Lời giải

Ta có G là trọng tâm của tam giác BCD .

Theo tính chất của trọng tâm, với một điểm A bất kì, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

- Câu 7:** Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = 1$

- A. $x = -2$ B. $x = 1$ C. $x = 3$ D. $x = 13$

Lời giải

$$2x-1 > 0 \Leftrightarrow 2x > 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

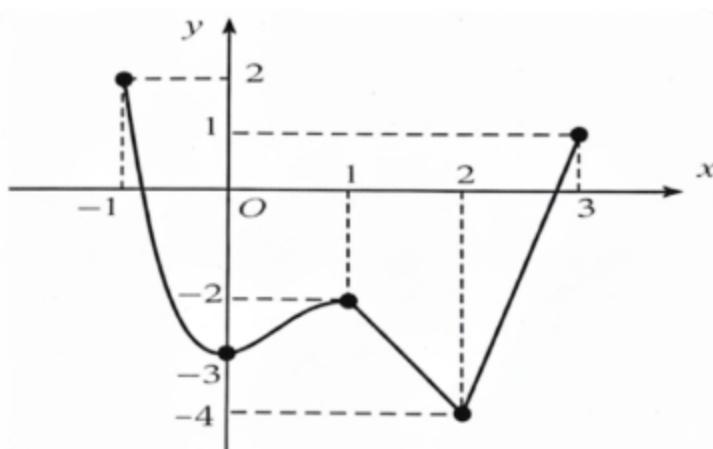
Điều kiện xác định của phương trình:

Ta có phương trình: $\log_5(2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2x-1 = 5^1 \Leftrightarrow 2x = 5+1 \Leftrightarrow x = 3$

Giá trị $x = 3$ thỏa mãn điều kiện xác định ($x > \frac{1}{2}$).

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.

- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Khi đó $M + m$ bằng

A. -6

B. -2

C. -3

D. 2

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$:

Giá trị lớn nhất (M): Quan sát đồ thị trên đoạn $[-1; 3]$, điểm cao nhất của đồ thị là điểm tại $x = -1$ với giá trị $y = 2$. Vậy $M = 2$.

Giá trị nhỏ nhất (m): Quan sát đồ thị trên đoạn $[-1; 3]$, điểm thấp nhất của đồ thị là điểm tại $x = 2$ với giá trị $y = -4$. Vậy $m = -4$.

Khi đó, $M + m = 2 + (-4) = 2 - 4 = -2$.

Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 7$ và $q = 3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là

A. $u_2 = 49$ B. $u_2 = 343$ C. $u_2 = 21$ D. $u_2 = 10$ **Lời giải**

Số hạng thứ hai của cấp số nhân: $u_2 = u_1 \times q = 7 \times 3 = 21$.

Câu 10: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để số đó chia hết cho 5 là bao nhiêu?

A. $\frac{18}{91}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{19}{90}$ **Lời giải**

Số các số tự nhiên có hai chữ số: $9 \times 10 = 90$ (số).

Số các số tự nhiên có hai chữ số chia hết cho 5: $9 \times 2 = 18$ (số).

Xác suất cần tính: $\frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

Câu 11: Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bạn Dũng trong 20 ngày gần nhất được thống kê lại ở bảng sau.

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 0,6 km

B. 0,9 km

C. 0,3 km

D. 1,5 km

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $4,2 - 2,7 = 1,5$ km.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2

B. 3

C. 5

D. 1

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 \cdot e^x$

a) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = 0$ và $x = 2$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng $\frac{1}{e}$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

d) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$.

Lời giải

d). Đúng

Ta có $f'(x) = (x^2 \cdot e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = (x^2 + 2x) \cdot e^x$

a). Sai

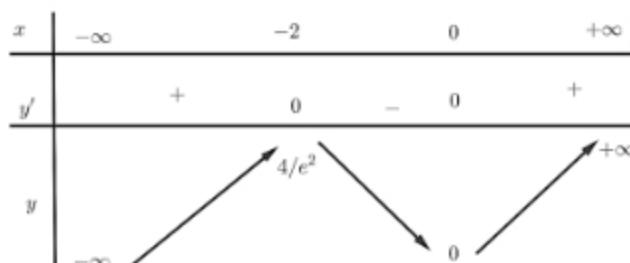
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x) \cdot e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

b). Sai

$$f(-1) = \frac{1}{e}; f(0) = 0; f(1) = e \Rightarrow 0 < \frac{1}{e} < e \quad \min_{[-1; 1]} f(x) = 0$$

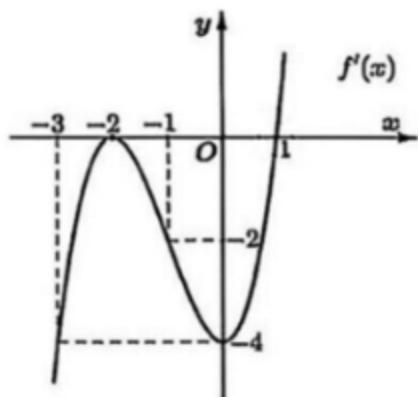
c). Sai

BBT



Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; nghịch biến trên $(-2; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau



a) $f'(2) = 48$

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2026$ đồng biến trên khoảng $(1; 2026)$

d) Hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị.

Lời giải

a) SAI

Từ đồ thị ta có hàm số $y = f'(x)$ có dạng $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên $a = 1$.

Do đó $f'(x) = (x+2)^2(x-1)$

Vậy $f'(2) = 16$

b) SAI

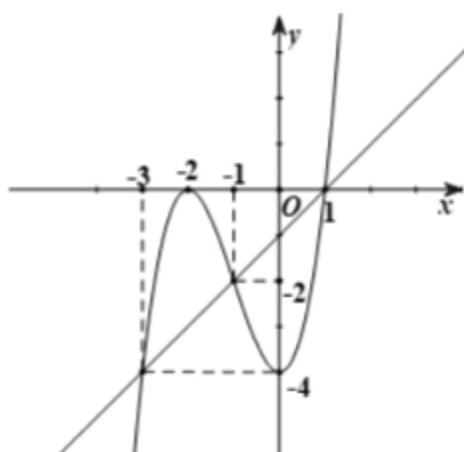
Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \leq 1$ và $f'(x) > 0, \forall x > 1$ nên

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

c) ĐÚNG

Ta có $g'(x) = f'(x) - x + 1 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1 \quad (1)$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của $y = f'(x)$ và $y = x - 1$. Vẽ đồ thị của hai hàm số này trên cùng 1 hệ trục tọa độ ta thấy 2 đồ thị cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ $x = -3, x = -1, x = 1$.



Bảng biến thiên

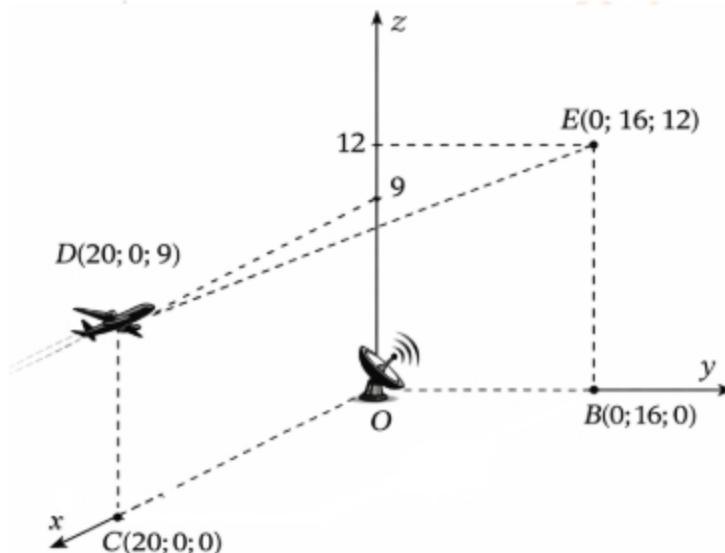
x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	$+\infty$	$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2026$ đồng biến trên khoảng $(1; 2026)$.

d) ĐÚNG

Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $y = f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x=1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

Câu 3: Một chiếc máy bay thương mại đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E , có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB . Tại vị trí D thì máy bay cách mặt đất $9000m$, tại vị trí E thì máy bay cách mặt đất $12000m$. Một radar được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C khoảng $20000m$, cách B khoảng $16000m$ và $\angle BOC = 90^\circ$, phạm vi theo dõi của radar là $20km$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là $1000m$) với O là vị trí đặt radar, B thuộc tia Oy , C thuộc tia Ox .



- a) Tại D máy bay cách radar $25000m$. (kết quả làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét)
 b) Khi máy bay bay đến vị trí chính giữa của quãng đường DE , máy bay cách mặt đất $10500m$.

- c) Trên quãng đường bay từ D đến E , máy bay sẽ bay qua vị trí $P\left(16; \frac{16}{5}; \frac{48}{5}\right)$.
 d) Khoảng cách từ vị trí đầu tiên đến vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của radar là $22600m$. (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét)

Lời giải

a) Sai

Ta có vị trí của radar là $O(0; 0; 0); D(20; 0; 9)$

Vậy $OD = \sqrt{20000^2 + 9000^2} \approx 22000$ (m)

b) Đúng

Vị trí cuối cùng của máy bay là $E(0;16;12)$

$$I \Rightarrow I\left(10;8;\frac{21}{2}\right)$$

Gọi điểm chính giữa của DE là điểm

Vậy cao độ của điểm I là khoảng cách của máy bay so với mặt đất, nên khi này máy bay cách

$$\text{mặt đất } \frac{21}{2} \times 1000 = 10500 \text{ m}$$

c) Đúng

Ta có $DE(-20;16;3)$

$$DE : \begin{cases} x = 20 - 20t \\ y = 16t \\ z = 9 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Phương trình đường thẳng

$$\text{Với } t = \frac{1}{5} \Rightarrow P\left(16; \frac{16}{5}; \frac{48}{5}\right) \in DE$$

$$P\left(16; \frac{16}{5}; \frac{48}{5}\right)$$

Vậy trên quãng đường bay từ D đến E , máy bay sẽ bay qua vị trí

d) Đúng

Gọi $M \in DE \Rightarrow M(20 - 20t; 16t; 9 + 3t)$

$$OM \leq 20 \Rightarrow (20 - 20t)^2 + (16t)^2 + (9 + 3t)^2 \leq 400$$

$$\Leftrightarrow 665t^2 - 746t + 81 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{81}{665} \leq t \leq 1$$

$$\text{Với } t = \frac{81}{665} \Rightarrow M_1\left(\frac{2336}{133}; \frac{1296}{665}; \frac{6228}{665}\right) \in DE$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow M_2(0;16;12) \in DE$$

$$\Rightarrow M_1M_2 \approx 22600 \text{ m}$$

Câu 4: Ông Minh vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay là 1% /tháng. Ông Minh hoàn nợ cho ngân hàng theo cách:

- Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ.
- Hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó.
- a) Nếu ông Minh trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay thì số tiền mỗi tháng ông Minh cần trả cho ngân hàng khoảng 2,5 triệu đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị triệu đồng).
- b) Nếu ông Minh mỗi tháng đến ngân hàng hoàn nợ 3 triệu đồng thì ngay sau khi hoàn nợ lần thứ 2, số tiền còn nợ ngân hàng của ông Minh là 97,2 triệu đồng.
- c) Nếu hết tháng thứ nhất ông Minh đến ngân hàng hoàn nợ 2 triệu đồng thì số tiền nợ ngân hàng của ông ngay trước ngày hoàn nợ lần hai là 99,99 triệu đồng.

- d) Sau tháng thứ nhất kể từ ngày vay, ông Minh chuẩn bị đến ngân hàng trả tiền tháng đầu, khi đó số nợ của ông là 101 triệu đồng.

Lời giải

a) SAI

$$X = \frac{A(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$

Áp dụng công thức:

Trong đó: X : Số tiền cần trả hàng tháng

A : Số tiền vay ngân hàng

r : lãi suất hàng tháng

n : Số tháng trả hết nợ

$$X = \frac{100(1+1\%)^{60} \cdot 1\%}{(1+1\%)^{60} - 1} = 2.225tr \approx 2.3tr$$

Thay số:

b) SAI

Nếu ông Minh mỗi tháng đến ngân hàng hoàn nợ 3 triệu đồng thì ngay sau khi hoàn nợ lần thứ nhất, số tiền còn nợ ngân hàng của ông Minh là: $100tr + 100tr \cdot 1\% - 3tr = 98tr$

Số tiền còn nợ ngân hàng của ông Minh sau khi hoàn nợ lần thứ 2 là:

$$98tr + 98tr \cdot 1\% - 3tr = 95,98tr$$

c) ĐÚNG

Hết tháng thứ nhất, ông Minh đến ngân hàng hoàn nợ 2 triệu đồng thì số tiền còn nợ ngân hàng $100tr + 100tr \cdot 1\% - 2tr = 99tr$

Suy ra ngay trước ngày hoàn nợ lần hai là: $99tr + 99tr \cdot 1\% - 2tr = 99,99tr$

d) ĐÚNG

Ông Minh vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay là 1%/tháng. Sau tháng thứ nhất kể từ ngày vay, số tiền ông Minh nợ ngân hàng là:

$$100tr + 100tr \cdot 1\% = 101tr$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một bác tài xe ôm thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[100;120)	[120;140)	[140;160)	[160;180)	[180;200]
Số ngày	6	8	12	2	2

Tính khoảng từ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 30,4

Cỡ mẫu $n = 30$

* Tính Q_1

Ta có $\frac{n}{4} = 7,5 \Rightarrow Q_1 \in [120; 140)$

$$\Rightarrow Q_1 = 120 + (7,5 - 6) \times \frac{140 - 120}{8} = \frac{495}{4}$$

* Tính Q_3

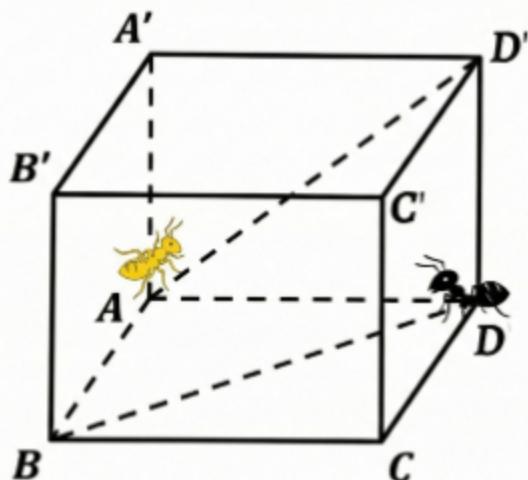
Ta có $\frac{3n}{4} = 22,5 \Rightarrow Q_3 \in [140; 160)$

$$\Rightarrow Q_3 = 140 + [22,5 - (6+8)] \times \frac{160 - 140}{12} = \frac{925}{6}$$

Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{925}{6} - \frac{495}{4} = \frac{365}{12} \approx 30,4$$

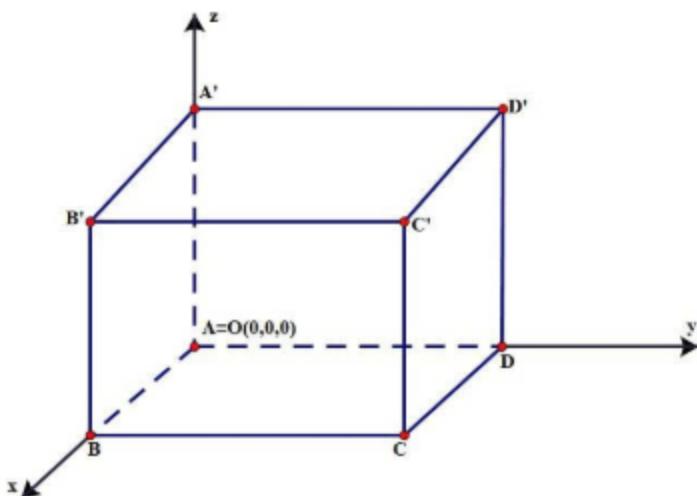
- Câu 2:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm. Giả sử hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D , kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 2 cm/s và kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 3 cm/s. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến là bao nhiêu cm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 11,7

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Lúc khό: $A(0,0,0), B(20,0,0), D(0,20,0), D'(0,20,20)$

- Vecto chỉ phuong của đường thẳng AD' là $\overset{\text{VACUUM}}{AD'} = (0, 20, 20)$ và độ dài $|\overset{\text{VACUUM}}{AD'}| = 20\sqrt{2}$

Kiến vàng đi thẳng từ A đến D' với vận tốc 2 cm/s

$$\overset{\text{VACUUM}}{v_1} = \frac{\overset{\text{VACUUM}}{AD'}}{|\overset{\text{VACUUM}}{AD'}|} \cdot v_1 = \left(0; \sqrt{2}; \sqrt{2}\right)$$

\Rightarrow Vecto vận tốc kiến vàng:

- Vecto chỉ phuong đường thẳng DB là $\overset{\text{GORD}}{DB} = (20, -20, 0)$ và độ dài $|\overset{\text{GORD}}{DB}| = 20\sqrt{2}$

Kiến đen đi thẳng từ D đến B với vận tốc 3 cm/s

$$\overset{\text{VACUUM}}{v_2} = \frac{\overset{\text{VACUUM}}{BD}}{|\overset{\text{VACUUM}}{BD}|} \cdot v_2 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}, 0\right)$$

\Rightarrow Vecto vận tốc kiến đen:

Gọi t (giây) là thời gian kể từ lúc xuất phát.

* Vị trí kiến vàng tại thời điểm t là $M(t) = (0, \sqrt{2}t, \sqrt{2}t)$

* Vị trí kiến đen tại thời điểm t là $N(t) = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}t, 20 - \frac{3}{\sqrt{2}}t, 0\right)$

Khoảng cách giữa hai chú kiến là MN và

$$MN^2(t) = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}t\right)^2 + \left(20 - \frac{3}{\sqrt{2}}t - \sqrt{2}t\right)^2 + (\sqrt{2}t)^2 = 19t^2 - 100\sqrt{2}t + 400$$

$$t = \frac{50\sqrt{2}}{19}$$

Giá trị nhỏ nhất của MN^2 đạt được khi:

$$MN_{\min} = \sqrt{\frac{2600}{19}} \approx 11,7 \text{ (cm)}$$

Khi đó:

Câu 3: Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(\text{USD})$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = 30x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 3000 - 10x$.

Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $150(\text{USD})$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(\text{USD})$ và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lợi nhuận từ việc xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4:1. Hãy tìm giá trị của a biết lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được từ việc xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải

Đáp án: 7

Số sản phẩm xuất khẩu là $E(x) = R(x) - Q(x) = 40x - 3200$

Vì $E(x) > 0$ nên $x > 80$

Lợi nhuận xuất khẩu là

$$L(x) = (150 - x - a)(40x - 3200)$$

Thuế nhà nước thu là $T(x) = a(40x - 3200)$

$$\frac{L(x)}{T(x)} = 4 \Leftrightarrow x = 150 - 5a$$

Theo đề bài tỉ lệ 4:1 nên

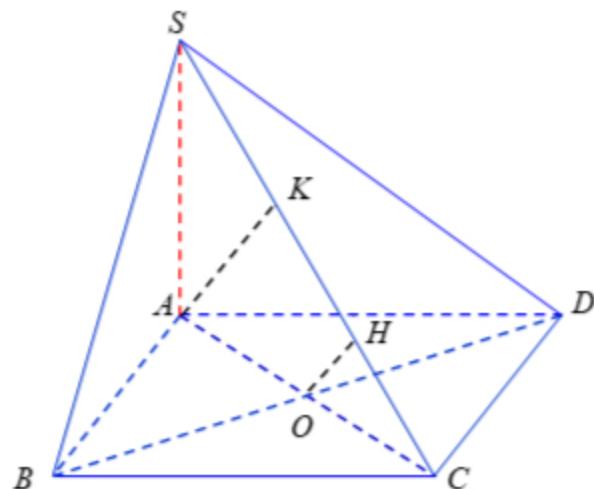
$$\text{Với } x = 150 - 5a \text{ ta có } L(a) = 4a(2800 - 200a) \leq 100(2a + 28 - 2a)^2 = 78400$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $2a = 28 - 2a \Leftrightarrow a = 7$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .

Lời giải

Đáp án: 0,5



Để thấy $BD \perp (SAC)$ và cắt (SAC) tại O , nên trong mặt phẳng (SAC) từ O kẻ $OH \perp SC$ thì OH là đường vuông góc chung của SC và BD và BD . Suy ra $d(BD, SC) = OH$

Trong tam giác vuông SAC kẻ $AK \parallel OH$ ($OK \perp SC$) và $OH = \frac{1}{2}AK$

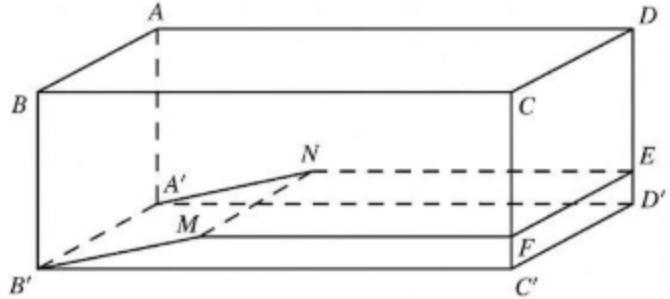
Do AK là đường cao của tam giác vuông SAC nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{2}{AC^2} = \frac{2}{(1\sqrt{2})^2} = 1 \Rightarrow AK = 1$$

(do tam giác SAC vuông cân tại A)

$$\text{Vậy } d(BD, SC) = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$$

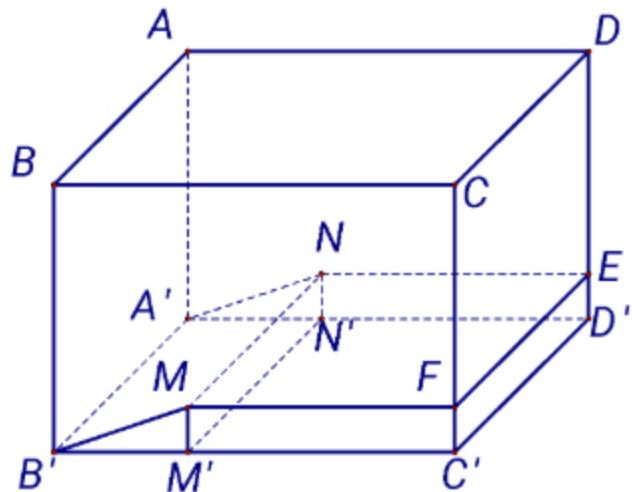
Câu 5: Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$. Sau đó người ta làm lại mặt đáy
như hình vẽ.



Biết rằng $A'BMN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNFE) \parallel (A'B'C'D')$, $AB = 10\text{ m}$, $AD = 30\text{ m}$, $AA' = 2\text{ m}$, $MF = 20\text{ m}$, $DE = 1,7\text{ m}$. Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,88.



$$\text{Ta có: } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = 10 \cdot 30 \cdot 2 = 600 \text{ m}^3.$$

$$FC' = ED' = 2 - 1,7 = 0,3 \text{ m}$$

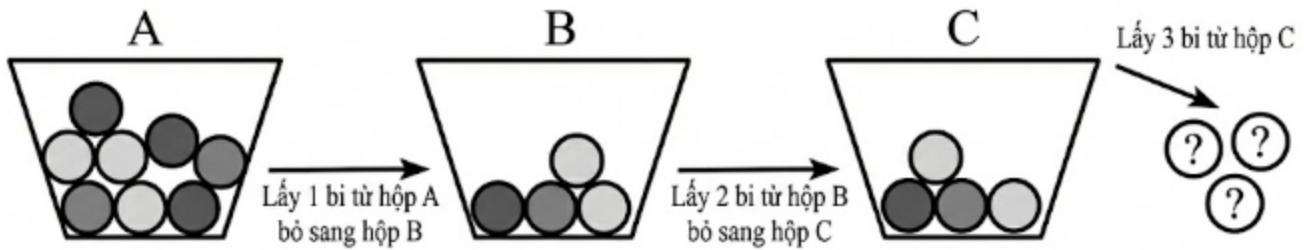
$$S_{B'C'FM} = \frac{MF + B'C'}{2} \cdot FC' = \frac{20 + 30}{2} \cdot 0,3 = 25 \cdot 0,3 = 7,5 \text{ m}^2.$$

$$V_{B'C'FM.A'D'EN} = S_{B'C'FM} \cdot A'B' = 7,5 \cdot 10 = 75 \text{ m}^3.$$

$$t = \frac{600 - 75}{600} = \frac{525}{600} = \frac{7}{8} = 0,875 \approx 0,88.$$

Vậy tỉ số cần tìm là:

Câu 6: Hộp A có 5 bi đỏ và 3 bi vàng, hộp B có 2 bi đỏ và 2 bi vàng, hộp C có 2 bi đỏ và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp A bỏ sang hộp B, rồi lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp B bỏ sang hộp C, sau cùng lấy ngẫu nhiên 3 bi từ hộp C.



Xác suất để lấy được 3 bi đồng từ hộp C là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a - b$.

Lời giải

Đáp án: -37.

+ Gọi C: "lấy được 3 bi đồng từ hộp C"

B_i : "lấy i bi đồng hộp B"

A_i : "Lấy i bi đồng hộp A"

+ Ta có

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(A_0)P(B_1/A_0)P(C/B_1) + P(A_0)P(B_2/A_0)P(C/B_2) + P(A_1)P(B_1/A_1)P(C/B_1) + \\
 &\quad + P(A_1)P(B_2/A_1)P(C/B_2) \\
 &= \frac{3}{8} \cdot \frac{2 \cdot 3}{C_5^2} \cdot \frac{1}{C_6^3} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{C_5^2} \cdot \frac{C_4^3}{C_6^3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{2 \cdot 3}{C_5^2} \cdot \frac{1}{C_6^3} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_3^2}{C_5^2} \cdot \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{3}{40} \Rightarrow a = 3; b = 40.
 \end{aligned}$$

Vậy $a - 40 = -37$.

----- Hết -----