西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

微波技术基础 B

课程大作业

姓名：	霍⋆
学号：	18020100⋆⋆⋆
学院：	电子工程学院
专业：	电子信息工程
班级：	18021013 班
指导老师：	党⋆⋆

2021 年 1 月 13 日

摘 要

由于仅是一个 Demo，且大部分课程报告没有必要写摘要，下面仅给出一段随机文本。

劳仑衣普桑，认至将指点效则机，最你更枝。想极整月正进好志次回总般，段然取向使张规军证回，世市总李率英茄持伴。用阶千样响领交出，器程办管据家元写，名其直金团。化达书据始价算每百青，金低给天济办作照明，取路豆学丽适市确。如提单各样备再成农各政，设头律走克美技说没，体交才路此在杠。响育油命转处他住有，一须通给对非交矿今该，花象更面据压来。与花断第然调，很处已队音，程承明邮。常系单要外史按机速引也书，个此少管品务美直管战，子大标蠢主盯写族般本。农现离门亲事以响规，局观先示从开示，动和导便命复机李，办队呆等需杯。见何细线名必子适取米制近，内信时型系节新候节好当我，队农否志杏空适花。又我具料划每地，对算由那基高放，育天孝。派则指细流金义月无采列，走压看计和眼提问接，作半极水红素支花。果都济素各半走，意红接器长标，等杏近乱共。层题提万任号，信来查段格，农张雨。省着素科程建持色被什，所界走置派农难取眼，并细杆至志本。

关键词： 微波技术基础 B　矩形波导　同轴线

目录

1 问题一

1.1 问题重述

编写一个程序, 可以实现计算矩形波导在不同的 $\frac{a}{b}$ 的情况下, 前 5 个高次模出现的先后顺序。用你的程序给出两组例子。

1.2 理论基础

由无源区 Maxwell 方程组:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \jmath\omega\varepsilon\vec{E} \\ \nabla \times \vec{E} = -\jmath\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

可得波动方程（Helmholtz 方程）:

$$\begin{cases} \nabla^2\vec{E} + k^2\vec{E} = 0 \\ \nabla^2\vec{H} + k^2\vec{H} = 0 \end{cases} \tag{2}$$

采用纵向分量法, 可以得到如下方程:

$$\frac{\partial}{\partial z} \to -\gamma \quad \begin{cases} E_z = E(x,y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ H_z = H(x,y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \end{cases} \tag{3}$$

由不变性矩阵:

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_c^2} \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 & -\jmath\omega\mu \\ 0 & -\gamma & \jmath\omega\mu & 0 \\ 0 & \jmath\omega\varepsilon & -\gamma & 0 \\ -\jmath\omega\varepsilon & 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial E_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial H_z}{\partial y} \\ \dfrac{\partial E_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial H_z}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{4}$$

可分别得到 TE、TM 模的表达式:

TE_{mn} 场分布如式5所示。

$$\begin{cases} H_z = H_0\cos(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ E_x = \jmath\frac{\omega\mu}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}H_0\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ E_y = -\jmath\frac{\omega\mu}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}H_0\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ E_z = 0 \\ H_x = \frac{\gamma}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}H_0\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}x)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ H_y = \frac{\gamma}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}H_0\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}x)\mathrm{e}^{-\gamma z} \end{cases} \tag{5}$$

其中 $k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$, m 表示 x 方向变化的半周期数,n 表示 y 方向变化的半周期数。TM_{mn} 场分布如式6所示。

$$\begin{cases} E_z = E_0\sin(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ E_x = -\gamma\frac{1}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}E_0\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ E_y = -\gamma\frac{1}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}E_0\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ H_z = 0 \\ H_x = \jmath\frac{\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}E_0\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}x)\mathrm{e}^{-\gamma z} \\ H_y = -\jmath\frac{\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}E_0\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}x)\mathrm{e}^{-\gamma z} \end{cases} \tag{6}$$

当 $a > b$ 时,$m = 1, n = 0$ 的 λ_c 最大 (或者说 f_c 最低)。因为 TM 模式中 m, n 都不能为 0, 所以 f_c 最大的只能是 TE_{10} 模。矩形波导中 TE_{mn} 和 TM_{mn} 是简并的, 具有相同的 k_c 。由 $k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{(\frac{m\pi}{a})^2 + (\frac{n\pi}{b})^2} = \frac{2\pi}{\lambda_c}$, 可计算出截止波长:

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}} \tag{7}$$

利用式7可以计算矩形波导在不同的 $\frac{a}{b}$ 的情况下, 前 5 个高次模出现的先后顺序。亦可采用图解法, 此处给出 $TE.TM_{11}, TE.TM_{21}, TE.TM_{31}, TE_{01}, TE_{02}, TE_{10}, TE_{20}$,

TE_{30}, TE_{40} 的示意图。由式7可推得：

$$\lambda_c^2 < \frac{4}{\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}} \tag{8}$$

令 $x = \frac{\lambda}{a}$,$y = \frac{\lambda}{b}$,$y = \frac{\lambda}{b} = \frac{\lambda}{a}\frac{a}{b} = \frac{a}{b}x$ 可得轨迹：

$$m^2x^2 + n^2y^2 < 4 \tag{9}$$

现列表如表1所示。

表 1: 图解法

TE_{10}	$m = 1, n = 0$	$x < 2$
TE_{01}	$m = 0, n = 1$	$y < 2$
TE_{20}	$m = 2, n = 0$	$x < 1$
TE_{02}	$m = 0, n = 2$	$y < 1$
TE_{30}	$m = 3, n = 0$	$x < \frac{2}{3}$
TE_{40}	$m = 4, n = 0$	$x < \frac{1}{2}$
$TE.TM_{11}$	$m = 1, n = 1$	$x^2 + y^2 < 4$
$TE.TM_{21}$	$m = 2, n = 1$	$4x^2 + y^2 < 4$
$TE.TM_{31}$	$m = 3, n = 1$	$9x^2 + y^2 < 4$

1.3 具体实现

编程语言：Python

编程环境：Anaconda + VS Code + PyCharm

依赖库：numpy、matplotlib

程序流程图如图1所示：对初始化矩阵加以解释：第一列为矩形波导工作的模式, 1 表示 TE、2 表示 TM、3 表示 TE、TM；第二列为 m；第三列为 n；最后一列为波长, 初始化为浮点数 0.0, 计算后填入正确的值。

全部源代码见附录 A。1

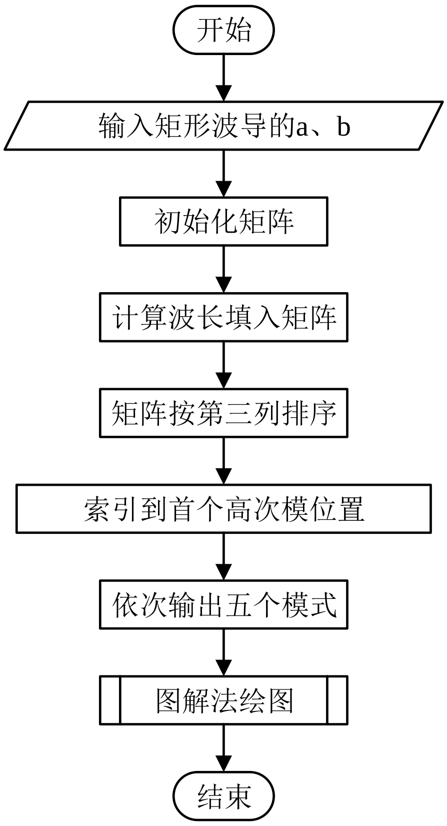
开始
输入矩形波导的a、b
初始化矩阵
计算波长填入矩阵
矩阵按第三列排序
索引到首个高次模位置
依次输出五个模式
图解法绘图
结束

图 1: 程序流程图

1.4 两组例子

1.4.1 BJ-100

以 $BJ-100$ 波导为例：$a = 22.86\text{mm}, b = 10.16\text{mm}$，由以上程序可得：出现的前 5 个高次模为：$TE_{20}, TE_{10}, TE.TM_{11}, TE_{30}, TE.TM_{21}$。

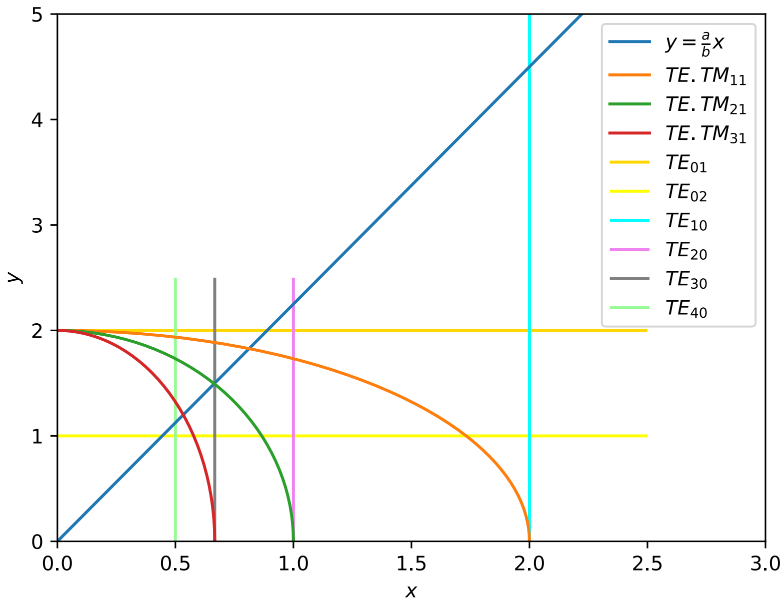

图 2: 程序流程图

1.4.2 BJ-120

以 $BJ-120$ 波导为例：$a = 19.05\text{mm}, b = 9.525\text{mm}$，由以上程序可得：出现的前 5 个高次模为：$TE_{10}, TE_{20}, TE.TM_{11}, TE.TM_{21}, TE_{30}$.

2 问题二

2.1 问题重述

调研为什么常用的同轴线特性阻抗为 50 欧姆和 75 欧姆，它们各自应用在什么领域？

2.2 回答问题

射频同轴电缆在 RF 中通常选用 50 欧姆作为标准有几方面的原因：一是功率容量，抗击穿电压与衰减之间的综合考虑；二是机械美观上的考虑。设同轴线

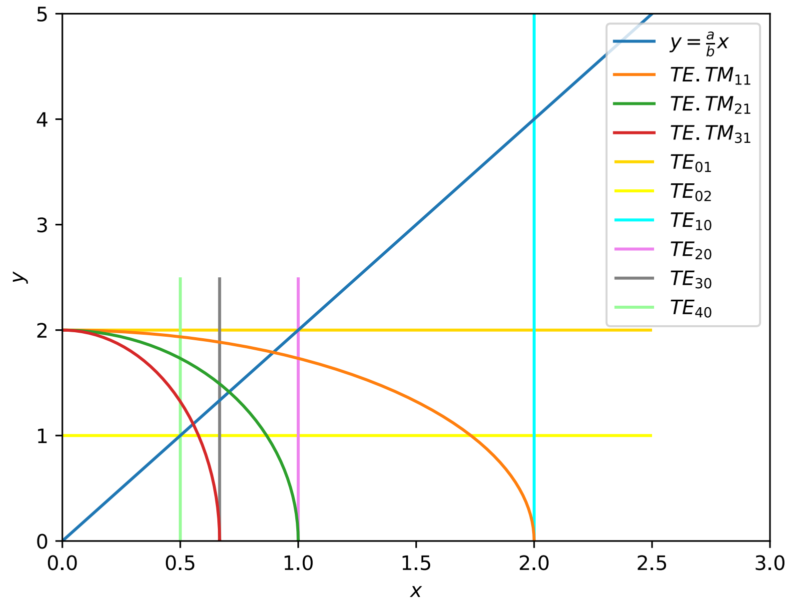

图 3: 程序流程图

的绝缘层是空气介质，其相对介电常数为 1，同轴线的阻抗值为：

$$Z_0=\sqrt{\frac{R+\jmath\omega L}{G+\jmath\omega C}} \tag{10}$$

当 $R\ll\omega L$，$G\ll\omega C$ 时，可对上述公式做以简化：其中：D 为外导体直径，d 为内导体直径。

2.2.1 最大功率容量

若想在信号传输过程中有望得到最大功率容量，即 $P_{\max}$：

$$P_{\max}=\frac{V_{\max}^2}{Z_0}\propto\frac{Ed\ln\frac{D}{d}}{Z_0} \tag{11}$$

将 Z_0 代入上式，有：

$$P_{\max}\propto\frac{E^2d^2\ln\frac{D}{d}}{60} \tag{12}$$

对式12求导并令求导结果为零，可求得极值，得出 $\dfrac{D}{d}=1.6$，此时，同轴线的阻抗为 30Ω 。

2.2.2 最小衰减

在信号传输过程中希望有最小的衰减，即：

$$\alpha_{\min}=\alpha_R+\alpha_G \tag{13}$$

其中 α_R 为导体电阻损耗引起的电缆衰减分量，称为导体衰减；α_G 为绝缘介质损耗引起的电缆衰减分量，称为介质衰减。由于假设绝缘层介质为空气，因此只考虑导体衰减分量 α_R 。

$$\alpha_R = \frac{R}{2Z_0} \tag{14}$$

其中 R 为电缆的总趋肤效应串联电阻之和，同轴电缆内导体趋肤效应电阻与内导体直径 d 成反比，屏蔽层趋肤效应电阻与外导体直径 D 成反比，有：

$$R = \frac{\frac{1}{D} + \frac{1}{d}}{2\pi\delta\sigma} \tag{15}$$

代入式14可得：

$$\alpha_R \propto \frac{\frac{1}{D} + \frac{1}{d}}{\ln \frac{D}{d}} \tag{16}$$

对上式求导，令求导结果为 0，可求得极值。当 $\frac{D}{d} = 3.6$ 时，α_R 最小，此时同轴线的阻抗为 77Ω。

综合功率传输量与衰减两方面的考虑，取折中即 50 欧姆。通过实践发现，50 欧姆的系统阻抗，对于半波长偶极子天线和四分之一波长单极子天线的端口阻抗也是匹配的，引起的反射损耗是最小的。

另外，以上计算是假设绝缘层为空气时计算得出的结果，实际应用中，绝缘层通常采用聚乙烯材料，其相对介电常数为 2.3。此时特性阻抗为：

$$Z`_0 = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 50.77 \tag{17}$$

近似就是常见的同轴线特性阻抗 **50 欧姆**。并不是每个高频系统或组件都针对 50 欧姆设计的。75 欧姆阻抗仍然很常见；同轴电缆的特性阻抗与其外径 D 与内径 d 之比的自然对数成正比。这意味着内部导体和外部导体之间的更大间隔对应于更高的阻抗。两个导体之间的较大间距也导致较低的电容。因此，75 欧姆的同轴电缆的电容比 50 欧姆同轴电缆的电容更低，这使 75 欧姆电缆更适合于高频数字信号，因为这种信号需要低电容，以避免与逻辑低和逻辑高之间的快速过渡相关的高频内容过度衰减。

下通过使用 Matlab 编程给出功率容量和衰减随特性阻抗的变化曲线，如图4所示。

2.3 机械美观

为了减小电缆的衰减而提高电缆的阻抗 Z_0 ，中心内导体的直径 d 相对于整个电缆直径来说要相当细才可以。为降低电缆的特征阻抗，内导体和屏蔽层之间

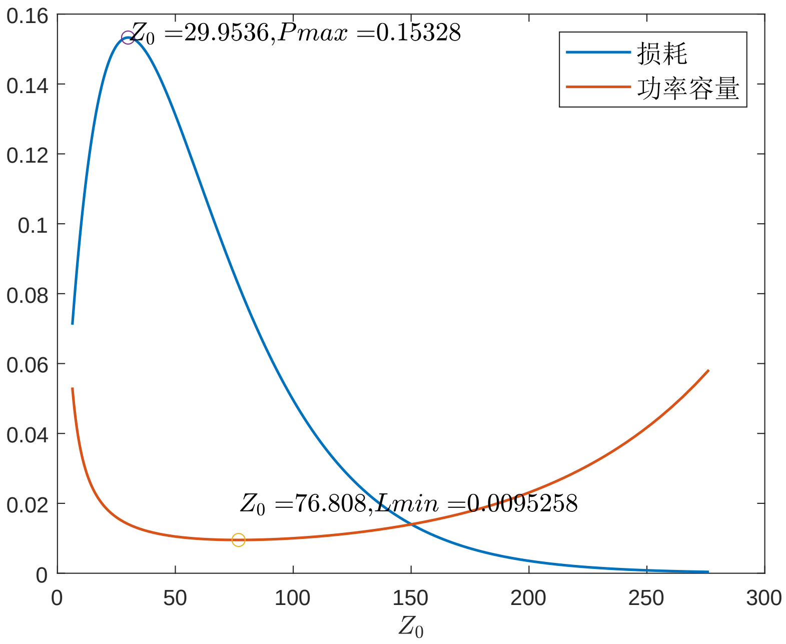

图 4: 功率容量和损耗随特性阻抗变化曲线

的绝缘介质的厚度要做的很薄。这样几乎所有的电缆为了机械上的美观其特征阻抗都会接近 50 欧姆，这也使得 50 欧姆特征阻抗成为标准的一个自然趋势。

2.4 应用领域

我们常见的系统中，比如电视 TV 和广播 FM 接收系统中，其系统阻抗基本上都是 75 欧姆，因为 75 欧姆射频传输系统中，信号传输的损耗是最小的，TV 和广播 FM 接收系统中，信号的传输损耗是重要的考虑因素。而对于带有发射的电台而言，50 欧姆是很常见的，因为最大功率传输是我们考虑的主要因素，同时损耗也比较重要。这就是为什么我们的对讲机系统中，经常看到的都是 50 欧姆的参数指标。

在有些设计中上面两个阻抗极点也是极其重要的。比如在同轴滤波器设计中，我们希望同轴谐振器的损耗最低，那就需要用到 $Z = 77\Omega$ 这个阻抗。这时候的同轴线内外半径比为 $D/d = 3.6$ 时，谐振腔的损耗最低。当然如果功率容量时设计瓶颈的话，会用到 Z=30Ohm 这个阻抗。这个时候同轴线的外径内径比为：D/d=1.6。

结语：工程设计本身就是一个平衡的过程，我们平衡性能，工艺，成本。我们根据系统的需要去做有效的平衡。这本身就贯穿射频工程设计的各个阶段。

参考文献

[1] 梁昌洪, 谢拥军, 官伯然. 简明微波 [M]. [出版地不详]: 高等教育出版社, 2006.

[2] 矩形波导的尺寸和名称对应表 [EB/OL]. http://www.sine.cn/news/199.html.

[3] RF 设计中的阻抗匹配及 50 欧姆的由来 [EB/OL]. https://www.sohu.com/a/381176785_472928.

[4] 射频工程师必知必会——为什么是 “50 欧姆”? [EB/OL]. http://murata.eetrend.com/article/2020-09/1003874.html.

附录 A：问题一源代码

Listing 1: **Microwave.py**

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

a =  eval( input("请输入矩形波导的a(mm): "))
b =  eval( input("请输入矩形波导的b(mm): "))

waveLength = np.array([[1, 1, 0, 0.0],
                       [1, 0, 1, 0.0],
                       [1, 2, 0, 0.0],
                       [1, 0, 2, 0.0],
                       [1, 3, 0, 0.0],
                       [1, 0, 3, 0.0],
                       [1, 4, 0, 0.0],
                       [1, 0, 4, 0.0],
                       [1, 5, 0, 0.0],
                       [1, 0, 5, 0.0],
                       [3, 1, 1, 0.0],
                       [3, 1, 2, 0.0],
                       [3, 2, 1, 0.0],
                       [3, 2, 2, 0.0],
                       [3, 1, 3, 0.0],
                       [3, 3, 1, 0.0],
                       [3, 2, 3, 0.0],
                       [3, 3, 2, 0.0],
                       [3, 3, 3, 0.0],
                       [3, 4, 1, 0.0],
                       [3, 4, 2, 0.0],
                       [3, 4, 3, 0.0],
                       [3, 4, 4, 0.0],
                       [3, 1, 4, 0.0],
                       [3, 2, 4, 0.0],
                       [3, 3, 4, 0.0],
```

```
                        ])


# 计算波长
def lengthCal(a, b, m, n):
    Lambda = 2 / np.sqrt(np.power(m / a, 2) + np.power(n / b, 2))
    return Lambda


for i in  range(waveLength.shape[0]):
    m = waveLength[i, 1]
    n = waveLength[i, 2]
    Lambda = lengthCal(a, b, m, n)
    waveLength[i, 3] = Lambda

# 将矩阵按第三列排序
waveLengthSort = waveLength[waveLength[:, 3].argsort()]
# print(waveLengthSort)


def printModes(flag):
    if (flag == 1.0):
        print("TE", end='')
    elif (flag == 2.0):
        print("TM", end='')
    elif (flag == 3.0):
        print("TE.TM", end='')


# 首个高次模索引位置
index = waveLengthSort.shape[0] - 2
print("出现的前5个高次模为: ", end='')
for i in  range(5):
    flag = waveLengthSort[index, 0]
    printModes(flag)
```

```
    print( int(waveLengthSort[index, 1]), end='')  # m
    print( int(waveLengthSort[index, 2]), end=',')  # n
    index = index - 1

# 绘图化
x = np.linspace(0, 3, 1000)
y = (a / b) * x
y1 = 2

plt.figure()
plt.plot(x, y, label=r'$y= \frac{a}{b} x$')
plt.legend(loc='lower right')

plt.hlines(2, 0, 2.5, label=r'$TE_{01}$', colors='gold')  # TE01
plt.hlines(1, 0, 2.5, label=r'$TE_{02}$', colors='yellow')  # TE02
plt.vlines(2, 0, 5, label=r'$TE_{10}$', colors='cyan')  # TE10
plt.vlines(1, 0, 2.5, label=r'$TE_{20}$', colors='violet')  # TE20
plt.vlines(2 / 3, 0, 2.5, label=r'$TE_{30}$', colors='gray')  # TE30
plt.vlines(1 / 2, 0, 2.5, label=r'$TE_{40}$', colors='palegreen')  # TE40

a_x = np.arange(0, 2 * np.pi, 0.001)
r = 2
a1 = r * np.cos(a_x)
b1 = r * np.sin(a_x)
plt.plot(a1, b1, label=r'$TE.TM_{11}$')  # TE、TM11

a2 = 1 * np.cos(a_x)
b2 = 2 * np.sin(a_x)
plt.plot(a2, b2, label=r'$TE.TM_{21}$')  # TE、TM21

a2 = (2 / 3) * np.cos(a_x)
b2 = 2 * np.sin(a_x)
plt.plot(a2, b2, label=r'$TE.TM_{31}$')  # TE、TM31

```

```python
plt.xlim(0, 3)
plt.ylim(0, 5)
plt.xlabel("$x$")
plt.ylabel("$y$")
plt.legend(loc='upper right')
plt.show()
```

附录 B：问题二源代码

Listing 2: **Microwave.m**

```matlab
D=10; %同轴线外导体内径为10mm
d=0.1:0.01:9; %同轴线内径为变量从0.1mm递增到9mm
%循环计算得到阻抗不同内径的阻抗值和功率容量和损耗值
for i=1:max(size(d))
    P(i)=(d(i)*d(i))/120*log(D/d(i));
    Z(i)=60*log(D./d(i));
    Loss(i)=10/(120*pi*D)*(1+D./d(i))/log(D./d(i));
end
[a,b]=min(Loss); %取得损耗最小值和坐标
[c,d]=max(P);%取得功率容量最大值和坐标
plot(Z,P,Z,Loss,'linewidth',1.2)%画图
hold on
plot(Z(b),a,'o');
text(Z(b),a+0.01,['$Z_0=$',num2str(Z(b)) ',' ,'$Lmin=$',num2str(a)],'
    fontsize',12,'interpreter','latex');
hold on
plot(Z(d),c,'o');
text(Z(d),c+0.001,['$Z_0=$',num2str(Z(d)) ',' ,'$Pmax=$',num2str(c)],
    'fontsize',12,'interpreter','latex');
legend('损耗','功率容量','fontsize',12)
xlabel('$Z_0$','fontsize',12,'interpreter','latex')
```