

Екзаменаційний білет №10

3. Дослідити формулу:

$$(\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

Розглянемо обернене твердження:

$$\neg ((\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x)))$$

Зведемо до попередньої нормальної форми:

$$\neg ((\neg \exists x A(x) \vee \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (\neg A(x) \vee B(x)))$$

$$\neg (\neg (\neg \exists x A(x) \vee \forall x B(x)) \vee \forall x (\neg A(x) \vee B(x)))$$

$$(\neg \exists x A(x) \vee \forall x B(x)) \wedge \neg \forall x (\neg A(x) \vee B(x))$$

$$(\forall x (\neg A(x)) \vee \forall x B(x)) \wedge \exists x (\neg (\neg A(x) \vee B(x)))$$

$$\forall x \forall y (\neg A(x) \vee B(y)) \wedge \exists x (A(x) \wedge \neg B(x))$$

$$\forall x \forall y \exists z ((\neg A(x) \vee B(y)) \wedge A(z) \wedge \neg B(z))$$

Зведемо до стандартної форми шляхом елімінації квантів існування:

$$\forall x \forall y ((\neg A(x) \vee B(y)) \wedge A(f(x, y)) \wedge \neg B(f(x, y)))$$

Множина диз'юнктив логічної формули:

$$S = \{ \neg A(x) \vee B(y), A(f(x, y)), \neg B(f(x, y)) \}$$



Ербанівський університет літотини  
диз'юнктив:  $E = \{a, f(a, a), f(a, f(a, a)),$   
 $f(f(a, a), a), f(f(a, a), f(a, a)), \dots\}$

Виведення порожнього диз'юнктив:

1.  $\neg A(x) \vee B(y)$

2.  $A(f(x, y))$

3.  $\neg B(f(x, y))$

4.  $\neg A(f(a, a)) \vee B(f(a, a))$

5.  $A(f(a, a))$

6.  $\neg B(f(a, a))$

7.  $B(f(a, a))$

8.  $\square$

Отже, обернені твердження є суперечливими,  
тому позитивна формула

$$(\exists x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

є тавтологією.

2. Довести, що  $\neg A, \neg B, \neg C \vdash \neg((A \rightarrow \rightarrow B) \rightarrow C)$ .

Існує лема, яка каже, що для довільних формул  $P$  і  $Q$

$$\neg P, \neg Q \vdash (P \rightarrow Q)$$

Тому,  $\neg A, \neg B, \vdash (A \rightarrow B)$

$$A \rightarrow B, \neg C \rightarrow \neg((A \rightarrow B) \rightarrow C)$$