Вербицький Артем ІПС-21

1. а) $P(x)$ - x є непарним числом

$\exists a \exists b (a \cdot b = X \& a \neq 1 \& b \neq 1)$ $a \neq b \sim \neg(a = b)$

$F(x)$ - x кратне 4

$\exists q (q \cdot 4 = x)$

існує більше 2 непарних чисел, кратних 4

$\exists a \exists b ((P(a) \& F(a)) \& (P(b) \& F(b))) \& \forall c ((P(c) \& F(c)) \rightarrow$

$\rightarrow c \neq a \& c \neq b$ //

б) $X = (Y \cap Z) \setminus S$

$\forall a (a \in X \Leftrightarrow (a \in Y \& a \in Z) \& a \notin S$

$a \notin A \sim \neg(a \in A)$

2. $\neg \forall x A(x) \vee \neg \exists x B(x) \vee \forall x (\forall y \exists z C(x, y, z) \rightarrow \exists y A(y))$

більше умінням немає

$\exists x \neg A(x) \vee \forall x \neg B(x) \vee \forall m (\forall y \exists z C(m, y, z) \rightarrow \exists r A(r))$

$\exists x \neg A(x) \vee \forall x \neg B(x) \vee \forall m \exists y \forall z \exists r (C(m, y, z) \rightarrow A(r))$

$\forall x \underline{\exists x} \forall m \underline{\exists y} \forall z \underline{\exists r} (\neg A(x) \vee \neg B(x) \vee (C(m, y, z) \rightarrow A(r))$

$x \mapsto f(x)$, $y \mapsto g(x, m)$, $r \mapsto h(x, m, z)$

$\forall x \forall m \forall z (\neg A(f(x)) \vee \neg B(x) \vee (C(m, g(x, m), z) \rightarrow A(h(x, m, z)))$ //

3. $(\forall x A(x) \& B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \& B(x))$

$\underline{\vdash (\forall x A(x) \& B(x)) \Rightarrow \forall x (A(x) \& B(x))}$ ($\vdash \Rightarrow$)

$\underline{\vdash \forall x A(x) \& B(x), \vdash \forall x (A(x) \& B(x))}$ ($\vdash \&$)

$\underline{\vdash \forall x A(x), \vdash B(x), \vdash \forall x (A(x) \& B(x))}$ ($\vdash \forall$)

$\underline{\vdash \forall x A(x), \vdash B(x), \vdash A(y) \& B(y)}$ ($\vdash \&$)

($\vdash \forall$) $\vdash \forall x A(x), \vdash B(x), \vdash A(y)$ | $\vdash \forall x A(x), \vdash B(x), \vdash B(y)$

$\vdash A(x), \vdash A(y), \vdash A(y)$ (X) | $\vdash A(x), \vdash A(y), \vdash B(x), \vdash B(y), \vdash \forall x A(x)$

Контрмодель:

A	x	y
	T	T
b	T	F

//

1. "$D_y \neq E_y$"

$\forall a ((a \in D_y) \to \neg(a \in E_y) \& ((a \in E_y) \to \neg(a \in D_y))$

$P_u(x)\downarrow$ на кроці $t = P(u, x, t)$

$P_u(x)\downarrow = n$ на кроці $t = P(u, x, n, t)$

$\forall a (((\exists t_1 P(y, a, t_1)) \to \neg(\exists t_2 \exists n_1 P(y, a, n_1, t_2))) \&$

$\& ((\exists t_3 \exists n_2 P(y, a, n_2, t_3)) \to \neg(\exists t_4 P(y, a, t_4))))$

$\forall a \forall t_1 \forall x_2 \forall n_1 \forall t_3 \forall n_2 \forall t_4$

$\forall a \forall x_1 \forall t_2 \forall n \forall t_3 \forall n_2 \forall t_4$

Отже, $M \in \Pi_1^m$

5. $A(x)$ - $x \in$ левак

$P(x)$ - $x \in$ мошки

$Q(x)$ - x п'є сабу

Всі леваки мошні — $\forall x (A(x) \to P(x))$

Деякі леваки не п'ють сабу — $\exists x (A(x) \& \neg Q(x))$

Деякі з них... — $\exists x (Q(x) \& \neg P(x))$

(R→) $\vdash \forall x (A(x) \to P(x)), \vdash \exists x (A(x) \& \neg Q(x)), \vdash \exists x (Q(x) \& \neg P(x))$

$\vdash A(x), \neg Q(x), \vdash (\forall) x (A(x) \to P(x)), \vdash (\exists) x (Q(x) \& \neg P(x))$

$\vdash A(x), \neg Q(x), \vdash A(x) (\to) P(x), \neg Q(x) \& \neg P(x), \vdash \forall, \vdash \exists$

$\vdash A(x), \neg Q(x), \neg A(x), \ldots$ | $\vdash A(x), \neg Q(x), \vdash P(x), \neg Q(x) (\&) \neg P(x), \vdash \forall, \vdash \exists$

X

$\vdash A(x), \neg Q(x), \vdash P(x), \neg Q(x), \ldots$

Контрмодель

	x
A	T
P	F
Q	T