

Експериментальна робота
у теорії алгоритмів та
математичної логіки

з курсу

Самостійна робота

К - 29

Білет № 25.

2. $\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash (A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$

$D \rightarrow (C \rightarrow D)$ (I. 1)

$C \rightarrow D$ (M.P)

$(C \rightarrow D) \rightarrow A \rightarrow (C \rightarrow D)$ (I. 1)

$A \rightarrow (C \rightarrow D)$ (M.P)

$\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ (I. 1)

$\neg B \rightarrow \neg A$ (M.P)

$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (IV. 1)

$A \rightarrow B$ (M.P)

$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D))$ (I. 3)

$(A \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge (C \rightarrow D)))$ (M.P)

$A \rightarrow (B \wedge (C \rightarrow D))$ (M.P)

что и треба было доказать.

3. $\{ \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)), \forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)), \exists x \exists y P(x, y) \}$

$\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) \wedge \forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \exists x \exists y P(x, y)$

$\forall x \forall y (\neg P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge \forall x \forall y (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)) \wedge \exists x \exists y P(x, y)$

$\forall x \forall y ((\neg P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)) \wedge \exists x \exists y P(x, y))$

$\forall x \forall y \exists a \exists b ((\neg P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)) \wedge P(a, b))$

епімінація кванторів $a = f(x, y), b = g(x, y)$

$\forall x \forall y ((\neg P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)) \wedge P(f(x, y), g(x, y)))$

Множина дедуктив

$S = \{ \neg P(x, y) \vee Q(x, y), \neg Q(x, y) \vee R(x, y), P(f(x, y), g(x, y)) \}$

Закриття

$E = \{ a, b, f(a, a), f(a, b), g(a, a), g(a, b) \}$

1. $\neg P(f(a, b), g(a, b)) \vee Q(f(a, b), g(a, b))$

2. $P(f(a, b), g(a, b))$

3. $Q(f(a, b), g(a, b))$

4. $Q(f(a, b), g(a, b)) \vee R(f(a, b), g(a, b))$

5. $R(f(a, b), g(a, b))$

Отже, формула не є суперечливою,
Так як можливі різні інтерпретації.

• Найти big перемены:

$$\neg \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) \wedge \forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \exists x \exists y P(x, y)$$

$$\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) \vee \neg (\forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \exists x \exists y P(x, y))$$

$$\neg \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) \vee \neg (\forall x \forall y (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)) \vee \neg (\exists x \exists y P(x, y)))$$

$$\exists x \exists y (\neg (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))) \vee \exists x \exists y (\neg (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)))$$

$$\vee \forall x \forall y \neg P(x, y)$$

$$\exists x \exists y (P(x, y) \wedge \neg Q(x, y)) \vee \exists x \exists y (Q(x, y) \wedge \neg R(x, y)) \vee$$

$$\vee \forall x \forall y \neg P(x, y)$$

Зведемо до нормальній формі

$$\exists a \exists b \exists c \exists d \forall x \forall y ((P(a, b) \wedge \neg Q(a, b)) \vee$$

$$\vee (\neg Q(c, d) \wedge \neg R(c, d)) \wedge \neg \neg P(x, y))$$

$$\exists a \exists b \exists c \exists d \forall x \forall y (((P(a, b) \vee \neg Q(c, d)) \wedge (\neg P(a, b) \vee$$

$$\vee \neg R(c, d)) \wedge (\neg Q(a, b) \vee Q(c, d)) \wedge (\neg Q(a, b) \vee \neg R(c, d))$$

$$\vee \neg P(x, y))$$

~~Розв'язок~~ - Подано чертвення голі

$$\exists a \exists b \exists c \exists d \forall x \forall y (P(a, b) \vee Q(c, d) \vee \neg P(x, y))$$

$$\wedge (P(a, b) \vee \neg R(c, d) \vee \neg P(x, y)) \wedge (\neg Q(a, b) \vee$$

$$\vee \neg Q(c, d) \vee \neg P(x, y)) \wedge (\neg Q(a, b) \vee \neg R(c, d) \vee \neg P(x, y))$$

~~$\forall x \forall y ((P(a,b) \vee Q(c,d) \vee \neg P(x,y)) \rightarrow P(a,b) \vee \neg R(c,d) \vee \neg P(x,y) \vee Q(c,d) \vee \neg P(x,y))$~~

$S = \{P(a,b) \vee Q(c,d) \vee \neg P(x,y), P(a,b) \vee \neg R(c,d) \vee \neg P(x,y), \neg Q(a,b) \vee Q(c,d) \vee \neg P(x,y), \neg Q(a,b) \vee \neg R(c,d) \vee \neg P(x,y)\}$.

Ембраунівський універсум.

$E = \{a, b, c, d\}$

1. $P(a,b) \vee Q(c,d) \vee \neg P(a,b)$
2. $P(a,b) \vee \neg R(c,d) \vee \neg P(a,b)$
3. $\neg Q(a,b) \vee Q(c,d) \vee \neg P(x,y)$
4. $\neg Q(a,b) \vee \neg R(c,d) \vee \neg P(x,y)$

В 1 та 2 випадках має бути, що є тотожно рівними одиниці.

Остатні не містять суперечностей і теж, що є тотожно істинними.

Отже, існують інтерпретації

Відповідь: ~~формула~~ не є тавтологією та не суперечлива.