

Екзаменаційний лист № 19.06.20  
Дашук Віталій К-29

3) Довести формулу:

$$\forall x(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B)$$

$$\begin{aligned} & \forall x(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B) = \\ &= \forall x(\neg A(x) \vee B) \rightarrow (\neg \exists x A(x) \vee B) = \\ &= \neg \forall x(\neg A(x) \vee B) \vee (\neg \exists x A(x) \vee B) = \\ &= \exists x \neg(\neg A(x) \vee B) \vee (\forall x \neg A(x) \vee B) = \\ &= \exists x (A(x) \wedge \neg B) \vee (\forall x \neg A(x) \vee B) = \\ &= \exists x \forall y (A(x) \wedge \neg B) \vee (\neg A(y) \vee B) \end{aligned}$$

Елімінація квантору існування:

$$x \rightarrow c$$

$$\begin{aligned} & \forall y (A(c) \wedge \neg B) \vee (\neg A(y) \vee B) = \\ &= \forall y (A(c) \vee \neg A(y) \vee B) \text{ — К И ФР} \end{aligned}$$

$$S = \{A(c) \vee \neg A(y) \vee B\}, E = \{a, f(a), f(f(a)), \dots\}$$

Метод резолюції:

1)  $A(c) \vee \neg A(y) \vee B$  ... Отже не можна утворити порожньої диз'юнкції. Розглянемо біг супротивно:



$$\begin{aligned}
& \neg(\forall x(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B)) = \\
& = \neg(\forall x(\neg A(x) \vee B) \rightarrow (\neg \exists x A(x) \vee B)) = \\
& = \neg(\neg \forall x(\neg A(x) \vee B) \vee (\neg \exists x A(x) \vee B)) = \\
& = \neg(\exists x \neg(\neg A(x) \vee B) \vee (\forall x \neg A(x) \vee B)) = \\
& = \neg(\exists x(A(x) \wedge \neg B) \vee (\forall x \neg A(x) \vee B)) = \\
& = \neg \exists x(A(x) \wedge \neg B) \wedge \neg(\forall x \neg A(x) \vee B) = \\
& = \forall x \neg(A(x) \wedge \neg B) \wedge (\neg \forall x \neg A(x) \vee B) = \\
& = \forall x(\neg A(x) \vee B) \wedge (\exists x \neg(\neg A(x) \vee B)) = \\
& = \forall x(\neg A(x) \vee B) \wedge (\exists x A(x) \wedge \neg B) = \\
& = \forall x \exists y(\neg A(x) \vee B) \wedge (A(y) \wedge \neg B)
\end{aligned}$$

Елимінація фактору існування

$$\begin{aligned}
& y \rightarrow f(x) \\
& \forall x(\neg A(x) \vee B) \wedge (A(f(x)) \wedge \neg B) = \\
& = \forall x(\neg A(x) \vee B) \wedge A(f(x)) \wedge \neg B
\end{aligned}$$

$$S = \{\neg A(x) \vee B, A(f(x)), \neg B\}, E = \{a, f(a), f(f(a)), \dots\}$$

$$1) \neg A(f(a)) \vee B$$

$$2) A(f(a))$$

$$3) B \quad (1, 2)$$

$$4) \neg B$$

5)  $\square (3, 4)$  - суперлишність

заперечної форми  $\Rightarrow$  оригінальна  
формула є тавтологією.

2) Довести, що  $\neg A, B, \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$

Розв'язання за лемами:

1)  $\neg(A \wedge B)$  - за лемою  $\neg P, Q \vdash \neg(P \wedge Q)$

2)  $(A \wedge B) \rightarrow C$  - за лемою  $\neg P, Q \vdash (P \rightarrow Q)$

Розв'язання за аксіомами:

$A \wedge B \rightarrow A$  (II. 1)

$(A \wedge B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg(A \wedge B))$  (IV. 1)

$\neg A \rightarrow \neg(A \wedge B)$  (M.P.)

$\neg(A \wedge B)$  (M.P.)

$\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg(A \wedge B))$  (I. 1)

$\neg C \rightarrow (A \wedge B)$  M.P.

$(\neg C \rightarrow \neg(A \wedge B)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$  (IV. 1)

$(A \wedge B) \rightarrow C$  (M.P.)

Отже  $\neg A, B, \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$