№2. $\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$

Пилипенко.К-29

Білет №21

1. $D \rightarrow (C \rightarrow D)$ (ПП I.1)

2. $C \rightarrow D$ (MP)

3. $(C \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ (1. 1)

4. $B \rightarrow (C \rightarrow D)$ (MP)

5. $(B \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)))$ (1.1)

6. $A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ (MP)

№3. $\forall x \left(F(x) \to G(x) \right) \to \left(\forall x F(x) \to \forall x G(x) \right)$

$\neg \left(\forall x (F(x) \to G(x)) \right) \vee \left(\forall x F(x) \to \forall x G(x) \right)$

$\neg \left(\forall x (\neg F(x) \vee G(x)) \right) \vee \left(\neg (\forall x F(x)) \vee \forall x G(x) \right)$

$\exists x \left(F(x) \wedge \neg G(x) \right) \vee \left(\exists x \neg F(x) \vee \forall x G(x) \right)$

$\exists x \left(F(x) \wedge \neg G(x) \right) \vee \exists x \forall y \left(\neg F(x) \vee G(y) \right)$

$\exists x \forall y \left((F(x) \wedge \neg G(x)) \vee (\neg F(x) \vee G(y)) \right)$

$\neg \left(\exists x \forall y \left((F(x) \wedge \neg G(x)) \vee (\neg F(x) \vee G(y)) \right) \right)$

$\exists y \forall x \left(\neg (F(x) \wedge \neg G(x)) \wedge \neg (\neg F(x) \vee G(y)) \right)$

$\exists y \forall x \left((\neg F(x) \vee G(x)) \wedge (F(x) \wedge \neg G(y)) \right)$

$\forall x \left((\neg F(x) \vee G(x)) \wedge F(x) \wedge \neg G(f(x)) \right)$

$S = \{ \neg F(x) \vee G(x), F(x), \neg G(f(x)) \}$

$E = \{ a, f(a), f(f(a)), \dots \}$

1. $\neg F(f(a)) \vee G(f(a))$
2. $F(f(a))$
3. $\neg G(f(a))$
4. $G(f(a))$ $\quad (1,2)$
5. $\square$ $\quad (3,4)$

Формула є суперечливою, отже,

$\forall x \left(F(x) \to G(x) \right) \to \left(\forall F(x) \to \forall x G(x) \right)$ — тавтологія.