Модульна робота (Вербицький А.Л.)

Варіант 13

1. $f(x) = 1+x, \quad x \in [-1, 4]$

$\Delta x_i = \frac{b-a}{n} = \frac{5}{n}, \quad x_i = x_0 + i\Delta x_i$

$S_P(f, \xi_i) = \frac{5}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(-1 + \frac{5i}{n} + 1\right) = \frac{25}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} = \frac{25}{n^2} \cdot \frac{(n-1)\cdot n}{2} =$

$= \frac{25(n-1)}{2n} \qquad \int_{-1}^{4} (1+x) = x + \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^{4} = \frac{25}{2}$

2. $\int_{-5}^{5} f(x)\,dx, \quad f(x) = F'(x), \quad F(x) = |4x-20|$

$\int_{-5}^{5} \frac{d}{dx_0} |4x-20|\,dx = 4\int_{-5}^{5} \frac{x-5}{|x-5|}\,dx = \left| \begin{matrix} u = x-5 \\ du = dx \end{matrix} \right| = 4\int_{-10}^{0} \frac{u}{|u|}\,du =$

$= 4\int_{-10}^{0} -1\,du = -4u \Big|_{-10}^{0} = -40$

3. $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_{\sin x}^{x} e^t \ln(1+t)\,dt = \left[\frac{0}{0}\right]$

$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{d}{dx}\left(\int_{\sin x}^{x} e^t \ln(1+t)\right)}{\frac{d}{dx} x} = \lim_{x \to 0} e^x \ln(1+x) - e^{\sin x} \ln(1+\sin x) =$

$= 0$

5. $\int_{-2}^{0} x^3 2^x\,dx \; ? \; \int_{0}^{2} x^3 2^x\,dx$

x^3 - зростаюча, непарна $\quad x^3$ на проміжку $[0;2] = x^3$ на проміжку $[-2;0]$

2^x - зростаюча

2^x на проміжку $[-2;0] < 2^x$ на проміжку $[0;2]$

$\Rightarrow \int_{-2}^{0} x^3 2^x < \int_{0}^{2} x^3 2^x\,dx$