$$(\forall x(P(x) \to R(x)) \land \forall x(P(x) \to Q(x))) \to (\exists x P(x) \to \exists x(Q(x) \land R(x)))$$

$$\neg((\forall x(P(x) \to R(x)) \land \forall x(P(x) \to Q(x))) \to (\exists x P(x) \to \exists x(Q(x) \land R(x)))) =$$

$$= (\forall x(\neg P(x) \lor R(x)) \land \forall x(\neg P(x) \lor Q(x))) \land \neg(\neg \exists x P(x) \lor \exists x(Q(x) \land R(x))) =$$

$$= \forall x((\neg P(x) \lor R(x)) \land (\neg P(x) \lor Q(x))) \land (\neg Q(x) \lor \neg R(x)) \land \exists y P(y))$$

$$\forall x((\neg P(x) \lor R(x)) \land (\neg P(x) \lor Q(x)) \land (\neg Q(x) \lor \neg R(x)) \land P(f(x)))$$

$$S = \{\neg P(x) \lor R(x), \ \neg P(x) \lor Q(x), \ \neg Q(x) \lor \neg R(x), \ P(f(x))\}$$

$$E = \{a, f(a), f(f(a)), \dots\}$$

1) $\neg P(f(a)) \lor R(f(a))$

2) $P(f(a))$

3) $R(f(a))$

4) $\qquad R(f(a)) \lor \neg Q(f(a))$

5) $\neg Q(f(a))$

6) $\neg P(f(a)) \lor Q(f(a))$

7) $\square$

Отже, початкова формула - тавтологія.

$\neg A, B, \neg C, \neg D > A \vee (B \rightarrow (C \rightarrow D))$

$\neg C, \neg D \qquad \vdash C \rightarrow D$

$B, C \rightarrow D \quad \vdash B \rightarrow (C \rightarrow D)$

$\neg A, B \rightarrow (C \rightarrow D) \qquad \vdash A \vee (B \rightarrow (C \rightarrow D))$