- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f: R^* \to R^*, f(x) = \frac{1}{x}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2x при діленні на  $(x-1)^2$  і 3x при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

## Варіант 2

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=200, k=8
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2=x^3+2x+3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0\leq y\leq 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{143}, a=97.$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a,b,c), щоб коренями многочлена  $x^3-ax^2+bx-c$  були числа a,b,c.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

## Варіант 5

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf{n}$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=105, k=15
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + x + 1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y \neq 0$ . Обчислити A + A

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R \to Z, f(x) = [x]$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 2\sqrt{3}x 1 = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

### Варіант 8

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f: R^+ \to R, f(x) = \log_2 x$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c, щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $\mathbb{Z}_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=140, k=35
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $Z_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 9x + 2y = 8 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=\frac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3 12x^2 5x + a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

### Варіант 11

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to R^+, f(x)=2^x$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{179}, a=96$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g = \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to C^*, f(z)=\frac{z}{|z|}$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf n$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 + x\sqrt{3} 7 + 3\sqrt{3} = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3}).$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=\frac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{150}, a=101.$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5 15x^3 + b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 7x+5y=4 \\ 3x+10y=7 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3 12x^2 5x + a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

### Варіант 18

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}\in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to R^*, f(z)=\frac{1}{|z|}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M=\{1,2,\dots,n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_5$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + x + 1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y \neq 0$ . Обчислити A + A

## Варіант 21

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 (3 + 3\sqrt{2})x + 4 + 6\sqrt{2}$  у полі  $Q(\sqrt{2})$ .
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a,b,c), щоб коренями многочлена  $x^3-ax^2+bx-c$  були числа a,b,c.
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 2x + 3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=200, k=8
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to R^*, f(z)=\frac{1}{|z|}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c, щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

### Варіант 24

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{179}, a=96$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_5$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3-12x^2-5x+a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{143}, a=97.$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf n$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 + x\sqrt{3} 7 + 3\sqrt{3} = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c , щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f: R \to Z, f(x) = [x]$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a, b, c), щоб коренями многочлена  $x^3 ax^2 + bx c$  були числа a, b, c.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

### Варіант 31

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 2\sqrt{3}x 1 = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=rac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to R^+, f(x)=2^x$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

### Варіант 34

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f: R^+ \to R, f(x) = \log_2 x$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 2x + 3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{150}, a=101.$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to C^*, f(z)=\frac{z}{|z|}$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2=x^3+7x+8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0\leq y\leq 5$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 9x + 2y = 8 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf{n}$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 (3 + 3\sqrt{2})x + 4 + 6\sqrt{2}$  у полі  $Q(\sqrt{2})$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

## Варіант 39

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 7x + 5y = 4 \\ 3x + 10y = 7 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R^* \to R^*, f(x) = \frac{1}{x}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=\frac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}\in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=140, k=35
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5 15x^3 + b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + x + 1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y \neq 0$ . Обчислити A + A

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=105, k=15
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24, c=-2, x_0=-1$ .
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a,b,c), щоб коренями многочлена  $x^3-ax^2+bx-c$  були числа a,b,c.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2=x^3+2x+3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0\leq y\leq 6$ . Обчислити їх суму

## Варіант 44

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{143}, a=97.$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3-12x^2-5x+a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M=\{1,2,\ldots,n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to R^*, f(z)=\frac{1}{|z|}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня п група за множенням усіх невироджених матриць порядку п з коефіцієнтами з поля P
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=105, k=15
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{179}, a=96$ .
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c, щоб один із коренів многочлена  $x^3 + ax^2 + bx + c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2=x^3+x+1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y\neq 0$ . Обчислити A+A

### Варіант 49

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to R^+, f(x)=2^x$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf{n}$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 9x + 2y = 8 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 7x + 5y = 4 \\ 3x + 10y = 7 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

## Варіант 52

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g = \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to C^*, f(z)=\frac{z}{|z|}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 2\sqrt{3}x 1 = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{150}, a=101.$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

## Варіант 55

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to Z, f(x)=[x]$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3-12x^2-5x+a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=200, k=8
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2x при діленні на  $(x-1)^2$  і 3x при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 (3 + 3\sqrt{2})x + 4 + 6\sqrt{2}$  у полі  $Q(\sqrt{2})$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a, b, c), щоб коренями многочлена  $x^3 ax^2 + bx c$  були числа a, b, c.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

### Варіант 58

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R^* \to R^*, f(x) = \frac{1}{x}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ ,  $c=1,x_0=-2$ .
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + x + 1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y \neq 0$ . Обчислити A + A

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c , щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 + x\sqrt{3} 7 + 3\sqrt{3} = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку n , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_5$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R^+ \to R, f(x) = \log_2 x$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=\frac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3-12x^2-5x+a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

### Варіант 63

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=140, k=35
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to R^+, f(x)=2^x$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

## Варіант 66

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{143}, a=97.$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a,b,c), щоб коренями многочлена  $x^3-ax^2+bx-c$  були числа a,b,c.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 9x+2y=8 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c , щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 2x + 3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M=\{1,2,\ldots,n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}\in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to R^*, f(z)=\frac{1}{|z|}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

### Варіант 69

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf{n}$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=140, k=35
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=200, k=8
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to C^*, f(z)=\frac{z}{|z|}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 7x + 5y = 4 \\ 3x + 10y = 7 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=rac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R^+ \to R, f(x) = \log_2 x$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c , щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 + x\sqrt{3} 7 + 3\sqrt{3} = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$

## Варіант 76

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 2\sqrt{3}x 1 = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f: R^* \to R^*, f(x) = \frac{1}{x}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M=Z_{150}, a=101.$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

## Варіант 79

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 3x^3 x^2 + 8x 4$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 2x + 3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R \to Z, f(x) = [x]$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{48}$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_5$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-5x^4+7x^3-2x^2+4x-8, c=2, x_0=-1$ .
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

## Варіант 82

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. З'ясувати, чи буде множина M відносно звичайних операцій додавання та множення полем. Знайти обернений елемент для елемента а.  $M = Z_{179}, a = 96$ .
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 (3 + 3\sqrt{2})x + 4 + 6\sqrt{2}$  у полі  $Q(\sqrt{2})$ .
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=2x^5+12x^4+27x^3+34x^2+36x+24$ , c=-2,  $x_0=-1$ .
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3 12x^2 5x + a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2=x^3+x+1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y\neq 0$ . Обчислити A+A

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=105, k=15
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем R:  $f(x) = x^6 1$
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a, b, c), щоб коренями многочлена  $x^3 ax^2 + bx c$  були числа a, b, c.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_3$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^4+x^3+x^2+x+1$

### Варіант 85

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх комплексних коренів усіх степенів з одиниці відносно операції множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to R^*, f(z)=\frac{1}{|z|}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 24x + 9$
- 5. Для яких цілих значень a один корінь многочлена  $36x^3-12x^2-5x+a$  дорівнює сумі двох інших? Знайти ці корені.
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 3 у полі  $Z_5$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина комплексних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{pmatrix}$
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку <br/> п знайти всі елементи порядку k , якщо n=140, k=35
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=\frac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Для яких значень a число -1 буде коренем многочлена  $x^5 ax^2 ax + 1$  кратності не менше 2?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 7x + 8$  у полі  $Z_{11}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 5$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ ay & x \end{pmatrix}$ , де число а фіксоване, відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:C^* \to C^*, f(z)=\frac{z}{|z|}$
- 4. Розкласти даний многочлен на незвідні множники над полем C:  $f(x) = x^4 + 4$
- 5. Яку умову повинно задовольняти число b, щоб многочлен  $x^5-15x^3+b$  мав подвійний корінь, відмінний від нуля?
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + x + 1$  у полі  $Z_{17}$ . Знайти точку A на кривій таку що  $y \neq 0$ . Обчислити A + A

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\in GL_3(Z)$ , де  $GL_n(Z)$  група за множенням усіх невироджених цілочисельних матриць порядку  $\mathbf n$  , обернені до яких також  $\epsilon$  цілочисельними
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 7x + 5y = 4 \\ 3x + 10y = 7 \end{cases}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Довести, що многочлен f(x) із цілими коефіцієнтами не має цілих коренів, якщо f(0) та f(1) непарні числа.
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^4+x+1$  у розширенні поля  $Z_2$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^5+x^2+1$

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина всіх відображень множини  $M = \{1, 2, \dots, n\}$  у себе відносно суперпозиції відображень.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_{13}$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $(x+1)^m x^m 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ ?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 2 у полі  $\mathbb{Z}_7$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

## Варіант 90

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt[3]{3}+z\sqrt[3]{9}$ , де  $x,y,z\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\in C^*$ , де  $C^*$  мультиплікативна група поля комплексних чисел.
- 3. Розв'язати рівняння  $x^2 2\sqrt{3}x 1 = 0$  у полі  $Q(\sqrt{3})$ .
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 4x^3 4x^2 + 4x + 5$
- 5. Знайти всі такі трійки чисел (a, b, c), щоб коренями многочлена  $x^3 ax^2 + bx c$  були числа a, b, c.
- 6. Дано еліптичну криву  $y^2 = x^3 + 2x + 3$  у полі  $Z_{13}$ . Знайти дві різні точки на кривій такі що  $0 \le y \le 6$ . Обчислити їх суму

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є степенями фіксованого простого числа р.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$
- 3. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-2y=10 \end{cases}$  в кільці  $Z_{18}$
- 4. Визначити кратність кореня с для многочлена f(x). Знайти значення многочлена f(x) і його похідних у точці  $x=x_0$ .  $f(x)=x^5-x^4+x^3-3x^2+2x$ , c=1,  $x_0=-2$ .
- 5. Визначити, для яких A і B тричлен  $Ax^{n+1} + Bx^n + 1$  ділиться на  $(x-1)^2$ ?
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 4 у полі  $Z_3$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in GL_2(C)$ , де  $GL_n(P)$  повна лінійна група степеня n група за множенням усіх невироджених матриць порядку n з коефіцієнтами з поля P
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to R^+, f(x)=2^x$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 5x^3 + 16x^2 + 4x 3$
- 5. Довести, що для довільних натуральних чисел m, n і p многочлен  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ділиться на  $x^2 + x + 1$ .
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{81}$

## Варіант 93

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина підстановок  $\{(1)(2)(3)(4); (12)(34); (13)(24); (14)(23)\}$  відносно операції суперпозиції.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $D_3$ , де  $D_n$  група симетрій правильного n-кутника
- 3. У циклічній групі  $\langle a \rangle$  порядку п знайти всі елементи порядку k , якщо n=200, k=8
- 4. Відокремити дійсні корені многочлена  $f(x) = x^4 x^3 4x^2 + 4x + 1$
- 5. Для яких натуральних чисел m многочлен  $x^{2m} + x^m + 1$  ділиться на  $x^2 + x + 1$
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{60}$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина дійсних чисел вигляду  $x+y\sqrt{3}$ , де  $x,y\in\mathbb{Q}$
- 2. Знайти порядок елемента групи  $g=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in T_2(Z_5^*)$  де  $T_2(Z_5)$  множина невироджених верхніх трикутних матриць порядку 2 з коефіцієнтами з поля  $Z_5$
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R^* \to R^*, f(x) = \frac{1}{x}$
- 4. Знайти всі раціональні корені многочлена  $f(x) = 6x^4 x^3 + 11x^2 2x 2$
- 5. Яку умову повинні задовольняти числа a,b,c , щоб один із коренів многочлена  $x^3+ax^2+bx+c$  дорівнював сумі двох інших коренів?
- 6. Знайти елемент обернений до  $G[x]=x^2+2x+1$  у розширенні поля  $Z_7$  за допомогою незвідного многочлена  $F[x]=x^3+x^2+x+2$

- 1. З'ясувати, чи буде кільцем відносно звичайних операцій додавання та множення множина раціональних чисел, у нескоротному записі яких знаменники є дільниками фіксованого натурального числа n.
- 2. Знайти порядок групи поворотів правильного тетраедра
- 3. Чи буде відображення f гомоморфізмом? Чи буде воно ізоморфізмом?  $f:R\to Z, f(x)=[x]$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за допомогою схеми Горнера  $f(x)=rac{x^3-10x+4}{(x-2)^5}$
- 5. Визначити многочлен найменшого степеня, який дає в остачі 2х при діленні на  $(x-1)^2$  і 3х при діленні на  $(x-2)^3$
- 6. Знайти частковий розклад добутку всіх незвідних многочленів степеня 6 у полі  $Z_2$  через кругові многочлени. Знайти всі незвідні кругові многочлени та многчлени які можна з них одержати.

- 1. З'ясувати, чи буде групою множина невироджених дійсних матриць вигляду  $\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , де  $x \in \mathbb{R}$ , відносно множення.
- 2. Скласти таблицю Келі групи  $Z_9^*$ , де  $Z_n^*$  мультиплікативна група оборотних класів лишків за модулем числа п
- 3. Знайти обернену матрицю до матриці  $g=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  в полі  $Z_5$
- 4. Розкласти даний дріб на найпростіші дроби над полем дійсних чисел за методом невизначених коефіцієнтів  $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)^2}$
- 5. Сума двох коренів многочлена  $2x^3 x^2 7x + a$  дорівнює 1. Визначити параметр a.
- 6. Знайти круговий многочлен  $Q_{35}$