**Варіант 1**

**1**. Знайти ймовірність того, що дні народження 6 чоловік припадають точно на 2 місяці року.

**2**. Довести, що для будь-яких $n$ подій $A_1, A_2, ..., A_n$ виконується нерівність:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) \geq P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n) - (n-1).$$

**3**. У ящику знаходяться 15 тенісних м'ячів, з яких 9 є новими. Для першої гри навмання беруть 3 м'ячі, які після цього повертають у ящик. Для другої гри також навмання беруть 3 м'ячі. Знайти ймовірність того, що усі м'ячі, які взяли для другої гри, є новими.

**4.** Довести, що випадкова величина $\xi$, яка набуває значень 0, 1, 2, … , має геометричний розподіл, тоді і тільки тоді, коли для довільного $r \geq 0$ виконується співвідношення $P(\xi = k + r | \xi \geq k) = P(\xi = r)$.

**5**. Нехай $\xi$ набуває значень $\pm 1, \pm 2$ кожне з ймовірністю $1/4$, а $\eta = \xi^2$. Знайти сумісний розподіл $\xi$ та $\eta$. Довести, що $\xi$ та $\eta$ залежні, але некорельовані.

---

**Варіант 2**

**1.** У шафі лежить n пар чобіт. З них випадковим чином обирають $2r$ чобіт $(2r < n)$**.** Знайти ймовірність того, що серед обраних чобіт є рівно одна пара.

**2.** Нехай $\xi$ - число випробувань Бернуллі з ймовірністю успіху $p$, які треба провести до $r$-го успіху. Відомо, що $P(\xi = n) = C_{n-1}^{r-1} p^r q^{n-r}$ для $n \geq r$. Потрібно знайти $M\xi$.

**3.** Відомо, що 5% усіх чоловіків і 0,25% усіх жінок є дальтоніками. Навмання обрана особа виявилась дальтоніком. Яка ймовірність того, що це чоловік?

**4.** Нехай $\alpha$ і $\beta$ незалежні випадкові величини з однаковими розподілами і $\xi = \alpha + \beta$, $\eta = \alpha - \beta$. Довести, що $\xi$ і $\eta$ є некорельованими.

**5**. Ймовірності незалежних у сукупності подій A,B і C дорівнюють відповідно $p_1, p_2, p_3$. Після проведення експерименту виявилось, що дві події відбулися, а одна ні. Довести, що при цій умові ймовірність події C буде більше $1/2$, тоді коли $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_3} > 1$.

---

**Варіант 3**

**1.** Знайти ймовірність того, що корені рівняння $x^2 + 2ax + b = 0$ є дійсними, якщо для деякого $k > 0$ точка $(a,b)$ рівно можлива у прямокутнику $-k \leq a \leq k$; $-k^2 \leq b \leq k^2$.

**2.** У лотереї є $n$ білетів, серед них $m$ таких, що виграють. Обчислити ймовірність виграшу для того, хто має $r$ білетів ($0 < r < m < n$).

**3.** В урні знаходиться одна куля, про яку відомо, що вона біла або чорна. В цю урну кладуть білу кулю і після перемішування навмання виймають одну кулю. Вона виявляється білою. Яка ймовірність того, що в урні залишилася біла куля?

**4.** Випадкова величина $\xi$ має розподіл Пуассона з параметром $\lambda > 0$, $\eta = a\xi + b$. Знайти коефіцієнт кореляції між $\xi$ та $\eta$.

**5**. Припустимо, що випадкові величини $\xi_1, ..., \xi_n$ незалежні і кожна з них приймає значення $+1$ та $-1$ з ймовірностями $p$ і $q = 1 - p$ відповідно. Знайти розподіл випадкової величини $\eta_n = \xi_1 \cdot ... \cdot \xi_n$.

---