

## Екзаменаційний білет № 20

1. Теорема про суперечливість множини диз'юнктив.
2. Довести, що  $\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ .
3. Дослідити формулу:

$$\exists x \exists y ((P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(x) \rightarrow \neg P(y)) \wedge P(x)) .$$

Білет N 20

Гриценко Д.В., К-29

$$\textcircled{2} \neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$$

$$1) D \rightarrow (C \rightarrow D) \quad (1.1)$$

$$2) C \rightarrow D \quad (MP_{1,D})$$

$$3) (C \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)) \quad (1.1)$$

$$4) B \rightarrow (C \rightarrow D) \quad (MP_{2,3})$$

$$5) (B \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))) \quad (1.1)$$

$$6) A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)) \quad (MP_{4,5})$$

Отже,  $D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ , а тому:

$$\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)).$$

$$\textcircled{3} \exists x \exists y ((P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(x) \rightarrow \neg P(y)) \wedge P(x)) \quad (1)$$

Будемо досліджувати, чи формула (1) є тавтологією. Спочатку побудуємо імплікації:

$$\exists x \exists y ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x)) \quad (2)$$

Бачимо, що у формулі (2) усі квантори знаходяться зліва, а матриця в КНФ. Отже, формула (2) уже перебуває в попередній нормальній формі. Зведемо її до склепінської форми, елімінуючи квантори існування:

$$x \mapsto a, y \mapsto b$$

$$(\neg P(a) \vee P(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg P(b)) \wedge P(a) \quad (3)$$

Розглянемо (3) як множину двійокетів:

$$S = \{\neg P(a) \vee P(b), \neg P(a) \vee \neg P(b), P(a)\}$$

$E = \{a, b\}$  — ербранівський універсум для  $S$



Виведено порожній диїонізм:

1.  $\neg P(a) \vee P(b), P(a) \Rightarrow P(b)$
2.  $P(b), \neg P(a) \vee \neg P(b) \Rightarrow \neg P(a)$
3.  $\neg P(a), P(a) \Rightarrow 0$  — порожній диїонізм.

Отже, формула (1) не є тавтологією. Крім того, оскільки порожній диїонізм виводим в найбільш загальній формі, то формула (1) є суперечливою.