Теорія алгоритмів та математична логіка

19.06.2020

Екзаменаційний білет №5

Домбровський Станіслав К-28

② Довести, що $\neg A, B, \neg C \vdash (A \wedge B) \to C$

1. $\neg(A \wedge B)$ (за лемою $\neg P, Q \vdash \neg(P \wedge Q)$)
2. $(A \wedge B) \to C$ (за лемою $\neg P, Q \vdash (P \to Q)$)

(3) $\forall x(q \to P(x)) \to (q \to \forall x\, P(x))$

$\neg(\forall x(q \to P(x)) \to (q \to \forall x\, P(x))) =$

$= \neg(\forall x(\neg q \vee P(x)) \to (\neg q \vee \forall x\, P(x))) =$

$= \neg(\neg\forall x(\neg q \vee P(x)) \vee (\neg q \vee \forall x\, P(x))) =$

$= \neg(\exists x\, \neg(\neg q \vee P(x)) \vee (\neg q \vee \forall x\, P(x))) =$

$= \neg(\exists x(q \wedge \neg P(x)) \vee (\neg q \vee \forall x\, P(x))) =$

$= \neg\exists x(q \wedge \neg P(x)) \wedge \neg(\neg q \vee \forall x\, P(x)) =$

$= \forall x\, \neg(q \wedge \neg P(x)) \wedge q \wedge \neg\forall x\, P(x) =$

$= \forall x(\neg q \vee P(x)) \wedge q \wedge \exists x\, \neg P(x) =$

$= \forall x \exists y\, (\neg q \vee P(x)) \wedge q \wedge \neg P(y)$

$y \to f(x)$

$\forall x\, (\neg q \vee P(x)) \wedge q \wedge \neg P(f(x))$

$S = \{\neg q \vee P(x),\ q,\ \neg P(f(x))\}$

$E = \{a,\ f(a),\ f(f(a)),\ \ldots\}$

1. $\neg q \vee P(f(a))$
2. q
3. $P(f(a))$
4. $\neg P(f(a))$

5. $\square$

Суперечність, отже формула є тавтологією.