Екзаменаційний білет №23

19.06

Якименко Владислав

2) Довести, що $\neg A, \neg B, \neg C, \neg D \vdash A \to (B \to (C \to D))$

За лемою $\neg P, \neg Q \vdash P \to Q$ ①

Звідси, $\neg C, \neg D \vdash C \to D$, додаємо $C \to D$ до множини формул

Потім за лемою $\neg P, Q \vdash P \to Q$ ②

Отримуємо $\neg B, C \to D \vdash B \to (C \to D)$, додаємо $B \to (C \to D)$ до множини формул

Використовуємо лему ② ще раз

$\neg A, B \to (C \to D) \vdash A \to (B \to (C \to D))$

Отже, $\neg A, \neg B, \neg C, \neg D \vdash A \to (B \to (C \to D))$ доведено

3) Дослідити формулу:

$\exists x \exists y ((P(x) \to P(y)) \wedge (P(x) \to \neg P(y)) \wedge P(x))$

Зводимо до ПНФ:

$\exists x \exists y ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x))$

Зводимо до стандартної форми шляхом елімінації квантора існування:

$x = a, \ y = b$

$(\neg P(a) \vee P(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg P(b)) \wedge P(a)$

Множина диз'юнктів S:

$S = \{\neg P(a) \vee P(b), \neg P(a) \vee \neg P(b), P(a)\}$

Ербранівський універсум:

$E = \{a, b\}$

Виведення порожнього диз'юнкта:

1. $\neg P(a) \vee P(b)$
2. $\neg P(a) \vee \neg P(b)$
3. $\neg P(a)$ $(1 ; 2)$
4. $P(a)$
5. $\square$ $(3 ; 4)$

Отже, формула суперечлива (не є тавтологією)