Писоренков

В. 45

N 1

$M = \{1, 2, \ldots, n\}$

$G = \{f: M \to M\}$

Беруться до уваги усі відображення, ~~тоже~~ але не для всіх відображень існує обернене $\Rightarrow$ не для кожного елемента з G існує обернений $\Rightarrow$ порушено умову групи $\Rightarrow$

множина всіх відобр. M у M не буде групою.

Д.

1, -1, 0, 0, 0

N 2

$$g=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}\in T_2(\mathbb{Z}_5^{\times})$$

$$g^1=g$$

$$g^2=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&4\\0&4\end{pmatrix}$$

$$g^3=\begin{pmatrix}1&4\\0&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\0&3\end{pmatrix}$$

$$g^4=\begin{pmatrix}1&1\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=E_{2\times 2}$$

(одиниця в $T_2(\mathbb{Z}_5^{\times})$)

g^4 дорівнює од. матр. $\leftarrow$ (порядок g) = 4

№ 3

$f: \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*, \quad f(z) = \frac{1}{|z|}$

$f(x \cdot y) = \frac{1}{|x \cdot y|} = \cancel{\frac{1}{|(a_x + b_x i)\ldots|}}\ \ f(x) \cdot f(y) = \frac{1}{|x|} \cdot \frac{1}{|y|} = \frac{1}{|x \cdot y|}$

за власт. модуля

Отже, є гомоморфізмом

Але, оскільки $|z| = |\bar{z}|$, то і

$f(z) = f(\bar{z}) = \frac{1}{|z|}$ — порушена ін'єктивність, отже не є ізоморфізмом.

№4

$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad c = 2, \ x_0 = -1$

	1	-5	7	-2	4	-8
2	1	-3	1	0	4	0
2	1	-1	-1	-2	0	
2	1	1	1	0		
2	1	3	7			

маємо ненульову остачу на 4 кроці => кратність с становить 3.

	1	-5	7	-2	4	-8
-1	1	-6	13	-15	19	-27
-1	1	-7	20	-35	54	
-1	1	-8	28	-63	~~47~~	
-1	1	-9	37			
-1	1	-10				
-1	1					

$f^{(5)}(-1) = 1 \cdot 5!$

$f^{(4)}(-1) = -10 \cdot 4!$

$f^{(3)}(-1) = 37 \cdot 3!$

$f^{(2)}(-1) = -63 \cdot 2!$

$f^{(1)}(-1) = 54 \cdot 1!$

$f(-1) = -27$

N5

$x^{2m}+x^{m}+1$, $x^{2}+x+1$

Розв'язжемо $x^{2}+x+1=0$

$x^{2}+\frac{1}{2}\cdot 2x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i^{2}=0$

$x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

Корені: $x_1=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}$

$x_2=\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}$

Підставимо корінь x_1 у рівняння $x^{2m}+x^{m}+1$

$$\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)^m+\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^m+1=0$$

$$\begin{cases}\left(\cos\frac{4\pi}{3}\right)^m+\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)^m+1=0\\ \left(\sin\frac{4\pi}{3}\right)^m+\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)^m=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos\frac{4\pi}{3}\cdot m+\cos\frac{2\pi}{3}\cdot m+1=0\\ \sin\frac{4\pi}{3}\cdot m+\sin\frac{2\pi}{3}\cdot m=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cos\frac{4\pi m}{3}+\cos\frac{2\pi m}{3}+1=0\\ m\in N\end{cases}$$

$$\begin{cases}m\in N\setminus\{3k,\ k\in N\}\\ m\in N\end{cases}$$

Для x_2 аналогічно.

$x^{2m}+x^m+1$ делится на x^2+x+1 при всех натуральных m, не кратных 3.

Тисуренков

В. 45

№6

$$Q_{81}=\frac{(x^{81}-1)}{(x^{27}-1)}\cdot 1\cdot 1\cdot 1=\frac{(x^{27\cdot 3}-1^3)}{x^{27}-1}=x^{54}+x^{27}+1$$

дільники 81:

1, 3, 9, 27, 81

μ:

1, -1, 0, 0, 0