Тютюшкін К 28 Білет № 28

2. $A, B, C, \neg D \vdash \neg(A \to (B \to (C \to D)))$

За лемою: $P, \neg Q \vdash \neg(P \to Q)$

Отримаємо: $C, \neg D \vdash \neg(C \to D)$

Отже, можемо додати $\neg(C \to D)$ до множини формул.

Отже, початкова множина $A, B, C, \neg D$ розширюється до $A, B, C, \neg D, \neg(C \to D)$

Використаємо ту саму лему: $P, \neg Q \vdash \neg(P \to Q)$:

$B, \neg(C \to D) \vdash \neg(B \to (C \to D))$.

Отже, можемо додати $\neg(B \to (C \to D))$ до множини формул.

Далі використаємо лему втретє: $P, \neg Q \vdash (P \to Q)$:

$A, \neg(B \to (C \to D)) \vdash \neg(A \to (B \to (C \to D)))$

Отже: $A, B, C, \neg D \vdash \neg(A \to (B \to (C \to D)))$

що і треба було показати.

3. Розв'язати формулу:

$\exists x \exists y ((P(x) \to P(y)) \wedge (P(x) \to \neg P(y)) \wedge P(x))$

Перетворюємо (виключаємо) $\to$:

$P \to Q = \neg P \vee Q$

Та знімаємо подвійне заперечення:

$(\neg(\neg P) = P)$

$\exists x \exists y ((P(x) \to P(y)) \wedge (P(x) \to \neg P(y)) \wedge P(x)) =$

$= \exists x \exists y ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x))$

Зводимо до стандартної форми:

(елімінуємо $\exists$)

$x \to c_1 \quad , y \to c_2$

$(\neg P(c_1) \vee P(c_2)) \wedge (\neg P(c_1) \vee \neg P(c_2)) \wedge P(c_1)$

Запишемо множину диз'юнктів:

$S = \{\neg P(c_1) \vee P(c_2), \neg P(c_1) \vee \neg P(c_2), P(c_1)\}$

Запишемо Ербранівський юніверсум:

$E = \{c_1, c_2\}$

Виведення пустого диз'юнкту:

1) $\neg P(c_1) \vee P(c_2)$

2) $\neg P(c_1) \vee \neg P(c_2)$

3) $\neg P(c_1)$ (з 1 та 2)

4) $P(c_1)$ (з множ. диз'юнктів

5) $\square$ (з 3 та 4)

Отже, формула є суперечливою та не є тавтологією.