

Варіант 34

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = xy - z^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.01$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.03$.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + 4 \sin(x) = 0$$

методом Ньютона. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти визначник методом квадратних коренів

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Функція задана таблично: $x_0 = 10$; $y_0 = 3$; $x_1 = 15$; $y_1 = 7$; $x_2 = 17$; $y_2 = 11$; $x_3 = 20$; $y_3 = 17$. За допомогою інтерполяції знайти значення x , для якого $y = 10$.
5. Функція $f(x)$ задана таблично

| | | | |
|-------|---|----|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| y_i | 1 | -2 | 3 |

Знайти $f'(1)$ за формулою другого порядку апроксимації

Exercice 34

$$1. f(x, y, z) = xy - z^2, \quad x = 2,3 \pm 0,01, \quad y = 1,5 \pm 0,02, \quad z = 3,5 \pm 0,03$$

$$\Delta(x^*) = 0,01$$

$$\Delta(y^*) = 0,02$$

$$\Delta(z^*) = 0,03$$

$$\Delta(f^*) \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta(x^*) + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta(y^*) + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta(z^*) =$$

$$= 1,5 \cdot 0,01 + 2,3 \cdot 0,02 - 2 \cdot 3,5 \cdot 0,03 = 0,271$$

$$\delta(f^*) = \frac{\Delta(f^*)}{|f^*|} = \frac{0,271}{8,8} = 0,0304 = 3,04\%$$

$$f^* = 2,3 \cdot 1,5 - 3,5^2 = -8,8$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$A = A^T \Rightarrow$ матрица симметричная, следовательно, все элементы являются действительными.

$$d_{11} = \operatorname{sgn}(a_{11}) = \operatorname{sgn}(1) = 1;$$

$$s_{11} = \sqrt{|a_{11}|} = \sqrt{1} = 1;$$

$$s_{12} = \frac{a_{12}}{d_{11}s_{11}} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1;$$

$$s_{13} = \frac{a_{13}}{d_{11}s_{11}} = \frac{2}{1 \cdot 1} = 2;$$

$$d_{22} = \operatorname{sgn}(a_{22} - s_{12}^2 d_{11}) = \operatorname{sgn}(0 - 1^2 \cdot 1) = -1;$$

$$s_{22} = \sqrt{|a_{22} - s_{12}^2 d_{11}|} = \sqrt{1} = 1;$$

$$s_{23} = \frac{a_{23} - s_{12} d_{11} s_{13}}{d_{22} s_{22}} = \frac{1 - 1 \cdot 1 \cdot 2}{-1 \cdot 1} = 1;$$

$$d_{33} = \operatorname{sgn}(a_{33} - s_{13}^2 d_{11} - s_{23}^2 d_{22}) = \operatorname{sgn}(4 - 4 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)) = 1;$$

$$s_{33} = \sqrt{|a_{33} - s_{13}^2 d_{11} - s_{23}^2 d_{22}|} = 1;$$

~~$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$~~

$$\det A = \prod_{i=1}^3 d_{ii} s_{ii}^2 = 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -1$$

$$4. \quad x_0 = 10, y_0 = 3; x_1 = 15, y_1 = 7; x_2 = 17, y_2 = 11; x_3 = 20, y_3 = 17.$$

$$y = 10$$

| K | x_k | $f(x_k)$ | $P.P.I.N.$ |
|-----|-------|----------|-------------------------------------|
| 0 | 10 | 7 | $\frac{4}{5}$ |
| 1 | 15 | 11 | $\frac{2}{50} \approx 0,04$ |
| 2 | 20 | 17 | $\frac{6}{5}$ |

$$P_2(x) = 7 + \frac{4}{5}(x-10) + 0,04(x-10)(x-15) =$$

$$= 0,04x^2 - 0,2x + 5$$

$$0,04x^2 - 0,2x + 5 = 10$$

$$x_1 = \frac{5 - 5\sqrt{29}}{2} \approx -8,9564 \notin [10, 20]$$

$$x_2 = \frac{5 + 5\sqrt{29}}{2} \approx 13,9564$$

Ex. $x_i \mid 0 \mid 1 \mid 2$, $p=2$, $f'(1)=?$

| | | | |
|-------|---|----|---|
| y_i | 1 | -2 | 3 |
|-------|---|----|---|

$$h = 1 - 0 = 2 - 1 = 1$$

$$f'(1) \approx \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$