Екзаменаційна робота
з предмету „Теорія алгоритмів і математична логіка"
студента II курсу, К-28
факультету комп'ютерних наук та кібернетики
Щербака Дениса Володимировича

Білет № 22

2) Довести, що:

$\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \to (B \to (C \to D))$

Виходячи з леми

$\neg P, Q \vdash P \to Q$

Можемо вивести, що

$\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash \neg A, \neg B, C \to D$

Використовуючи цю ж лему аналогічно:

$\neg A, \neg B, C \to D \vdash \neg A, B \to (C \to D)$

$\neg A, B \to (C \to D) \vdash A \to (B \to (C \to D))$

Отже

$\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \to (B \to (C \to D))$

Дослідити формулу:

$$\exists x \exists y \, ((P(x) \to P(y)) \wedge (P(x) \to \neg P(y)) \wedge P(x))$$

Формула містить протиріччє (це видно з її запису) доведемо це:

Зведемо до нормальної форми, розкривши імплікацію

$$\exists x \exists y \, ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (P(x) \to \neg P(y)) \wedge P(x))$$

Розкриємо другу імплікацію:

$$\exists x \exists y \, ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x))$$

Зведемо до стандартної форми (елімінуємо квантори існування)

$$((\neg P(a) \vee P(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg P(b)) \wedge P(a))$$

Множина диз'юнків:

$$S = \{ \neg P(a) \vee P(b), \ \neg P(a) \vee \neg P(b), \ P(a) \}$$

Ербранівський універсум даної множини диз'юнктів

$E = \{a, b\}$

Спробуємо отримати порожній диз'юнкт:

1. $\neg P(a) \vee P(b)$
2. $P(a)$
3. $P(b)$ з (1) та (2)
4. $\neg P(a) \vee \neg P(b)$ з ~~1~~
5. $\neg P(b)$ з (1) та (4)
6. $\square$ з (3) та (5)

Отже, формула суперечлива