

2. Доказать, что $\neg A, \neg B, \neg C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$
 $\neg C, D \vdash (C \rightarrow D)$ (за леммой лек.2, е.33)
 $\vdash (C \rightarrow D) \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ (И.1, ПП)
 $\vdash B \rightarrow (C \rightarrow D)$ (MP)
 $\vdash (B \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)))$ (И.1, ПП)
 $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ (MP)

3. Доказать формулу

$$\exists x \exists y ((P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(x) \rightarrow \neg P(y)) \wedge P(x))$$

- 1) Зведемо до попередньої нормальної форми

$$\exists x \exists y ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x))$$

- 2) Зведемо до стандартної форми

$$x \rightarrow a \quad y \rightarrow b$$

$$(\neg P(a) \vee P(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg P(b)) \wedge P(a)$$

- 3) $S = \{\neg P(a) \vee P(b), \neg P(a) \vee \neg P(b), P(a)\}$ - ^{лемма} диз'юнктив

- 4) $E = \{a, b\}$ - ербранівський універсум

- 5) Виведення нового диз'юнкта

$$1. \neg P(a) \vee P(b)$$

$$2. \neg P(a) \vee \neg P(b)$$

$$3. \neg P(a) \quad (1 \dot{\vee} 2)$$

$$4. P(a)$$

$$5. \square$$

Отже, наша формула суперечлива, тому не є тавтологією.