

2. Довести: $\neg A, B, C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$

За теоремою про дедукцію, з формул B, C, D виводяться формули $(C \rightarrow D)$ і $(B \rightarrow (C \rightarrow D))$; Отже, $(B \rightarrow (C \rightarrow D))$ вивідна з формул B, C, D , і тим більше з A, B, C, D ; Тоді, за Т.Д. $(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)))$ вивідна з B, C, D ; Якщо $(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D)))$ вивідна з B, C, D , то вока тим більше вивідна з $\neg A, B, C, D$; Отже, $\neg A, B, C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$. Що й потрібно було довести.

Алгоритм:

1. $B, C, D \vdash D$
2. $B, C, D \vdash C \rightarrow D$ -TD
3. $B, C, D \vdash B \rightarrow (C \rightarrow D)$ -TD
4. $A, B, C, D \vdash B \rightarrow (C \rightarrow D)$
5. $B, C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ -TD
6. $\neg A, B, C, D \vdash A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$

□

$$\S. \exists x \exists y ((P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(x) \rightarrow \neg P(y)) \wedge P(x)) = \\ = \exists x \exists y ((\neg P(x) \vee P(y)) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(y)) \wedge P(x)) \quad \text{ПНФ}$$

Зводимо до стандартної форми:

$$x=a, \quad y=b$$

$$(\neg P(a) \vee P(b)) \wedge (\neg P(a) \vee \neg P(b)) \wedge P(a)$$

Множина диз'юнктів: $S = \{\neg P(a) \vee P(b), \neg P(a) \vee \neg P(b), P(a)\}$

Ербранівський універсум: $E = \{a, b\}$

1. $P(a)$
2. $\neg P(a) \vee P(b)$
3. $\neg P(a) \vee \neg P(b)$
4. $P(b)$ - із 1 і 2
5. $\neg P(b)$ - із 1 і 3
6. \square - із 4 і 5

Множина містить короткий диз'юнкт, отже є суперечливою.
За теоремою, формула також суперечлива.