№2

I спосіб

$\neg A, \neg B, \neg C, \neg D \vdash A \to (B \to (C \to D))$

1. $\neg A, \neg B, \neg C, \neg D, A \vdash B \to (C \to D)$ (ТД)

2. $\neg A$ (умова)

3. A (умова)

4. $(\neg D \to \neg A) \to ((\neg D \to A) \to D)$ (аксіома)

5. $\neg A \to (\neg D \to \neg A)$ (аксіома)

6. $A \to (\neg D \to A)$ (аксіома)

7. $\neg D \to \neg A$ (МР 2,5)

8. $\neg D \to A$ (МР 3,6)

9. $((\neg D \to A) \to D$ (МР 4,7)

10. D

11. $D \to (C \to D)$ (аксіома)

12. $D \to (B \to D)$ (аксіома)

13. $B \to P$ (МР 12,10)

14. $B \to (C \to D)$ (Транзит. 13,11)

15. $(B \to (C \to D)) \to (\neg A \to (B \to (C \to D)))$ (аксіома)

16. $\neg A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$ (MP 25, 14)

I спосіб

$\neg A, \neg B, \neg C, \neg D \vdash A \to (B \to (C \to D))$

$A \to (B \to (C \to D)) = A \to (B \to (\neg C \lor D)) =$

$= A \to (\neg B \lor (\neg C \lor D)) = A \to ((\neg B \lor \neg C) \lor (\neg B \lor D)) =$

$= \neg A \lor ((\neg B \lor \neg C) \lor (\neg B \lor D)) =$

$= (\neg A \lor (\neg B \lor \neg C)) \lor (\neg A \lor (\neg B \lor D)) =$

$= (\neg A \lor \neg B) \lor (\neg A \lor \neg C) \lor (\neg A \lor D)$

$\overline{(\neg A \lor \neg B) \lor (\neg A \lor \neg C) \lor (\neg A \lor D)} =$

$= \overline{(\neg A \lor \neg B)} \land \overline{(\neg A \lor \neg C)} \land \overline{(\neg A \lor D)} =$

$= \overline{\neg A} \land \overline{\neg B} \land \overline{\neg A} \land \overline{\neg C} \land \overline{\neg A} \land \overline{D} =$

$= A \land B \land C \land \neg D$

$S = \{\neg A, \neg B, \neg C, \neg D, A, B, C\}$

1. $\neg A$

2. A

3. $\square$

Вірно.

$\forall x \, \forall y \, \exists z \, \exists t \, (P(x,t) \wedge \neg P(y,z))$

$\overline{\underset{\forall x \, \forall y \, \exists z \, \exists t}{}}$

$\boxed{\begin{array}{l} z = f(x,y) \\ t = g(x,y) \end{array}}$

$\forall x \, \forall y \, (P(x, g(x,y)) \wedge \neg P(y, f(x,y)))$

$S = \{ P(x, g(x,y)), \; \neg P(y, f(x,y)) \}$

$E_0 = \{a, b\}$

$E_1 = \{a, b, \; f(a,a), \; f(a,b), \; f(b,a), \; f(b,b),$

$\qquad g(a,a), \; \dots, \; g(b,b) \}$

$E_2 = \{ a, b, \; f(a,a), \dots, f(b,b), \; g(a,a), \dots, g(b,b),$

$f(f(a,a), f(a,a)), \dots, \; f(f(b,b), f(b,b)), \dots,$

$f(f(a,a), g(a,a)), \dots, \; f(f(b,b), g(b,b)),$

$f(g(a,a), f(a,a)), \dots, \; f(g(b,b), f(b,b)),$

$f(g(a,a), g(a,a)), \dots, \; f(g(b,b), g(b,b)), \; g(f(a,a), f(a,a)),$

$\dots \}$

1. $P(a, g(a,b))$

2. $\neg P(a, g(a,b))$

3. $\square$