Екзаменаційна робота
з теорії алгоритмів
та математичної
логіки
студентки II курсу
групи К-29
Мазур Дарини

Білет 14

② $\neg A, B, C, D \vdash A \vee (B \to (C \to D))$ (0)

1. $D \to (C \to D)$ I.1
2. $C \to D$ MP(0,1)
3. B
4. $(C \to D) \to (B \to (C \to D))$ I.1
5. $B \to (C \to D)$ MP(2,4)
6. $\neg A$
7. $B \to (C \to D) \to A \vee (B \to (C \to D))$ III.2

Також за лемою:
для $\forall P, Q$
$\neg P, Q \vdash (P \vee Q)$.

8. $A \vee (B \to (C \to D))$

Отримали виведення формули (8) із аксіом.

③ $(P(a) \wedge \forall x (P(x) \to P(f(x)))) \to \forall x P(x)$

$(P(a) \wedge \forall x (P(x) \to P(f(x)))) \to \forall y P(y)$

1) Розглядаємо обернене твердження:

$\neg(\neg(P(a) \wedge \forall x(\neg P(x) \vee P(f(x)))) \vee \forall y P(y))$

$(P(a) \wedge \forall x(\neg P(x) \vee P(f(x)))) \wedge \exists y \neg P(y)$

2) Зводимо до попередньої нормальної форми:

$\forall a \forall x (P(a) \wedge (\neg P(x) \vee P(f(x)))) \wedge \exists y \neg P(y)$

$\forall a \forall x \exists y (P(a) \wedge (\neg P(x) \vee P(f(x))) \wedge \neg P(y))$

3) Зводимо до стандартної форми шляхом елімінації квантора існування:

$y = g(a, x)$

$\forall a \forall x (P(a) \wedge (\neg P(x) \vee P(f(x))) \wedge \neg P(g(a,x)))$

4) Множина диз'юнктів:

$S = \{ P(a) \vee \neg P(x),\ P(a) \vee P(f(x)),\ \neg P(g(a,x)) \}$

5) Ербранівський універсум множини диз'юнктів: $E = \{ a,\ f(a),\ g(a,a),\ f(g(a,a)),\ g(a,f(a)) \ldots \}$

6) Виведення порожнього диз'юнкта:

1. $P(a) \vee \neg P(x)$
2. $P(a) \vee P(x)$ (підстановка x замість $f(x)$ у другий диз'юнкт)

3. $P(a)$

4. $\neg P(g(a,x))$

5. $\neg P(a)$ (підстановка у 4 a замість $g(a,x)$)

6. $\square$ (з 3 і 5)

Отже, обернене твердження є суперечливим, тому початкова формула є тавтологією.