

1) Прямая задача:

$$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

У прямій задачі цільова прямує до максимуму => у двоїстій до мінімуму.

Всі обмеження в прямій " $\leq$ " => всі змінні двоїстої задачі невід'ємні.

(Якщо б якесь обмеження було " $\geq$ " зробили б " $\geq$ " домноживши його на (-1)).

В прямій задачі всі змінні невід'ємні => в двоїстій всі обмеження нерівності " $\geq$ "

Двоїста:

$$Q = 10y_1 + 10y_2 \rightarrow \min$$

$$2y_1 + 5y_2 \geq 1$$

$$5y_1 + 2y_2 \geq 1$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

Легше розв'язати пряму задачу симплекс-методом, бо дуже просто отримати канонічний вигляд цієї задачі, ввівши балансні змінні в обмеження.

Канонічний вигляд:

$$L_1 = -x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 5x_2 + x_3 = 10$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_4 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$\theta$						
$-x_3$	2	5	1	0	10	10/5=2
$x_4$	5	2	0	1	10	10/2=5
$\Delta$	-1	-1	0	0		

						$\theta$
$x_2$	2/5	1	1/5	0	<b>2</b>	<b>5</b>
$\leftarrow x_4$	<b>21/5</b>	0	-2/5	1	<b>6</b>	<b>30/21</b>
$\Delta$	<b>-3/5</b>	0	1/5	0		

$x_2$	0	1	5/21	-2/21	<b>10/7</b>
$x_1$	1	0	-2/21	5/21	<b>10/7</b>
$\Delta$	0	0	1/7	1/7	

Оптимальний розв'язок прямої:  $x^* = (10/7; 10/7; 0; 0)$

Оптимальне значення:  $L(x^*) = 10/7 + 10/7 = 20/7$ .

Оптимальний розв'язок двоїстої задачі:  $y^* = C_{\text{баз}}^{-1} B^{-1}$ ,

де  $C_{\text{баз}}$  - коефіцієнти біля базисних змінних з останньої симплекс-таблиці у цільовій функції.

Базисні змінні:  $x_2, x_1$ .

Коефіцієнти беремо з цільової L.

$$C_{\text{баз}} = (1; 1)$$

$B = [A_2, A_1]$  - базисна матриця, що відповідає оптимальному розв'язку  $x^*$ .

$A_2 = (5 \ 2)^T$  - вектор, що складається з коефіцієнтів біля змінної  $x_2$  в обмеженнях.

$A_1 = (2 \ 5)^T$  - вектор, що складається з коефіцієнтів біля змінної  $x_1$  в обмеженнях.

$$y^*=(1/7;1/7)$$

$$Q(y^*)=20/7 = L(x^*)$$