1.

δ/μ	a_1 ^{1}	a_2 ^{2}	a_3 ^{2}	a_4 ^{1}
x_1	a_2	a_4	a_4	a_3
x_2	a_4	a_2	a_2	a_1

$$\delta^1(a, x) = \delta(a, x), \quad \lambda(a, x) = \mu(\delta(a, x))$$

δ^1	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	a_2	a_4	a_4	a_3
x_2	a_4	a_2	a_2	a_1

λ	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	2	1	1	2
x_2	1	2	2	1

2.

δ/λ	a_1	a_2	a_3
x_1	$a_2/2$	$a_2/2$	$a_1/1$
x_2	$a_1/1$	$a_3/1$	$a_2/2$

$$\delta^1((a, x), x') = (\delta(a, x), x'))$$

$$\mu((a, x) = \lambda(a, x)$$

$b_1 = (a_1, 1)$
$b_2 = (a_2, 2)$
$b_3 = (a_3, 1)$

δ^1/μ	b_1 ^{1}	b_2 ^{2}	b_3 ^{1}
x_1	b_3	b_2	b_1
x_2	b_1	b_3	b_2

3.

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	a_6	a_1	a_2	a_3	a_3	a_4	a_3
x_2	a_3	a_5	a_1	a_3	a_4	a_1	a_2
x_3	a_3	a_4	a_4	a_2	a_5	a_5	a_4

λ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	2	2	2	2	2	2	2
x_3	1	1	2	1	1	2	1

Класи еквівалентності: $b_1 = \{a_1, a_2, a_4, a_5, a_7\}$, $b_2 = \{a_3, a_6\}$

Автомат M_1:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	b_2	b_2	b_1	b_2	b_2	b_1	b_2
x_2	b_2	b_1	b_1	b_1	b_1	b_2	b_1
x_3	b_2	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1

M_2:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	c_4	c_3	c_3	c_3	c_3	c_2	c_3
x_2	c_3	c_3	c_1	c_2	c_2	c_4	c_2
x_3	c_3	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2

$c_1 = \{a_1\}$
$c_2 = \{a_2, a_4, a_5, a_7\}$
$c_3 = \{a_3\}$
$c_4 = \{a_6\}$

M_3:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	d_4	d_3	d_2	d_3	d_3	d_2	d_3
x_2	d_3	d_2	d_1	d_2	d_2	d_4	d_2
x_3	d_3	d_2	d_2	d_2	d_2	d_2	d_2

$d_1 = \{a_1\}$
$d_2 = \{a_2, a_4, a_5, a_7\}$
$d_3 = \{a_3\}$
$d_4 = \{a_6\}$

δ'	d_1	d_2	d_3	d_4
x_1	d_4	d_3	d_2	d_3
x_2	d_3	d_2	d_1	d_2
x_3	d_3	d_2	d_2	d_2

λ	d_1	d_2	d_3	d_4
x_1	1	1	1	1
x_2	2	2	2	2
x_3	1	1	2	1

6.

δ/λ	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	$a_1/0$	$a_2/0$	$a_3/0$	$a_5/0$	$a_4/1$	$a_5/0$
x_2	$a_4/1$	$a_6/0$	$a_5/0$	$a_5/0$	$a_4/1$	$a_5/0$
x_3	$a_5/0$	$a_0/0$	$a_1/0$	$a_2/0$	$a_4/1$	$a_5/0$
x_4	$a_0/0$	$a_1/0$	$a_2/0$	$a_3/0$	$a_4/1$	$a_5/0$

a_0 – початковий стан
a_1 – 1 відкрита думка
a_2 – 2 відкриті думки
a_3 – 3 відкриті думки
a_4 – кінцевий стан
a_5 – помилковий стан

7. $1\left(\left(0\cup01\cup011\right)^* \cup \left(0\cup10\cup110\right)^* \cup \left(0\cup0\cup101\right)^* \cup \left(0\cup10\cup101\right)^*\right)^*$

8. 1. Знаходимо регулярний вираз r, що дображує подію $P_1 \wedge P_2$ — за даними виразами r_1 та r_2 будуємо r.

2. За побудованими виразами будуємо $P_1 \wedge P_2$ відповідно до алгоритму синтезу кінцевого автомата.

10. а) Для будь-якої події існує переддільне слово, тому якщо $s \in P$, $P^2 = P \Rightarrow s \in P^2 \Rightarrow e \Theta P$ $\square$

б) Використаємо для доведення мат. індукцію

1) Очевидно, що $P^1 = P$

2) Припустимо, що $P^n = P$, $n = \overline{1, K-1}$ виконується.

3) При $n = k$: $P^c = P^{k-1} \cdot P \Rightarrow (P^{k-1} = P) \, P^k = P \; \forall k \in N$

$\Rightarrow P^* = \underset{\text{деф}}{=} \vee P \vee P^1 \vee \ldots \vee P^* = \underset{\text{деф}}{=} \vee V \vee P \vee \ldots \vee P = \underset{\text{деф}}{=} P$

$\underset{\text{деф}}{=} \vee P = P \Rightarrow P^* = \underset{\text{деф}}{=} \vee P = P$ $\square$

11. а) $S = P \vee R$

Нехай P — нерегулярна подія, тоді їй відповідає нере-гулярний вираз, оскільки $S = P \vee R$ та R відповідає регулярний вираз, то S відповідає нерегулярний вираз $\Rightarrow S$ нерегулярна. $\square$

б) $S = P \setminus R$

Оскільки кількості елементарних подій P більше,

ніж скінченна, то для $R'R$ їх також буде більш, ніж скінченна кількість. Тоді S нерегулярна. ∎

13. а) Нехай $P = \{aa, ba\}$, $Q = \{aa, ba, aaaa\}$. Очевидно, що $P \subseteq Q$. Оскільки $P \subseteq Q$, то $P^* \subseteq Q^*$. Єдине слово, яким відрізняються події P та Q — це слово $aaaa$. Однак, воно може бути утворене у результаті конкатенацій слів ba і aa, що належать P. Тому всі слова з Q^* можна утворити зі слів P^*. Отже, $Q^* \subseteq P^*$.

б) $P = \{aa, ba, baba\}$, $Q = \{aa, ba, aaaa\}$, за попередніми міркуваннями $P^* \subseteq Q^*$, аналогічно $Q^* \subseteq P^*$. Але $P \neq Q$.

14. Певними критеріями оцінки оптимальності регулярних виразів є їх довжина та циклічна глибина. Довжина — кількість операндів виразу, циклічна глибина — кількість вкладених ітерацій. Не існує алгоритму пошуку оптимального регулярного виразу еквівалентного даному крім повного перебору і порівняння. Для пошуку виразів близьких до оптимальних використовують евристичні алгоритми.

15. 1. Користуючись алгоритмом синтезу скінченних автоматів побудувати відповідні автомати для виразів.

   2. Мінімізувати обидва автомати.

   3. Порівняти канонічні форми автоматів.

16. Регулярна подія P є нескінченною $\Leftrightarrow$ у графі автомата A, в якому вона зображувана, є маршрут M, що веде з початкового стану a_1 у дея- кий заключний стан a_f і містить у собі цикл Z. У свою чергу, маршрути M і цикл Z містять простий ланцюг L, що веде з a_1 в a_f, і простий цикл C, що має з L спільну вершину. Довжина L і $C \le n-1 \Rightarrow$ існуватиме маршрут, що відпо- відає слову $w \in P$, довжина якого $n \le |w| < 2n$. Навпаки, нехай існує слово $w \in P$, довжини $\geqslant n$. Тоді у маршруті M деякий стан з'являється більше одного разу і матиме вигляд $a_1, (a_1, b_1), b_1, -, ..., b_i, (b_i, b_i),...$ Нехай p_1 - слово, що відповідає ділянці маршруту M, яка веде з a_1 в b_i, p - слово з b_i в a_f. Тоді всі слова $p_1 p^t p_2$, $t = 0,1,2,...,$ переводячи автомат A з стану a_1 в $a_f \Rightarrow$ належатимуть $P \Rightarrow P$-нескінченна. $\square$

17. Припустимо, що подія P регулярна. Тоді вона задовольняє „лему про накачку", і для достатньо великого k слово $w = a^k b^k$ можна подати у вигляді $u = p_1 p p_2$ так, що $p_1 p^n p_2 \in P$ для всіх $n = 0, 1, 2, \ldots$ Слово u можна записати: $a^l (a^{l-1} b^m) b^{k-m}$, де $p_1 = a^l$, $p = a^{l-1} b^m$, $p_2 = b^{k-m}$, $l, m = 0, 1, 2, \ldots, k$. Однак для будь-яких припустимих значень l і m слово $a^l (a^{l-1} b^m)^n b^{k-l}$ для всіх $n = 0, 1, 2, \ldots$ не можуть мати вигляд $a^l b^l$, тобто належати події P. $\square$

18. $R = \{ a b \varphi \}$, $Q = \{ a^k b^k \mid k = 0, 1, 2, \ldots \}$

$$P = R \cup Q$$

19. $0^* 1 0^* 1 0^* 1 0^*$

27.

δ/R	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
$+/-$	$a_1/1$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_5/1$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_7/1$	$a_8/0$
d	$a_8/0$	$a_2/1$	$a_8/1$	$a_3/1$	$a_8/0$	$a_6/1$	$a_8/1$	$a_7/1$	$a_8/0$
$\cdot$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_3/1$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_7/1$	$a_8/0$
E	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_4/1$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_8/0$	$a_7/1$	$a_8/0$

a_0 — початковий стан, a_7 — фінальний стан, a_8 — поглинаючий стан