Іспит з предмету „Теорія алгоритмів та математична логіка" 19.06.2020

Студента групи К-29

Григоровича Олега

3. $\forall x(P(x) \to Q(x)) \to (\exists x P(x) \to \exists x Q(x))$

Розглянемо ~~зворотне~~ обернене твердження:

$\neg(\forall x(P(x) \to Q(x)) \to (\exists x P(x) \to \exists x Q(x)))$

Зведемо його до попередньої нормальної форми:

$\neg(\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \to (\neg\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)))$

$\neg(\neg\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \vee (\neg\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)))$

$\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg(\neg\exists x P(x) \vee \exists x Q(x))$

$\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge (\exists x P(x) \wedge \neg\exists x Q(x))$

$\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge \exists x P(x) \wedge \forall x P(x)(\neg Q(x))$

$\forall x(\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge \exists x \forall z (P(x) \wedge \neg Q(z))$

$\forall x \exists y \forall z((\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge P(y) \wedge \neg Q(z))$

Зводимо до стандартної форми шляхом елімінації квантора існування:

$y = f(x)$

$\forall x \forall z((\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge P(f(x)) \wedge \neg Q(z))$

Множина диз'юнктів: $S = \{\neg P(x) \vee Q(x), P(f(x)), \neg Q(z))\}$

Виводимо порожній диз'юнкт:

1. $\neg P(x) \vee Q(x)$
2. $P(f(x))$
3. $\neg Q(z)$
4. $\neg P(f(a)) \vee Q(f(a))$ (заміна x на f(a) у 1
5. $P(f(a))$ (заміна x на f(a) у 2)
6. $\neg Q(f(a))$ (f(a) замість Z у 3)
7. $Q(f(a))$ (з 4 та 5)
8. $\square$ (з 6 та 7)

Отже, оскільки обернене твердження є суперечливим, початкова формула є тавтологією.

2

2. Dokazati: $A, \neg B, \neg C \vdash (A \wedge B) \to C$

1) $\vdash A \wedge B \to B$ (II. 2)

2) $\vdash (A \wedge B \to B) \to (\neg B \to \neg(A \wedge B))$ (IV. 1)

3) $\vdash \neg B \to \neg (A \wedge B)$ (MP 1, 2)

4) $\neg B \vdash \neg (A \wedge B)$ (TD)

5) $\vdash \neg (A \wedge B) \to (\neg C \to \neg (A \wedge B))$ (I. 1)

6) $\neg B \vdash \neg (A \wedge B) \to (\neg C \to \neg (A \wedge B))$

7) $\neg B \vdash \neg C \to \neg (A \wedge B)$ (MP 4, 6)

8) $\vdash \neg C \to \neg (A \wedge B) \to ((A \wedge B) \to C)$ (III. 1)

9) $\neg B \vdash (\neg C \to \neg (A \wedge B)) \to ((A \wedge B) \to C)$

10) $\neg B \vdash (A \wedge B) \to C$ (MP 7, 9)

11) $A, \neg B, \neg C \vdash (A \wedge B) \to C$