

19.06.

Екзаменаційний білет №1
Волохоненко Богдан К-28

3) Дослідити формулу:

$$\forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \rightarrow \neg (\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x))$$

Йдемо від супротивного:

$$\neg (\forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \rightarrow \neg (\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)))$$

$$\neg (\neg \forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \vee \neg (\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)))$$

Зведемо до попередньої норм. форми:

$$\neg (\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \vee \forall x \exists z (\neg P(x) \vee \neg Q(z)))$$

$$\forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge \exists x \forall z (P(x) \wedge Q(z))$$

$$\forall x \exists y \exists z \forall z ((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge P(y) \wedge Q(z))$$

Елімінуємо квантор існування:

$$\forall x \forall z ((\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge P(f(x)) \wedge Q(z))$$

Множина диз'юнктив: $S = \{\neg P(x) \vee \neg Q(x), P(f(x)), Q(z)\}$

Ембратівський універсум: $E = \{a, f(a), f(f(a)) \dots\}$

Виведення порошнього диз'юнкта:

1. $\neg P(f(a)) \vee \neg Q(f(a))$

2. $P(f(a))$

3. $\neg Q(f(a))$
4. $Q(f(a))$
5. \square

Висновок: ми отримали порочний диз'юнкт, отже заперечення формули суперечлива. Формула є тавтологією.

② Довести, що $\neg A, \neg B, \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$
 $\neg A, \neg B, \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$

- 1) $\neg A, \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$ (за левою $\neg P, \neg Q \vdash \neg(P \wedge Q)$)
- 2) $\neg(A \wedge B), \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$ (за левою $\neg P, \neg Q \vdash (P \rightarrow Q)$)