## **Заняття №4**

**Дискретні випадкові величини**

Перший крок до визначення випадкової величини зробив Пуассон у 1832 у мемуарах „Про ймовірність середніх результатів спостережень”, в яких він розглянув випадкову величину, яка може приймати значення  з ймовірностями . Він розглянув також неперервні випадкові величини з їхніми щільностями розподілу.

Однак це був тільки перший крок. Чітке математичне визначення випадкової величини було введене А.М. Колмогоровим у кінці 20-х років XX століття. Його підхід, викладений у відомій роботі „Основні поняття теорії ймовірностей”, став загальноприйнятим і мав великий вплив на розвиток теорії ймовірностей.

Нехай  – ймовірносний простір, а  – скінченна або зліченна множина подій таких, що , . Через  будемо позначати індикатор події :



Дискретною випадковою величиною  будемо називати лінійну комбінацію індикаторів . Очевидно, що для   і множина усіх значень  не більш ніж зліченна.

Законом розподілу випадкової величини *ξ*  будемо називати ймовірність *P*{*ξ*∈*B*}, що розглядається як функція числової множини *B*. Закон розподілу визначається значеннями , які приймає *ξ*, і ймовірностями  цих значень. Позначимо . Тоді закон розподілу *P*{*ξ*∈*B*} можна визначити за допомогою таблиці

 (\*)

Очевидно, що  і . Те, що таблиця (\*) визначає закон розподілу, підтверджує рівність

.

Таблицю (\*) називають рядом розподілу, іноді її називають законом розподілу.

**Приклад 1.** Випадкова величина  дорівнює числу появ гербів при двох підкиданнях монети. Потрібно записати розподіл цієї випадкової величини.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |

**Схема випробувань Бернуллі. Основні дискретні розподіли.**

Нехай проводяться незалежні однакові випробування в кожному з яких можливі два результати, які ми будемо інтерпретувати як «успіх» та «невдача». Ймовірність «успіху» позначимо через , а «невдачі» - .

**Бернуллієвська випадкова величина**  приймає значення  та  з ймовірностями  і  відповідно. Інтерпретується ця випадкова величина, як число успіхів в одному випробуванні Бернуллі.



**Біноміальна випадкова величина**  приймає значення  з ймовірностями

.

Інтерпретується ця випадкова величина, як число успіхів в  випробуванні Бернуллі.

**Приклад 2.** Гральний кубик підкидається 5 разів. Знайти ймовірність того, що шістка з’явиться 2 рази.



**Пуассонівська випадкова величина**  приймає значення  з ймовірностями

.

**Теорема Пуассона.**

Нехай  Тоді

.

**Приклад 3.** Якщо в середньомушульги складають 1%, то яка ймовірність того, що серед 200 осіб буде рівно 4 шульги.

А) 

Б) 

.

**Геометрична випадкова величина**  приймає значення  з ймовірностями



Інтерпретується, у такій формі запису, як кількість невдач до появи першого успіху.

Або



У цьому випадку  це кількість випробувань до появи першого успіху.

**Приклад 4.** Знайти ймовірність того, що при підкиданні грального кубика шістка вперше випаде на восьмому підкиданні.



**Задача 1.** У родині 5 дітей. Знайти ймовірність того, що серед цих дітей:

1) рівно 2 хлопчики;

2) 2 або 3 хлопчики;

3) не більше 2 хлопчиків.

Ймовірність народження хлопчика вважати рівною .

1) ;

2) ;

3) .

**Задача 2.** Ймовірність влучання бомби у ціль дорівнює . Знайти ймовірність того, що при скиданні  буде:

А: не менше 7 влучань;

В: принаймні одне влучання.

;



**Задача 3.** Скільки потрібно взяти випадкових цифр, щоб ймовірність появи принаймні однієї  була не менше ?

Йм-ть появи 5: .

 - ймовірність того, що у  випробуваннях не буде жодної п’ятірки.

Тоді повинна виконуватись нерівність .



**Задача 4.** Двоє гравців підкидають монету по  разів кожний. Знайти ймовірність того, що гравці одержать однакову кількість гербів.





**Задача 5.** Два гравці по черзі підкидають симетричну монету. Виграє той, у кого вперше випаде герб. Знайти ймовірність виграшу для кожного гравця.

А: Г, РРГ, РРРРГ,….

B: РГ, РРРГ, РРРРРГ,…





**Задача 6.** Знайти ймовірність того, що число успіхів у  випробуваннях Бернуллі буде парним.

**Перший спосіб.**

.

**Другий спосіб.**

Позначимо через  ймовірність того, що число успіхів у  випробуваннях Бернуллі буде парним. Тоді

;





....................................................



**Завдання для самостійної роботи.**

1) Математик носить у лівій і правій кишенях по коробці сірників. Вважаємо, що в кожній коробці було по  сірників. Кожен раз коли він хотів дістати сірник, він навмання обирав одну з кишень. Знайти ймовірність того, що коли математик дістане порожню коробку, в іншій коробці буде  сірників.

2) Батарея зробила  пострілів по об’єкту. Ймовірність влучання при одному пострілі дорівнює . Знайти найбільш ймовірне число влучань.

3) Нехай  - число випробувань Бернуллі з ймовірністю успіху , які треба провести до -го успіху. Знайти  для .