1. **Нехай A і B відрізняються скінченною кількістю елементів. Якщо А – РМ, то В – РМ. Довести.**

Зрозуміло, що перетин множин А і В належить множині А, тобто (А ꓵ В) ⊂ А є РМ. Теорема 5.1. гласить:

**Теорема 5.1.** Доповнення Р (ПР) множини, а також об’єднання і перетин будь-якої скінченної системи Р (ПР) множин є Р (ПР) множиною.

Тобто з твердження (А ꓵ В) ⊂ А є РМ випливає, що **(А ꓵ В) є РМ**.

Також зрозуміло, що різниця множин B і A належить множині , яка є РМ за теоремою 5.1., тобто (B \ A) = (B ꓵ ) ⊂ є РМ.

Аналогічно з твердження (B \ A) = (B ꓵ ) ⊂ є РМ випливає, що **(B \ A) є РМ**.

В = (А ꓵ В) U (В \ А), звідси з тої ж теореми 5.1. випливає, що В є РМ, так як кожна з множин об’єднання є РМ.

**Доведено**

1. **Функція f – ЧРФ, але не РФ. Область визначення функції**

**g(x) = μy(f(y) = x)**

**є ПРМ. Довести.**

Оскільки *g(x) = µy(f(y) = x)*, то область визначення функції *g(x)* буде співпадати з областю значень функції *f*, адже *f(y) = x*.

Тоді алгоритм обчислення характеристичної функції множини значень функції f є таким:

function χ(*x, g*)

begin

if f(x) = g

then χ = 0

else χ= 1

end.

function χ(*x, g*) є ПР, тому область значень функції є ПРМ. Оскільки область значень f співпадає з областю визначення функції g, то це також ПРМ. Що й вимагалося довести.

**Доведено**

1. **Функція**

****

**не є РФ. Довести.**

Функція ЧР, якщо існує алгоритм, що її обчислює. Покажемо, що такого алгоритму не існує. Від супротивного: припустимо, що він існує, тобто функція *w(x)* рекурсивна. Це означає що *w(x) = U(m, x)* для деякого *m*. Тобто, цю функцію можна обчислити в довільній точці алгоритмом A:

function w(x) function U(n, x)

begin begin

w = U(m, x) i = 0

end. while D(n, x, i) ≠ 0 do

i = i + 1

U = l(i)

end.

Знайдемо значення *w(m)*. Якщо *w(m) = 0*, то *U(m,m) = 0* (Тому що *w(m) = (m, m)*). Отримали суперечність, отже алгоритм А функцію не обчислює, отже функція *w(x)* не ЧРФ, а звідси не РФ, так як ПРФ ⊆ РФ ⊆ ЧРФ. Що й вимагалося довести.

**Доведено**

1. **Побудувати ПРФ, яка за номерами Кліні функцій f(x) і g(x) обчислює номер Кліні функції f(g(x)).**

За умовою задачі *f(y) = K(m, y), g(x) = K(n, x)*, і, відповідно, *f(g(x)) = K(m, K(n, x)).*

Розглянемо функцію *K(u, K(v, x))*. Для неї справедливі рівності:

*K(u, K(v, x)) = K(a, u, v, x) = K([a, u, v], x).*

Якщо покласти *u = m*, *v = n*, то зліва одержимо суперпозицію *f(g(x))*, а справа

– її подання через універсальну функцію Кліні. Отже, достатньо покласти

*ϕ(u, v) = [a, u, v].*

**Побудовано**

1. **Множина ЧРФ – зліченна. Довести.**

ЧРФ визначаються за допомогою базових функцій та основних обчислювальних операцій: *суперпозиції* **S**n+1, *примітивної рекурсії* **R** та *мінімізації* **M**.

Ми можемо пронумерувати ці функції за допомогою натуральних чисел, і кількість функцій в кожному з класів є скінченною. Отже, кількість всіх ЧРФ буде об'єднанням скінченних множин, що робить множину ЧРФ зліченною.

**Доведено**