

极小曲面和网格参数化

陈柯

2022 年 10 月 31 日

1 实验目的

1. 实现极小曲面生成
2. 实现网格参数化，2 种权重和 2 种边界

2 方法

1. 极小曲面：只要令边界点不动，每个内部点的微分坐标变为 0，即

$$\delta_i = v_i - \sum_j \omega_j v_j = 0$$

这里 v_j 为里 v_i 的邻结点， ω_j 为均匀权重。

2. 网格参数化：把边界点固定到二维的正方形边界或圆边界上，每个内部点的微分坐标变为 0，即

$$\delta_i = v_i - \sum_j \omega_j v_j = 0$$

这里 v_j 为里 v_i 的邻结点， ω_j 为均匀权重或 Cotangent 权重。

3. 权重的种类：（还要均一化）

均匀权重： $\omega_j = 1$

Cotangent 权重： $\omega_j = \cot \alpha + \cot \beta$

3 结果

首先我实现了极小曲面的接口，以下是效果：

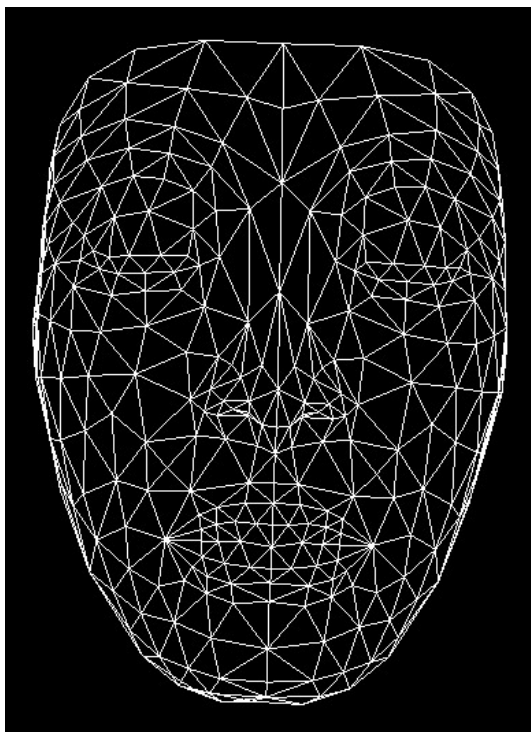


图 1: 原三角网格

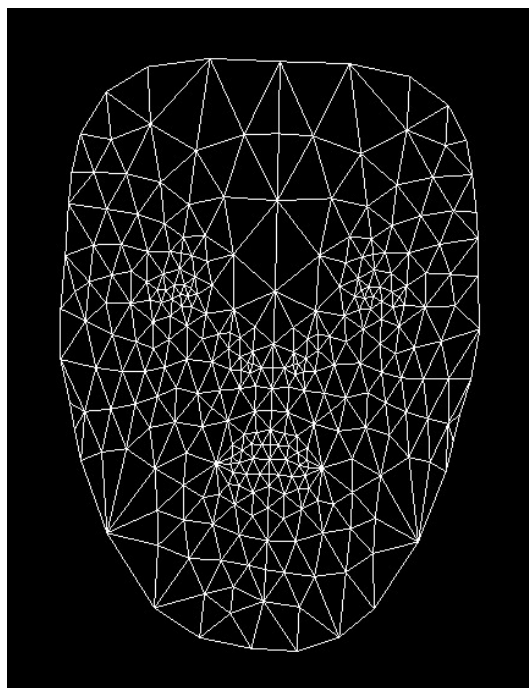
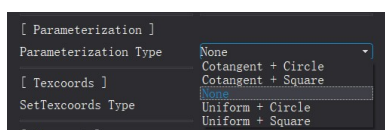


图 2: 极小化后的网格

然后是参数化，我这里采用了组合框控件实现了 4 种参数化，如下图：

图 3: 参数化组合框



以下是 4 种参数化的效果（用的也是和极小曲面一样的人脸网格）：

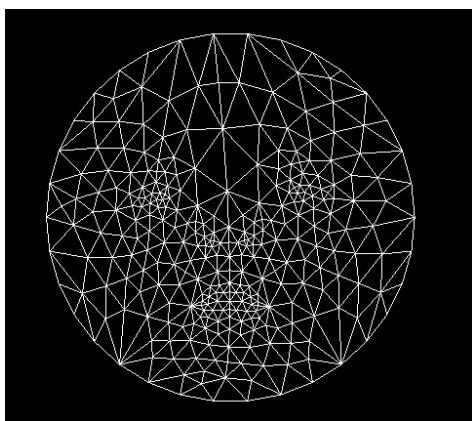


图 4: 均匀权重 + 固定到圆形边界

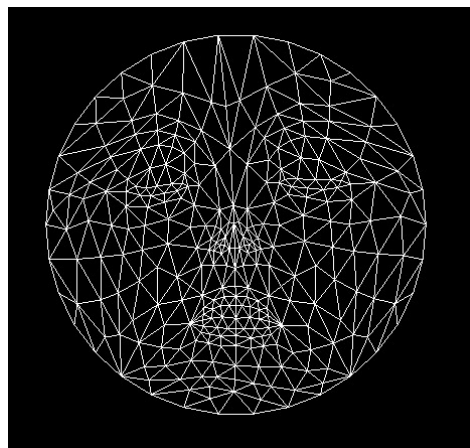


图 5: Cotangent 权重 + 固定到圆形边界

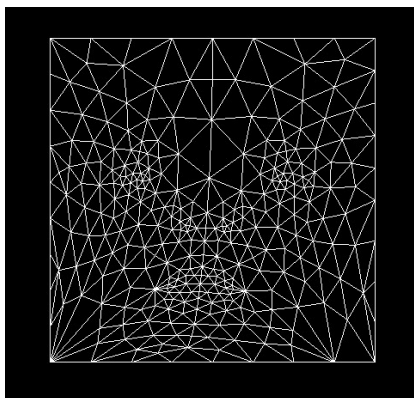


图 6: 均匀权重 + 固定到正方形边界

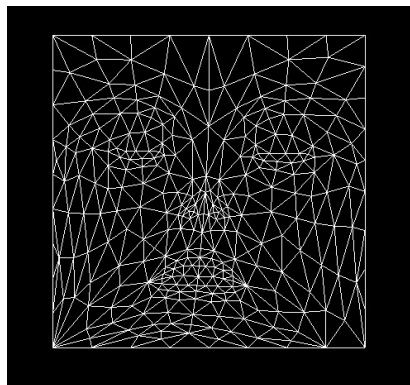
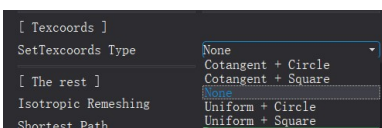


图 7: Cotangent 权重 + 固定到正方形边界

由于 Cotangent 权重一定程度上保留了原网格的几何性质，所以参数化后的网格更像原网格，或者说眼睛和嘴巴等部分看起来更自然。

最后我用组合框控件实现了 4 种参数化的纹理坐标，如下图：选好了纹理坐标后，我们就可

图 8: 纹理坐标组合框



以上上传图片实现网格的纹理贴图：

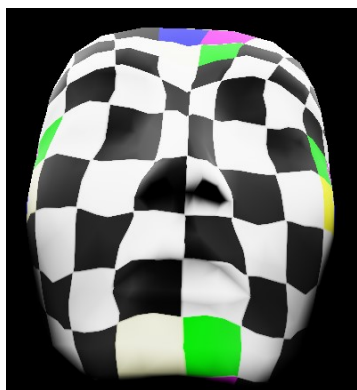


图 9: 均匀权重 + 固定到圆形边界

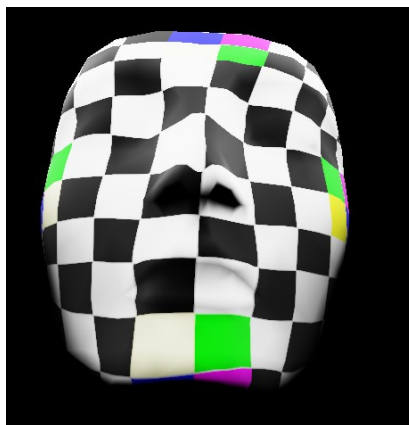


图 10: Cotangent 权重 + 固定到圆形边界

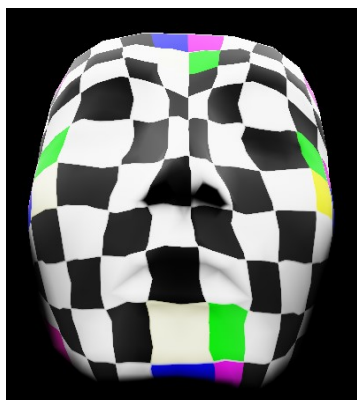


图 11: 均匀权重 + 固定到正方形边界



图 12: Cotangent 权重 + 固定到正方形边界

从纹理贴图中也能看出 Cotangent 权重效果更好，线条的扭曲没有均匀权重严重。

4 参考文献

[1]Michael S. Floater, Parametrization and smooth approximation of surface triangulations ,
Computer Aided Geometric Design 14 (1997) 231-250