

Рассчитать численным методом нестационарное температурное поле в плоском твэле, представляющем собой плоскую пластину с внутренними источниками тепла в защитной оболочке, предотвращающей контакт топлива с теплоносителем.

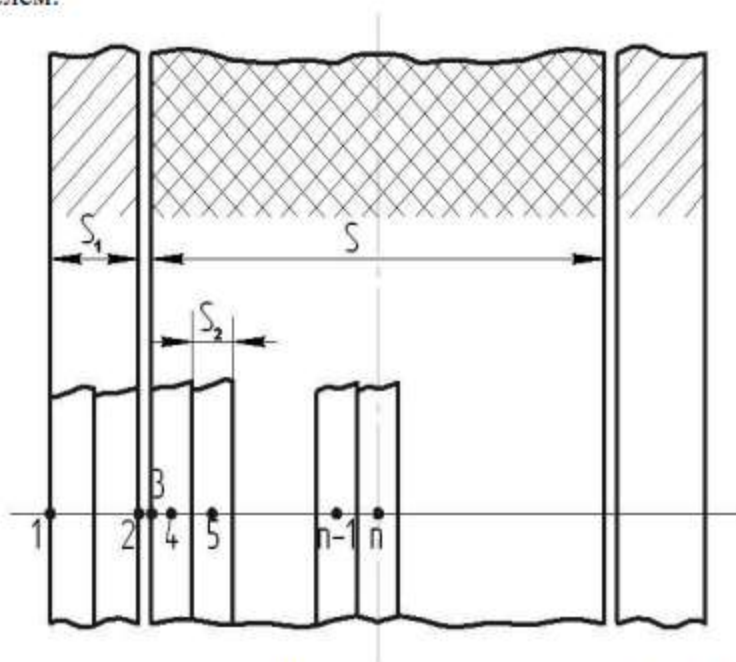


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая разбиение твэла на элементы

Принятые обозначения (см. рис. 1):

Толщина топливной пластины –  $S$  (мм), толщина оболочки –  $S_1$  (мм), коэффициенты теплопроводности оболочки и пластины соответственно  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (Вт/мК), плотности и теплоемкости – соответственно  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  (кг/м<sup>3</sup>) и  $c_{p1}$ ,  $c_{p2}$  (Дж/кгК). Термическое контактное сопротивление между пластиной и оболочкой –  $rt$  (м<sup>2</sup>К/Вт). В пластине действуют внутренние источники тепла интенсивностью  $q_v$  (Вт/м<sup>3</sup>). На поверхности оболочки заданы граничные условия 3 рода – коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  (Вт/м<sup>2</sup>К) и температура охлаждающего теплоносителя –  $T_{ж}$  (°C).

N var	$S_1$	$S$ , мм	$\lambda_1$	$\rho_1$	$c_{p1}$	$\lambda$	$\rho$	$c_p$	$q_v \cdot 10^4$ (В)	$\alpha$	$rt \cdot 10^4$	$T_{ж}$	Причина нестационарности	
	мм	мм	Вт/мК	кг/м <sup>3</sup>	Дж/кгК	Вт/мК	кг/м <sup>3</sup>	Дж/кгК	Вт/м <sup>3</sup>	Вт/м <sup>2</sup> К	м <sup>2</sup> К/Вт	оС	1	2

18	0.8	8.2	25	6550	310	2.2	10200	495	3	5000	20	310	$qv=4 \cdot 10^8$	$T_{ж}=410$
----	-----	-----	----	------	-----	-----	-------	-----	---	------	----	-----	-------------------	-------------

ORIGIN := 1

$n := 10$  - число узловых точек

$\Delta t := 1$  [с] - шаг по времени

**Дано:**

$S1 := 0.8 \cdot 10^{-3}$  [м]       $\lambda 1 := 25$  [Вт/мК]       $\rho 1 := 6550$  [кг/м<sup>3</sup>]       $Cp1 := 310$  [Дж/кгК]  
 $S_2 := 8.2 \cdot 10^{-3}$  [м]       $\lambda 2 := 2.2$  [Вт/мК]       $\rho 2 := 10200$  [кг/м<sup>3</sup>]       $Cp := 495$  [Дж/кгК]  
 $qv1 := 3 \cdot 10^8$  [Вт/м<sup>3</sup>]       $\alpha := 5000$  [Вт/м<sup>2</sup>К]       $r_{rt} := 20 \cdot 10^{-6}$  [м<sup>2</sup>К/Вт]       $Tg := 310$  [°C]

**Решение:**

Причины нестационарности:

$qv2 := 4 \times 10^8$  [Вт/м<sup>3</sup>]

$Tg2 := 410$  [°C]

**Решение:**

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.72 \\ 1.37 \\ 2.01 \\ 2.66 \\ 3.3 \\ 3.95 \\ 4.6 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \quad T0 := \begin{pmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 1000 \\ 1200 \\ 1400 \\ 1600 \\ 1800 \\ 2000 \\ 2200 \end{pmatrix} \quad \text{толщина топливной пластины}$$

$$S2 := \frac{S}{13} = 0.000631$$

Расчет коэффициентов дискретных аналогов в уравнении:

$$a_i \cdot T_{i,k} = b_i \cdot T_{i-1,k} + c_i \cdot T_{i+1,k} + d_j$$

$$b_1 := 0 \quad \epsilon_1 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad a0_1 := \frac{\rho 1 \cdot Cp1 \cdot S1}{2 \Delta t} \quad a_1 := a0_1 + c_1 + \alpha$$

$$b_2 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad c_2 := \frac{1}{r_t} \quad a0_2 := a0_1 \quad a_2 := a0_2 + b_2 + c_2$$

$$b_3 := \frac{1}{rt} \quad c_3 := \frac{2\lambda_2}{S_2} \quad a0_3 := 0 \quad a_3 := b_3 + c_3$$

$$b_4 := \frac{2\lambda_2}{S_2} \quad c_4 := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad a0_4 := \frac{\rho_2 \cdot Cp \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_4 := a0_4 + b_4 + c_4$$

$$i := 5..n - 1$$

$$b_i := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad c_i := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad a0_i := \frac{\rho_2 \cdot Cp \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_i := a0_i + b_i + c_i$$

$$b_n := \frac{2 \cdot \lambda_2}{S_2} \quad c_n := 0 \quad a0_n := \frac{\rho_2 \cdot Cp \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_n := a0_n + b_n$$

Расчет первого прогоночного коэффициента:

$$u_1 := \frac{c_1}{a_1} \quad i := 2..10 \quad u_i := \frac{c_i}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$$

```

T(T0) :=
  m ← 1
  eps ← 1
  k ← 1
  for i ∈ 1..10
    Ti,1 ← T0i
  while eps > 10-1
    k ← k + 1
    d1 ← a01 · T1,k-1 + α · Tg
    d2 ← a02 · T2,k-1
    d3 ← 0
    d4 ← a04 · T4,k-1 + qv1 · S2
    for i ∈ 5..10
      di ← a0i · Ti,k-1 + qv1 · S2
    v1 ←  $\frac{d_1}{a_1}$ 
    for i ∈ 2..10
      vi ←  $\frac{d_i + b_i \cdot v_{i-1}}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$ 

```

$$\left| \begin{array}{l} T_{10,k} \leftarrow v_{10} \\ \text{for } i \in n - 1..1 \\ \quad T_{i,k} \leftarrow u_i \cdot T_{(i+1,k)} + v_i \\ \text{eps} \leftarrow |T_{m,k} - T_{m,k-1}| \end{array} \right|$$

$$\left( \begin{array}{c} T \\ k \end{array} \right)$$

$$Ttemp := T(T0)_1$$

$$k := T(T0)_2 = 58$$

$$T1 := Ttemp^{\langle k \rangle}$$

Распределение температур в узловых точках в начальный момент времени.

	1
1	558.023
2	597.705
3	622.503
4	800.257
5	$1.101 \cdot 10^3$
6	$1.348 \cdot 10^3$
7	$1.54 \cdot 10^3$
8	$1.677 \cdot 10^3$
9	$1.759 \cdot 10^3$
10	$1.787 \cdot 10^3$

Пересчет коэффициентов при Tg2 и qv2

$$b_1 := 0 \quad c_1 := \frac{\lambda_1}{S_1} \quad a0_1 := \frac{\rho_1 \cdot Cp_1 \cdot S_1}{2\Delta t} \quad a_1 := a0_1 + c_1 + \alpha$$

$$b_2 := \frac{\lambda_1}{S_1} \quad c_2 := \frac{1}{rt} \quad a0_2 := a0_1 \quad a_2 := a0_2 + b_2 + c_2$$

$$b_3 := \frac{1}{rt} \quad c_3 := \frac{2\lambda_2}{S_2} \quad a0_3 := 0 \quad a_3 := b_3 + c_3$$

$$b_4 := \frac{2\lambda_2}{S_2} \quad c_4 := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad a0_4 := \frac{\rho_2 \cdot Cp \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_4 := a0_4 + b_4 + c_4$$

$$i := 5..n - 1$$

$$b_i := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad c_i := \frac{\lambda_2}{S_2} \quad a0_i := \frac{\rho_2 \cdot C_p \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_i := a0_i + b_i + c_i$$

$$b_n := \frac{2 \cdot \lambda_2}{S_2} \quad c_n := 0 \quad a0_n := \frac{\rho_2 \cdot C_p \cdot S_2}{\Delta t} \quad a_n := a0_n + b_n$$

Расчет первого прогоночного коэффициента.

$$u_1 := \frac{c_1}{a_1} \quad u_i := \frac{c_i}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$$

```

T(T1) :=
  m ← 1
  eps ← 1
  k ← 1
  for i ∈ 1..10
    Ti,1 ← T1i
  while eps > 10-1
    k ← k + 1
    d1 ← a01 · T1,k-1 + α · Tg2
    d2 ← a02 · T2,k-1
    d3 ← 0
    d4 ← a04 · T4,k-1 + qv2 · S2
    for i ∈ 5..n
      di ← a0i · Ti,k-1 + qv2 · S2
    v1 ←  $\frac{d_1}{a_1}$ 
    for i ∈ 2..10
      vi ←  $\frac{d_i + b_i \cdot v_{i-1}}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$ 
    T10,k ← v10
    for i ∈ n - 1..1
      Ti,k ← ui · T(i+1,k) + vi
    eps ← |Tm,k - Tm,k-1|
  (T)
  (k)

```

• \ /

$$T_{\text{temp}} := T(T1)_1$$

$$k := T(T1)_2 = 81$$

	1	2	3	4	5	6
1	558.023	618.538	637.762	648.417	655.895	661.74
2	597.705	653.477	674.704	686.841	695.433	702.171
3	622.503	676.22	698.137	711.053	720.283	727.549
4	800.257	839.236	866.103	884.601	898.408	909.458
$T(T1)_1 =$	$1.101 \cdot 10^3$	$1.129 \cdot 10^3$	$1.154 \cdot 10^3$	$1.176 \cdot 10^3$	$1.195 \cdot 10^3$	$1.211 \cdot 10^3$
	$1.348 \cdot 10^3$	$1.37 \cdot 10^3$	$1.393 \cdot 10^3$	$1.416 \cdot 10^3$	$1.436 \cdot 10^3$	$1.455 \cdot 10^3$
	$1.54 \cdot 10^3$	$1.56 \cdot 10^3$	$1.582 \cdot 10^3$	$1.603 \cdot 10^3$	$1.624 \cdot 10^3$	$1.644 \cdot 10^3$
	$1.677 \cdot 10^3$	$1.697 \cdot 10^3$	$1.717 \cdot 10^3$	$1.737 \cdot 10^3$	$1.758 \cdot 10^3$	$1.778 \cdot 10^3$
	$1.759 \cdot 10^3$	$1.779 \cdot 10^3$	$1.798 \cdot 10^3$	$1.818 \cdot 10^3$	$1.839 \cdot 10^3$	$1.859 \cdot 10^3$
	$1.787 \cdot 10^3$	$1.806 \cdot 10^3$	$1.826 \cdot 10^3$	$1.845 \cdot 10^3$	$1.866 \cdot 10^3$	...

```

Tresize(dt) :=
  p ← 3
  i ← 0
  k ← 58
  while pi < k
    T<i+1> ← Ttemp<pi
    Timei+1 ← dt · (pi - 1)
    Indi+1 ← pi
    i ← i + 1
  T<i+1> ← Ttemp<k>
  (
    T
    Time
    Ind
  )

```

$$\text{Tresize}(\Delta t)_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ 26 \end{pmatrix}$$

$$\text{Tshort} := \text{Tresize}(\Delta t)_1$$

$$\text{Tresize}(\Delta t)_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ 26 \end{pmatrix} \qquad \text{Tresize}(\Delta t)_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \end{pmatrix}$$

Tshort =

	1	2	3	4	5
1	558.023	637.762	674.52	711.956	732.152
2	597.705	674.704	716.94	760.302	783.704
3	622.503	698.137	743.523	790.543	815.929
4	800.257	866.103	934.062	1.007·10 <sup>3</sup>	1.047·10 <sup>3</sup>
5	1.101·10 <sup>3</sup>	1.154·10 <sup>3</sup>	1.249·10 <sup>3</sup>	1.371·10 <sup>3</sup>	1.437·10 <sup>3</sup>
6	1.348·10 <sup>3</sup>	1.393·10 <sup>3</sup>	1.503·10 <sup>3</sup>	1.666·10 <sup>3</sup>	1.756·10 <sup>3</sup>
7	1.54·10 <sup>3</sup>	1.582·10 <sup>3</sup>	1.698·10 <sup>3</sup>	1.894·10 <sup>3</sup>	2.003·10 <sup>3</sup>
8	1.677·10 <sup>3</sup>	1.717·10 <sup>3</sup>	1.835·10 <sup>3</sup>	2.056·10 <sup>3</sup>	2.18·10 <sup>3</sup>
9	1.759·10 <sup>3</sup>	1.798·10 <sup>3</sup>	1.918·10 <sup>3</sup>	2.152·10 <sup>3</sup>	2.286·10 <sup>3</sup>
10	1.787·10 <sup>3</sup>	1.826·10 <sup>3</sup>	1.945·10 <sup>3</sup>	2.185·10 <sup>3</sup>	2.321·10 <sup>3</sup>

$$i := 1..10$$

