

Задачи 2 блока

Сафонов А.А. Вариант 18

Задача 2.1.

Рассчитать плотность линейного теплового потока и построить график распределения температуры в криотрубопроводе, выполненном в виде трубы из нержавеющей стали с диаметрами $d_1/d_2 = 28 / 32$ мм, $\lambda_{ct} = 20$ Вт/мК, покрытой снаружи слоем изоляции толщиной δ_{iz} = « δ_{iz_mm} » мм, λ_{iz} = « λ_{iz} » Вт/мК. Температура внутренней поверхности трубопровода равна T_{c1} = « T_{c1} » $^{\circ}$ С, температура на поверхности изоляции - T_{c2} = « T_{c2} » $^{\circ}$ С.

N var	λ_{iz}	$\delta_{iz, mm}$	T_{c1}	T_{c2}
18	0.43	20	-95	8

$$\lambda_{iz} := 0.43 \quad \lambda_{ct} := 20 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}} \quad d_1 := 28 \text{ мм}$$

$$\delta_{iz} := 20 \text{ мм} \quad d_2 := 32 \text{ мм}$$

$$T_{c1} := -95 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

$$T_{c2} := 8 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Плотность линейного теплового потока:

$$q_l := \frac{2 \cdot \pi \cdot (T_{c2} - T_{c1})}{\frac{1}{\lambda_{ct}} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{\lambda_{iz}} \cdot \ln\left(\frac{d_2 + 2 \cdot \delta_{iz}}{d_2}\right)} = 341.954 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

Температура внутренней стенки цилиндра:

$$T_{ct} := T_{c2} - \frac{q_l}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}} \cdot \ln\left(\frac{d_2 + 2 \cdot \delta_{iz}}{d_2}\right) = -94.637 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Распределение температуры в стенке трубы:

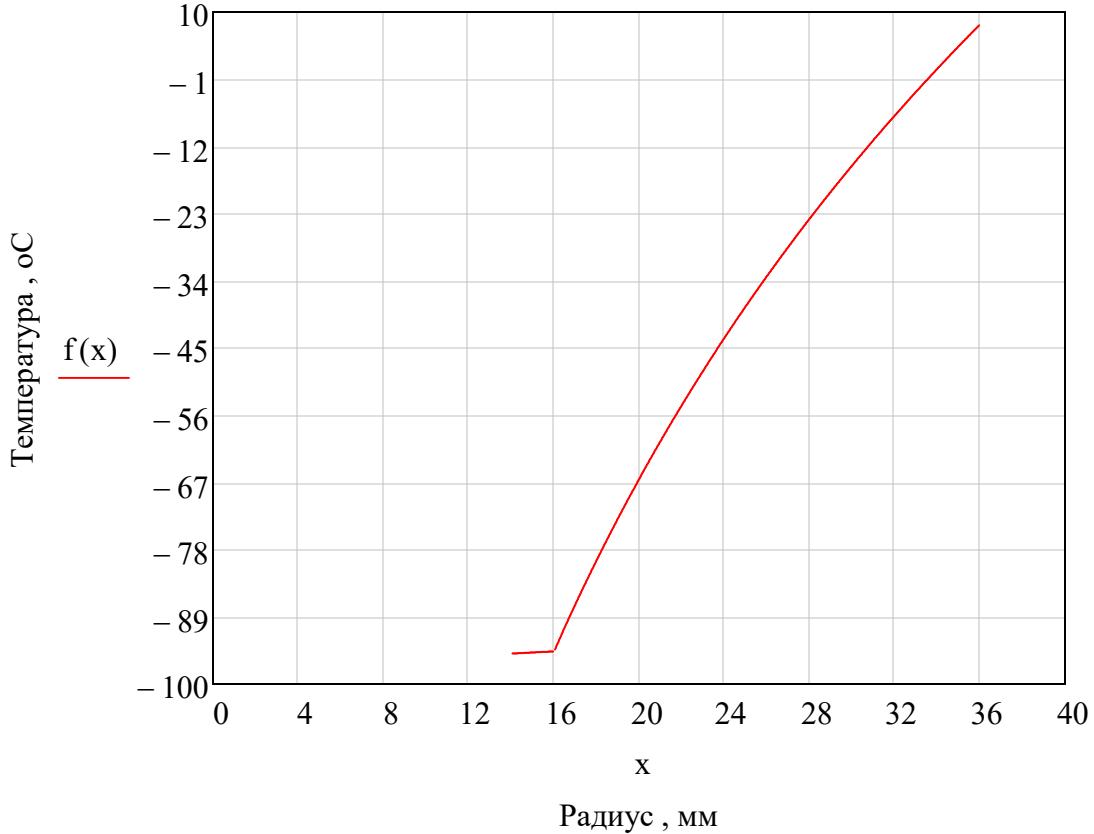
$$T(x) := T_{c1} - \frac{T_{c1} - T_{ct}}{\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \cdot \ln\left(\frac{x}{\frac{d_1}{2}}\right)$$

Распределение температуры в слое изоляции:

$$T_1(x) := T_{ct} - \frac{T_{ct} - T_{c2}}{\ln\left(\frac{d_2 + 2 \cdot \delta_{iz}}{d_2}\right)} \cdot \ln\left(\frac{x}{\frac{d_2}{2}}\right)$$

$$f(x) := \begin{cases} T(x) & \text{if } \frac{d_1}{2} < x \wedge x < \frac{d_2}{2} \\ T_1(x) & \text{if } \frac{d_2}{2} < x \wedge x < \frac{d_2}{2} + \delta_{iz} \end{cases}$$

График распределения температуры в стенке



Задача 2.2.

Вычислить допустимую силу тока в медном проводе диаметром $d = \text{«d_мм»}$ мм при условии, что максимальная температура меди не должна превышать $T_{\max} = 80^{\circ}\text{C}$, для четырех случаев:

1. Провод находится в воздушной среде при температуре $T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$, коэффициент теплоотдачи на наружной поверхности равен $\alpha_1 = \text{«\alpha1»}$ Вт/м²К.

1.1 Провод без изоляции.

1.2 Провод покрыт слоем резиновой изоляции толщиной $\delta_{\text{из}} = \text{«\deltaиз_мм»}$ мм.

2. Провод охлаждается водой с температурой $T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$, Коэффициент теплоотдачи на наружной поверхности равен $\alpha_2 = \text{«\alpha2»}$ Вт/м²К.

2.1 Провод без изоляции.

2.2 Провод покрыт слоем резиновой изоляции толщиной $\delta = \text{«\deltaиз_мм»}$ мм.

Коэффициент теплопроводности резины равен $\lambda_{\text{из}} = 0,16$ Вт/мК, удельное электрическое сопротивление меди $\rho_m = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Для всех рассмотренных случаев построить графики распределения температур. Объяснить полученные результаты.

N var	d, мм	δиз, мм	α1	α2
18	2.2	0.9	11	960

$$d := 0.0022 \text{ м} \quad T_{\max} := 80 \text{ oC} \quad \rho := 1.7 \cdot 10^{-8}$$

$$\delta_{\text{из}} := 0.0009 \text{ мм} \quad T_{\infty} := 20 \text{ oC} \quad \delta := \delta_{\text{из}} \text{ по условию}$$

$$\alpha_1 := 11$$

$$r_0 := \frac{d}{2} = 1.1 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_2 := 960$$

$$\lambda_m := 394 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

Провод находится в воздушной среде:

1) Без изоляции

$$T_{\max} := \frac{q_v \cdot r_0}{\alpha_1 \cdot 2} + T_{\infty} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \quad \text{где} \quad \frac{q_v \cdot r_0}{\alpha_1 \cdot 2} + T_{\infty} = ■ \cdot T_c$$

Отсюда объемная плотность теплового потока:

$$q_v := \frac{T_{\max} - T_{\infty}}{\frac{r_0}{\alpha_1 \cdot 2} + \frac{r_0^2}{4 \cdot \lambda_m}} = 1.2 \times 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$$

Расчитаем допустимую силу тока:

$$q_v := \frac{Q}{V} = I^2 \frac{\rho l}{S} \quad \text{Расчетная формула}$$

$$S := \pi \cdot r_0^2 = 3.801 \times 10^{-6}$$

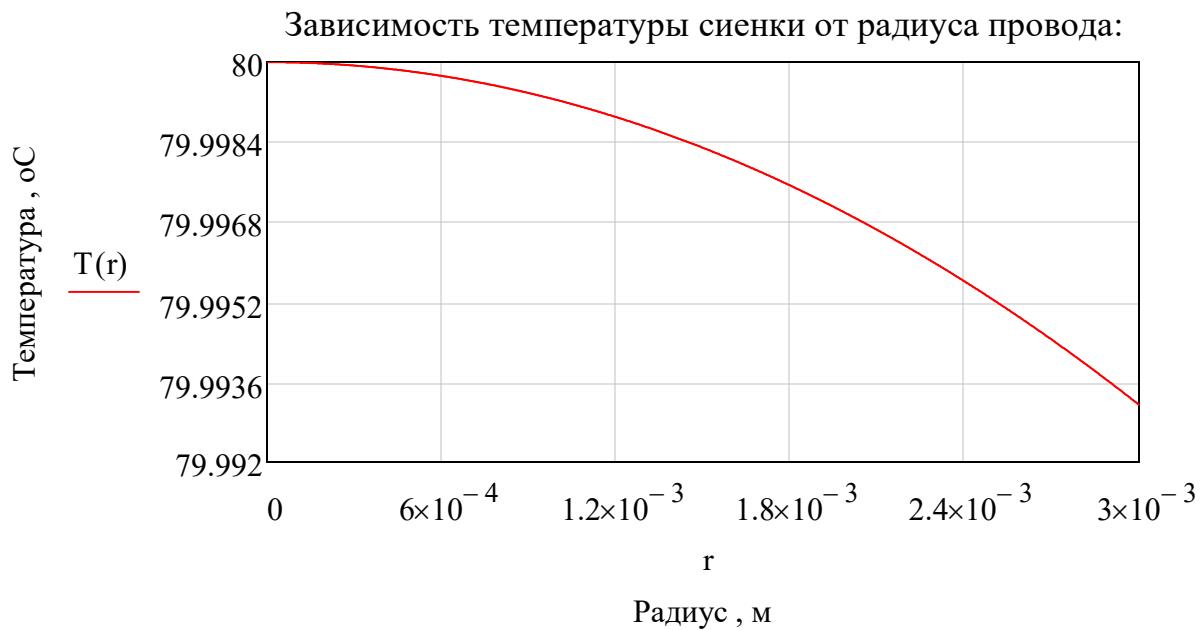
$$I := S \cdot \sqrt{\frac{q_v}{\rho}} = 31.937 \text{ A}$$

Найдем температуру стенки:

$$T_c := \frac{q_v \cdot r_0}{2 \cdot \alpha_1} + T_{ж} = 79.999 \text{ °C}$$

Зависимость температуры сиенки от радиуса провода:

$$T(r) := T_c + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$



2) С резиновой изоляцией

$$q_l := \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{из}} \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{из}}{r_0}\right)}$$

$$q_l := \alpha_1 \cdot (T_{c2} - T_{ж}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot (r_0 + \delta)$$

Отсюда:

$$T_{c1} - T_{ж} = \frac{q_l}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{1}{\alpha_1 \cdot (r_0 + \delta)} + \frac{1}{\lambda_{из}} \ln \cdot \left(\frac{r_0 + \delta_{из}}{r_0} \right) \right]$$

Температура поверхности провода:

$$T_{c1} := T_{c2} + \frac{q_l \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{из}}{r_0}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{из}}$$

Найдем температуру наружной поверхности изоляции:

$$\text{при } q_l = \cdot q_v \cdot r_0^2 \cdot \pi$$

$$T_{c1} := T_{ж} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{2} \cdot \left[\frac{1}{\alpha_1 \cdot (r_0 + \delta)} + \frac{\ln\left(\frac{r_0 + \delta_{из}}{r_0}\right)}{\lambda_{из}} \right]$$

Найдем распределение температуры в проводе:

$$T_1(r) := T_{c1} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

$$q_v := \frac{q_l}{\pi \cdot r_0^2}$$

$$q_w := \frac{2(T_{max} - T_k)}{r_0^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \lambda_m} + \frac{1}{\alpha_1 \cdot (r_0 + \delta)} + \frac{\ln\left(\frac{r_0 + \delta}{r_0}\right)}{\lambda_{iz}} \right]} = 2.117 \times 10^6 \frac{Bt}{m^3}$$

Найдем допустимую силу тока:

$$I := S \cdot \sqrt{\frac{q_v}{\rho}} = 42.42 \text{ A}$$

Линейная плотность теплового потока в изоляции:

$$q_i := q_v \cdot r_0^2 \cdot \pi = 8.047 \frac{Bt}{m}$$

Температура наружной поверхности изоляции:

$$T_{c2} := T_k + \frac{q_l}{\alpha_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (r_0 + \delta)} = 78.218$$

Температура поверхности провода:

$$T_{cl} := T_{c2} + \frac{q_l \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{iz}}{r_0}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}} = 79.998$$

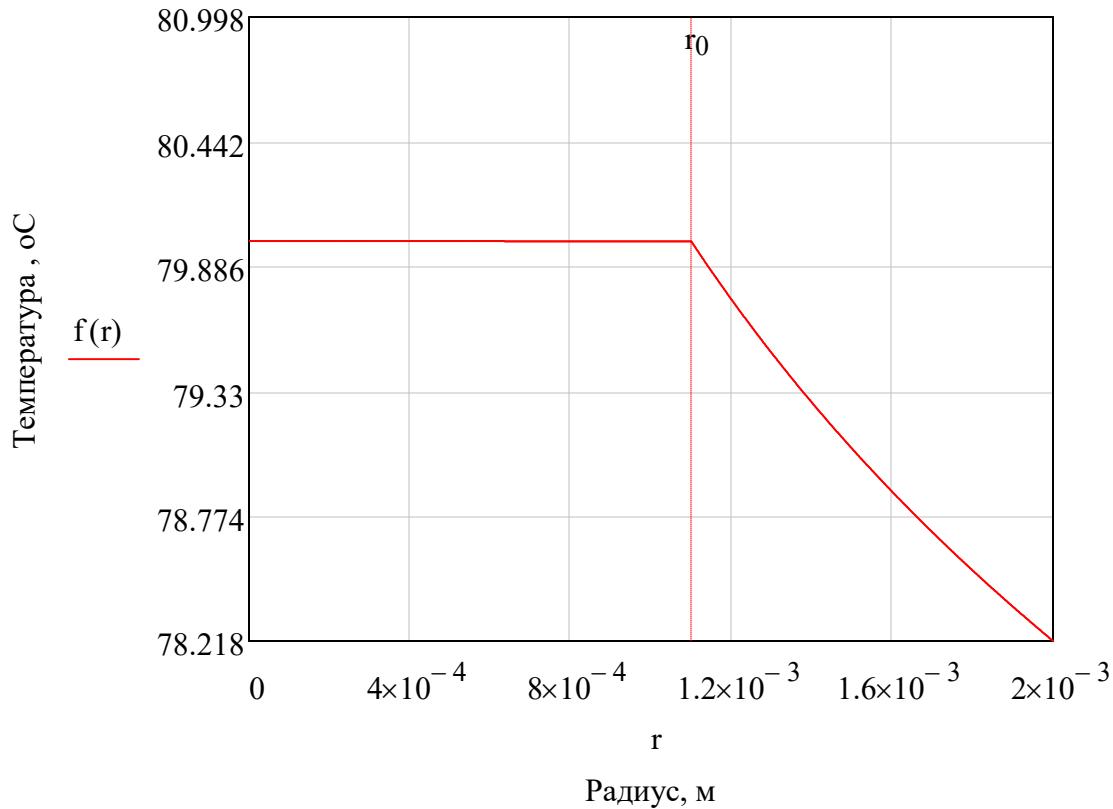
Распределение температур в проводе:

$$T_1(r) := T_{c1} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Распределение температур в изоляции:

$$T_2(r) := T_{c1} - \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\ln\left(\frac{r_0 + \delta}{r_0}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

$$f(r) := \begin{cases} T_1(r) & \text{if } (0 \leq r \wedge r \leq r_0) \\ T_2(r) & \text{if } (r_0 \leq r \wedge r \leq r_0 + \delta) \end{cases}$$



Провод находится в воде при температуре $T_{ж} = 20$:

1) Без изоляции

$$q := \alpha_2(T_c - T_{ж})$$

$$q := \frac{q_v \cdot r_0}{2}$$

отсюда $T_c := \frac{q_v \cdot r_0}{2 \cdot \alpha_2} + T_{ж}$

Выразим максимально допустимую температуру:

$$T_{max} := T_c + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m}$$

Найдем q_v :

$$q_v := \frac{\frac{T_{max} - T_{ж}}{r_0} \cdot \frac{2}{r_0}}{\frac{1}{\alpha_2} + \frac{2 \cdot \lambda_m}{r_0}} = 1.046 \times 10^8 \frac{B_T}{m^3}$$

$$q_v := \frac{I^2}{S^2} \cdot \rho$$

Из этой системы найдем максимально допустимый ток:

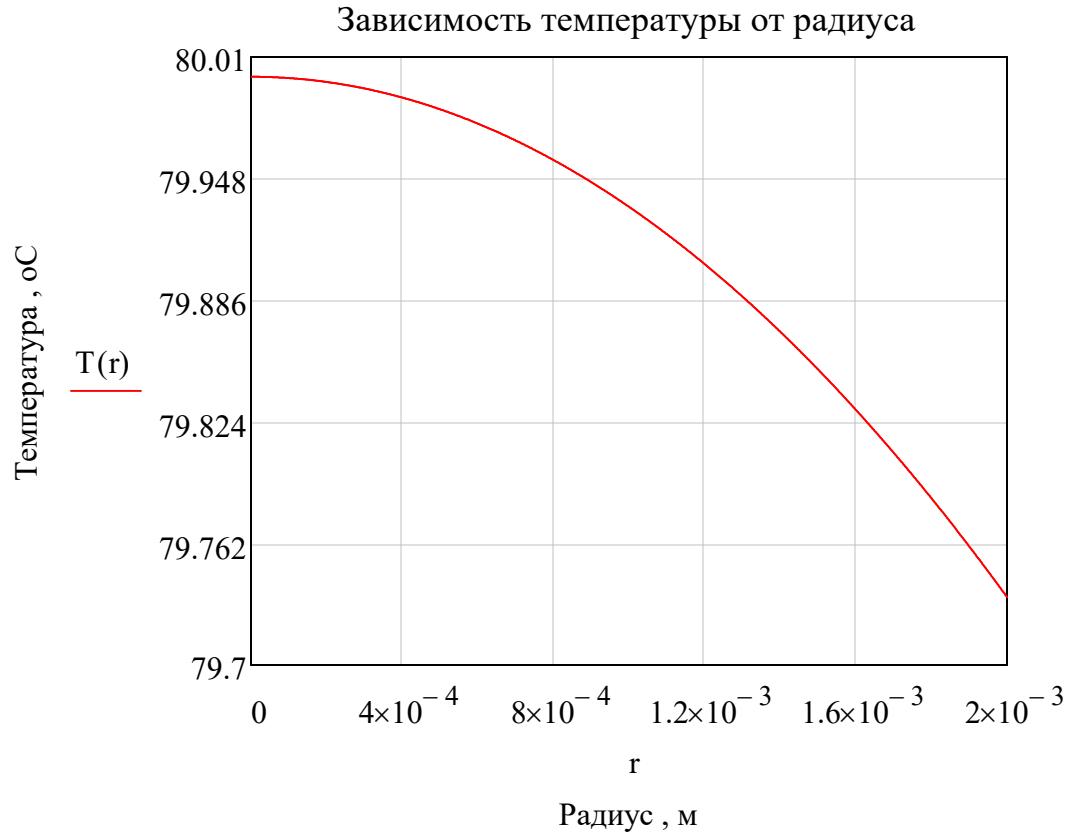
$$I := \pi \cdot r_0^2 \cdot \sqrt{\frac{q_v}{\rho}} = 298.16 \text{ A}$$

Выразим температуру стенки:

$$T_w := \frac{q_v \cdot r_0}{2 \cdot \alpha_2} + T_{ж} = 79.92 \text{ } ^\circ C$$

Построим график зависимости температуры от радиуса:

$$T(r) := T_c + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$



2) С изоляцией

$$d_{kp} := \frac{2 \cdot \lambda_{iz}}{\alpha_2} = 8.958 \times 10^{-4} \text{ мм}$$

меньше r_0 значит уменьшение теплоотдачи

Найдем температуру поверхности провода;

$$T_{c1} := T_{c2} + \frac{q_l \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{iz}}{r_0}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}}$$

$$q_l := \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}} \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{iz}}{r_0}\right)}$$

и $q_v := \alpha_2 \cdot (T_{c2} - T_{\infty}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot (r_0 + \delta)$

Отсюда:

$$T_{av} := T_{\infty} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{2} \cdot \left[\frac{1}{\alpha_2 \cdot (r_0 + \delta)} + \frac{\ln\left(\frac{r_0 + \delta_{iz}}{r_0}\right)}{\lambda_{iz}} \right]$$

Распределение температуры:

$$T_2(r) := T_{c1} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Найдем q_v :

$$q_v := \frac{2(T_{\max} - T_{\kappa})}{r_0^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \lambda_m} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot (r_0 + \delta)} + \frac{\ln\left(\frac{r_0 + \delta}{r_0}\right)}{\lambda_{iz}} \right]} = 5.186 \times 10^7 \frac{B_T}{m^3}$$

Найдем допустимый ток в провожде:

$$I := \pi \cdot r_0^2 \cdot \sqrt{\frac{q_v}{\rho}} = 209.951 \text{ A}$$

Найдем q_l :

$$q_l := q_v \cdot \pi \cdot r_0^2 = 197.128 \frac{B_T}{m}$$

Температура внешней пов-сти изоляции:

$$T_{c2} := T_{\kappa} + \frac{q_l}{\alpha_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (r_0 + \delta)} = 36.341 \text{ oC}$$

Температура пов-сти провода:

$$T_{c1} := T_{c2} + \frac{q_l \cdot \ln\left(\frac{r_0 + \delta_{iz}}{r_0}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}} = 79.96 \text{ oC}$$

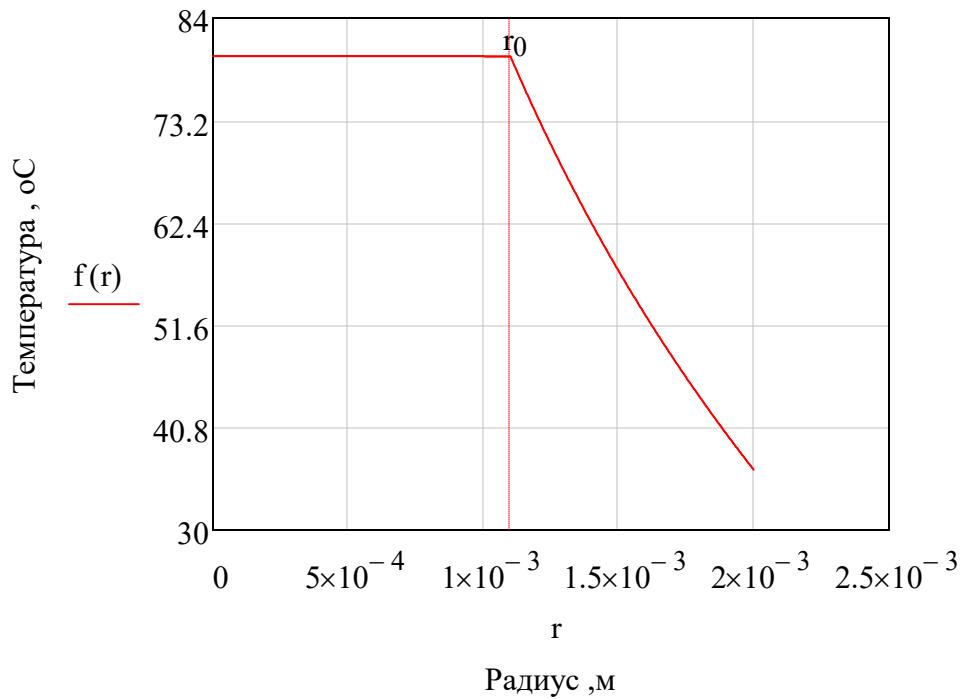
Распределение температур в проводе:

$$T_1(r) := T_{c1} + \frac{q_v \cdot r_0^2}{4 \cdot \lambda_m} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Распределение температур в изоляции:

$$T_2(r) := T_{c1} - \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\ln\left(\frac{r_0 + \delta}{r_0}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$$

$$f(r) := \begin{cases} T_1(r) & \text{if } (0 \leq r \wedge r \leq r_0) \\ T_2(r) & \text{if } (r_0 \leq r \wedge r \leq r_0 + \delta) \end{cases}$$



Вывод: В воздухе увеличение теплоизоляционного слоя приведет к росту тепловых потерь , в воде же увеличение теплозоляционного слоя будет эффективно из-за уменьшения тепловых потерь.

Задача 2.3.

Полый цилиндрический твэл изготовлен из таблеток UO₂ с размерами $d_1 = «d1_мм»$ мм и $d_2 = «d2_мм»$ мм, помещенных в оболочку из нержавеющей стали толщиной $\delta = «\delta_мм»$ мм. Рассчитать максимальную температуру в твэле, если мощность внутренних источников тепла равна $q_v = «q_v» \cdot 10^8$ Вт/м³, а отвод тепла от твэла осуществляется только с наружной поверхности, на которой заданы граничные условия: $T_{ж} = «T_{ж}»$ °C и $\alpha_2 = «\alpha»$ Вт/м²К. Коэффициент теплопроводности двуокиси урана $\lambda_{топ} = [5500/(560 + T) + 0,942 \cdot 10^{-10} T^3]$ Вт/мК (здесь Т в градусах К), коэффициент теплопроводности нержавеющей стали равен $\lambda_{ст} = 19$ Вт/мК, термическое сопротивление между топливом и оболочкой равно $R_t = 2 \cdot 10^{-5}$ м²К/Вт. Построить график распределения температуры в твэле.

N var	d1, мм	d2, мм	δ, мм	α	Tж	qv
18	4	14	0.5	12200	430	5

$$d_1 := 0.004 \text{ м}$$

$$q_v := 5 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$$

$$d_2 := 0.014 \text{ м}$$

$$\lambda_{ст} := 19 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$$

$$\delta := 0.0005 \text{ м}$$

$$\alpha := 12200 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}$$

$$T_{ж.} := 430 \text{ °C}$$

$$R_t := 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2\text{К}}{\text{Вт}}$$

$$\lambda_{топ}(T) := \frac{5500}{560 + T} + 0.942 \cdot 10^{-10} \cdot T^3$$

$$r_1 := \frac{d_1}{2} = 2 \times 10^{-3}$$

$$r_2 := \frac{d_2}{2} = 7 \times 10^{-3}$$

Линейная плотность теплового потока:

$$q_l := q_v \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = 7.069 \times 10^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

$$q_l := (T_{c4} - T_{ж}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot (r_2 + \delta)$$

Выразим температуру на поверхности изоляции:

$$T_{c4} := T_{ж.} + \frac{q_l}{2 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot (r_2 + \delta)} = 552.951 \quad \text{oC}$$

Выразим температуру внутри изоляции:

$$T_{c3} := \frac{q_l \cdot \ln\left(\frac{r_2 + \delta}{r_2}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{ct}} + T_{c4} = 593.802 \quad \text{oC}$$

Выразим внешнюю температуру твэла:

$$T_{c2} := T_{c3} + \frac{q_l \cdot R_t}{2 \cdot \pi \cdot r_2} = 625.945 \quad \text{oC}$$

Запишем уравнение теплопроводности:

$$\frac{1}{r} \cdot \left[\frac{d}{dr} \left[r \cdot \left(\frac{d}{dr} \Lambda \right) \right] + q_v \right] = 0$$

$$\Lambda_{c2} := \int_0^{T_{c2}+273} \lambda_{top}(T) dT = 5.282 \times 10^3$$

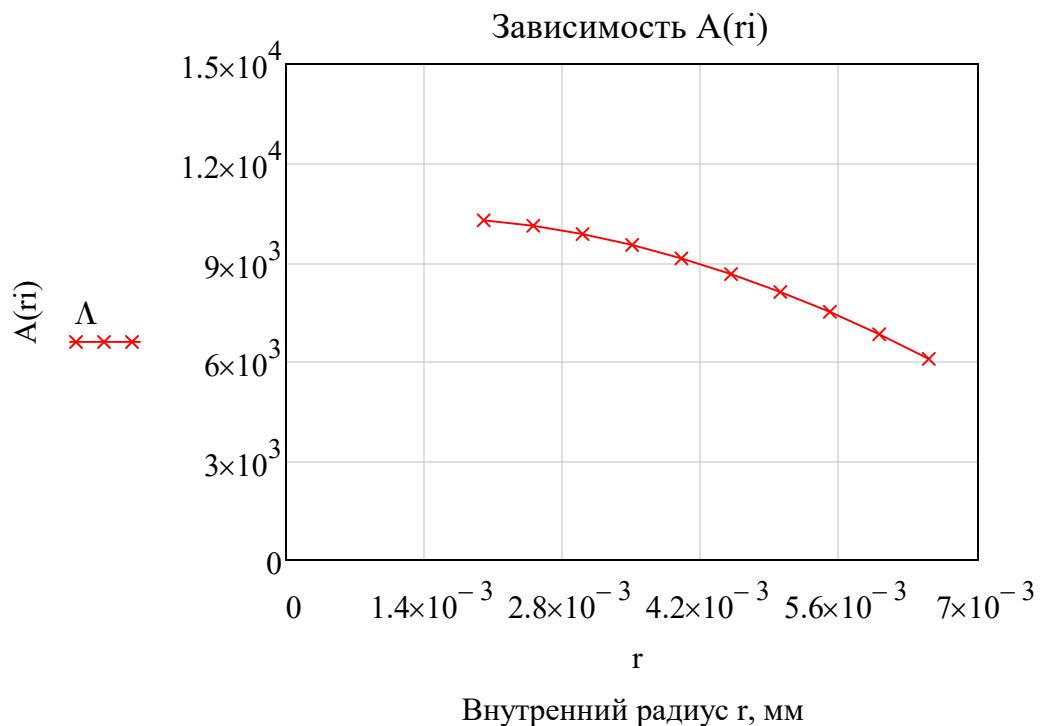
$$\Lambda(r) := \frac{q_v}{4} \cdot \left(r_2^2 - r^2 - r_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) \right) + \Lambda_{c2}$$

$$r := \begin{cases} r_0 \leftarrow r_1 \\ \text{for } i \in 1, 2 .. 9 \\ \quad r_i \leftarrow r_{i-1} + 0.0005 \\ \end{cases} = \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 2 \cdot 10^{-3} \\ \hline 1 & 2.5 \cdot 10^{-3} \\ \hline 2 & 3 \cdot 10^{-3} \\ \hline 3 & 3.5 \cdot 10^{-3} \\ \hline 4 & 4 \cdot 10^{-3} \\ \hline 5 & 4.5 \cdot 10^{-3} \\ \hline 6 & 5 \cdot 10^{-3} \\ \hline 7 & 5.5 \cdot 10^{-3} \\ \hline 8 & 6 \cdot 10^{-3} \\ \hline 9 & 6.5 \cdot 10^{-3} \\ \hline \end{array}}$$

Разобьем радиус с шагом 0,0005м

$\Lambda := \begin{cases} \text{for } i \in 0, 1..9 \\ \quad A_i \leftarrow \Lambda(r_i) \\ \end{cases} = A$

	0
0	$1.028 \cdot 10^4$
1	$1.011 \cdot 10^4$
2	$9.858 \cdot 10^3$
3	$9.529 \cdot 10^3$
4	$9.127 \cdot 10^3$
5	$8.655 \cdot 10^3$
6	$8.114 \cdot 10^3$
7	$7.505 \cdot 10^3$
8	$6.83 \cdot 10^3$
9	$6.089 \cdot 10^3$



Найдем температуры для каждого радиуса:

		0
0		$2.506 \cdot 10^3$
1		$2.454 \cdot 10^3$
2		$2.374 \cdot 10^3$
3		$2.268 \cdot 10^3$
4		$2.134 \cdot 10^3$
5		$1.972 \cdot 10^3$
6		$1.784 \cdot 10^3$
7		$1.575 \cdot 10^3$
8		$1.351 \cdot 10^3$
9		$1.123 \cdot 10^3$

$$T := \begin{cases} T_0 \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 0, 1..9 \\ \quad T_i \leftarrow \text{root} \left(\int_0^T \lambda_{\text{top}}(T) dT - \Lambda_i, T, -1, 3000 \right) \\ \end{cases} = T$$

Для построения общей зависимости добавим в таблицы данные для $r1$, $r2$ и $r2 + 6$

$r :=$	$\begin{pmatrix} 0.002 \\ 0.0025 \\ 0.003 \\ 0.0035 \\ 0.004 \\ 0.0045 \\ 0.005 \\ 0.0055 \\ 0.006 \\ 0.0065 \\ 0.007 \\ 0.007 \\ 0.0075 \end{pmatrix}$	$T := \begin{pmatrix} 2506.17706706284 \\ 2453.90880615734 \\ 2374.35589527407 \\ 2267.74948359109 \\ 2133.6461001809 \\ 1971.98119076499 \\ 1784.27678585426 \\ 1574.82673729474 \\ 1351.10510361893 \\ 1122.66629976337 \\ T_{c2} + 273 \\ T_{c3} + 273 \\ T_{c4} + 273 \end{pmatrix}$
--------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Зависимость температуры от радиуса

