Задача 1.1.

Определить плотность теплового потока через плоскую стенку толщиной δ = «δ_мм» для трех случаев:

а) стенка стальная, λ = «λ1» Вт/мК;

б) стенка бетонная, λ =«λ2» Вт/мК;

в) стенка из диатомитового кирпича , λ = «λ3» Вт/мК;

Построить график изменения температуры в стенке. Температуры на поверхностях стенки равны:

T_{c1} = «Tc1»°C, T_{c2} = «Tc2» °C.

N var	λ1	λ2	λ3	δ, мм	Tc1	Tc2
18	30	0.7	0.05	110	15	-10

$\lambda_1 := 30 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}} \quad \lambda_2 := 0.7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}} \quad \lambda_3 := 0.05 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}} \quad \delta := 0.11 \ \text{м} \quad T_{c1} := 15 \text{ oC} \quad T_{c2} := -10 \text{ oC}$

$T_{c1} := T_{c1} + 273 = 288 \text{ K}$

$T_{c2} := T_{c2} + 273 = 263 \text{ K}$

Общее решение для стационарного температурного поля:

$$T(x) := \frac{-q_v}{\lambda} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{C_1}{\lambda} \cdot x + C_2$$

Граничные условия 1 рода:

$q_v := 0$

$$T(\delta) := \frac{-q_v}{\lambda} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{C_1}{\lambda} \cdot x + C_2$$

При δ=0 ,T(0) = C.2

$C_2 := T_{c1} = 288 \text{ K}$

$$T(x) := T_{c1} - \left(T_{c1} - T_{c2}\right) \cdot \frac{x}{\delta}$$

Расчет плотности теплового потока:

$$q := -\lambda\left(\frac{d}{dx}\cdot T\right)$$

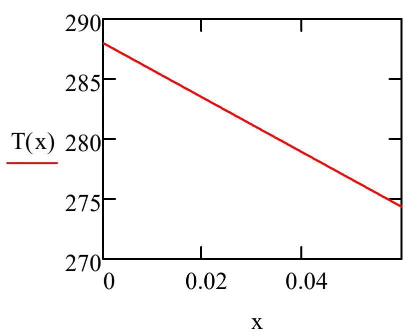
$$q_1 := \lambda_1 \cdot \frac{\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\delta} = 6.818 \times 10^3 \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

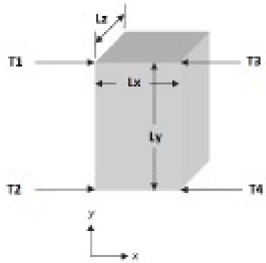
$$q_2 := \lambda_2 \cdot \frac{\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\delta} = 159.091 \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

$$q_3 := \lambda_3 \cdot \frac{\left(T_{c1} - T_{c2}\right)}{\delta} = 11.364 \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Температура в стенке:

$$T(x) := T_{c1} - \left(T_{c1} - T_{c2}\right)\cdot\frac{x}{\delta}$$





Задача 1.2.

Определить величину и направление вектора плотности теплового потока **q** в блоке размерами (Lx=«Lx_см», Ly=«Ly_см», Lz=«Lz_см») из нержавеющей стали с теплопроводностью λ = «λ» Вт/мК, если известны температуры ребер блока:
T_1 = «T1»°C, T_2 = «T2»°C, T_3 = «T3»°C, T_4 =«T4» °C. Передняя и задняя часть блока теплоизолированы. Рассчитайте количество тепла, которое передается через каждую грань блока.

N var	λ	T1	T2	T3	T4	Lx, см	Ly, см	Lz, см
18	11	7	4	2	-1	26	28	29

$\lambda := 11\ \frac{Вт}{мК}$ $\quad T_1 := 7$ $\quad T_2 := 4$ $\quad T_3 := 2$ $\quad T_4 := -1$ $\quad L_x := 0.26\ м$ $\quad L_y := 0.28\ м$ $\quad L_z := 0.29\ м$

$T_1 := T_1 + 273 = 280\ K$

$T_2 := T_2 + 273 = 277\ K$

$T_3 := T_3 + 273 = 275\ K$

$T_4 := T_4 + 273 = 272\ K$

Общий вид решения для нахождения теплового потока через грани:

$$q(L, T_1, T_2) := \frac{(T_1 - T_2)}{L} \cdot \lambda$$

Для верхней грани:

$$q_{x1} := q(L_x, T_1, T_3) = 211.538\ \frac{Вт}{м^2}$$

Для нижней грани:

$$q_{x2} := q(L_x, T_2, T_4) = 211.538\ \frac{Вт}{м^2}$$

Для правой грани:

$$q_{y1} := q(L_y, T_4, T_3) = -117.857\ \frac{Вт}{м^2}$$

Для левой грани:

$$q_{y2} := q\left(L_y, T_2, T_1\right) = -117.857 \frac{\text{Вт}}{2}$$

Передняя и задняя стенки изолированы,поэтому:

$$q_{z1} := 0$$

$$q_{z2} := q_{z1} = 0$$

Направление плотности теплового потока:

$$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{q_{y2}}{q_{x1}}\right) = -0.508$$

$$q_w := \frac{q_{x1}}{\cos(\alpha)} = 242.155$$

Количество теплоты через каждую грань:

$$Q(q, S) := q \cdot S$$

$$Q_{x1} := Q\left(q_{x1}, L_x \cdot L_z\right) = 15.95\ \text{Вт}$$

$$Q_{x2} := Q\left(q_{x2}, L_x \cdot L_z\right) = 15.95\ \text{Вт}$$

$$Q_{y1} := Q\left(q_{y1}, L_y \cdot L_z\right) = -9.57\ \text{Вт}$$

$$Q_{y2} := Q\left(q_{y2}, L_y \cdot L_z\right) = -9.57\ \text{Вт}$$

$$Q_{z1} := 0$$

тк стенки теплоизолированы

$$Q_{z2} := Q_{z1} = 0$$

Задача 1.3.

Вычислить плотность теплового потока через плоскую стенку и температуры на ее поверхности, если заданы: толщина стенки δ_1=«δ1_мм» мм, коэффициент теплопроводности материала λ_1 = «λ1» Вт/мК, температуры омывающих стенку жидкостей **$T_{ж1}$** = «Тж1» ^{0}С, **$T_{ж2}$** =«Тж2» ^{0}С и соответствующие коэффициенты теплоотдачи **α_1** = «α1» Вт/м^{2}К и α_2 = «α2» Вт/м^{2}К.

Насколько уменьшится тепловой поток, если в процессе эксплуатации поверхность стенки (с горячей стороны) покроется слоем загрязнения толщиной δ_2= 0,1 мм с коэффициентом теплопроводности λ_2= 0,08 Вт/мК ?

Построить графики распределения температуры для обоих случаев.

N var	λ1	α1	α2	δ1, мм	Тж1	Тж2
18	41	550	1260	5	620	150

$\lambda_1 := 41\ \frac{Вт}{мК}$ $\quad \alpha_2 := 1260\ \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$

$\alpha_1 := 55\ \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ $\quad \delta_1 := 0.005\ м$ $\quad \delta_2 := 0.0001\ м$ $\quad T_{ж1} := 620$ $\quad T_{ж2} := 190$

$T_{ж1} := T_{ж1} + 273 = 89\ К$ $\quad T_{ж2} := T_{ж2} + 273 = 46\ К$ $\quad \lambda_2 := 0.08\ \frac{Вт}{мК}$

Плотность теплового потока через стенку:

$$q_{11} := \frac{(T_{ж1} - T_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta_1}{\lambda_1}} = 1.573 \times 10\ \frac{Вт}{м^2}$$

$$T_{c1} := T_{ж1} - \frac{q_{11}}{\alpha_1} = 607.016\ К$$

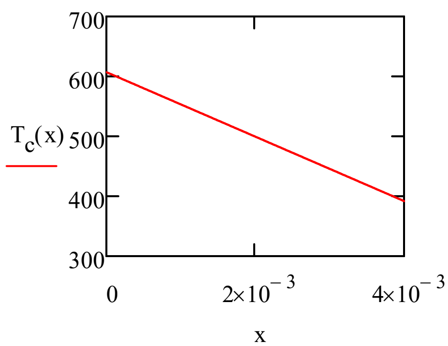
$$T_{c2} := T_{ж2} - \frac{q_{11}}{\alpha_2} = 338.166\ К$$

$$T_c(x) := T_{c1} - \frac{(T_{c1} - T_{c2})}{\delta_1} \cdot x$$

$T_c(0) = 607.016\ \ K$

$T_c(\delta_1) = 338.166\ \ K$

Распределение температуры в стенке:



Плотность теплового потока через стенку с учетом загрязнения:

$$q_{22} := \frac{(T_{ж1} - T_{ж2})}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{1}{\alpha_2} + \dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2}} = 1.079 \times 10^5\ \frac{Вт}{м^2}$$

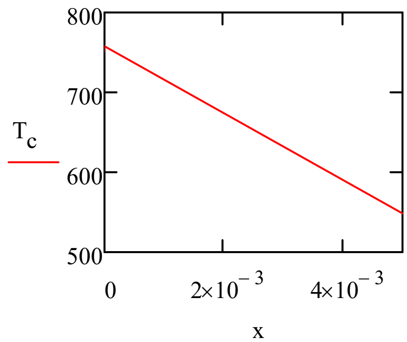
$$T_{c1} := T_{ж1} - \frac{q_{22}}{\alpha_1} = 696.75\ \ K$$

$$T_{c2} := T_{ж1} - \frac{q_{22}}{\lambda_2}\cdot\delta_2 = 758.078\ \ K$$

$$T_{c3} := T_{ж2} + \frac{q_{22}}{\alpha_2} = 548.665\ \ K$$

Распределение температуры в стенке с загрязнением:

$$x := \begin{pmatrix} -\delta_2 \\ 0 \\ \delta_1 \end{pmatrix} \qquad T_c := \begin{pmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \end{pmatrix}$$



Ихменение теплового потока:

$$\Delta q := q_{11} - q_{22} = 4.935 \times 10^{4} \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^{2}}$$

Задача 1.4.

Определить хладопроизводительность холодильной машины, необходимой для поддержания температуры в холодильной камере **Тж1** = **«Тж1»**°С, при температуре окружающего воздуха **Тж2** =«Тж2»°С. Стенка камеры выполнена трехслойной: внутренняя оболочка - стальная, толщиной δ_1= 3 мм, λ_1 = 40 Вт/мК, затем идет слой из стекловаты толщиной δ_2= «δ2_мм» мм, λ_2= 0,056 Вт/мК, внешняя оболочка из гипсолитовых плит имеет толщину δ_3= «δ3_мм» мм и λ_3= 0,43 Вт/мК. Коэффициенты теплоотдачи соответственно равны α_1 = «α1»Вт/м²К и α_2 = «α2» Вт/м²К. Размеры камеры **L1** = «L1_м»м, **L2**= «L2_м»м, **L3** = «L3_м»м. Построить график распределения температуры в стенке камеры.

N var	δ2, мм	δ3, мм	α1	α2	Тж1	Тж2	L1, м	L2, м	L3, м
18	35	4	7	9	-25	35	2.4	3.2	3.6

$\delta_1 := 0.003 \ \text{м}$ $\alpha_1 := 7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ $T_{ж1} := -25 + 273 = 248 \ \text{K}$ $L_1 := 2.4 \ \text{м}$

$\delta_2 := 0.0035 \ \text{м}$ $\alpha_2 := 9 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ $T_{ж2} := 35 + 273 = 308 \ \text{K}$ $L_2 := 3.2 \ \text{м}$

$\delta_3 := 0.004 \ \text{м}$ $L_3 := 3.6 \ \text{м}$

$\lambda_1 := 40 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$

$\lambda_2 := 0.056 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$

$\lambda_3 := 0.43 \ \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$

Плотность теплового потока:

$$q_0 := \frac{\left(T_{ж2} - T_{ж1}\right)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = 184.136 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Температуры стенок:

$$T_{c1} := T_{ж1} + \frac{q_0}{\alpha_1} = 274.305 \ \text{K}$$

$$T_{c4} := T_{ж2} + \frac{q_0}{\alpha_2} = 328.46 \ \text{K}$$

$$T_{c3} := T_{c4} + \frac{q_0}{\lambda_3} \cdot \delta_2 = 329.95\ K$$

$$T_{c2} := T_{c3} + \frac{q_0}{\lambda_2} \cdot \delta_2 = 341.46\ K$$

Количество теплоты через стенки

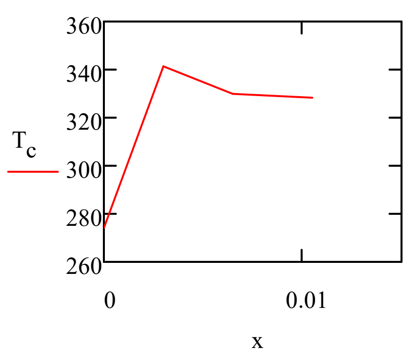
$$Q_{x4} := q_0 \cdot L_2 \cdot L_3 = 2.121 \times 10^3\ \text{Вт}$$

$$Q_{y4} := q_0 \cdot L_1 \cdot L_3 = 1.591 \times 10^3\ \text{Вт}$$

$$Q_{z4} := q_0 \cdot L_2 \cdot L_1 = 1.414 \times 10^3\ \text{Вт}$$

Распределение температуры:

$$T_c := \begin{pmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \\ T_{c4} \end{pmatrix} \qquad x := \begin{pmatrix} 0 \\ \delta_1 \\ \delta_1 + \delta_2 \\ \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \end{pmatrix}$$

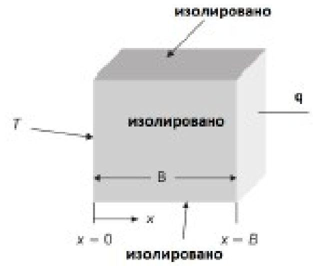


Хладопроизводительность холодильной машины:

$$Q := 2 \cdot q_0 \cdot \left(L_1 \cdot L_2 + L_2 \cdot L_3 + L_1 \cdot L_3\right) = 1.025 \times 10^4\ \text{Вт}$$

Задача 1.5.

В плоской стенке с теплопроводностью
λ = «λ» Вт/мК и толщиной *B*=«B_см» см происходит объемное тепловыделение по закону: $q_v(x) = \Gamma \cdot e^{-\gamma x}$ (Г=«Г_Втм3» Вт/м3, γ=«γ_1м» 1/м). Известна температура стенки на левой поверхности *T*= «T»°C, а также тепловые потери на правой границе q=«q_Втм2» Вт/м^2. Найти максимальную температуру в стенке, количество тепла, выделяемое на ее поверхностях. Построить график распределения температуры и плотности теплового потока в стенке.



N var	λ	B, см	T	q, Вт/м2	Г, Вт/м3	γ, 1/м
18	1.4	115	65	10	230	3.5

$\lambda := 1.4 \quad B := 1.15\ \text{м} \quad T := 65 + 273 = 338\,\text{К} \quad q := 10\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \quad \Gamma := 230\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \quad \gamma := 3.5\ \text{м}^{-1}$

Верхняя, передняя и нижняя стенки теплоизолированы:

$$\frac{d}{dx}\left[\lambda\cdot\left(\frac{d}{dx}\cdot T\right)\right] + q_{v0} =$$

$$\lambda\cdot\left(\frac{d}{dx}\cdot T\right) = \int -\Gamma\cdot e^{-\gamma x}\,dx$$

$$\frac{d}{dx}\cdot T = \frac{\Gamma}{\lambda\cdot\gamma} + C_1$$

$$T(x) = \frac{\Gamma}{\lambda\cdot\gamma}\cdot\int e^{-\gamma\cdot x}\,dx + C_1\cdot x + C_2$$

$$T(x) = \frac{\Gamma}{\lambda\cdot\gamma^2}\cdot e^{-\gamma\cdot x} + C_1\cdot x + C_2$$

$$T(0) := \frac{\Gamma}{\lambda\cdot\gamma^2} + C_2 = T$$

$$C_2 := \frac{\Gamma}{\lambda \cdot \gamma^2} + 338 = 351.411$$

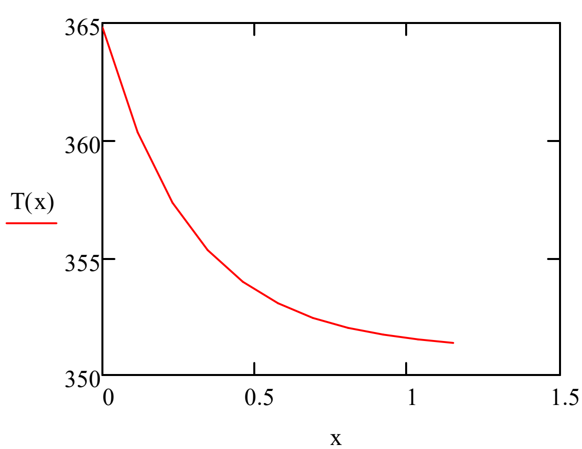
$$q_x := -\lambda \cdot \left(C_1 + \frac{\Gamma}{\lambda \cdot \gamma^2} \cdot e^{-\gamma \cdot B} \right)$$

$$C_1 := -\left(\frac{\Gamma}{\lambda \cdot \gamma^2} \cdot e^{-\gamma \cdot B} \right) - \frac{0}{\lambda} = -0.24$$

$$x := \left| \begin{array}{l} L \leftarrow B - 0 \\ x_0 \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..9 \\ \quad x_{i+1} \leftarrow x_i + \frac{L}{10} \\ \text{return } x \end{array} \right.$$

$$T(x) := \frac{\Gamma}{\lambda \cdot \gamma^2} \cdot e^{-\gamma \cdot x} + C_1 \cdot x + C_2$$

$T(B) = 351.375$ K



$T_{max} := T(0) = 364.822$ К

$T_{min} := T(B) = 351.375$ К

Задача 1.6

Стенка топочной камеры состоит из двух слоев: внутреннего: - толщиной **δ1** = «δ1_мм» мм, изготовленного из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1 = 0{,}28 + 2{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot T$ Вт/мК, и наружного - толщиной **δ2** = «δ2_мм» мм с $\lambda_2 = 0{,}087 + 2{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot T$ Вт/мК, (здесь T в °C). Температура газов внутри камеры равна **$T_{ж1}$** = «Тж1» °C, коэффициент теплоотдачи **α1** = «α1» Вт/м² К. Температура наружного воздуха **$T_{ж2}$** = 35 °C, коэффициент теплоотдачи **α2** = «α2» Вт/м² К.

Рассчитать плотность теплового потока через стенку топочной камеры и температуры на ее поверхностях. Построить график распределения температур.

N var	δ1, мм	δ2, мм	α1	α2	Тж1
18	290	150	47	6	1220

$\delta_1 := 0.29$ м

$\delta_2 := 0.15$ м

$\alpha_1 := 47 \quad \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$

$\alpha_2 := 6 \quad \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$

$T_{ж1} := 1220 + 273 = 1.493 \times 10^3$ K

$T_{ж2} := 35 + 273 = 308$ K

$\lambda_1(T) := 0.28 + 2.2 \cdot 10^{-4} \cdot T \quad \dfrac{\text{Вт}}{\text{мК}}$

$\lambda_2(T) := 0.087 + 2.4 \cdot 10^{-4} \cdot T \quad \dfrac{\text{Вт}}{\text{мК}}$

Эквивалентная теплопроводность:

$$\lambda_{экв}(T) := \frac{1}{T - T_0} \cdot \left(\int_{T_0}^{T} \lambda(T)\, dT \right)$$

Система уравнений имеет вид:

$$q := \alpha_1 \cdot \left(T_{ж1} - T_{c1}\right)$$

$$q := \left(\frac{\lambda_{экв1}}{\delta_1}\right) \cdot \left(T_{c1} - T_{c2}\right)$$

$$q := \left(\frac{\lambda_{экв2}}{\delta_2}\right) \cdot \left(T_{c2} - T_{c3}\right)$$

$q := \alpha_2 \cdot (T_{c3} - T_{ж2})$

$\lambda_{экв1} := \lambda_1\left(\frac{T_{c1} - T_{c2}}{2}\right)$

$\lambda_{экв2} := \lambda_2\left(\frac{T_{c2} - T_{c3}}{2}\right)$

Зададим первые приблптижения для модуля Given Find:

$q := 1000 \ \frac{Вт}{м^2}$

$\lambda_{экв1} := 0 \ \frac{Вт}{мК}$

$\lambda_{экв2} := 0 \ \frac{Вт}{мК}$

$T_{c1} := 1373 \ K$

$T_{c2} := 1373 \ K$

$T_{c3} := 273 \ K$

Подставим в систему уравнений:

Given

$$q = \alpha_1 \cdot (T_{ж1} - T_{c1})$$

$$q = \left(\frac{\lambda_{экв1}}{\delta_1}\right) \cdot (T_{c1} - T_{c2})$$

$$q = \left(\frac{\lambda_{экв2}}{\delta_2}\right) \cdot (T_{c2} - T_{c3})$$

$$q = \alpha_2 \cdot (T_{c3} - T_{ж2})$$

$$\lambda_{экв1} = \lambda_1\left(\frac{T_{c1} - T_{c2}}{2}\right)$$

$$\lambda_{экв2} = \lambda_2\left(\frac{T_{c2} - T_{c3}}{2}\right)$$

$$\mathrm{Find}\left(q, T_{c1}, T_{c2}, T_{c3}, \lambda_{экв1}, \lambda_{экв2}\right) = \begin{pmatrix} 587.033 \\ 1.481 \times 10^{3} \\ 973.499 \\ 405.839 \\ 0.336 \\ 0.155 \end{pmatrix}$$

$$A := \int_{T_0}^{T} \lambda(T)\, dT$$

$$\frac{d}{dx^2} \cdot A = 0$$

Тогда:

$$A(x) := C_1 \cdot x + C_2$$

При T = Tc1

$$A_1 := \int_{273}^{1481} \lambda_1(T)\, dT = 571.312$$

$$C_2 := A_1$$

$$A_1(\delta_1) := C_1 \cdot \delta_1 + C_2$$

При T = Tc2

$$A_2 := \int_{273}^{973.499} \lambda_1(T)\, dT = 292.189$$

$$C_1 := \left(\frac{A_2 - C_2}{\delta_1}\right) = -962.493$$

$$A_1(x) := C_1 \cdot x + C_2$$

Приближения для второго слоя:

$C_3 := 1$

$C_4 := 1$

Given

$$C_3 \cdot \delta_1 + C_4 = \int_{273}^{973.499} \lambda_2(T)\, dT$$

$$\mathrm{Find}(C_3, C_4) = \begin{pmatrix} 254.876 \\ 91.81 \end{pmatrix}$$

$A_2(x) := C_3 \cdot x + C_4$

Given

$T_1 := 1273 \qquad T_2 := 1273 \qquad T_3 := 1273$

К

$T_4 := 1273 \qquad T_5 := 1273 \qquad T_6 := 1273$

$$A_1\left(\frac{\delta_1}{4}\right) = \int_{273}^{T_1} \lambda_1(T)\, dT$$

$$A_1\left(\frac{\delta_1}{2}\right) = \int_{273}^{T_2} \lambda_1(T)\, dT$$

$$A_1(0.75\delta_1) = \int_{273}^{T_3} \lambda_1(T)\, dT$$

$$A_2\left(\delta_1 + \frac{\delta_2}{4}\right) = \int_{273}^{T_4} \lambda_1(T)\, dT$$

$$A_2\left(\delta_1 + \frac{\delta_2}{2}\right) = \int_{273}^{T_5} \lambda_1(T)\, dT$$

$$A_2\left(\delta_1 + 0.75\cdot\delta_2\right) = \int_{273}^{T_6} \lambda_1(T)\, dT$$

$$\mathrm{Find}\left(T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6\right) = \begin{pmatrix} 1.481 \times 10^3 \\ 1.481 \times 10^3 \\ 1.481 \times 10^3 \\ 276.899 \\ 277.009 \\ 277.119 \end{pmatrix}$$

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta_1}{4} \\ \frac{\delta_1}{2} \\ 0.75\delta_1 \\ \delta_1 + \frac{\delta_2}{4} \\ \delta_1 + \frac{\delta_2}{2} \\ \delta_1 + 0.75\cdot\delta_2 \end{pmatrix}$$

$$T := \begin{pmatrix} 1.481\cdot 10^3 \\ 1481 \\ 1481 \\ 1481 \\ 973.499 \\ 276.899 \\ 277.009 \\ 277.119 \\ 405.839 \end{pmatrix}$$

Распределение температуры: