

Рассчитать численным методом нестационарное температурное поле в плоском твэле, представляющем собой плоскую пластину с внутренними источниками тепла в защитной оболочке, предотвращающей контакт топлива с теплоносителем.

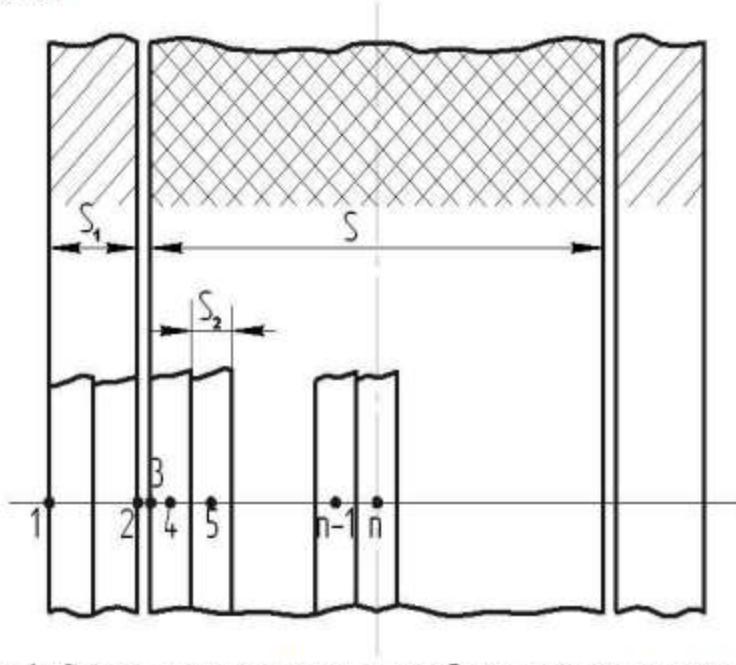


Рис. 1. Схема, иллюстрирующая разбиение твэла на элементы

Принятые обозначения (см. рис. 1):

Толщина топливной пластины – S (мм), толщина оболочки – S_1 (мм), коэффициенты теплопроводности оболочки и пластины соответственно λ_1 и λ_2 ($\text{Вт}/\text{м}\text{К}$), плотности и теплоемкости – соответственно ρ_1 , ρ_2 ($\text{кг}/\text{м}^3$) и c_{p1} , c_{p2} ($\text{Дж}/\text{кг}\text{К}$). Термическое контактное сопротивление между пластиной и оболочкой – r_t ($\text{м}^2\text{К}/\text{Вт}$). В пластине действуют внутренние источники тепла интенсивностью q_V ($\text{Вт}/\text{м}^3$). На поверхности оболочки заданы граничные условия 3 рода – коэффициент теплоотдачи α ($\text{Вт}/\text{м}^2\text{К}$) и температура охлаждающего теплоносителя – T_∞ ($^\circ\text{C}$).

№ параметра	S_1	S , мм	λ_1	ρ_1	c_{p1}	λ_2	ρ_2	c_{p2}	$q_V \cdot 10^{10}$, $\text{Вт}/\text{м}^3$	α	$r_t \cdot 10^6$	T_∞	Причина нестационарности
	мм	мм	$\text{Вт}/\text{м}\text{К}$	$\text{кг}/\text{м}^3$	$\text{Дж}/\text{кг}\text{К}$	$\text{Вт}/\text{м}\text{К}$	$\text{кг}/\text{м}^3$	$\text{Дж}/\text{кг}\text{К}$	$\text{Вт}/\text{м}^3$	$\text{Вт}/\text{м}^2\text{К}$	$\text{м}^2\text{К}/\text{Вт}$	$^\circ\text{С}$	1

18	0.8	8.2	25	6550	310	2.2	10200	495	3	5000	20	310	qv=4*10^8	Tg=410
----	-----	-----	----	------	-----	-----	-------	-----	---	------	----	-----	-----------	--------

ORIGIN := 1

n := 10 - число узловых точек

$\Delta t := 1$ [с] - шаг по времени

Дано:

$$\begin{aligned} S1 &:= 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ [M]} & \lambda 1 &:= 25 \text{ [Вт/мК]} & \rho 1 &:= 6550 \text{ [кг/м}^3\text{]} & Cp1 &:= 310 \text{ [Дж/кгК]} \\ S_2 &:= 8.2 \cdot 10^{-3} \text{ [M]} & \lambda 2 &:= 2.2 \text{ [Вт/мК]} & \rho 2 &:= 10200 \text{ [кг/м}^3\text{]} & Cp &:= 495 \text{ [Дж/кгК]} \\ qv1 &:= 3 \cdot 10^8 \text{ [Вт/м}^3\text{]} & \alpha &:= 5000 \text{ [Вт/м}^2\text{К]} & r_t &:= 20 \cdot 10^{-6} \text{ [м}^2\text{К/Вт]} & Tg &:= 310 \text{ [°C]} \end{aligned}$$

Решение:

Причины нестационарности:

$$qv2 := 4 \times 10^8 \text{ [Вт/м}^3\text{]}$$

$$Tg2 := 410 \text{ [°C]}$$

Решение:

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.72 \\ 1.37 \\ 2.01 \\ 2.66 \\ 3.3 \\ 3.95 \\ 4.6 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \quad T0 := \begin{pmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 1000 \\ 1200 \\ 1400 \\ 1600 \\ 1800 \\ 2000 \\ 2200 \end{pmatrix}$$

толщина топливной пластины

$$S2 := \frac{S}{13} = 0.000631$$

Расчет коэффициентов дискретных аналогов в уравнении:

$$a_i \cdot T_{i,k} = b_i \cdot T_{i-1,k} + c_i \cdot T_{i+1,k} + d_j$$

$$b_1 := 0 \quad c_1 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad a0_1 := \frac{\rho 1 \cdot Cp1 \cdot S1}{2 \Delta t} \quad a_1 := a0_1 + c_1 + \alpha$$

$$b_2 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad c_2 := \frac{1}{r_t} \quad a0_2 := a0_1 \quad a_2 := a0_2 + b_2 + c_2$$

$$\begin{aligned}
 b_3 &:= \frac{1}{rt} & c_3 &:= \frac{2\lambda^2}{S2} & a0_3 &:= 0 & a_3 &:= b_3 + c_3 \\
 b_4 &:= \frac{2\lambda^2}{S2} & c_4 &:= \frac{\lambda^2}{S2} & a0_4 &:= \frac{\rho^2 \cdot Cp \cdot S2}{\Delta t} & a_4 &:= a0_4 + b_4 + c_4
 \end{aligned}$$

i := 5 .. n - 1

$$\begin{aligned}
 b_i &:= \frac{\lambda^2}{S2} & c_i &:= \frac{\lambda^2}{S2} & a0_i &:= \frac{\rho^2 \cdot Cp \cdot S2}{\Delta t} & a_i &:= a0_i + b_i + c_i \\
 b_n &:= \frac{2 \cdot \lambda^2}{S2} & c_n &:= 0 & a0_n &:= \frac{\rho^2 \cdot Cp \cdot S2}{\Delta t} & a_n &:= a0_n + b_n
 \end{aligned}$$

Расчет первого прогоночного коэффициента:

$$u_1 := \frac{c_1}{a_1} \quad i := 2..10 \quad u_i := \frac{c_i}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$$

```

T(T0) := | m ← 1
           | eps ← 1
           | k ← 1
           | for i ∈ 1..10
             |   Ti, 1 ← T0i
           | while eps > 10-1
             |   k ← k + 1
             |   d1 ← a01 · T1, k-1 + α · Tg
             |   d2 ← a02 · T2, k-1
             |   d3 ← 0
             |   d4 ← a04 · T4, k-1 + qv1 · S2
             |   for i ∈ 5..10
               |     di ← a0i · Ti, k-1 + qv1 · S2
             |   v1 ← d1 / a1
             |   for i ∈ 2..10
               |     vi ← (di + bi · vi-1) / (ai - bi · ui-1)

```

```

    T10,k ← v10
    for i ∈ n - 1 .. 1
        Ti,k ← ui · T(i+1,k) + vi
    eps ← |Tm,k - Tm,k-1|
    (T)
    k

```

$$T_{temp} := T(T0)_1$$

$$k := T(T0)_2 = 58$$

$$T1 := T_{temp}^{\langle k \rangle}$$

Распределение температур в узловых точках в начальный момент времени.

	1
1	558.023
2	597.705
3	622.503
4	800.257
T1 = 5	1.101 · 10 ³
6	1.348 · 10 ³
7	1.54 · 10 ³
8	1.677 · 10 ³
9	1.759 · 10 ³
10	1.787 · 10 ³

Пересчет коэффициентов при Tg2 и qv2

$$b_1 := 0 \quad c_1 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad a0_1 := \frac{\rho 1 \cdot Cp1 \cdot S1}{2\Delta t} \quad a_1 := a0_1 + c_1 + \alpha$$

$$b_2 := \frac{\lambda 1}{S1} \quad c_2 := \frac{1}{rt} \quad a0_2 := a0_1 \quad a_2 := a0_2 + b_2 + c_2$$

$$b_3 := \frac{1}{rt} \quad c_3 := \frac{2\lambda 2}{S2} \quad a0_3 := 0 \quad a_3 := b_3 + c_3$$

$$b_4 := \frac{2\lambda 2}{S2} \quad c_4 := \frac{\lambda 2}{S2} \quad a0_4 := \frac{\rho 2 \cdot Cp \cdot S2}{\Delta t} \quad a_4 := a0_4 + b_4 + c_4$$

$$i := 5 .. n - 1$$

$$b_i := \frac{\lambda 2}{S2} \quad c_i := \frac{\lambda 2}{S2} \quad a0_i := \frac{\rho 2 \cdot C_p \cdot S2}{\Delta t} \quad a_i := a0_i + b_i + c_i$$

$$b_n := \frac{2 \cdot \lambda 2}{S2} \quad c_n := 0 \quad a0_n := \frac{\rho 2 \cdot C_p \cdot S2}{\Delta t} \quad a_n := a0_n + b_n$$

Расчет первого прогоночного коэффициента.

$$u_1 := \frac{c_1}{a_1} \quad u_i := \frac{c_i}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$$

```

 $\text{T}(T1) :=$  | m ← 1
 $\text{eps} \leftarrow 1$ 
 $k \leftarrow 1$ 
 $\text{for } i \in 1..10$ 
 $T_{i,1} \leftarrow T1_i$ 
 $\text{while } \text{eps} > 10^{-1}$ 
 $| k \leftarrow k + 1$ 
 $d_1 \leftarrow a0_1 \cdot T_{1,k-1} + \alpha \cdot Tg2$ 
 $d_2 \leftarrow a0_2 \cdot T_{2,k-1}$ 
 $d_3 \leftarrow 0$ 
 $d_4 \leftarrow a0_4 \cdot T_{4,k-1} + qv2 \cdot S2$ 
 $\text{for } i \in 5..n$ 
 $d_i \leftarrow a0_i \cdot T_{i,k-1} + qv2 \cdot S2$ 
 $v_1 \leftarrow \frac{d_1}{a_1}$ 
 $\text{for } i \in 2..10$ 
 $v_i \leftarrow \frac{d_i + b_i \cdot v_{i-1}}{a_i - b_i \cdot u_{i-1}}$ 
 $T_{10,k} \leftarrow v_{10}$ 
 $\text{for } i \in n-1..1$ 
 $T_{i,k} \leftarrow u_i \cdot T_{(i+1,k)} + v_i$ 
 $\text{eps} \leftarrow |T_{m,k} - T_{m,k-1}|$ 
 $\binom{T}{k}$ 

```

$T_{temp} := T(T1)_1$

$\textcolor{green}{k} := T(T1)_2 = 81$

	1	2	3	4	5	6
1	558.023	618.538	637.762	648.417	655.895	661.74
2	597.705	653.477	674.704	686.841	695.433	702.171
3	622.503	676.22	698.137	711.053	720.283	727.549
4	800.257	839.236	866.103	884.601	898.408	909.458
5	$1.101 \cdot 10^3$	$1.129 \cdot 10^3$	$1.154 \cdot 10^3$	$1.176 \cdot 10^3$	$1.195 \cdot 10^3$	$1.211 \cdot 10^3$
6	$1.348 \cdot 10^3$	$1.37 \cdot 10^3$	$1.393 \cdot 10^3$	$1.416 \cdot 10^3$	$1.436 \cdot 10^3$	$1.455 \cdot 10^3$
7	$1.54 \cdot 10^3$	$1.56 \cdot 10^3$	$1.582 \cdot 10^3$	$1.603 \cdot 10^3$	$1.624 \cdot 10^3$	$1.644 \cdot 10^3$
8	$1.677 \cdot 10^3$	$1.697 \cdot 10^3$	$1.717 \cdot 10^3$	$1.737 \cdot 10^3$	$1.758 \cdot 10^3$	$1.778 \cdot 10^3$
9	$1.759 \cdot 10^3$	$1.779 \cdot 10^3$	$1.798 \cdot 10^3$	$1.818 \cdot 10^3$	$1.839 \cdot 10^3$	$1.859 \cdot 10^3$
10	$1.787 \cdot 10^3$	$1.806 \cdot 10^3$	$1.826 \cdot 10^3$	$1.845 \cdot 10^3$	$1.866 \cdot 10^3$...

$T_{resize}(dt) :=$

```

    p ← 3
    i ← 0
    k ← 58
    while pi < k
        Ti+1 ← Ttemppi
        Timei+1 ← dt · (pi - 1)
        Indi+1 ← pi
        i ← i + 1
    Ti+1 ← Ttempk
    
$$\begin{pmatrix} T \\ Time \\ Ind \end{pmatrix}$$


```

$$\text{Tresize}(\Delta t)_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ 26 \end{pmatrix}$$

$$T_{\text{short}} := \text{Tresize}(\Delta t)_1$$

$$\text{Tresize}(\Delta t)_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ 26 \end{pmatrix} \quad \text{Tresize}(\Delta t)_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \end{pmatrix}$$

	1	2	3	4	5
1	558.023	637.762	674.52	711.956	732.152
2	597.705	674.704	716.94	760.302	783.704
3	622.503	698.137	743.523	790.543	815.929
4	800.257	866.103	934.062	$1.007 \cdot 10^3$	$1.047 \cdot 10^3$
T _{short} = 5	$1.101 \cdot 10^3$	$1.154 \cdot 10^3$	$1.249 \cdot 10^3$	$1.371 \cdot 10^3$	$1.437 \cdot 10^3$
6	$1.348 \cdot 10^3$	$1.393 \cdot 10^3$	$1.503 \cdot 10^3$	$1.666 \cdot 10^3$	$1.756 \cdot 10^3$
7	$1.54 \cdot 10^3$	$1.582 \cdot 10^3$	$1.698 \cdot 10^3$	$1.894 \cdot 10^3$	$2.003 \cdot 10^3$
8	$1.677 \cdot 10^3$	$1.717 \cdot 10^3$	$1.835 \cdot 10^3$	$2.056 \cdot 10^3$	$2.18 \cdot 10^3$
9	$1.759 \cdot 10^3$	$1.798 \cdot 10^3$	$1.918 \cdot 10^3$	$2.152 \cdot 10^3$	$2.286 \cdot 10^3$
10	$1.787 \cdot 10^3$	$1.826 \cdot 10^3$	$1.945 \cdot 10^3$	$2.185 \cdot 10^3$	$2.321 \cdot 10^3$

i := 1 .. 10

