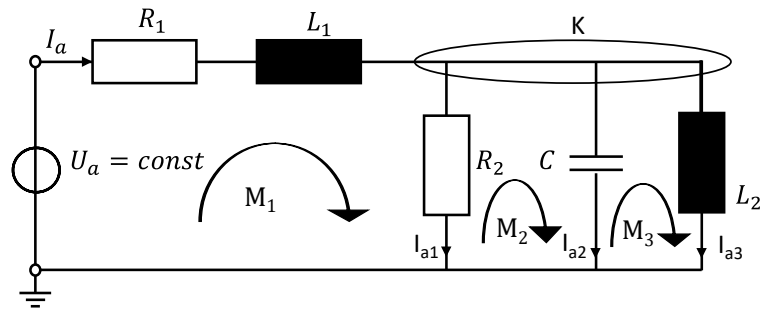


Übungsblatt Nr. 3

Thema:

Konzentrierte Parameter - Analogien

Lösungen Aufgabe 1:



Elektrische Schaltung

1. Stellen Sie die Maschen- und Knotengleichungen zum elektrischen Schaltbild auf. Formen Sie diese so um, dass diese nur noch von drei Unbekannten abhängen.

Knotengleichung K:

$$K1: \quad 0 = I_a - I_{a1} - I_{a2} - I_{a3} \quad (1)$$

Maschengleichungen M_i :

$$M1: \quad 0 = -U_a + I_a R_1 + \dot{I}_a L_1 + I_{a1} R_2 \quad (2)$$

$$M2: \quad 0 = -I_{a1} R_2 + \frac{1}{C} \int I_{a2} dt \quad (3)$$

$$M3: \quad 0 = -\frac{1}{C} \int I_{a2} dt + L_2 \dot{I}_{a3} \quad (4)$$

Die Knotengleichung für \dot{I}_{a3} eingesetzt ergibt:

$$M3: \quad 0 = -\frac{1}{C} \int I_{a2} dt + L_2 (\dot{I}_a - \dot{I}_{a1} - \dot{I}_{a2}) \quad (5)$$

2. Wandeln Sie die elektrischen Gleichungen mithilfe der Trans-Per-Darstellung in mechanische Gleichungen um.

Durch Einsetzen der Potenzial und Stromgrößen erhält man:

$$M1 : \quad v_a = R_1 F_a + \dot{F}_a L_1 + F_{a1} R_2 \quad (6)$$

$$M2 : \quad 0 = -F_{a1} R_2 + \frac{1}{C} \int F_{a2} dt \quad (7)$$

$$M3 : \quad 0 = -\frac{1}{C} \int F_{a2} dt + L_2 (\dot{F}_a - \dot{F}_{a1} - \dot{F}_{a2}) \quad (8)$$

Daraus kann man die Zusammenhänge zwischen Prozesselementen bestimmen:

$$v_1 = R_1 F_a \quad F_a = \frac{1}{R_1} v_1 \quad \rightarrow d = \frac{1}{R_1} \quad (9)$$

$$v_2 = \dot{F}_a L_1 \quad F_a = \frac{1}{L_1} \int v_2 dt \quad \rightarrow k = \frac{1}{L_1} \quad (10)$$

$$v_3 = \frac{1}{C} \int F_{a2} dt \quad F_{a2} = C \dot{v}_3 \quad \rightarrow m = C \quad (11)$$

Eingesetzt erhält man:

$$M1 : \quad v_a = \frac{1}{d_1} F_a + \frac{1}{k_1} \dot{F}_a + \frac{1}{d_2} F_{a1} \quad (12)$$

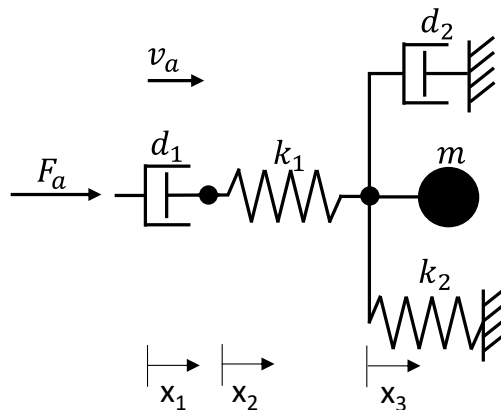
$$M2 : \quad 0 = -\frac{1}{d_2} F_{a1} + \frac{1}{m} \int F_{a2} dt \quad (13)$$

$$M3 : \quad 0 = -\frac{1}{m} \int F_{a2} dt + \frac{1}{k_2} (\dot{F}_a - \dot{F}_{a1} - \dot{F}_{a2}) \quad (14)$$

$$(15)$$

3. Zeichnen Sie das zur Trans-Per-Darstellung gehörende mechanische System.

$$v_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \quad v_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_3 \quad v_3 = \dot{x}_3 \quad (16)$$



Lösung zu Teilaufgabe 1.3

4. Verwenden Sie nun die Potenzial-Strom-Darstellung, um die Gleichungen aus 1. in mechanische Gleichungen umzuwandeln.

Durch Einsetzen der Potenzial und Stromgrößen erhält man:

$$M1 : \quad F_a = v_a R_1 + \dot{v}_a L_1 + v_{a1} R_2 \quad (17)$$

$$M2 : \quad 0 = -v_{a1} R_2 + \frac{1}{C} \int v_{a2} dt \quad (18)$$

$$M3 : \quad 0 = -\frac{1}{C} \int v_{a2} dt + (\dot{v}_a - \dot{v}_{a1} - \dot{v}_{a2}) L_2 \quad (19)$$

Daraus kann man die Zusammenhänge zwischen Prozesselementen bestimmen:

$$F_1 = v_a R_1 \quad \rightarrow d = R \quad (20)$$

$$F_2 = \dot{v}_a L_1 \quad \rightarrow m = L \quad (21)$$

$$F_1 = \frac{1}{C} \int v_{a2} dt \quad \rightarrow \frac{1}{C} = k \quad (22)$$

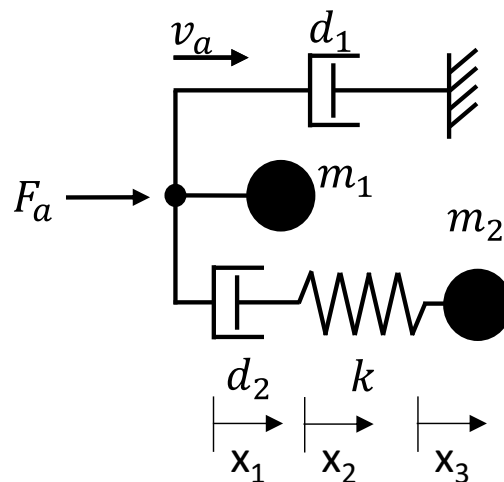
Eingesetzt erhält man:

$$M1 : \quad F_a = v_a d_1 + \dot{v}_a m_1 + v_{a1} d_2 \quad (23)$$

$$M2 : \quad 0 = -v_{a1} d_2 + k \int v_{a2} dt \quad (24)$$

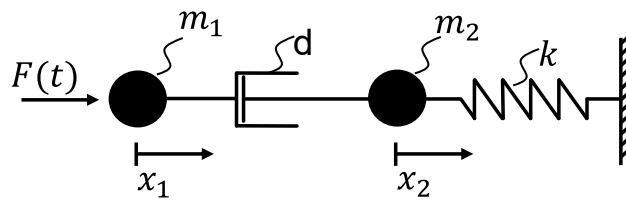
$$M3 : \quad 0 = -k \int v_{a2} dt + (\dot{v}_a - \dot{v}_{a1} - \dot{v}_{a2}) m_2 \quad (25)$$

5. Zeichnen Sie das zur Potenzial-Strom-Darstellung gehörende mechanische System.



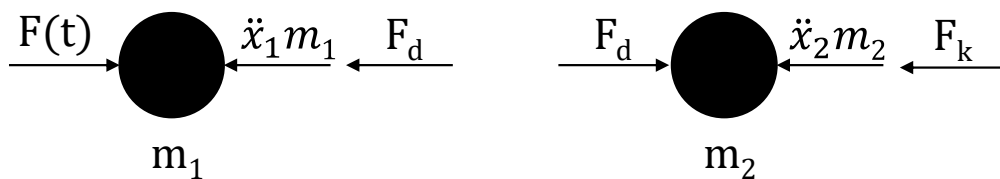
Lösung zu Teilaufgabe 1.5

Lösungen Aufgabe 2:



Mechanisches System

1. Schneiden Sie die beiden Massen des mechanischen Systems frei und stellen Sie deren Differentialgleichungen auf.



Freischnitt mechanisches System

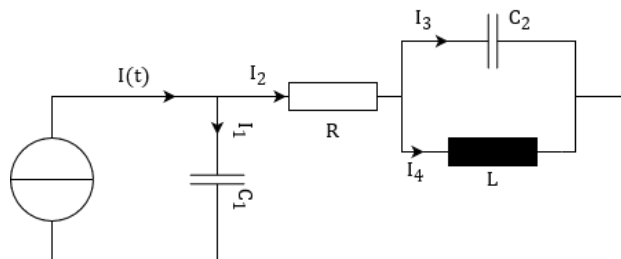
$$I. \quad F_t = \ddot{x}_1 m_1 + F_d = \ddot{x}_1 m_1 + d(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (26)$$

$$II. \quad 0 = F_d - \ddot{x}_2 m_2 - F_k = d(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \ddot{x}_2 m_2 - kx_2 \quad (27)$$

2. Verwenden Sie die Trans-Per-Darstellung, um die Differentialgleichungen in ihr elektrisches Äquivalent umzuwandeln. Zeichnen Sie anschließend das elektrische System.

$$I. \quad I(t) = \dot{U}_1 C_1 + (U_1 - U_2) \frac{1}{R} \quad (28)$$

$$II. \quad (U_1 - U_2) \frac{1}{R} = \dot{U}_2 C_2 + \frac{1}{L} \int U_2 dt \quad (29)$$

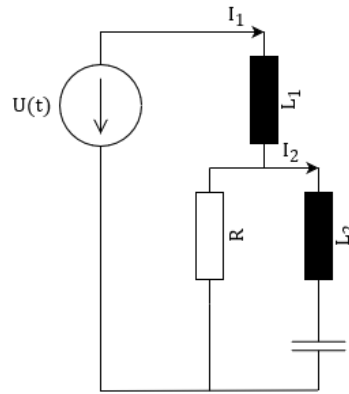


Lösung zu Teilaufgabe 2.2

3. Verwenden Sie nun die Potenzial-Strom-Darstellung, um die Differentialgleichungen in ihr elektrisches Äquivalent umzuwandeln und das elektrische System zu zeichnen.

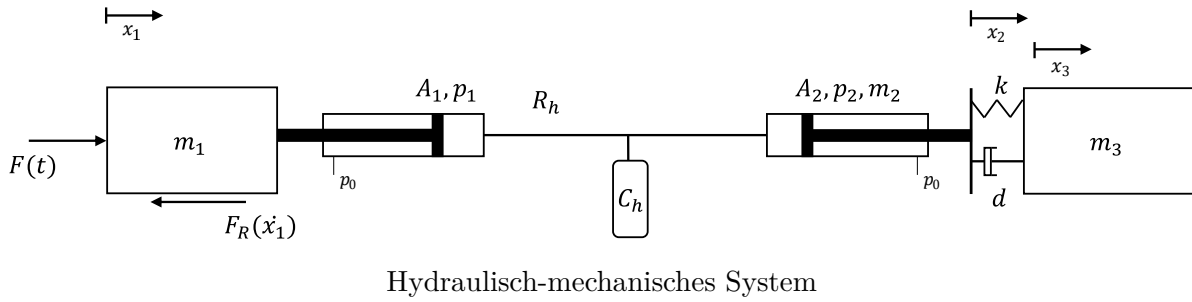
$$I. \quad U(t) = \dot{I}_1 L_1 + (I_1 - I_2)R \quad (30)$$

$$II. \quad (I_1 - I_2)R = \dot{I}_2 L_2 + \frac{1}{C} \int I_2 dt \quad (31)$$

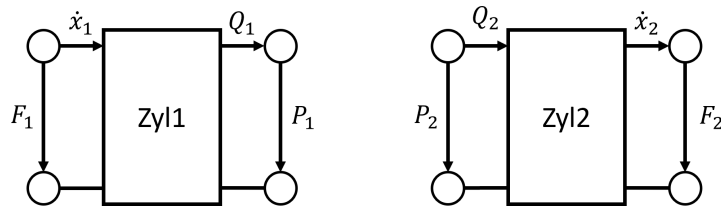


Lösung Teilaufgabe 2.3

Lösungen Aufgabe 3:

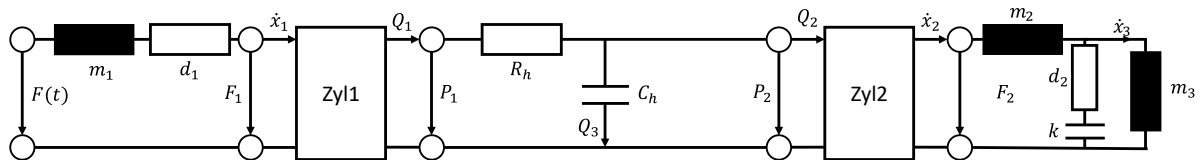


1. Welches sind die Wandler des hydraulisch-mechanischen Systems? Zeichnen Sie deren Vierpole und geben Sie die Potenzial- und Stromgrößen an Ein- und Ausgang an. Verwenden Sie die Potenzial-Strom-Darstellung.



Lösung zu Teilaufgabe 3.1

2. Wandeln Sie das System mithilfe der Potenzial-Strom-Darstellung in einen elektrischen Schaltplan um. Die Trägheit des Fluids in der Leitung kann vernachlässigt werden. Die Wandler können aus Aufgabe 3.1 als Black-Box übernommen werden.



Lösung zu Teilaufgabe 3.2

3. Nennen Sie die Stromgrößen des Systems. Wie viele Freiheitsgrade gibt es?

$$\dot{x}_1; \dot{x}_2; \dot{x}_3; Q_1; Q_2; Q_3$$

6 Stromgrößen mit 3 Nebenbedingungen = 3 Freiheitsgrade

Nebenbedingungen:

$$Q_1 = \dot{x}_1 A_1 \quad (32)$$

$$Q_2 = \dot{x}_2 A_2 \quad (33)$$

$$0 = Q_1 - Q_2 - Q_3 \quad (34)$$