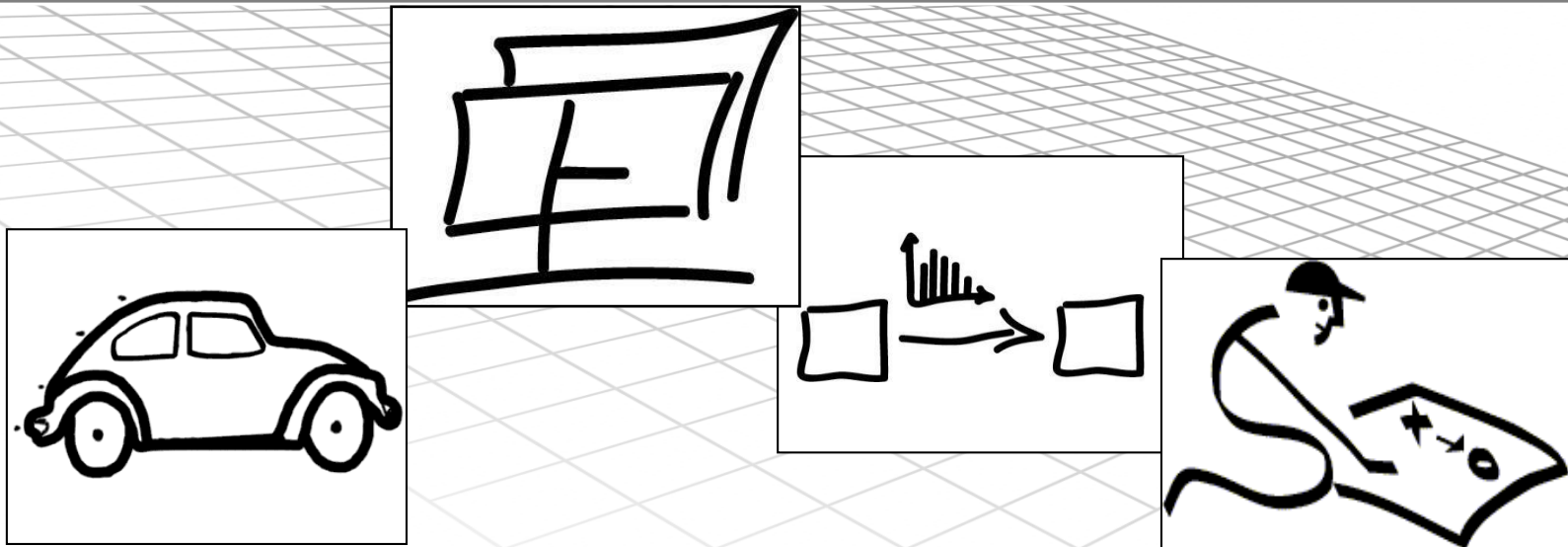


# Verifikation und Validierung

Vorlesung Modellbildung und Simulation WS 2019 – 2020  
Prof. Dr.-Ing. Kai Furmans

Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme





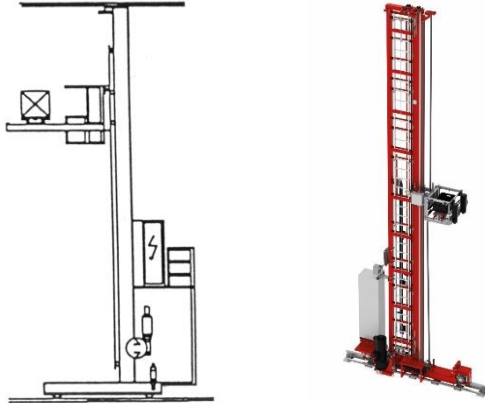
Nach den Gesetzen der Aeronautik kann die Hummel nicht fliegen, die Hummel weiß das nicht, und fliegt trotzdem

	determiniert (nach Plan)	stochastisch (zufällig)
kontinuierlich (stetig)	Schwingungen z.B. von Regalbediengeräten	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Belastungen eines Bauteils während des Betriebs</li> <li>• Wasserstand in einem Stausee</li> </ul>
Diskontinuierlich (diskret)	Sortierprozesse z.B. Gridsorter  Neuronale Netze	z.B. radioaktive Zerfallsprozesse  Genetische Algorithmen  Ausfälle / Störungen von Maschinen

# Modellbildung am Beispiel Regalbediengerät

Determiniert / Stochastisch

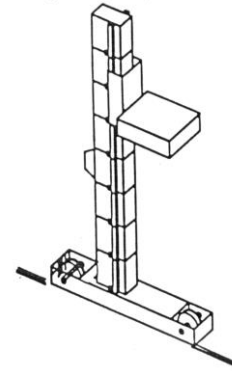
Stetig



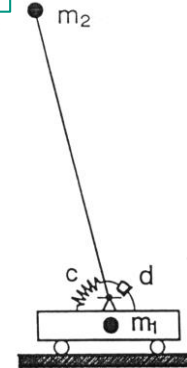
Reales System

Determiniert

Diskret



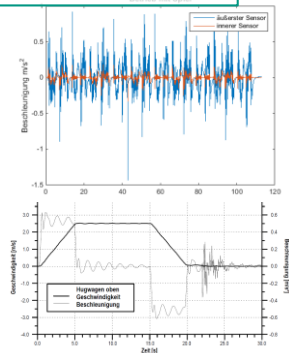
Stetig



Phys. Modell

Determiniert / Stochastisch

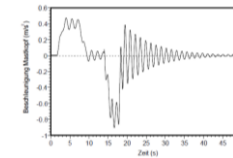
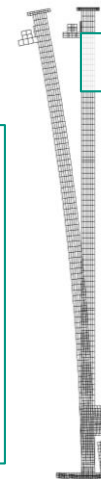
Diskret / Quasi-stetig



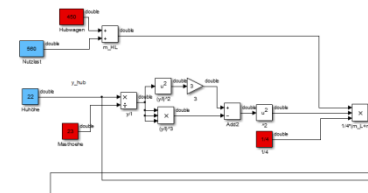
Versuch

Determiniert / Stochastisch

Diskret / Quasi-stetig



Math. Modell



Bilder: IFL, Messtec Drives Automation

# Ziel der Vorlesung

- Wie kann ich mir sicher sein, dass ein Modell nützliche Aussagen liefert?
- Zwei Fragen sind dabei zu stellen:
  - Ist das konzeptionelle Modell richtig implementiert?  
  
⇒ **Verifikation**  
(gebildet aus lat. veritas ‚Wahrheit‘ und facere ‚machen‘)
  - Ist das Modell geeignet, nützliche Aussagen zu liefern?  
  
⇒ **Validierung**  
(in Anlehnung an das englische validity ‚Gültigkeit‘)

# Ziel der Verifikation

- Stimmt das konzeptionelle Modell mit der Implementierung überein?
- Nicht im wissenschaftstheoretischen Sinne (nämlich hier nicht möglich)
- Sondern im Sinne des Nachweises der richtigen Umsetzung eines Konzeptes.

# Verifikation – mögliche Fehler (1/2)

## ■ Was könnte dabei schief gegangen sein?

- gewollt:  $y[i] = \sum_{i=1}^n x^i \quad \forall i = 1 \dots n$

code:

```
for i = 0 to n do {  
    y[i] = y[i-1]*x  
}
```

- Falsche Implementierung
- Falsche Initialisierung
- Fehler in der Datenübertragung

## Verifikation – mögliche Fehler (2/2)

- Was könnte dabei schief gegangen sein?



[https://www.youtube.com/watch?v=gp\\_D8r-2hwk](https://www.youtube.com/watch?v=gp_D8r-2hwk)



## Verifikation – mögliche Fehler (2/2)

- Was könnte dabei schief gegangen sein?
  - Falsche Datentypen
  - Nicht angepasste Schrittweite

# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



# Einfluss der Schrittweite



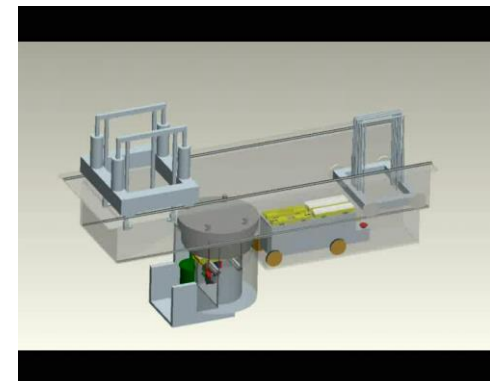
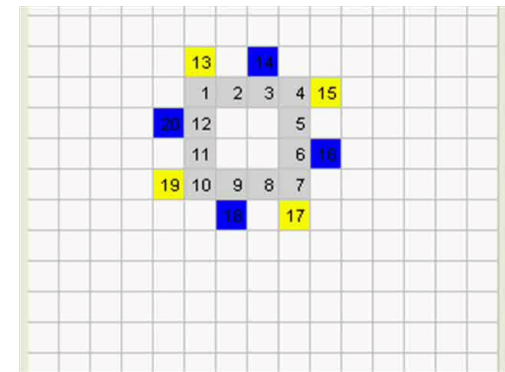


## Verifikation – mögliche Fehler (2/2)

- Was könnte dabei schief gegangen sein?
  - Falsche Datentypen
  - Nicht angepasste Schrittweite
  - Laufzeit zu kurz
  - Falscher Solver

# Verifikation – Mögliche Methoden (1/2)

- Formaler Beweis – Thema der Informatik,
  - Setzt formale Spezifikation voraus
  
- Bei ereignisdiskreten Systemen:
  - Im Debug-Modus nachverfolgen
  
- Bei kontinuierlichen Systemen:
  - Animation



## Verifikation – Mögliche Methoden (2/2)

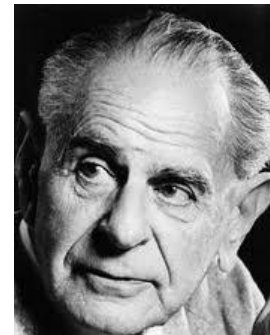
- Mit bekannten Daten vergleichen

gewollt:  $y[i] = \sum_{i=1}^n x^i \quad \forall i = 1 \dots n$

- Was passiert beim Einsetzen trivialer Werte?
- Was passiert bei einfachen Werten?
- Von Hand / mit einem anderen Tool nachrechnen
- Was passiert beim Einsetzen von Extremwerten?
- Mit Daten aus der Literatur vergleichen

# Ziel der Validierung

- Liefert das Modell nützliche Antworten auf die gestellten Fragen?
- All models are wrong – but some are useful  
(George E.P. Box)
- Nach Popper ist ein Beweis nicht möglich
  - ein Modell ist aber so lange gültig,  
so lange es nicht widerlegt ist.
  - Diesen Beweis selber zu führen versuchen!



## Validierung: Was kann alles schief gegangen sein?

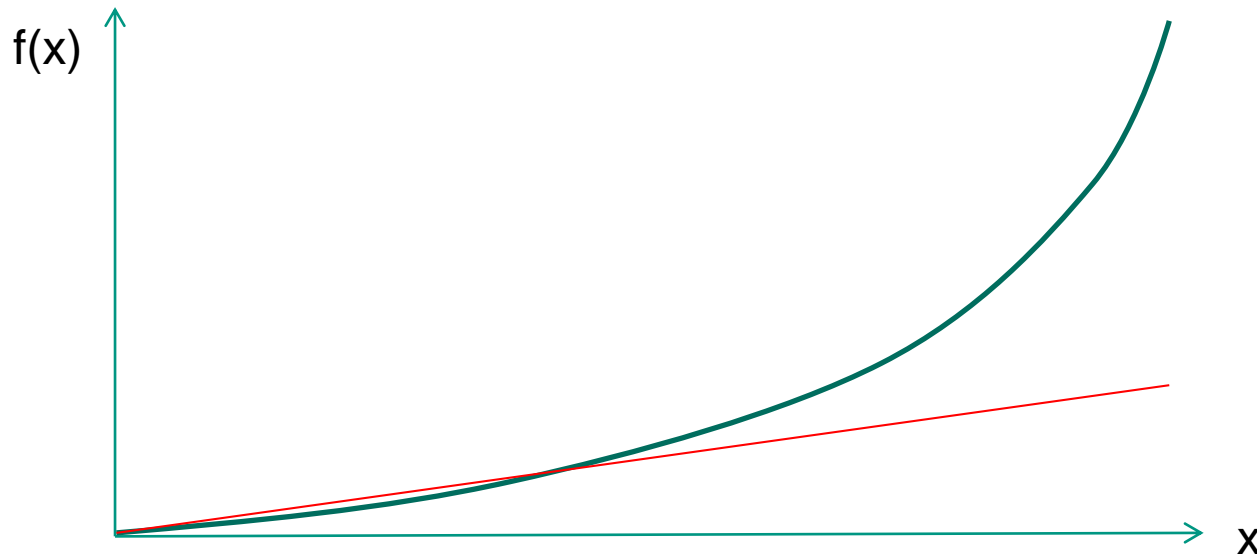
- Zu große Vereinfachung
  - Wesentliche Einflüsse auf das Ergebnis nicht berücksichtigt?

### Relativistische Effekte bei der Satellitennavigation

- Wegen der Geschwindigkeit des Satelliten ( $\sim 463$  m/s) verläuft die Zeit im Satelliten pro Tag um  $7,06 \mu\text{s}$  langsamer
- wegen der Zeitdilatation im Schwerfeld der Erde scheint die Zeit im Satelliten pro Tag um  $45,57 \mu\text{s}$  schneller zu vergehen
  - Gesamteffekt:  $7,06 \mu\text{s} - 45,57 \mu\text{s} = -38,51 \mu\text{s}$
  - Abweichung pro Tag  $11,4$  km
  - (siehe <http://www.quantenwelt.de/technik/GPS/relativitaet.html>)

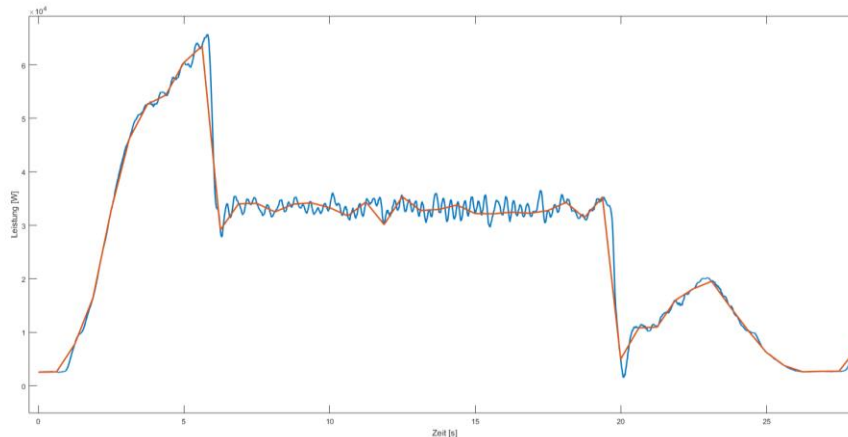
## Validierung: Was kann alles schief gegangen sein?

- Zu große Vereinfachung
  - Wesentliche Einflüsse auf das Ergebnis nicht berücksichtigt?
- Ungenaue Abbildung
  - Wesentliche Einflüsse sind nicht genau genug abgebildet



# Validierung: Was kann alles schief gegangen sein?

- Zu große Vereinfachung
  - Wesentliche Einflüsse auf das Ergebnis nicht berücksichtigt?
- Ungenaue Abbildung
  - Wesentliche Einflüsse sind nicht genau genug abgebildet
- Abtastrate falsch



Leistungsmessung mit verschiedenen Messraten (rot: 1 Hz, blau: 3,2 kHz)

Quelle: IFL

## Validierung: Was kann alles schief gegangen sein?

- Zu große Vereinfachung
  - Wesentliche Einflüsse auf das Ergebnis nicht berücksichtigt?
- Ungenaue Abbildung
  - Wesentliche Einflüsse sind nicht genau genug abgebildet
- Abtastrate falsch
- Vergleichsdaten schlecht
  - z.B. bei Kalibrierung



# Validierung: Fragestellung klären

- Welche Daten interessieren?
- Wie genau muss das Ergebnis sein?
- Welche Betriebszustände müssen abgebildet werden?
- Anschließend: Validierungsplanung

# Validierung: Methoden

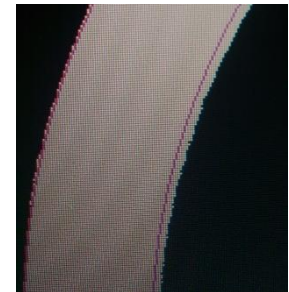
- Charakteristische Werte nutzen
- Vergleich mit anderen Modellen
- Vergleich mit gemessenen Daten
- Sensitivitätsanalyse

# Messabweichungen I

## ■ Systematische Messabweichung

- Absolut ( + 1.5 mm ) oder relativ ( + 20 % )
- Sind durch Wiederholung der Messungen unter gleichen Bedingungen nicht erkennbar
- Wenn Messabweichung bekannt, Korrektur über Korrektur K möglich:

$$x_{korr} = x + K$$



### Beispiel

- Bei Messungen von Maßabweichungen bei einem Walzring
  - Im Sommer systematische Abweichung durch generell höhere Temperatur

# Messabweichungen II

## ■ Stochastische Messabweichung

- Absolut (  $\pm 1.5 \text{ mm}$  ) oder relativ (  $\pm 20 \%$  )
- Führen bei Wiederholung der Messungen unter gleichen Bedingungen zu Streuung der Messwerte
- Kann mittels statistischer Methoden in der Auswertung berücksichtigt werden

### Beispiel

- Bei Messungen von Maßabweichungen bei einem Walzring
  - stochastische Abweichung wetterabhängig  
(z.B. Temperaturschwankung, Sonneneinstrahlung)

# Messabweichungen III

## ■ Ursachen

### ■ Messumgebung

- Temperatur
- Licht
- Feuchtigkeit
- Druck
- Reinheit
- Strahlung
- Geräusche
- Prüfstands Aufbau
- Vibrationen

### ■ Messobjekt

- Messungen nicht am selben Objekt
- Materialqualität, -reinheit
- Maßabweichungen
- Abnutzung / Alterung

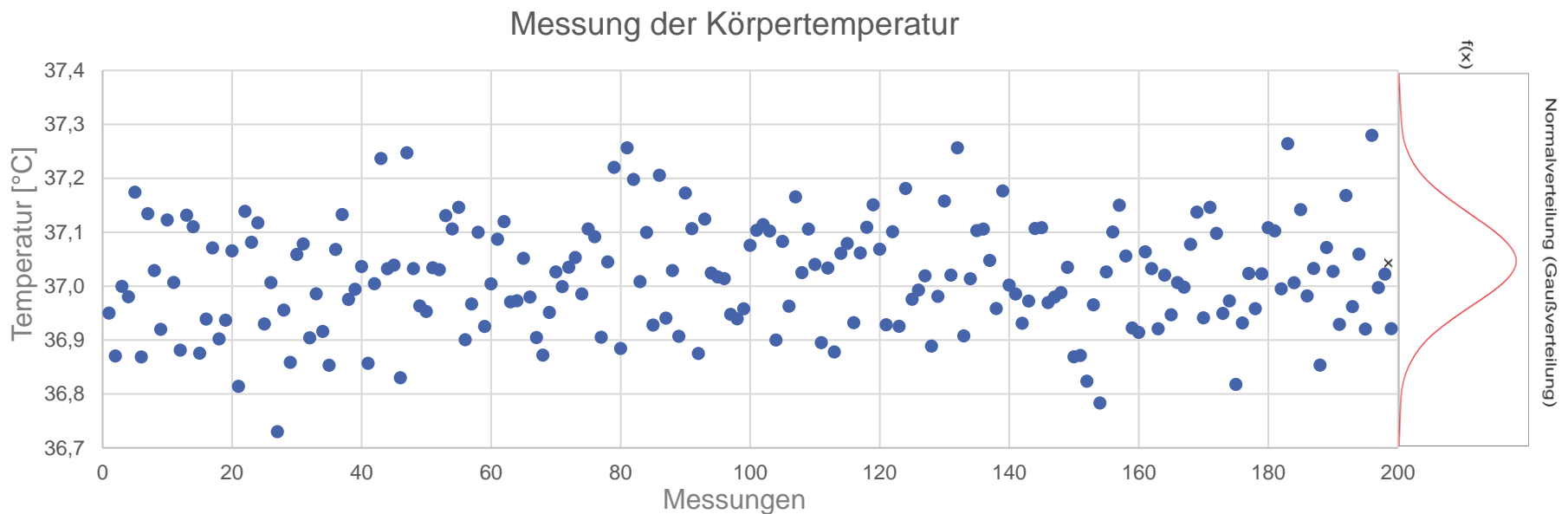
### ■ Messgerät

- Generelle Messungenauigkeit
- Kalibrierung / Einstellung
- Defektes Messgerät

- Systematische und zufällige Fehler können bei einer Messung auch gleichzeitig auftreten

# Stochastische Messabweichungen

- Wiederholte Messungen am selben Objekt führen zu verschiedenen Ergebnissen



- Auf welchen Wert können Sie sich berufen?

# Statistische Auswertung: Parametertests I

- Ihr Mitbewohner in der WG hat seine Körpertemperatur gemessen.
- Er behauptet,  $37,5^{\circ}\text{C}$  Körpertemperatur und damit leicht erhöhte Temperatur zu haben, deshalb ist er der Meinung, er wäre krank und Sie müssten sein Tutorium an seiner Stelle halten.

# Statistische Auswertung: Parametertests II

- Nullhypothese
  - *Die Normale Körpertemperatur beträgt 37,2°C.*
- Zufallsstichprobe
  - *Mehrere Messungen mit digitalem Thermometer*
- Gegenhypothesen
  - GH I (Mitbewohner): “Ich habe mindestens 37,5°C Körpertemperatur.”
  - GH II (Sie): “Deine Körpertemperatur ist nicht höher als 37,0°C.”
  - GH III (Wikipedia): “Zwischen 36,3 und 37,4°C ist normal.“
- Vorgabe eines Signifikanzniveaus
  - Irrtumswahrscheinlichkeit → Fehlerwahrscheinlichkeit bei der Stichprobe

In der beurteilenden Statistik gibt es niemals ein *Beweis einer Behauptung, stattdessen:*

- Entweder gibt es *keinen Grund zur Ablehnung der Hypothese* („Freispruch aus Mangel an Beweisen“) oder

- *die Hypothese wird zugunsten der Gegenhypothese mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit abgelehnt (Hypothese ist wahrscheinlich falsch).*



# Zentraler Grenzwertsatz

- Ein Stichprobenmittelwert  $\bar{X}$  aus  $n$  unabhängigen Zufallsvariablen  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , die aus der selben Grundgesamtheit stammen (und deshalb den gleichen Mittelwert und die gleiche Varianz besitzen) ist normalverteilt.

- Dichtefunktion:

- $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$ , mit Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$

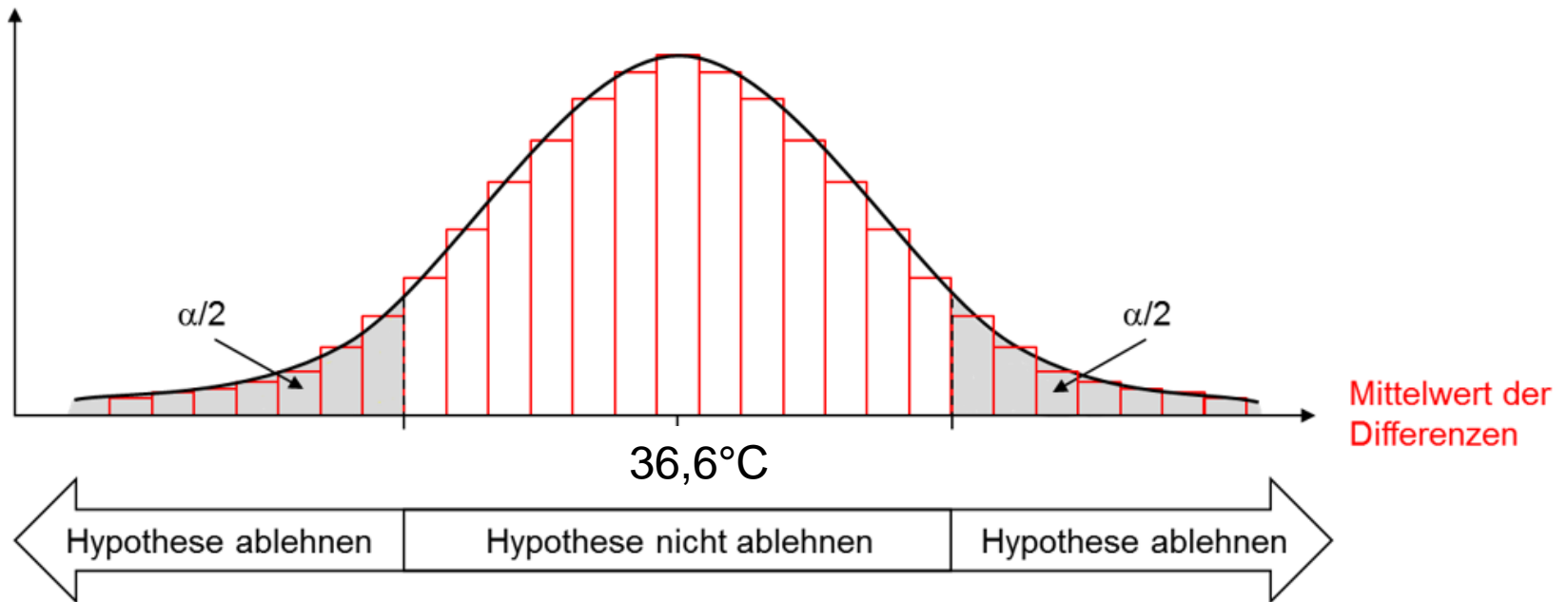


# Ansatz

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein gemessenes Stichprobenmittel (mit Varianz) einer Grundgesamtheit mit einem wahren Mittelwert  $\mu$  zufällig
  - innerhalb
  - oberhalb
  - unterhalbvorgegebener Grenzen liegt.

# Statistische Auswertung: Parametertests III

relative Häufigkeit



■ Du bist gesund

**Einseitige Tests**

■ Ich bin krank

■ Wikipedia  
(zwischen 36,3 und 37,4°C ist normal)

**Zweiseitiger Test**

Quelle: [www.ifad.de](http://www.ifad.de)

# Statistische Auswertung: Parametertests IV

- Was sagen die Daten?
  - Mittelwert  $\mu = 37,20659893$
  - Varianz  $\sigma = 0,010653995$
  - Stichprobengröße = 200
- 
- Gegenhypothese: Die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Mittelwert der Stichprobe (der Körpertemperatur)  $\geq 37,5^\circ\text{C}$  ist, beträgt

$$\int_{37.5}^{\infty} f(x) = \int_{37.5}^{\infty} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} = 0.0000 \dots$$

# Hummeln – was ist hier nun das Problem gewesen?



Nach den Gesetzen der Aeronautik kann die Hummel nicht fliegen, die Hummel weiß das nicht, und fliegt trotzdem