电磁场与波
总复习

第一章 矢量分析

三种坐标系的坐标变量和单位矢量；

标量场的方向导数、梯度的计算；

矢量场的散度、旋度的计算；

高斯定理和斯托克斯定理；

拉普拉斯运算；两个恒等式；

矢量场的分类；

亥姆霍兹定理；

典型习题：**1.16, 1.23, 1.27**

注意：本章不单独出计算题

哈密顿算子∇:

矢量微分算子∇（Hamilton、nabla、del）

$$\nabla = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

★ 标量场的梯度

$$\mathrm{grad}u = \nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial u}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial u}{\partial z}\hat{z} = (\frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z})u$$

★ 矢量场的散度计算公式：

$$div\vec{A} = \nabla \bullet \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

★ 矢量场的旋度(rotation)

$$rot\vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \overset{+}{}\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}\overset{-}{}$$

旋度运算的基本公式：

$$\nabla\times(c\vec{A})=c\nabla\times\vec{A}$$

$$\nabla\times(\vec{A}\pm\vec{B})=\nabla\times\vec{A}\pm\nabla\times\vec{B}$$

$$\nabla\times(u\vec{A})=u(\nabla\times\vec{A})+(\nabla u)\times\vec{A}$$

$$\nabla\bullet(\vec{A}\times\vec{B})=\vec{B}\bullet(\nabla\times\vec{A})-\vec{A}\bullet(\nabla\times\vec{B})$$

散度　旋度　梯度

$$\nabla\times(\nabla u)=0$$

$$\nabla\bullet(\nabla\times\vec{A})=0$$

梯度的旋度恒等于0

旋度的散度恒等于0

第二章 电磁场的基本规律

1、电荷密度（体电荷，面电荷和线电荷密度）；

电流密度（体电流，面电流和线电流密度）；

电荷守恒定律、电流连续性方程；

2、库伦定律与电场强度；

安培力定律与磁感应强度；

介质极化与电位移矢量；

介质磁化与磁场强度；

3、法拉弟电磁感应定律

4、位移电流的定义、计算，与传导电流的关系

5、麦克斯韦方程组的微分形式

麦克斯韦方程组的积分形式

麦克斯韦方程组的复数形式

麦克斯韦方程组的物理含义

6、各向同性线性均匀媒质的本构关系

7、电磁场的边界条件的一般形式

理想导体平面上的边界条件

理想介质平面上的边界条件

典型例题：2.5.3, 2.5.4, 2.6.2, 2.7.1, 2.7.2, 2.7.3

典型习题：2.15, 2.21, 2.22, 2.26, 2.27, 2.29, 2.30, 2.31

第2章 电磁场的基本规律

电荷q及电荷密度ρ

电流I及电流密度（电流密度矢量）J

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

★ 真空中静电场的基本规律：静电场是有散无旋场

高斯定理

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla\times\vec{E}(\vec{r}) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho dV \\ \oint_l \vec{E}\bullet d\vec{l} = 0 \end{cases}$$

环路定理

★ 真空中恒定磁场的基本规律：**恒定磁场是有旋无散场**

安培环路定理

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{J}(\vec{r}) \\ \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \oint_L \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \\ \oint\!\!\oint_S \vec{B}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = 0 \end{cases}$$

磁通连续性原理

了解电介质的极化和磁介质的磁化：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p} \qquad \vec{\boldsymbol{D}} = \varepsilon \vec{\boldsymbol{E}}$$

▲ 极化面电荷 $\rho_{sp}(\vec{\mathrm{r}}) = \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\mathrm{r}}) \cdot \hat{\boldsymbol{n}}$

▲ 极化体电荷 $\rho_p(\vec{\mathbf{r}}) = -\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{P}}(\vec{\mathbf{r}})$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad \vec{\boldsymbol{B}} = \mu \vec{\boldsymbol{H}}$$

$\vec{\boldsymbol{J}}_{sm} = \vec{\mathrm{M}} \times \hat{\boldsymbol{n}}$ $\hat{\boldsymbol{n}}$为煤质表面外法线方向

$\vec{J}_m = \nabla \times \vec{\mathbf{M}}$

位移电流的定义：位移电流是由变化的电场产生的

位移电流密度矢量$\vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{\varepsilon d\vec{E}}{dt}$

位移电流与传导电流的区别：

1、位移电流是由变化的电场产生的，位移电流密度矢量与电场的关系式为：$\vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt}$ ，而传导电流是电荷的定向运动形成的，$\vec{J} = \frac{di}{ds} = \frac{dq}{ds \cdot dt} = \rho\vec{v}$或$= \sigma\vec{E}$ 。

2、所以传导电流只能存在于导体中，而位移电流可以存在于真空、导体、电介质中。

3、传导电流通过导体会产生焦耳热，而位移电流不会。

★ 麦克斯韦方程组数学表示

	积分形式	微分形式
全电流定律	$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$	$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
电磁感应定律	$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$	$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
磁通连续性原理	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$	$\nabla\cdot\vec{B}=0$
高斯定律	$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=q$	$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$

★ 麦克斯韦方程组的辅助方程（结构方程）

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}\qquad\qquad \vec{B}=\mu\vec{H}\qquad\qquad \vec{J}=\sigma\vec{E}$$

★ 麦克斯韦方程组物理意义

揭示了场量与场源之间的关系；体现了电场与磁场之间的联系。

1、$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$ 电荷是电场的散度源。由电荷产生的电场是有散场。电力线起始于正电荷，终止于负电荷。

2、$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ 磁场没有散度源。磁场是无散场。磁力线是无头无尾的闭合。磁通连续性原理表明时变场中无磁荷存在。

3、$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ 变化的磁场是涡旋电场的旋涡源。与电荷产生的无旋电场不同，涡旋电场是有旋场，其电力线是无头无尾的闭合曲线，并与磁力线相交链。

4、$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$ 传导电流和变化的电场都是磁场的旋涡源。磁场是有旋场，磁力线是闭合曲线，并与全电流线相交链。

★ 电磁场的边界条件总结

一般情况下

1、电场强度的切向分量连续，

2、磁感应强度的法向分量连续；

3、电位移矢量的法向分量的突变量等于边界上的电荷面密度，

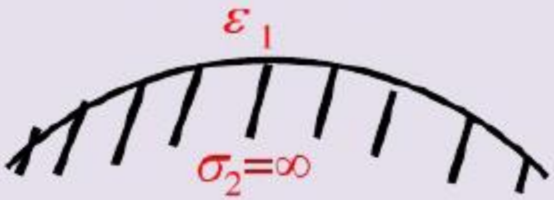
4、磁场强度的切向分量的突变量等于边界电流面密度。

$$\begin{cases} 1、E_{1t} = E_{2t} \\ 2、B_{1n} = B_{2n} \\ 3、D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \\ 4、H_{1t} - H_{2t} = J_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{n}} \times (\vec{\boldsymbol{E}}_1 - \vec{\boldsymbol{E}}_2) = 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot \left(\vec{\mathbf{B}}_1 - \vec{\mathbf{B}}_2\right) = 0 \\ \hat{\boldsymbol{n}} \bullet (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \\ \hat{\mathbf{n}} \times \left(\vec{\mathbf{H}}_1 - \vec{\mathbf{H}}_2\right) = \vec{\mathbf{J}}_s \end{cases}$$

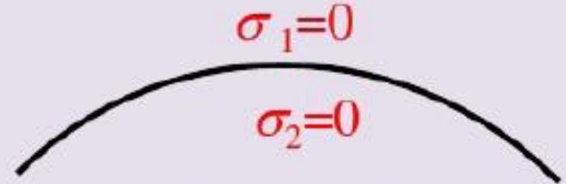
★特殊情况下电磁场的边界条件总结

1、理想导体表面上的边界条件



$$\begin{cases} \hat{n}\bullet\vec{D}_1=\rho_s \\ \hat{n}\times\vec{E}_1=0 \\ \hat{\mathbf{n}}\cdot\vec{\mathbf{B}}_1=0 \\ \hat{\mathbf{n}}\times\vec{\mathbf{H}}_1=\vec{\mathbf{J}}_s \end{cases}$$

2、理想介质表面上的边界条件



$$\begin{cases} \hat{n}\bullet(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=0 \\ \hat{n}\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0 \\ \hat{\mathbf{n}}\cdot\left(\vec{\mathbf{B}}_1-\vec{\mathbf{B}}_2\right)=0 \\ \hat{\mathbf{n}}\times\left(\vec{\mathbf{H}}_1-\vec{\mathbf{H}}_2\right)=0 \end{cases}$$

第三章 静态电磁场及其边值问题的解

1、静电场：

- 基本场方程，高斯定理分析对称场分布
- 已知源分布，用积分计算电位分布
- 电位方程和边界条件，求解简单边值问题
- 电位与电场强度的相互转换
- 电容，孤立导体电容、双导体电容的计算
- 静电场能量的计算，场空间积分，源空间积分，带电导体系统

2. 恒定电场

- 基本场方程，对称场分布
- 边界条件和折射定律
- 电位方程和边界条件，求解简单边值问题
- 电位与电场强度的相互转换
- 电阻、电导的计算

3. 恒定磁场

- 基本场方程，安培环路定理分析对称场分布
- 边界条件和折射定律
- 磁矢位与磁感应强度的相互转换
- 电感的计算
- 磁场能量的计算，场空间积分、源空间积分、导体系统

4. 边值问题及其分类，唯一性定理

5. 镜像法的基本思想，两条原则

导体平面的镜像

导体球面的镜像

典型例题：**3.1.3, 3.1.4, 3.1.5, 3.1.6,**

3.2.1, 3.3.3, 3.3.4, 3.3.7, 3.5.1, 3.5.2

典型习题：**3.3, 3.4, 3.7, 3.9,**

3.13, 3.15, 3.19, 3.24, 3.29

第三章　静态电磁场及其边值问题的解

静电场中: $\nabla \times \vec{E} = 0$　$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r})$ 静磁场: $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

已知电位φ表达式可以用$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r})$求场强$\vec{E}$

已知电场强度也可以求电位$\varphi(P) = \int_P^\infty \vec{E} \bullet d\vec{l}$

了解导体系统的电容和导体回路的自感

电场的能量密度: $w_e = \frac{1}{2}\vec{D} \bullet \vec{E}$

电场的能量$W_e = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{E} \bullet \vec{D} dV$

磁场能量密度: $w_m = \frac{1}{2}\vec{H} \bullet \vec{B}$

磁场能量: $W_e = \frac{1}{2}\iiint_V \vec{H} \bullet \vec{B} dV$

静电场基本知识点

（1）基本方程

$$\nabla \times \bar{E} = 0 \qquad \oint_l \bar{E} \bullet d\bar{l} = 0$$

$$\nabla \bullet \bar{D} = \rho \qquad \oint_s \bar{D} \bullet d\bar{s} = Q$$

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad \nabla^2 \varphi = 0 \qquad \varphi = \int_p^A \bar{E} \bullet d\bar{l} \qquad \varphi_A = 0$$

本构关系：$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$

（2）解题思路

对称问题（球对称、轴对称、面对称）使用高斯定理或解电位方程（注意边界条件的使用）。

假设电荷 Q ——> 计算电场强度 **E** ——> 计算电位 ϕ ——> 计算能量 $\omega_e = \varepsilon E^2/2$ 或者电容（$C=Q/\phi$）。

静电场基本知识点

（3）典型问题

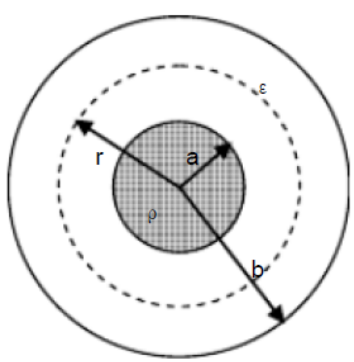
导体球（包括实心球、空心球、多层介质）的电场、电位计算；

长直导体柱的电场、电位计算；

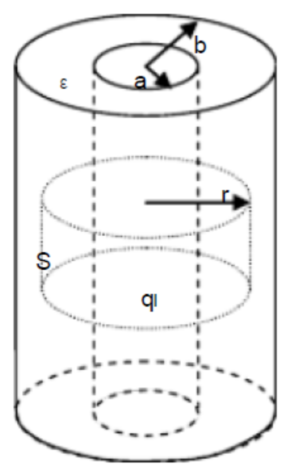
平行导体板（包括双导体板、单导体板）的电场、电位计算；

电荷导线环的电场、电位计算；

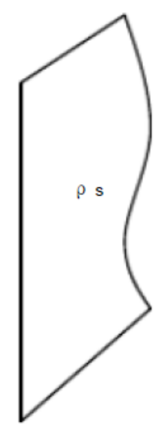
电容和能量的计算。



球对称



轴对称



面对称

恒定电场基本知识点

（1）基本方程

$$\nabla \times \bar{E} = 0 \qquad \oint_l \bar{E} \bullet d\bar{l} = 0$$

$$\nabla \bullet \bar{J} = 0 \qquad \oint_s \bar{J} \bullet d\bar{s} = 0$$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \qquad \varphi = \int_p^A \bar{E} \bullet d\bar{l} \qquad \varphi_A = 0$$

本构关系： $\bar{J} = \sigma \bar{E}$

（2）解题思路

利用静电比拟或者解电位方程（要注意边界条件的使用）。

假设电荷 Q ——> 计算电场 **E** ——> 将电荷换成电流（ Q —> I）、电导率换成介电常数（ ε —> σ ）得到恒定电场的解 ——>计算电位 ϕ 和电阻 R 或电导 G。

恒定磁场基本知识点

（1）基本方程

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} \qquad \oint_l \bar{H} \bullet d\bar{l} = I$$

$$\nabla \bullet \bar{B} = 0 \qquad \oint_s \bar{B} \bullet d\bar{s} = 0$$

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu \bar{J} \qquad \phi = \int_s \bar{B} \bullet d\bar{s}$$

本构关系： $\bar{B} = \mu \bar{H}$

（2）解题思路

对称问题（轴对称、面对称）使用安培定理

假设电流 I ———> 计算磁场强度 H ———> 计算磁通 ϕ ———> 计算能量 $\omega_m = \mu H^2/2$ 或者电感（ $L = \psi / I$ ）。

恒定磁场基本知识点

（1）基本方程

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} \qquad \oint_l \bar{H} \bullet d\bar{l} = I$$

$$\nabla \bullet \bar{B} = 0 \qquad \oint_s \bar{B} \bullet d\bar{s} = 0$$

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu \bar{J} \qquad \phi = \int_s \bar{B} \bullet d\bar{s}$$

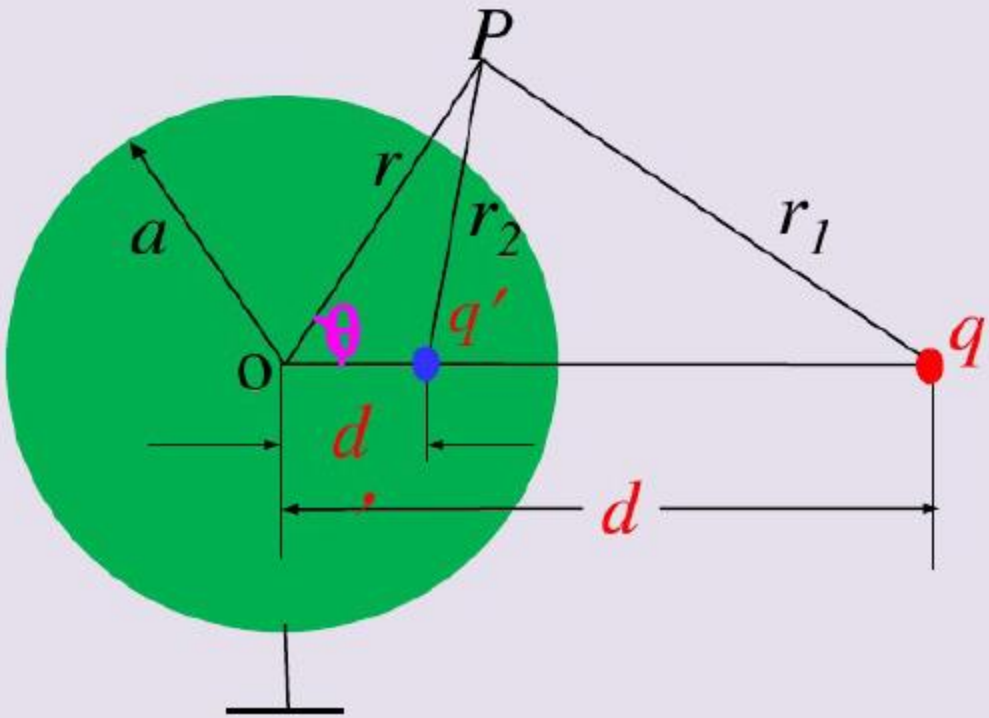
本构关系： $\bar{B} = \mu \bar{H}$

（2）解题思路

对称问题（轴对称、面对称）使用安培定理

假设电流 I ———> 计算磁场强度 H ———> 计算磁通 ϕ ———> 计算能量 $\omega_m = \mu H^2/2$ 或者电感（ $L = \psi/I$ ）。

点电荷对接地导体球面的镜像。



$$q' = -\frac{a}{d}q, \qquad d' = \frac{a^2}{d}$$

第四章 时变电磁场

1、波动方程

2、矢量位、标量位的定义

位函数方程-达朗贝尔方程

3、电磁场的功率流密度矢量-坡印廷矢量、平均坡印廷矢量

4、电磁场的能量守恒定律-坡印廷定律电磁能量守恒定律

5、时谐电磁场复数形式和瞬时值形式的相互转换

复数形式的麦克斯韦方程组

复数形式的波动方程

复数形式的达朗贝尔方程

平均坡印廷矢量的定义及计算公式

典型例题：**4.3.1, 4.5.1, 4.5.2, 4.5.4**

典型习题：**4.3, 4.9, 4.11**

波动方程

- 在无源空间中，设媒质是线性、各向同性且无损耗的均匀媒质，则有：

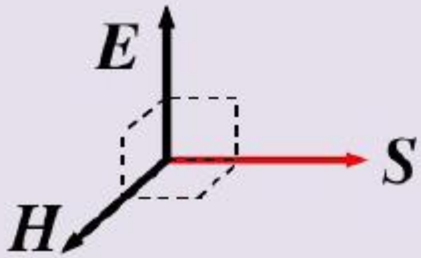
$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0} \qquad \boxed{\nabla^2 \vec{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0}$$

- 有源空间洛伦兹条件下的达朗贝尔方程：

$$\begin{cases} \nabla^2 u - \varepsilon\mu \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\dfrac{\rho_V}{\varepsilon} \\ \nabla^2 \mathbf{A} - \mu\varepsilon \dfrac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J}_V \end{cases}$$

电磁波的传播：

坡印廷矢量定义式：$\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H}$ $\mathrm{W/m^2}$



坡印廷矢量的物理意义：

坡印廷矢量又称为能量流动密度矢量，其方向表示能量流动的方向，其大小表示单位时间内流过与电磁波传播方向相垂直单位面积上的电磁能量，亦称为功率流密度或电磁能流密度，S 的方向代表波传播的方向，也是电磁能量流动的方向。

电磁能量守恒定律：

$$-\oint_S (\vec{E}\times\vec{H})\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \left(\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}+\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}\right)\mathrm{d}V+\int_V \vec{E}\cdot\vec{J}\,\mathrm{d}V$$

★时谐电磁场：以一定的角频率随时间作正弦或余弦变化的电磁场或者正弦电磁场。

瞬时矢量和复矢量的关系为：

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}[\dot{\vec{E}}_m(\vec{r})\,e^{\mathrm{j}\omega t}]$$

瞬时表达式和复数表达式的转换

麦氏方程的复数形式

$$\left\{\begin{array}{l}\boxed{\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}+j\omega\mathbf{D}}\\[2ex]\boxed{\nabla\times\mathbf{E}=-j\omega\mathbf{B}}\\[2ex]\boxed{\nabla\cdot\mathbf{B}=0}\\[2ex]\boxed{\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho}\end{array}\right.$$

坡印廷矢量的三种形式

瞬时坡印廷矢量： $\vec{S}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)$

时谐场中表达式： $\vec{S}=\mathrm{Re}\left\{\vec{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t+\phi(\vec{r})]}\right\}\times\mathrm{Re}\left\{\vec{H}_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\omega t+\phi(\vec{r})]}\right\}$

平均坡印廷矢量： $\vec{S}_{av}(\vec{r})=\dfrac{1}{2}R_e\left[\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}^*(\vec{r})\right]$

第五章 均匀平面波在无界空间的传播

1、瞬时矢量波动方程

亥姆霍兹方程

2、均匀平面波的传播参数

周期、频率、波长、波数（波矢）、相速

⇔ 电磁场表达式

3、均匀平面波的传播特性：

方向，振幅，相位，能量，

电磁场的相互表示

4、导电媒质的复介电常数

导电媒质的相位常数（良导体，低损耗媒质）

导电媒质的衰减常数（良导体，低损耗媒质）

趋肤效应与趋肤深度

5、导电媒质中电磁波的传播特性：

方向　振幅衰减　相位差　色散

6、波的极化及判断

线极化（极化类型）

圆极化（极化类型，旋向）

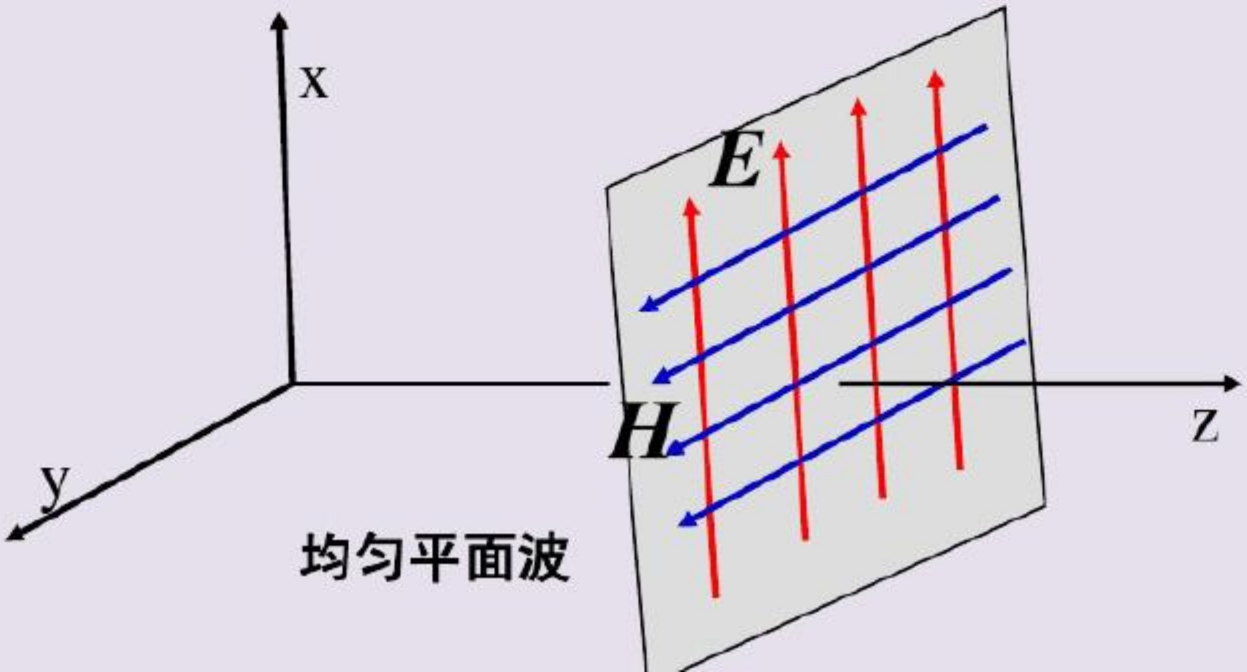
椭圆极化（极化类型，旋向）

典型习题：5.1.1, 5.1.2, 5.2.1, 5.3.1, 5.3.2

典型习题：5.2, 5.4, 5.6, 5.7, 5.12

均匀平面波：是指电磁波的场矢量只沿着它的传播方向变化，在与波传播方向垂直的无限大平面内，电场强度E和磁场强度H的方向、振幅和相位都保持不变的波。

均匀平面波特性：等相位面也是平面，且在任何一个等相位面上场矢量的大小、方向处处相同。



均匀平面波

无界理想介质中的均匀平面波

周期: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

频率: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$

波长: $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$

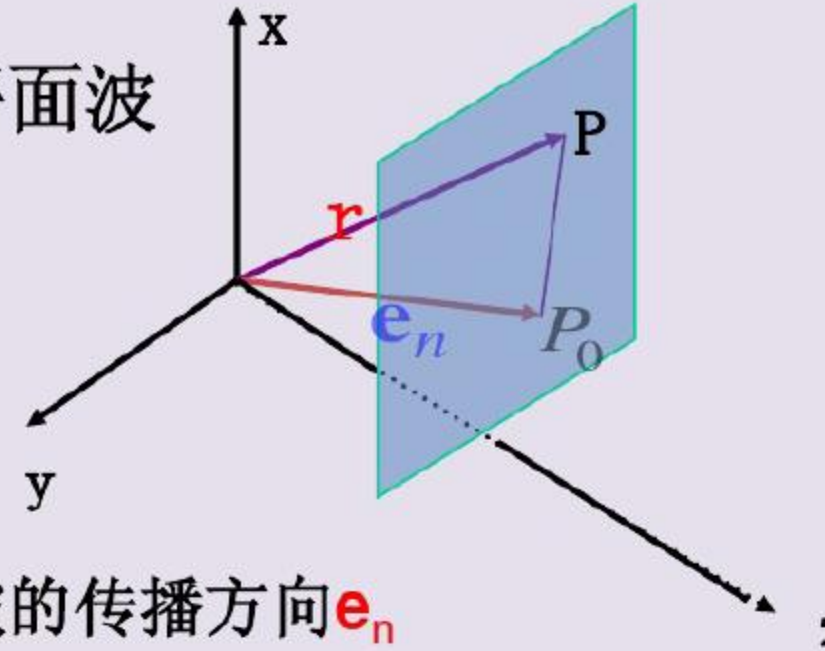
$$\boxed{k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

波数（2π内包含的波长数）：

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

相速 $v = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

沿任意方向$\mathbf{e}_n$方向传播的均匀平面波



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-jk\mathbf{e}_n \bullet \mathbf{r}}$$

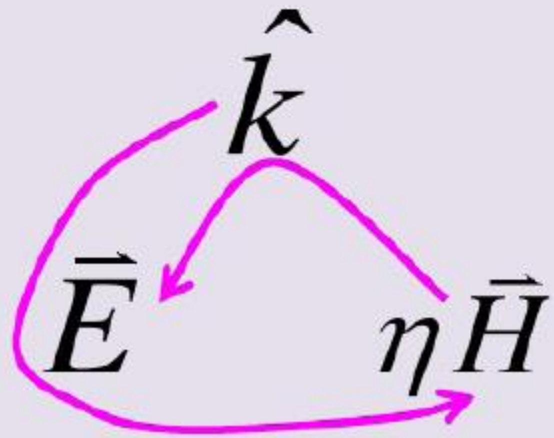
波的传播方向$\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_k = \hat{k}$

定义**波矢量k:**大小为k，方向为波的传播方向$\mathbf{e}_n$

$$\boldsymbol{k} = k\boldsymbol{e}_n = k_x\boldsymbol{e}_x + k_y\boldsymbol{e}_y + k_z\boldsymbol{e}_z$$

$$\boxed{\vec{E} = \eta\vec{H} \times \hat{k}}$$

$$\boxed{\vec{H} = \frac{1}{\eta}\hat{k} \times \vec{E}}$$



电磁波的极化

右旋圆（椭圆）极化波与左旋圆（椭圆）极化波的判断

左、右旋圆极化波也可以这样来判断:

1）大拇指指向电磁波的传播方向;

2）其余四指从E的相位超前分量所在坐标轴的正方向转到相位滞后分量所在坐标轴的正方向;

3）符合左手螺旋规则的就是左旋圆极化波，符合右手 螺旋规则的就是右旋圆极化波。

第六章 均匀平面波的反射与透射

1、均匀平面波对理想导体分界面的垂直入射

入射波、反射波、合成波的表达式

合成波的特点：驻波，波节波腹点

导体表面的电流分布的计算

2、均匀平面波对理想介质分界面的垂直入射

反射系数和透射系数的计算

入射波、反射波、合成波的表达式

合成波的特点：行驻波，波节波腹点位置

驻波系数的定义和计算

能量守恒的描述

6.1.2 对理想导体平面的垂直入射

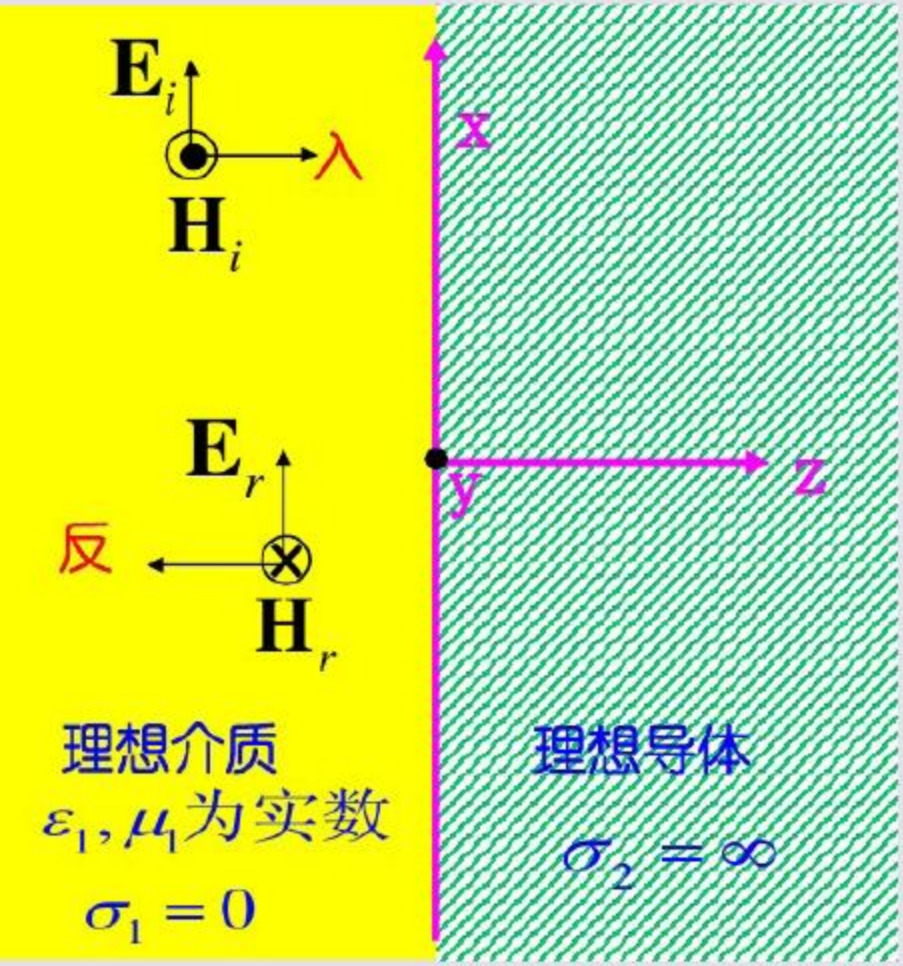


图6.1.2均匀平面波垂直入射

到理想导体平面上

由于煤质1是理想介质

$$\gamma_1 = j\omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1} = \mathrm{j}\beta_1$$

$$\eta_{1c} = \sqrt{\mu_1 / \varepsilon_1} = \eta_1$$

入射波电场和磁场分别为 ：

$$\mathbf{E}_i(z) = \mathbf{e}_x E_{im} e^{-j\beta_1 z}$$

$$\mathbf{H}_i(z) = \mathbf{e}_y \frac{1}{\eta_1} E_{im} e^{-j\beta_1 z}$$

反射波电场和磁场分别为：

$$\mathbf{E}_r(z) = -\mathbf{e}_x E_{im} e^{+j\beta_1 z}$$

$$\mathbf{H}_r(z) = \mathbf{e}_y \frac{1}{\eta_1} E_{im} e^{+j\beta_1 z}$$

媒质1区中的合成波的电场和磁场的瞬时表达式分别为：

$$\mathbf{E}_1(z,t)=\mathbf{e}_x 2E_{im}\sin(\beta_1 z)\sin(\omega t) \qquad \mathbf{H}_1(z,t)=\mathbf{e}_y \frac{2E_{im}}{\eta_1}\cos(\beta_1 z)\cos(\omega t)$$

$$|\mathbf{E}_1(z)|=2E_{im}|\sin(\beta_1 z)| \qquad |\mathbf{H}_1(z)|=\frac{2E_{im}}{\eta_1}|\cos(\beta_1 z)|$$

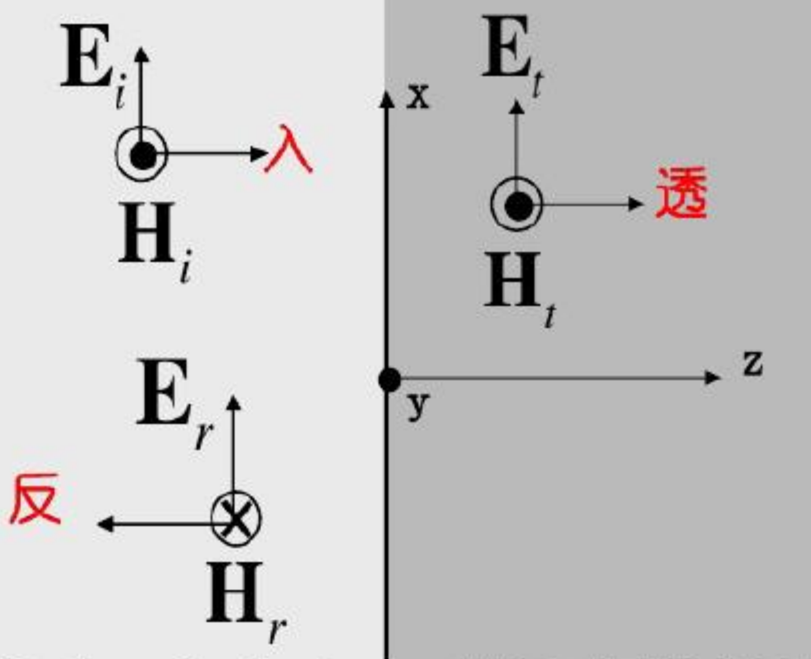
媒质1区中的合成波的特点：

- 对任意时刻t在 $\beta_1 z=-n\pi \quad or \quad z=-n\frac{\lambda_1}{2}(n=o,1,2,.....)$ 电场皆为零，而磁场最大。

- 对任意时刻t在 $\beta_1 z=-(2n+1)\frac{\pi}{2} \quad or \quad z=-(2n+1)\frac{\lambda_1}{4}(n=o,1,2,.....)$ 磁场皆为零，而电场最大。

- 合成波在空间没有移动，只是在原处上下波动，具有这种特点的电磁波称为驻波。

6.1.3 对理想介质分界平面的垂直入射



媒质1理想介质

$(\varepsilon_1, \mu_1$

$\sigma_1 = 0)$

媒质2理想介质

$(\varepsilon_2, \mu_2$

$\sigma_2 = 0$

两种媒质的**本征阻抗**分别为：

$$\eta_{1c} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} = \eta_1 \qquad \eta_{2c} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} = \eta_2$$

$$\Gamma = \frac{E_{rm}}{E_{im}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$\tau = \frac{E_{tm}}{E_{im}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = 1 + \Gamma$$

煤质1区中入射波的电场和磁场分别为：

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_x E_{im} e^{-j\beta_1 z} \qquad \mathbf{H}_i = \mathbf{e}_y \frac{1}{\eta_1} E_{im} e^{-j\beta_1 z}$$

煤质1区中反射波的电场和磁场分别为：

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{e}_x \Gamma E_{im} e^{j\beta_1 z} \qquad \mathbf{H}_r = -\mathbf{e}_y \frac{1}{\eta_1} \Gamma E_{im} e^{j\beta_1 z}$$

煤质1区中合成波的电场和磁场分别为：

$$\mathbf{E}_1(z) = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{e}_x E_{im}(e^{-j\beta_1 z} + \Gamma e^{j\beta_1 z})$$

$$= \mathbf{e}_x E_{im}[(1+\Gamma)e^{-j\beta_1 z} + j2\Gamma \sin(\beta_1 z)]$$

$$\mathbf{H}_1(z) = \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r = \mathbf{e}_y \frac{E_{im}}{\eta_1}(e^{-j\beta_1 z} - \Gamma e^{j\beta_1 z})$$

$$= \mathbf{e}_y \frac{E_{im}}{\eta_1}[(1+\Gamma)e^{-j\beta_1 z} - 2\Gamma \cos(\beta_1 z)]$$

煤质1区中合成波（总场）的电场和磁场分别为：

$$\mathbf{E}_1(z) = \underbrace{\mathbf{e}_x E_{im}(1+\Gamma)e^{-j\beta_1 z}}_{\text{第一部分是沿}+z\text{方向传播的行波}} + \underbrace{\mathbf{e}_x j2\Gamma E_{im}\sin(\beta_1 z)}_{\text{第二部分是}z\text{方向的驻波}}$$

$$\mathbf{H}_1(z) = \underbrace{\mathbf{e}_y \frac{E_{im}}{\eta_1}(1+\Gamma)e^{-j\beta_1 z}}_{\text{第一部分是沿}+z\text{方向传播的行波}} - \underbrace{\mathbf{e}_y 2\Gamma \frac{E_{im}}{\eta_1}\cos(\beta_1 z)}_{\text{第二部分是}z\text{方向的驻波}}$$

所以煤质1区中合成波（总场）为z方向的行驻波，总电场振幅为

$$\left|\mathbf{E}_1(z)\right| = E_{im}\sqrt{1+\Gamma^2+2\Gamma\cos(2\beta_1 z)}$$

麦克斯韦方程组

微分形式

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases}$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Gauss定理

Stokes定理

积分形式

$$\begin{cases} \oint_C \vec{\mathbf{H}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{l}} = \int_S (\vec{\mathbf{J}} + \dfrac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}} \\ \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{l}} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}} \\ \oint_s \vec{\mathbf{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}} = 0 \\ \oint_s \vec{\mathbf{D}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}} = \int_V \rho \mathrm{d}V \end{cases}$$

$$\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_V \rho \mathrm{d}V$$

分析认识电磁问题的基本出发点和强制条件

出发点

条　件

Maxwell方程组

$$\begin{cases} \nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} \\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho \end{cases}$$

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

本构关系

$$\begin{cases} \vec{D}=\varepsilon\vec{E} \\ \vec{H}=\mu\vec{B} \\ \vec{J}=\sigma\vec{E} \end{cases}$$

边界条件

$$\begin{cases} \vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_S \\ \vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0 \\ \vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho_S \end{cases}$$

$$\vec{e}_n\cdot(\vec{J}_1-\vec{J}_2)=-\frac{\partial}{\partial t}\rho_S$$

重要特征

电磁问题是一个线性问题　　线性迭加原理求解复杂场源问题

应用问题中的主要问题

任意问题	静态场问题	时谐场问题

任意问题

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases}$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

静态场问题

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho \end{cases}$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

时谐场问题

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}} + j\omega \vec{\mathbf{D}} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -j\omega \vec{\mathbf{B}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k_c^{\ 2} \vec{E} = 0 \\ \nabla^2 \vec{H} + k_c^{\ 2} \vec{H} = 0 \end{cases}$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -j\omega\rho$$

特　点

问题的不同主要表现在方程的不同

求解问题的间接方法

任意问题	静态场问题	时谐场问题
$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$	$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$	$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$
$\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla\varphi$	$\vec{E}=-\nabla\varphi$	$\vec{E}=-j\omega\vec{A}-\nabla\varphi$
$\nabla\cdot\vec{A}=-\mu\varepsilon_c\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}$	$\nabla\cdot\vec{A}=0$	$\nabla\cdot\vec{A}=-\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon_c\varphi$
$\begin{cases}\nabla^2\vec{A}-\mu\varepsilon_c\dfrac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu\vec{J}\\ \nabla^2\varphi-\mu\varepsilon_c\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\dfrac{\rho}{\varepsilon_c}\end{cases}$	$\begin{cases}\nabla^2\vec{A}=-\mu\vec{J}\\ \nabla^2\varphi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon_c}\end{cases}$	$\begin{cases}\nabla^2\vec{A}+k_c{}^2\vec{A}=-\mu\vec{J}\\ \nabla^2\varphi+k_c{}^2\varphi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon_c}\end{cases}$

求解问题的方法

场源直接积分方法：已知源分布，求位函数或场量

积分方程方法：高斯定律和安培环路定律

微分方程方法：**Laplace**、**Poisson**、 **Helmholtz**方程

镜象法：**Laplace**、**Poisson**、 **Helmholtz**方程

GOOD LUCK