



Chapter06 Image coding and compression

彭真明

E-mail:zmpeng@uestc.edu.cn pengzm_ioe@163.com

电子科技大学光电信息学院 2018.11.14, 二教106/107, 沙河校区



- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*







- ■图像压缩的必要性
 - 一幅512×512的灰度图像的比特数为:



 $512 \times 512 \times 8 = 2,097,152$ bit = 262,144 byte

 $= 256 k_{o}$

可见, 数字图像通常要求很大的比特数, 这给 图像的传输和存储带来一定的困难。要占用很 多的资源,花很高的费用。



一、编码及

一、编码及信息论概述

■图像压缩的必要性

一部90分钟的彩色电影,每秒放映24帧。把它数字化,每帧512x512象素,每象素的R、G、B三分量分别占8 bit,总比特数为:

 $90 \times 60 \times 24 \times 3 \times 512 \times 512 \times 8bit = 97,200 (M)$

若一张CD光盘可存600兆字节数据,这部电影图像(不包括声音)就需要约160张CD光盘用来存储。





■编码

编码是用符号元素(字母、数字、比特和类似的符号等)表示信号、消息或事件的过程。

每个信息或事件被赋予一个编码符号序列,称之 为码字。

每个码字中符号的数量就是该码字的长度,简称码长。



■图像压缩的可能性——数据冗余

编码冗余:用于表示的8bit编码所包含的比特数要比表示该灰度所需要的比特数多。

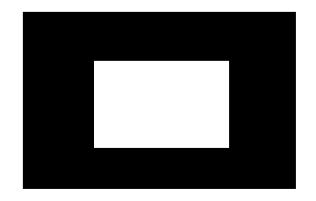
<u>空间/时间冗余</u>:空间像素相关性;视频之帧间画面的相关性等;

不相关的信息:视觉可忽略或与用途无关的信息。



例析1: 编码冗余

如果用8 bit表示下面图像的像素,可以说该图像存在着编码冗余。



因为该图像的像素只有两个灰度,用1 bit 即可表示。



例析2: 空间冗余

对于一幅图像,很多单个像素对视觉的贡献是冗余的。这可以建立在对邻域值预测的基础上。

例如:

原图像数据:

250 253 251 252 250 --- 40bit

压缩后数据:

 $250 \ 3 \ 1 \ 2 \ 0 \longrightarrow \underline{14bit}$



例析3: 不相关信息

■视觉冗余

一些信息在一般视觉处理中比其它信息的相对重要程度要 小,这种信息就被称为<u>视觉冗余</u>。







■图像编码及分类

<u>无失真编码</u>(无损压缩、可逆压缩)是一种经编、解码后图像不会产生失真的编码方法。可重建图像,但压缩比不大;

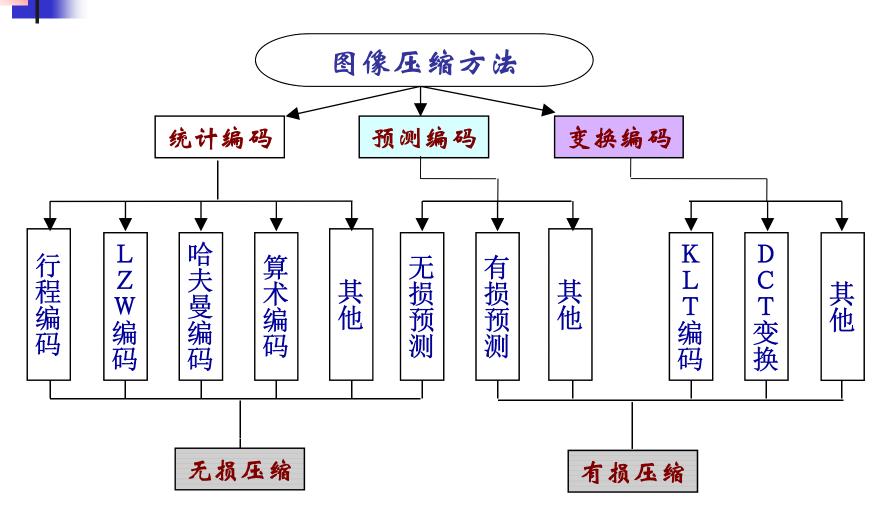
<u>有失真编码</u>(有损压缩、不可逆压缩)解码时无法完全恢复原始图像,压缩比大但有信息损失。

<u>失</u> 真:原图像与解码输出图像之间的随机误差;

压缩比:原图像比特数与压缩后图像比特数之比。



编码及信息论概述





■ 信源的定义

信源即能够产生信息的事物。

数学上, 信源是一概率场。

若信源可能产生的信息是 s_1, s_2, \dots, s_n ,这些信息出现的概率分别是 $p(s_1), p(s_2), \dots, p(s_n)$ 。

则该信源可表示为:

$$\begin{cases} s_1, & s_2, & \cdots, s_n \\ p(s_1), p(s_2), & \cdots, p(s_n) \end{cases}$$



■信息量和熵

信息量: 从N个相等可能发生的事件中,选出其中一个事件所需的信息度量,称为信息量。

例如:要辨识1到32中选定的某一个数,可先提问: "是否大于16?",得到回答就消去半数可能事件。每提问一次得到回答,可以得到1bit信息量(二进制佐)。

这里共需5次,因此所需的信息量为:

$$\log_2 32 = -\log_2 \frac{1}{32} = -\log_2 p(s) = 5$$



■信息量的计算

从N个数选定一个数s的概率为p(s),且等概率,p(s)=1/N。

$$I(s) = \log_2 N = -\log_2 \frac{1}{N} = -\log_2 p(s) = I[p(s)]$$

■熵的计算

设信源符号表为 $\mathbf{s}=\{s_1, s_2, \dots, s_q\}$,其概率分布为 $P(\mathbf{s})=\{p(s_1), p(s_2), \dots, p(s_q)\}$,则信源的熵为:

$$H(\mathbf{s}) = -\sum_{i=1}^{q} p(s_i) \log_2 p(s_i) = \sum_{i=1}^{q} p(s_i) I[p(s_i)]$$





■熵的作用

熵表示信源中消息的<u>平均信息量</u>。在不考虑消息间的相关 性时,是无失真编码平均长度比特数的下限。

例: 信源
$$S = \begin{cases} S_1, S_2, S_3, S_4 \\ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8} \end{cases}$$
 $H(s) = \begin{cases} F(s) = \frac{7}{4} \end{cases}$

说明:该信源编码平均码长最短情况下为7/4,不能再小,否则就会引起错误。平均码长比此数大许多时,就表明压缩还有待改进。





- ■熵的性质
 - 1) 熵是一个非负数, 即总有 $H(s) \ge 0$ 。
 - 2) 当其中一个符号 S_j 的出现概率 $p(S_j)=1$ 时,其条符号 $S_i(i\neq j)$ 的出现概率 $p(S_i)=0$,H(S)=0。
 - 3) 当各个 S_i 出现的概率相同时,则最大平均信息量为 $\log_2 N$,N为可能发生的事件数。
 - 4) 熵值总有, $H(s) \leq \log_2 N$ 。





- ■图像的熵
 - 1) s作为灰度,共q级,出现概率均等时, $p(s_i)=1/q$,

$$H(s) = -\sum_{i=1}^{q} \frac{1}{q} \log_2 \frac{1}{q} = \log_2 q$$

2) 当灰度只有两级时,即 s_i =0,1,且0出现概率 $\mathcal{A}p_1$,1出现概率 $\mathcal{A}p_2$ =1- p_1 ,其熵:

$$H(s) = p_1 \log_2 \frac{1}{p_1} + (1 - p_1) \log_2 \frac{1}{1 - p_1}$$





- ■图像的熵
 - 3) 对 8 位图像, s作为灰度, 共256级, 其熵为:

$$H(\mathbf{s}) = -\sum_{i=0}^{255} p(i) \log_2 p(i)$$

4) 当图像由单一灰度级组成时(即灰度均匀分 布图像),其熵为:

$$H(\mathbf{s}) = -\sum_{i=0}^{255} p(i) \log_2 p(i) = 0$$







编码及信息论概述

■ 无失真编码定理

在无干扰条件下,存在一种无失真的编码方法,使编码的平均长度 \overline{L} 与信源的熵H(s)任意地接近,即

$$\overline{L} = H(s) + \varepsilon$$



Claude Shannon (1916-2001)

其中, ε 为任意小的正数。以H(s)为其下限, $\overline{L} \ge H(s)$,即香农(Shannon)无干扰编码定理。





■ 压缩率

若原始图像的平均比特数为b,编码后的平均比特数为 b_d ,则压缩率/比定义为:

$$C = b/b_d \qquad \qquad \tilde{C} = \frac{b-b_d}{b} = \frac{b_d}{b}$$



由Shannon定理,无失真编码最大数据压

缩此为:
$$C_{\text{max}} = \frac{b}{H(s) + \varepsilon} \approx \frac{b}{H(s)}$$



■ 编码效率

$$\eta = \frac{H(s)}{\overline{L}}, \quad \text{or} \quad \eta = \frac{1}{1+R}$$

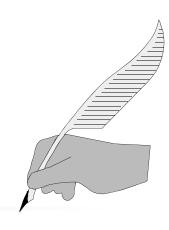
■ 冗余度

压缩率/比
$$R_D = 1 - 1/C \quad \text{or } R = 1 - \eta, \quad R = 1/\eta = 1$$

R接近于0,或编码效率接近于1的编码称为高效码。



编码及信息论概述



- 保真度(Fidelity)
- ✓ 总误差(Total error between the two images)

$$e = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[f(x, y) - \hat{f}(x, y) \right]$$

✓ 均方差(MSE)

$$MSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[f(x, y) - \hat{f}(x, y) \right]^{2}}$$

✓ 信噪比(SNR)

Signals

$$SNR = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \widehat{f}(x,y)^{2} / \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \underbrace{f(x,y) - \widehat{f}(x,y)}_{2}$$









- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*







概念

行程编码(Run Length Encoding, RLE)是一种消除空间 冗余的数据压缩方法。

行程:沿行(或列)具有相同灰度值的像素序列。

■ 编码思想

去除空间像素冗余。即用行程的灰度和行程的长度代替行程本身。



二、行程编码

例:设重复次数为iC,重复像素值为iP,则

编码为: iCiP iCiP iCiP

编码前: aaaaaaabbbbbbccccccc

编码后: 7a6b8c







- 对于有大面积色块的图像,压缩效果很好。
- 对于杂乱图像,压缩效果不好;最坏情况,会加倍数据。

Next Sect...





主要内容

- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*





三、霍夫曼(Huffman)编码

■简介

霍夫曼(Huffman)编码是可变字长编码(Variable length coding, VLC)的一种。

该方法由Huffman(1952)提出,它依据字符出现概率来构造异字头的平均长度最短的码字,被称作Huffman编码,有财称之为最佳编码。



三、霍夫曼(Huffman)编码

■基本思想

通过减少编码冗余来达到数据压缩的目的。

- 统计各个符号出现的概率。
- 建立一个概率统计表。

一般规定:

最常出现(概率大的)的符号用最短的编码;最 少出现的符号用最长的编码。



例题1: 已知信号源为 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$,其概率分布为 p_1 =0.4, p_2 =0.3, p_3 =0.1, p_4 =0.1, p_5 =0.06, p_6 =0.04。 试分别计算:

- (1) 最佳Huffman码;
- (2) 该信源的平均码长;
- (3) 编码效率 η 和冗余度R。



计算步骤:

- ① 将信源符号按出现概率从大到小排成一列,然后把最末尾的两个符号的概率相加,合成一个概率。
- ② 把这个符号的概率与其余符号的概率按从大到小排列 ,然后再把最末两个符号的概率加起来,合成一个概 率。
- ③ 重复上述做法,直到最后剩下两个概率为止。
- ④ 从最后一步剩下的两个概率开始逐步向前编码,每步只需对两个分支各赋予一个二进制码。例如,对概率 大的赋予码元0,对概率小的赋予码元1。



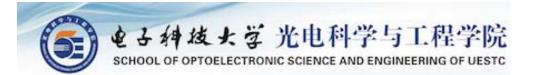
概率	自然码	200
0.4	000	
0.3	001	
0.1	010	
0.1	011	
0.06	100	
0.04	101	
	0.4 0.3 0.1 0.1 0.06	0.40000.30010.10100.10110.06100



输入	概率	第①步
S_1	0.4	0.4
S_2	0.3	0.3
S_3	0.1	0.1
S_4	0.1	0.1
S_5	0.06 L	$\rightarrow 0.1$
S_6	0.04^{5}	



```
輸入 概率 第①步第②步 S_1 0.4 0.4 0.4 S_2 0.3 0.3 0.3 S_3 0.1 0.1 0.1 S_4 0.1 0.1 S_5 0.06 0.1 S_5 0.04
```



```
輸入 概率 第①步第②步第③步S_1 0.4 0.4 0.4 0.4 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 S_3 0.1 0.1 0.2 0.3 S_4 0.1 0.1 S_5 0.06 0.1 S_6 0.04
```



```
輸入 概率 第①步第②步第③步第④步 S_1 0.4 0.4 0.4 0.4 0.6 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 S_3 0.1 0.1 0.1 S_4 0.1 0.1 0.1 S_5 0.06 0.1 S_6 0.04
```



```
輸入 概率 第①步第②步第③步第④步 S_1 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.60 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.41 S_3 0.1 0.1 0.2 0 0.3 1 S_4 0.1 0.1 0.1 1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_6 0.04 1
```



輸入 概率 第①步第②步第③步第④步
$$S_1$$
 0.4 0.4 0.4 0.4 0.6 0 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 1 S_3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 S_4 0.1 0.1 0.1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_6 0.04 1



輸入 概率 第①步第②步第③步第④步
$$S_1$$
 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.41 S_3 0.1 0.1 0.2 0 0.3 1 S_4 0.1 0.1 0.1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_5 0.04 1 S_6 0.04 1



輸入 概率 第①步第②步第③步第④步
$$S_1$$
 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.5 0.6 0 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 1 S_3 0.1 0.1 0.2 0 0.3 1 S_4 0.1 0.1 0.1 1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_6 0.04 1 S_6 0.04 1



輸入 概率 第①步第②步第③步第④步
$$S_1$$
 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.6 0 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 1 S_3 0.1 0.1 0.1 0.1 S_4 0.1 0.1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_6 0.04 1



輸入 概率 第①步第②步第③步第④步
$$S_1$$
 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.5 0.5 0 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 1 S_3 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 S_4 0.1 0.1 0.1 S_5 0.06 0 0.1 S_5 0.04 1 S_5 0.04 1



```
輸入 概率 第①步第②步第③步第④步 S_1 0.4 0.4 0.4 0.4 0.4 0.5 0.5 0 S_2 0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 0.4 1 S_3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 S_4 0.1 0.1 0.1 1 S_5 0.06 0 0.1 1 S_6 = 01011
```



- ■信源的熵

$$H(s) = -(0.4 \times \log 2(0.4) + 0.3 \times \log 2(0.3) + 0.1 \times \log 2(0.1)$$

+0.1 × log2(0.1) +0.06 × log2(0.06) +0.04 × log2(0.04))
≈ **2.14** (bit/像素)

■压缩结果

```
压缩比(C): = m / \underline{L} = 3 / 2.2 \approx 1.364
编码效率(\eta): = H(s) / \underline{L} = 2.14 / 2.2 \approx 97.3\%
冗余度(R): = 1 - \eta \approx 0.027 = 2.7\%
```



例题2:对下面的一首英文歌词进行Huffman编码。

Because I'm bad, I am bad — come on;

Bad, bad — really, really bad;

You know I'm bad, I'm bad —

Bad, bad — really, really bad;

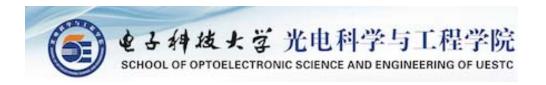
You know I'm bad, I'm bad — come on, you know;

Bad, bad — really, really bad.



表1 歌词短语及概率统计

短语	符号(首字母)	频率(次)	概率
Because	В	1	1/35 = 0.03
I'm	I	6	6/35 = 0.17
Bad	В	15	15/35 = 0.43
Come on	С	2	2/35 = 0.06
It	I	1	1/35 = 0.03
Really	R	6	6/35 = 0.17
You know	Y	4	4/35 = 0.11



编码的树结构表示

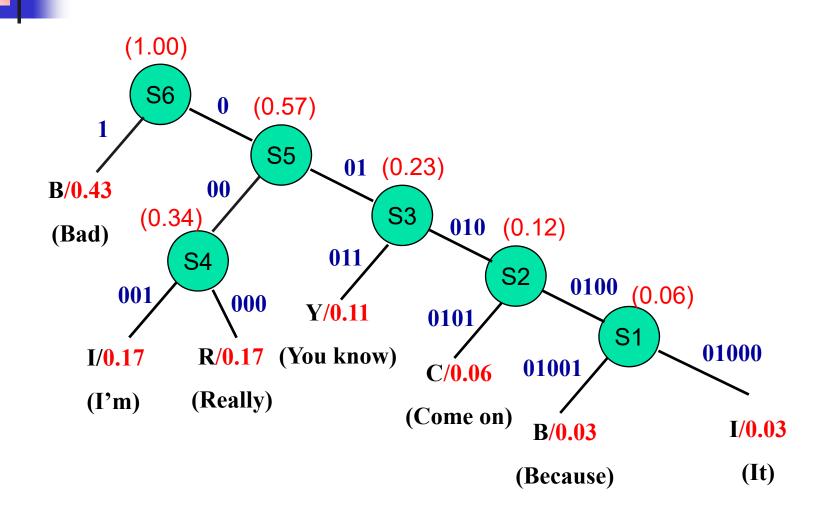




表2短语、码长及编码结果统计

短语	符号	频率	概率	码长	编码结果
Because	В	1	0.03	5	01001
I'm	I	6	0.17	3	001
Bad	В	15	0.43	1	1
Come on	C	2	0.06	4	0101
It	I	1	0.03	5	01000
Really	R	6	0.17	3	000
You know	Y	4	0.11	3	011



平均码长:



 $\underline{L} = 0.03*5+0.17*3+0.43*1+0.06*4+0.03*5+0.17*3+0.11*3$ = 2.32

信源的熵: 🧽



H(s) = -(0.03*log2(0.03)+0.17*log2(0.17)+0.43*log2(0.43)+0.06*log2(0.06)+0.03*log2(0.03)+0.17*log2(0.17)+0.11*log2(0.11)) = 2.29

$C, \eta, R =$



编码前: $35 \times 3 = 105$,编码后: 81位; $C=105/81 \approx 1.296$ $\eta = ?; R = ?$





- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*





■预测编码

时间域(Time domain)编码方法。

- 思路:利用前面已经出现过的符号来预测当前的符号, 然后将实际上的符号与预测相减得到预测误差值。
- 预测编码的好处在于预测误差值的范围比原信号的数字范围小,如果预测足够精确的话。
- · 通常,会对预测误差值进一步编码(Quantization)。

可分为有损和无损预测,但预测本身不会造成失真。



- 1.无损预测编码(Lossless Predictive Coding)
- ■基本思想
 - 相邻像素的信息有冗余,当前像素值可以用先前的 像素值来获得。
 - 用当前像素值fn,通过预测器得到一个预测值 fn,对当前值和预测值求差。对差编码,作为压缩数据流中的下一个元素。



五、预测编码

例题1: 利用前1个像素进行预测(1阶)

100	102	101	100	100
101	100	102	102	100
100	103	100	102	101
100	100	100	102	100
101	101	100	100	100

100	2	-1	-1	0
1	-1	2	0	-2
-1	3	-3	2	-1
0	0	0	2	-2
1	0	-1	0	0

原像素值

预测值



■预测原理

一般情况下,利用前m个像素的线性组合来预测,即

$$f_n = round \left[\sum_{i=1}^m \alpha_i f_{n-i} \right]$$

预测器为:

$$\hat{f}_n(x, y) = round \left[\sum_{i=1}^m \alpha_i f(x-i, y) \right]$$

其中,round为取最近整数, α_i 为预测系数(可为1/m),x,y分别是列/行变量。

注意: 前m个像素不能用此法编码,可用哈夫曼编码。



例析: 预测编码

例题2: $f = \{154,159,151,149,139,121,112,109,129\}$ 取m = 2, a = 1/2

预测:

$$f2=1/2 \times (154+159) \approx 156$$
, $e2=151-156=-5$
 $f3=1/2 \times (159+151)=155$, $e3=149-155=-6$
 $f4=1/2 \times (151+149)=150$, $e4=139-150=-11$
 $f5=1/2 \times (149+139)=144$, $e5=121-144=-23$
 $f6=1/2 \times (139+121)=130$, $e6=112-130=-18$
 $f7=1/2 \times (121+112) \approx 116$, $e7=109-116=-7$
 $f8=1/2 \times (112+109) \approx 110$, $e8=129-110=19$



■编码步骤

第①步:压缩头处理。 → MHuffman编码

第②步:预测值。 — 预测器设计

第③步:求预测误差值。

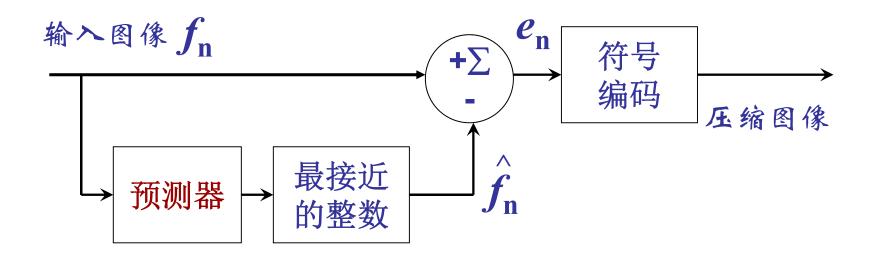
$$e(x,y) = f(x,y) - \widehat{f}(x,y)$$

第4步:对误差e(x,y)编码,作为压缩值。

重复执行②、③、④步。



■编码原理图





2. 有损预测编码

有损预测编码(Lossy Predictive Coding,LPC)

- ✓基本概念
- ✓量化器
- ✓编码原理



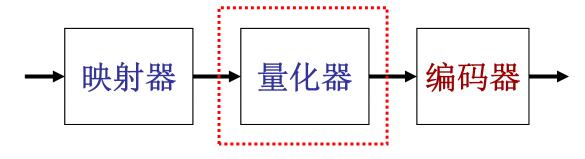


■基本概念

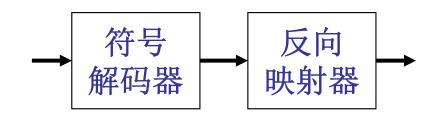
- 通过牺牲图像的准确率来达到增大压缩率的目的。
- 如果容忍解压后的结果中有一定的误差,那么压缩 率可以显著提高。
- 有损与无损压缩的本质区别在于: 是否有量化器 模块。



- 数据源编/解码的一般模型
- 编码模型



• 解码模型





■量化器

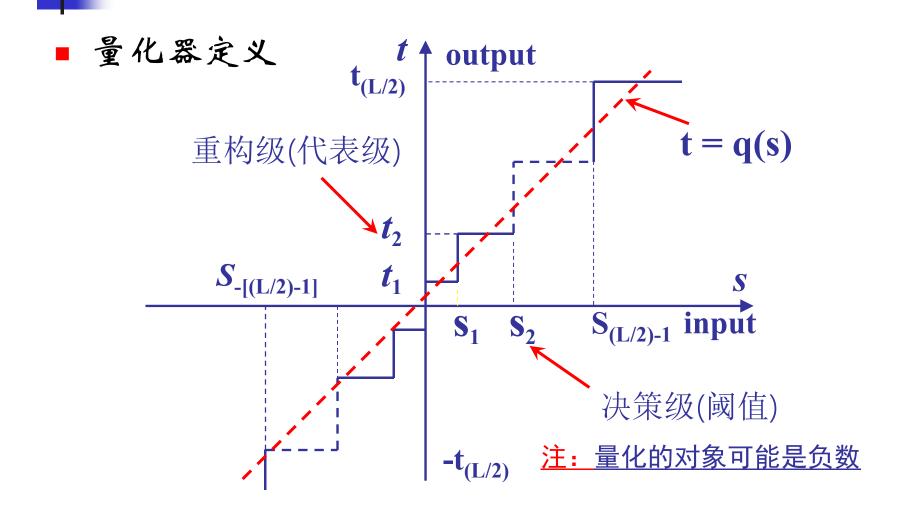
- 减少数据量的最简单的办法是将图像量化成较少的 灰度级,通过减少图像的灰度级来实现图像的压缩;
- 该量化过程是不可逆的,因而解码时图像有损失。

例如:输入是256个灰度级,对灰度级量化后输出,只剩下4个层次,则数据量被大大减少。然而,这个过程是不可逆的。



- ■量化器定义
- 阶梯形量化函数 t = q(s),是一个s的奇函数(即q(-s) = q(s)),它可以通过L/2、 s_i 和 t_i 来完全描述。
- s_i 被称为量化器的<u>决策级</u>(阈值); t_i 被称为量化器的<u>重构级</u>(代表级)。 L: 是量化器的级数。
- 由于习惯的原因, s_i 被认为是映射到 t_i ,如果它在半开区间 $(s_i,s_{i+1}]$ 。







■ 算法演变——无损到有损

基本思想:对无损预测压缩的<u>误差进行量化</u>,通过消除视觉心理冗余,达到对图像进一步压缩的目的。

—— 引入量化 (Quantification)



■ 编/解码原理及过程

$$\triangleright$$
 将**e**n量化: $\hat{e}_n = Q(e_n)$

>用:
$$f'_n = \hat{e}_n + \hat{f}_n$$

$$\triangleright$$
 近似: $f_n \approx f'_n$

$$\triangleright$$
 编码: $\hat{e}_n = Q(f_n - \hat{f}_n)$ $e_n = f_n - \hat{f}_n$

$$\triangleright$$
 解码: $f'_n = \hat{e}_n + \hat{f}_n$

➤ 无损预测

$$f'_n = e_n + \hat{f}_n$$
$$f_n = f'_n$$

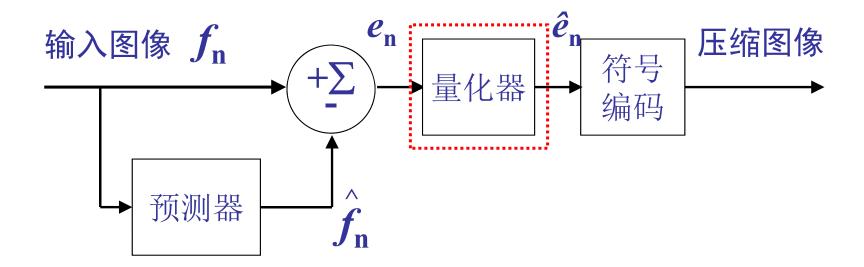
$$e_n = f_n - \hat{f}_n$$

$$f_n' = e_n + \hat{f}_n$$



■编码流程

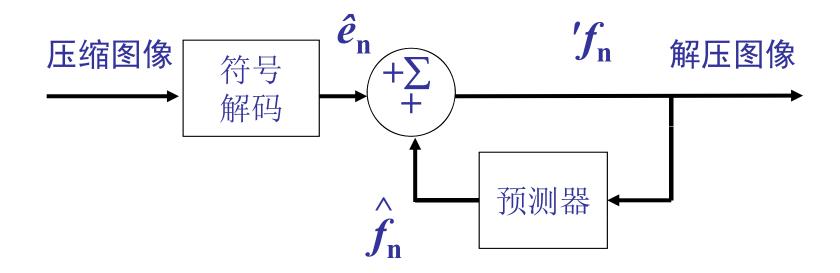
$$\hat{e}_n = Q(f_n - \hat{f}_n)$$





■解码流程

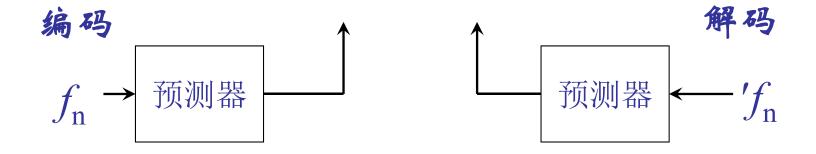
$$f_n' = \hat{e}_n + \hat{f}_n$$





■ 编码方案的修正

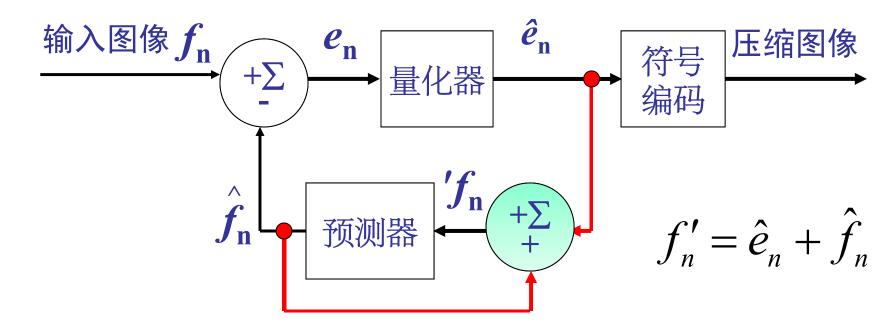
由于预测器的输入是fn,而解压中的预测器的输入是 fn',要使用相同的预测器,编码方案要进行修改。





■编码方案的修正

$$\hat{e}_n = Q(f_n - \hat{f}_n)$$





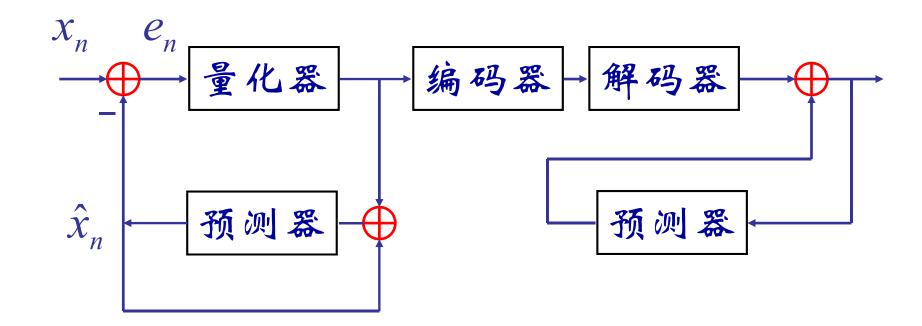
■ DPCM简介

差分脉冲编码调制(Differential Pulse Code Modulation, DPCM),采用反馈方法预测估值。

- 1950年,卡特勒申请专利;
- 1952年, 获得批准;
- 1958年,格雷厄姆 (Graham)开始计算机模拟研究编码 方法;
- 1966年, 與尼尔 (O'Neal)对电视信号预测编码进行理论 分析以及计算机模拟;
- 1971年投入使用。



■ DPCM编码原理图





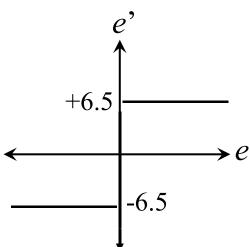
■量化器

$$e'_{n} = \begin{cases} +\zeta, & e_{n} > 0, & \zeta 是 - \uparrow \text{ 正常数} \\ -\zeta, & else, & e'_{n} \text{ 用 1 位编码} \end{cases}$$

■预测器

$$\hat{f}_n = \alpha f'_{n-1}$$

 α 一般是一个小子1的预测系数。





例析: DPCM

例题3: 已知: $\alpha = 1$, $\zeta = 6.5$, 两个像素分别为 $f_0 = 14$ 、 $f_1 = 15$, 则:

$$n = 0$$
, $\hat{f}_0 = f_0 = 14$

$$n = 1$$
, $\hat{f}_1 = \alpha f_0 = 1 \times 14$

编码:
$$e_1 = 15 - 14 = 1$$

$$e_1' = +6.5(\because e_1 > 0)$$

解码: $f_1' = e_1' + \hat{f}_1 = 6.5 + 14 = 20.5$ — (重构结果)

$$f_1 - f_1' = (15 - 20.5) = -5.5$$
 (重构误差)



例析: DPCM

输入			编码			解码		误差
n	f	^f	е	'e	'f	^f	'f	f-'f
0	14	-	-	-	14.0	-	14.0	0.0
1	15	<u>14.0</u>	1.0	<u>6.5</u>	20.5	14.0	20.5	-5.5
2	14	20.5	-6.5	-6.5	14.0	20.5	14.0	0.0
3	15	14.0	1.0	6.5	20.5	14.0	20.5	-5.5
14 15 16 17	47	20.5 27.0 33.5 40.0	10.0 13.5	6.5 6.5 6.5 6.5	27.0 33.5 40.0 46.5	20.5 27.0 33.5 40.0	27.0 33.5 40.0 46.5	2.0 3.5 7.0 15.5



四、预测编码

3. 预测器的一般模型

$$\hat{x}_n = f(x_{n-m}, x_{n-m+1}, \dots, x_{n-1})$$

可以是固定的,也可以是自适应的;可以是线性的,也可以是非线性的。

预测器设计得越好,对输入的数据压缩就越多。



一维线性预测

 $若\hat{x}_n \in X_{n-m}, X_{n-m+1}, \dots, X_{n-1}$ 的线性组合,则称为线性预测,

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^{m} a_k x(n-k)$$

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) = x(n) - \sum_{k=1}^{m} a_k x(n-k)$$

其中, a_k 预测系数,m预测的阶数。



■最佳线性预测

选 a_k ,使 $\sigma^2_{d(n)}$ 最小。设x(n)是广义平稳的,且e(n)均值为0,则



假设x(n)是各态遍历的,且训练样本数N相当大,则x(n)的自相关函数

$$R(-k) = R(k) \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x(n)x(n-k)$$

上式写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \cdots & R(m-1) \\ R(1) & R(0) & \cdots & R(m-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(m-1) & R(m-2) & \cdots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(1) \\ R(2) \\ \vdots \\ R(m) \end{bmatrix}$$



■ 旬 适 应 线 性 预 测

若x(n)是非平稳的,或是分段近似广义平稳,则可采用边送数据边测量与估计x(n)的自相关函数,求出相应的最佳预测系数。

随之,相应的最佳预测系数随着x(n)的统计特性的变化而变化,这就是自适应线性预测。



二维线性预测

原始图像用f(m,n)表示:

$$\hat{f}(m,n) = \sum_{(k,l)\in Z} \sum_{k,l} a_{k,l} f(m-k,n-l)$$

预测的差值定义为:

$$e(m,n) = f(m,n) - \hat{f}(m,n)$$

这里Z为对像素f(m,n)进行预测的相关点的集合。



方程的解 $a_1, a_2, ..., a_m$ 是一组最佳的预测系数。压缩效果可用方差 $\sigma^2_{e(n)}$ 来衡量,即

$$\sigma_{e(n)}^2 = \sigma_{x(n)}^2 - \sum_{k=1}^m a_k R(k)$$

原始序列相关性越强, R(k)越大, $\sigma_{e(n)}^2$ 越小,压缩效果越显著; 原始序列互不相关, PR(k)=0, $k\neq 0$, 则, $\sigma_{e(n)}^2=\sigma_{x(n)}^2$ 一点也不能压缩。



- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*





- 1. 变换编码的基本思想
 - 用一个可逆的、线性的变换(如FFT、DCT), 把图像映射到变换系数集合;
 - 对该系数集合进行量化和编码;
 - 对于大多数自然图像, <u>重要系数的数量是比较少的</u>。因 而可以用量化(或完全抛弃), 且仅以较小的图像失真为 代价。





例析: DCT编码

例如:

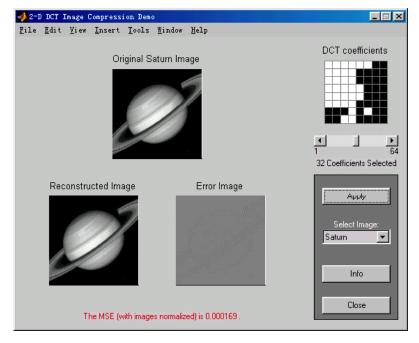
52	55	61	66	70	61	64	73	610	-29	-61	26	55	-19	0	3
			90					7	-20	-61	9	12	-6	-6	7
62	59	68	113	144	104	66	73	-46	8	77	-25	-29	11	7	-4
63	58	71	122	154	106	70	69	-48	12	35	-14	-9	7	2	2
67	61	68	104	126	88	68	70	11	-7	-12	-2	0	2	-4	2
79	65	60	70	77	68	58	75	_9	2	4	-3	0	1	2	0
85	71	64	59	55	61	65	83	-2	-1	2	1	1	-3	2	-2
87	79	69	68	65	76	78	94	-1	0	0	-2	0	0	0	1

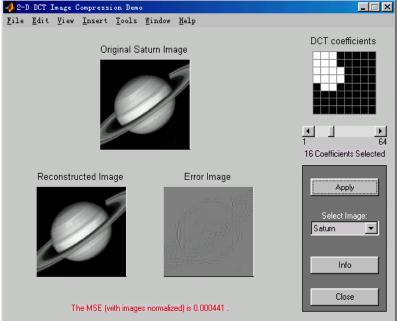
原图像

DCT变换系数



例析: DCT编码



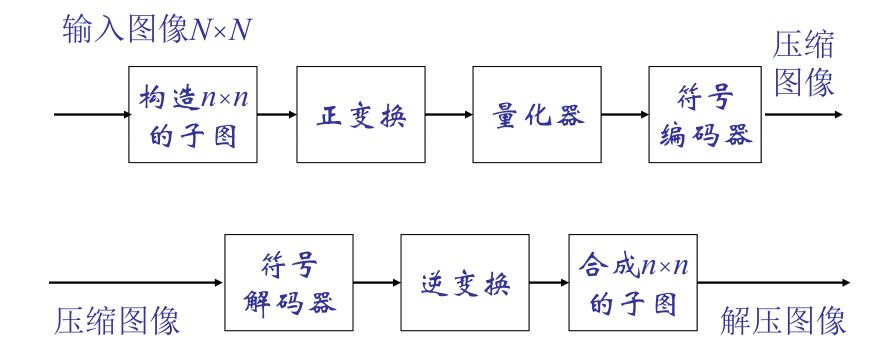


dctdemo.m





■编码/解码流程图





■构造n×n的子图

 $n \times n$ $n \times n$



2. 变换编码的基本原理 将FFT逆变换表达式进行改写:

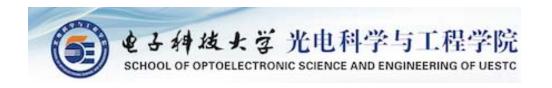
$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) \exp[j2\pi(ux+vy)/N]$$

F(u,v) 记为:T(u,v)

 $\exp[j2\pi(ux+vy)/N]$ 记为: H(x,y,u,v)

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u,v) H(x,y,u,v)$$

变换编码,即要用等式的右部近似原图像。



进一步改写:

$$F = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v) H_{uv}$$

其中,

- (1) F是一个包含了f(x,y)的象素的n×n的矩阵;
- (2) H_{uv} 的值只依赖坐标变量x,y,u,v,与T(u,v)和f(x,y)的值 无关,被称为基图像。



■ 基图像H_{uv}

$$H_{uv} = \begin{bmatrix} h(0,0,u,v) & h(0,1,u,v) & \cdots & h(0,n-1,u,v) \\ h(1,0,u,v) & h(1,1,u,v) & \cdots & h(0,n-1,u,v) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h(n-1,0,u,v) & h(n-1,1,u,v) & \cdots & h(n-1,n-1,u,v) \end{bmatrix}$$

 H_{uv} 可以在变换前一次生成,对每一个 $n\times n$ 的子图变换都可以使用。



■ 变换系数截取模板

通过定义变换系数截取模板函数, 消去冗余。

$$(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{如果} T(u,v) 满足特定的截断条件 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}$$



■误差评估

$$e_{ms} = E\left\{ \left\| F - \hat{F} \right\|^{2} \right\}$$

$$= E\left\{ \left\| \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} T(u,v) H_{uv} - \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} T(u,v) m(u,v) H_{uv} \right\|^{2} \right\}$$

$$= E\left\{ \left\| \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} T(u,v) H_{uv} \left[1 - m(u,v) \right] \right\|^{2} \right\} = \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} \sigma_{T(u,v)}^{2} \left[1 - m(u,v) \right]$$

其中, $\|F_-^F\|$ 是矩阵范数, $\sigma_{2T(u,v)}$ 是变换在(u,v)位置上的系数方差。最后的简化是基图像的规范正交,并假设F的像素是通过一个具有0均值和已知协方差的随机处理产生的。



小结

- (1) 总的近似均方误差是丢弃的变换系数的方差之和(也即对于m(u,v) = 0的系数方差之和)。
- (2) 能把大多数信息封装到最少的系数里去的变换,可得到最好的子图像的近似,同时重构误差也最小。



3. 几个关键问题

- > 变换的选择
- > 变换的评价
- > 子图尺寸选择
- > 压缩位分配 (编码)





- 变换的选择
 - Karhunen-Loeve变换(KLT)
 - 离散傅立叶变换(DFT)
 - 离散余弦变换(DCT)
 - Walsh-Hadamard变换(WHT)
 - 离散小波变换(DWT)



■ **变换的评价** 按信息封装能力排序:

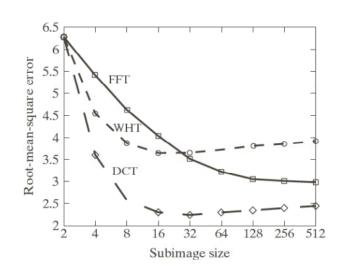
KLT, DCT, DFT, WHT, HaarT

- KLT的基图像是数据依赖的,每次都要重新计算Huv, 因而很少使用。
- DFT的块效应严重。
- DCT最常用,现已被国际标准采纳,作成芯片。其优点有: a) 基本没有块效应; b) 信息封装能力强,把最多的信息封装在最少的系数中。



■ 子图尺寸选择 选择原则:

- (1) 如果*n*是子图的维数,<u>n应是2</u> <u>的整数次方</u>,便于降低计算复 杂度;
- (2) *n*一般选为8×8或16×16, 具体可由试验得到。



一般而言,随着11的增加,块效应相应减少。



■ 压缩位分配 (编码)

定义:截取、量化、系数编码统称为位分配。 主要解决m(u,v)的设计、编码问题。

截取和量化一般有两种方法:

- ✓子带编码(固定模板);
- ✔阈值编码(自适应编码)。



1) 子带编码

基本思想: 所有子图像使用相同的编码模板。

可消去87.5%的系数的模板



- (a) 大部分的信息包含在方差较大的变换系数中。
 - □ 每一个DCT变换系数被认为是一个随机变量;
 - □ 该变量的分布可以在所有变换子图像的集合上进行计算。
- (b) 在(N/n)²个子图找出取方差较大的m个系数的位置。
 - □ 同时确定系数的坐标u和v;
 - □ 对所有子图像,这m个系数的T(u,v)值是保留的,其他的T值被抛弃;
 - □ m是一个可选常数。



- 算法实现
 - ▶ 计算模板: 方差较大的地方置1, 其它地方置0;
 - ▶量化系数:如最优Lloyd-Max量化器等;
 - ▶ 系数编码:有以下2种二进制位分配方法,即
 - ① 系数被赋予相同数量的二进制位;
 - ② 系数之间固定地分配一定的二进制位。

 $\begin{array}{c} 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 0\\ 6\ 5\ 4\ 3\ 3\ 1\ 1\ 0\\ 4\ 4\ 3\ 3\ 2\ 1\ 0\ 0\\ 3\ 3\ 3\ 2\ 1\ 1\ 0\ 0\\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\\ \end{array}$



2) 阈值编码(自适应编码)

基本思想: <u>没有一个取舍系数的固定模板</u>。不同的子图保留不同的系数,即通过一个阈值T,来决定一个系数的去留。

if
$$a(系数) > T(阈值)$$
 $m(u,v) = 1$ else $m(u,v) = 0$

由于其简单性,阈值编码是实际应用中经常使用的编码方法。



■ 理论依据

- ✓ 取值较大的变换系数,在重构子图的质量中起的作用也最重要;
- ✔ 较大系数的分布随子图的不同而不同。



- ■算法实现
 - ① 阈值选取,一般按以下3种途径:
 - a. 所有子图使用相同全局阈值。 压缩率的大小由大于全局阈值的系数个数所决定。
 - b. 每个子图使用不同的阈值。

每个子图保留的系数的个数事先确定,即总保留*N* 个最大的,称为<u>N-最大化编码</u>。对于每个子图同样多的系数被丢弃。因此,每个子图的压缩率是相同的,并且是预先知道的。



c. 阈值作为子图系数位置的函数

所有子图使用同一个全局阈 值模板,但阈值的选取,与 系数的位置相关,阈值模板 给出了不同位置上系数的相 应阈值。

例如:

 16
 11
 10
 16
 24
 40
 51
 61

 12
 12
 14
 19
 26
 58
 60
 55

 14
 13
 16
 24
 40
 57
 69
 56

 14
 17
 22
 29
 51
 87
 80
 62

 18
 22
 37
 56
 68
 109
 103
 77

 24
 35
 55
 64
 81
 104
 113
 92

 49
 64
 78
 87
 103
 121
 120
 101

 72
 92
 95
 98
 112
 100
 103
 99

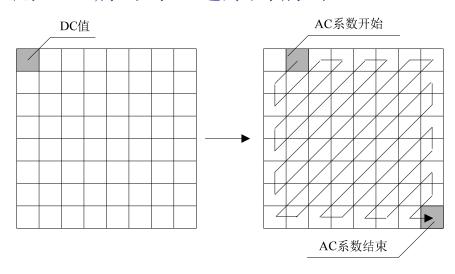


② 系数编码

将系数按45度对角顺序展开成序列, 得到有一个有长串为零的序列。

例如: -19-20521600000000

用RLE编码对上述序列编码。



zig-zag排序 Nex



- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*





六、压缩标准简介

■图像压缩标准

静止帧黑白、彩色压缩(JPEG)

连续帧单色、彩色压缩(MPEG)

JPEG — Joint Photographic Experts Group

MPEG — Moving Picture Experts Group



4

(1) JPEG压缩标准

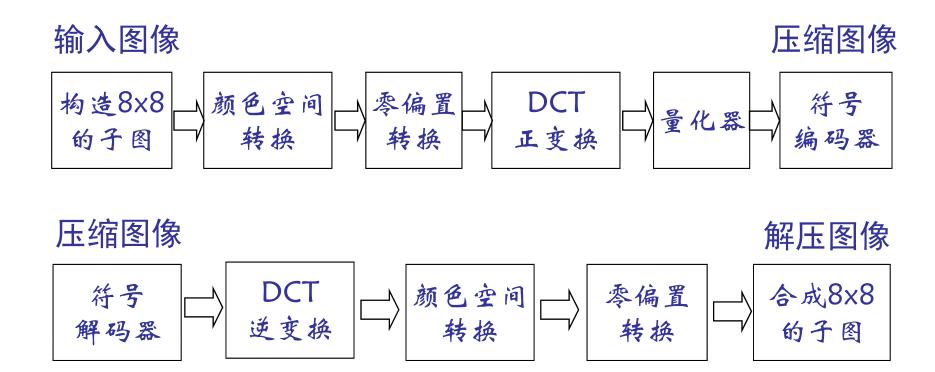
有三种压缩系统:

- (1)<u>基线编码系统</u>:面向大多数有损压缩的应用,采用 DCT变换压缩。
- (2) <u>扩展编码系统</u>: 面向递进式应用,从低分辨率到高分辨率逐步递进传递的应用。
- (3)<u>独立编码系统</u>:面向无损压缩的应用,采用无损预测压缩,符号编码采用哈夫曼或算术编码。
 - 一个产品或系统必须包括对基线系统的支持。



JPEG压缩标准

■ JPEG压缩流程





MPEG1/2/4/7标准

MPEG1/2/4/7标准由ISO/IEC制定的。

国际标准化组织 (International Organization for Standardization, ISO)。

国际电工委员会(International Electrotechnical Commission, IEC),正式成立于1906年,属于非政府性国际组织,是世界上成立最早的专门国际标准化机构。



MPEG1/2/4/7标准

■简介

- MPEG的第一个成果MPEG-1于1992年推出,是VCD的基础。由于有限的352×288像素分辨率,MPEG-1只适用于家庭环境,获得的视频质量及数据率相当低。
- 1995推出MPEG-2。720×576的像素以及更高的分辨率大 大提高了视频质量。
- 1999年12月发布了MPEG-4。
- MPEG-7为多媒体内容描述接口标准。

从MPEG组织成立至今,其任务和方向都发生了很多变化。 MPEG-1和MPEG-2已经是成熟的编码标准,现在的热点主 要集中在MPEG-4 和 MPEG-7上。



MPEG1

应用范围:

视频CD_ROM存储、视频消费。

CT变換
 編 前向、双向运动补偿预测
 Zig-zag排序
 霍夫曼编码、算术编码
 毎15帧至少要有一个I帧



MPEG2

应用范围:数字电视、高质量视频、有线电视、视频编辑、视频存储。

DCT变换

编码技

前向、双向运动补偿预测

zig-zag排序

霍夫曼编码、算术编码

每15帧至少要有一个I帧





MPEG4

应用范围: 互联网、交互视频、移动通信。

编码技术

DCT变换、小波变换 前向、双向运动补偿预测 zig-zag排序 脸部动画、背景编码 霍夫曼编码、算术编码 每15帧至少要有一个I帧



MPEG7

1998年10月被提出,它的正式名称是"多媒体内容描述借口"。其用途非常广泛:即可用于存储(在线或离线),也可应用于流式结构(如广播、将模型假如Internet)。还可用于实时或非实时环境下。



1

MPEG-7的应用领域

- □ 音视数据库的存储和检索;
- □ 广播媒体的选择(广播、电视节目);
- □ 因特网上的个性化新闻服务;
- □ 智能多媒体;
- □ 教育领域的应用;
- □ 远程购物;
- □ 社会和文化服务;
- □调查服务
- □ 遥感;
- □ 监视;
- □ 生物医学应用;
- □建筑、不动产及内部设计等。



H. 261/263/264

H.261/263

H.261/263标准是由CCITT(国际电话与电报咨询委员会)制定的。CCITT现在被称为ITU-T(国际标准化组织电讯标准化分部),是世界上主要的制定和推广电讯设备和系统标准的国际组织.它位于瑞士的geneva。



H. 261/263/264

H.261

应用范围: ISDN视频会议。

编码技术

DCT变换 前向运动补偿预测 zig-zag排序 脸部动画、背景编码 霍夫曼编码



运动补偿



ŀ

H. 261/263/264

H.263

应用范围:可视电话。

编码技术

DCT变换

双向运动补偿预测

zig-zag排序

脸部动画、背景编码

霍夫曼编码



Н. 261/263/264

H.264

H.264是ISO/IEC MPEG(运动图像专家组)与ITU-T(视频编码专家组)组成的JVT(联合视频组)提出的新视频编码标准,并于2003年5月确定为国际标准。

同时,还作为MPEG-4的PART10(称为为MPEG4AVC)。



Н. 261/263/264

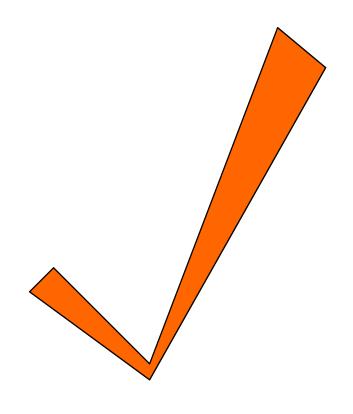
H.264

H. 264 视频编解码标准的压缩效率可以达到以往标准(如H.263 或MPEG-4)的1.5~2倍,与H. 263标准相比,H.264采用了许多新技术,如对4×4点残差数据块进行整数变换L采用4×4点整数变换,计算复杂度低,峰值信噪比(PSNR)却只降低0.02dB。

will be over...



- ◆编码及信息论概述
- ◆行程编码
- ◆霍夫曼编码
- ◆预测编码
- ◆变换编码
- ◆压缩标准简介*





Open the next ...

mank you!



Optoelectronic Image Processing

Curriculum Group

2017.11.16





本章作业

- 1、已知符号A,E,I,O,U,V其出现的概率分别是0.1,0.4,0.06,0.1,0.04,0.3,对其进行霍夫曼编码,给出码字、码字的平均长度和编码效率。
- 2、考虑如下大小为4×8的图像:

21 21 95 95 169 169 243 243

21 21 95 95 169 169 243 243

21 21 95 95 169 169 243 243

21 21 95 95 169 169 243 243

- (1) 计算该图像的熵; (2) 用霍夫曼压缩该图像;
- (3)计算用霍夫曼编码能达到的压缩率和效率。



本章作业

3、编程练习:读取一幅512×512×8比特的单色Lena图

像,完成以下步骤:

(1) 统计该图像的概率直方图, 并画出直方图;

- (2) 计算该图像的熵;
- (3) 对其进行霍夫曼编码;
- (4) 分别计算压缩率和冗余度。



请使用原图(lena512.jpg)





Terms



- Image compression:图像压缩
- Image coding:图像编码
- Encoding: 编码
- Decoding: 解码, 译码
- Cryptography: 密码学
- Decompression: 解压
- Encoder: 编码器
- Decoder: 解码器
- Redundant: 冗余的
- Irrelevant: 不相干的







- Compression ratio: 压缩比
- Dictionary-based encoding techniques: 基于字典的编码技术
- Statistical encoding method: 统计编码方法
- Lossless image compression: 无损图像压缩
- Reversible encoding: 可逆编码
- Error-free encoding: 无误差编码
- Information preserving encoding: 信息保持编码
- Encoding model: 编码模型
- Information: 信息







- Source of messages: 信源, 消息源
- Memoryless source of messages: 无记忆信源
- Memory source of messages: 有记忆信源
- Entropy: 熵
- Lossy image compression: 有损图像压缩
- Fidelity: 保真度
- Huffman coding: 霍夫曼编码
- B code: B码
- Shift code: 移位码
- Run: 行程







- Run length encoding: 行程编码
- Contour encoding: 轮廓编码
- LZW algorithm: Lemple-Ziv-Welch编码
- Isoprefrence curves: 等值线, 等优线
- Freeman's chain code: Freeman 链码
- Mapping: 映射
- Scalar quantization: 标量量化
- Rate distortion theory: 率失真理论
- Date rate: 数据率
- Distortion: 失真度







- Rate distortion function:率失真函数
- Reconstruction error: 重构误差
- Transform image encoding: 变换图像编码
- Block encoding: 块编码
- Bit allocation: 位分配, 比特分配
- Differential encoding:微分编码
- Predictive encoding: 预测编码
- Predictor: 预测器
- Predictive coefficient: 预测系数







- Differential pulse code modulation (DPCM): 差 分脉冲编码调制
- Hybrid encoding: 混合编码
- Subband coding: 子帶編码
- Karhunen-Loeve transform: 卡洛变换
- K-L transform: 卡洛变换
- Singular value decomposition transform: 奇异值 分解变换
- SVD transform: 奇异值分解变换
- Eigenvalue: 特征值







- Eigenvector: 特征向量
- Hartley transform: 哈特雷变换
- Haar transform: 哈尔变换
- Markov process: 马尔科夫过程
- Covariance matrix: 协分差矩阵
- Hadamard transform: 哈达玛变换
- Walsh transform: 沃尔什变换
- Slant transform: 斜变换