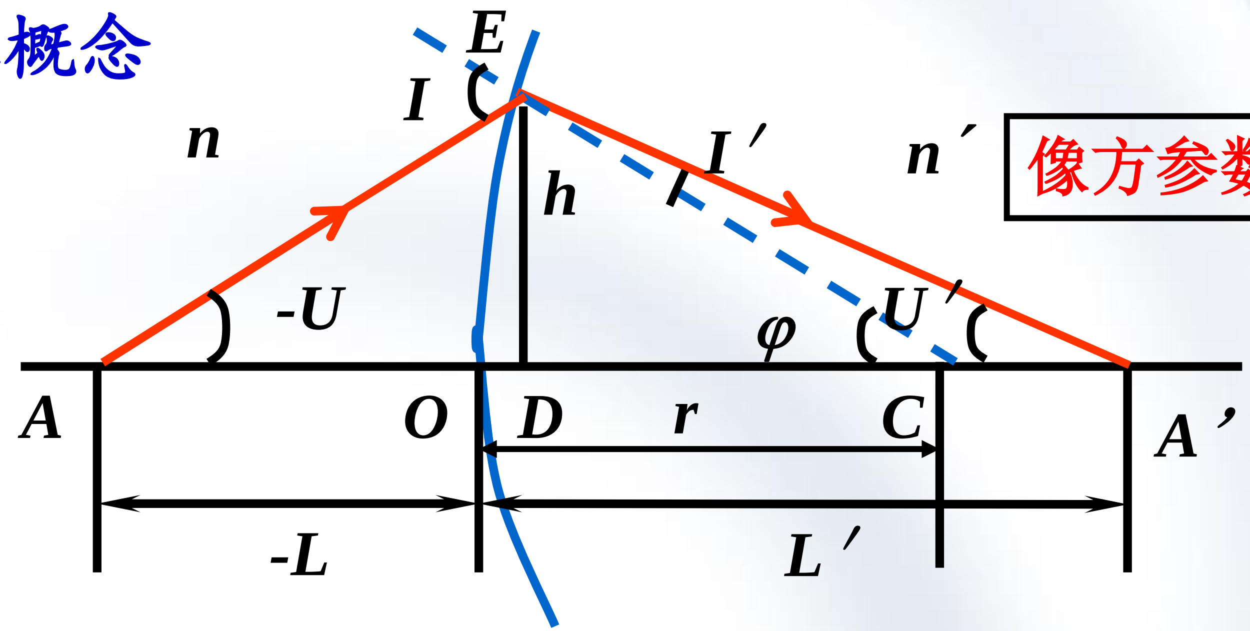
第二章　共轴球面系统的物像关系

主要内容：

- 共轴球面系统中的光路计算
- 单界面的折射、反射成像
- 共轴理想系统的基点、基面和物像关系
- 厚透镜、薄透镜
- 理想光学系统的组合

!本课程的重点!

一、基本概念

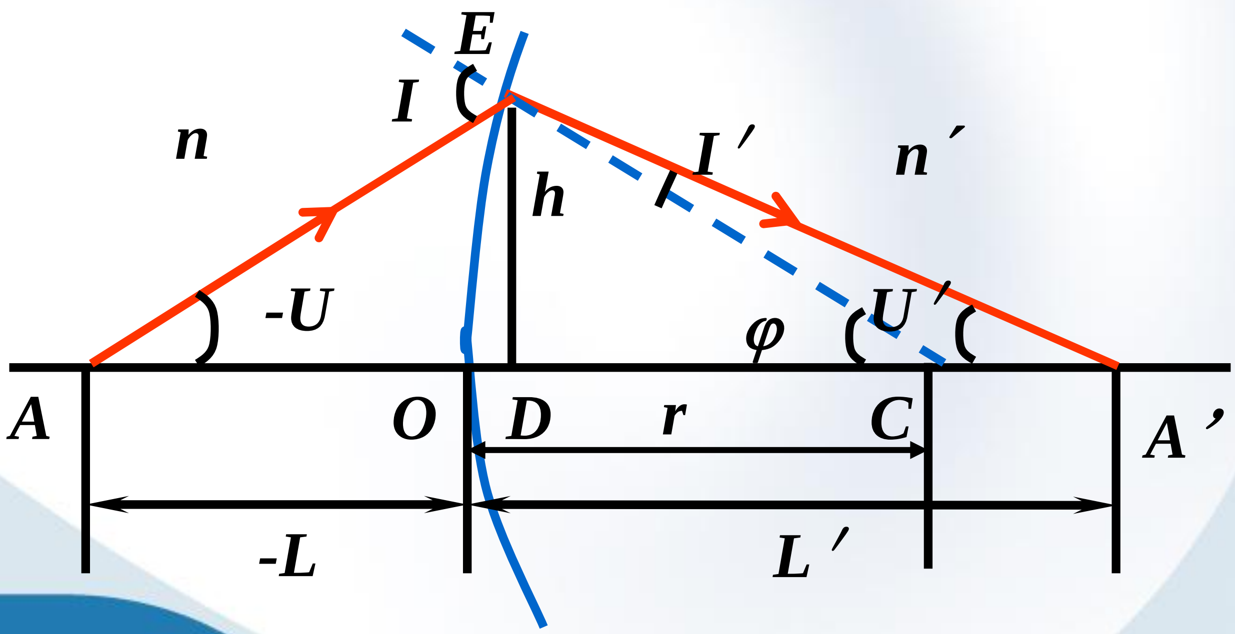


像方参数’

- 光轴：通过球心的直线
- 球面顶点：光轴与球面的交点O
- 子午面：通过物点和光轴的截面，轴上物点子午面有无穷多个，轴外物点只有一个子午面
- 物方截距：L＝OA　　像方截距：L′=OA′
- 物方孔径角：U　　像方孔径角：U′

二、符号规则

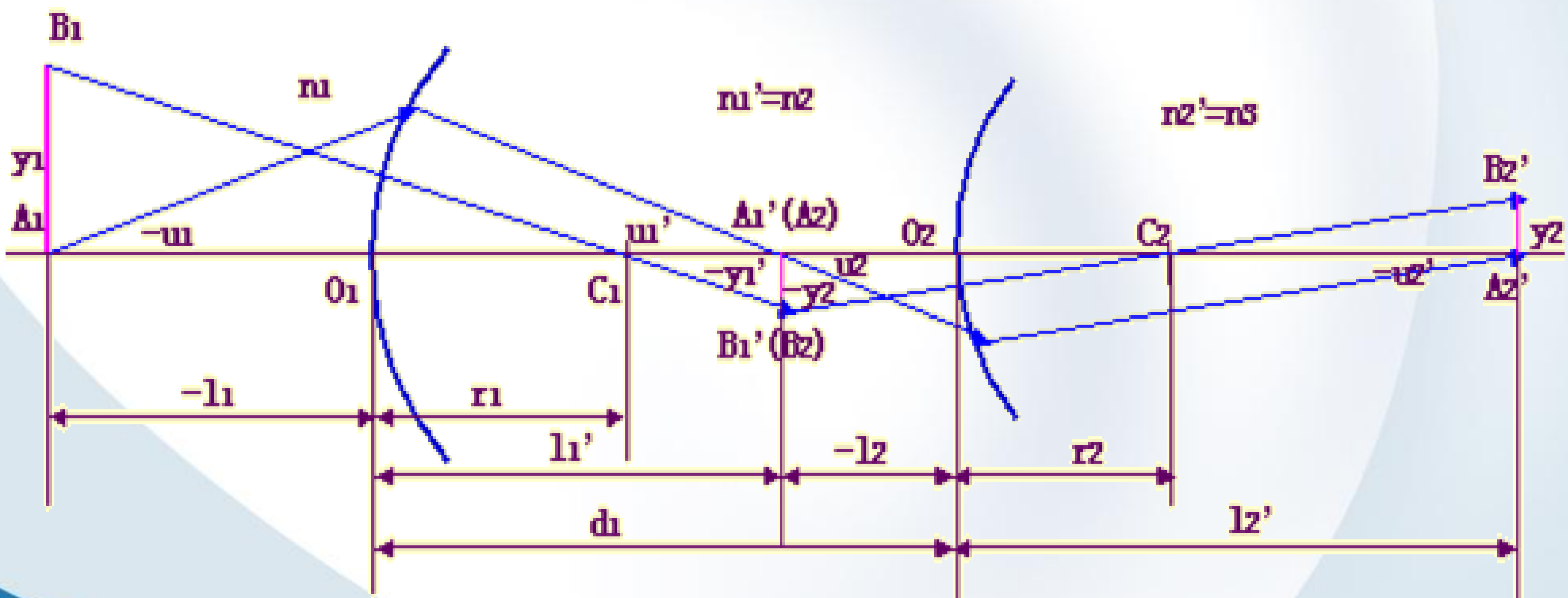
- **光线的传播方向：** 自左向右为正
- **线段**
  - ✓ 沿轴:以O为原点，左“-”右“+”(−L，r，L′)
  - ✓ 垂轴：光轴为基准，上“+”下“-”（h）
  - ✓ 球面的曲率半径：球心在球面顶点的右方为正，反之为负



二、符号规则

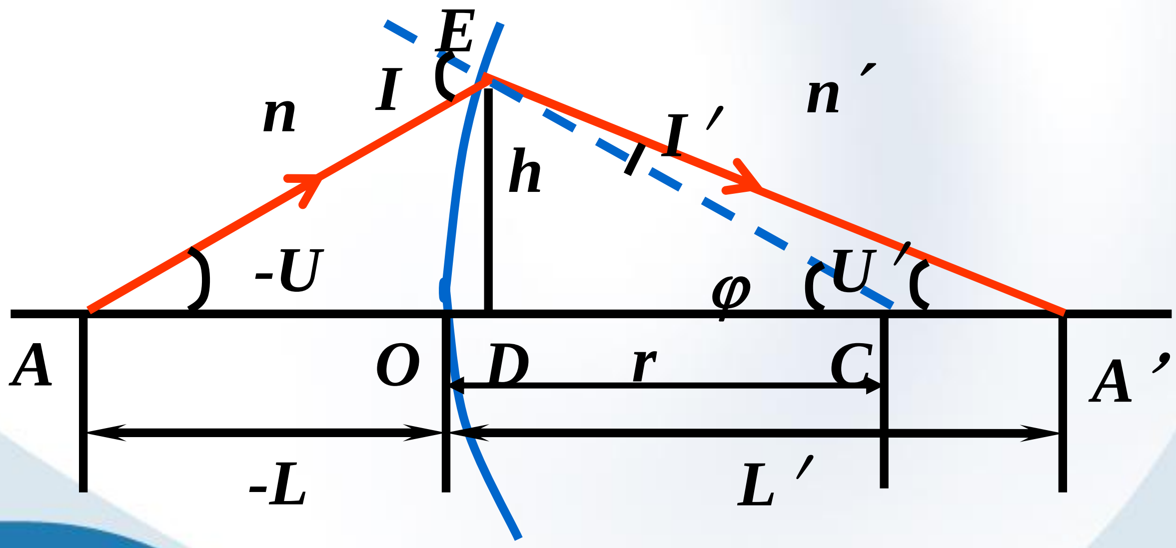
➤ 线段

✓ 折射面之间的间隔d：前一面顶点到后一面顶点的距离，顺光线方向为正，折射系统中d恒为正



二、符号规则

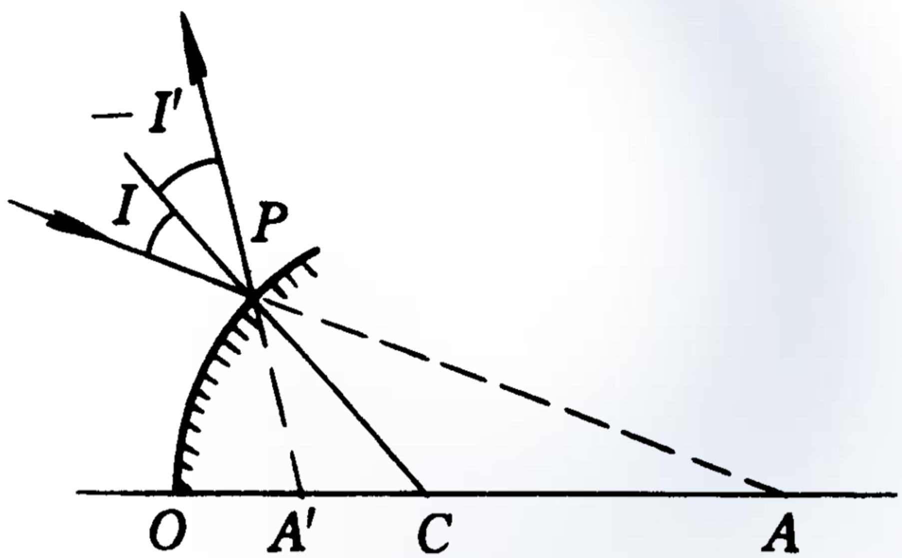
- **角度**
  - ✓ 光线与光轴的夹角：光轴以锐角转向光线，顺时针“+”，逆时针“-”（-U，U′）
  - ✓ 光线与法线的夹角：光线以锐角转向法线，顺时针“+”，逆时针“-”（I，I′）
  - ✓ 光轴与法线的夹角：光轴以锐角转向法线，顺时针“+”



◆反射：

把反射看成是n’= －n 时的折射。

推导公式时，只讲折射的公式；
对于反射情形，只需将n’用－n代入即可。



◆根据符号规则标出下列光组及光线的位置

（1）$r = -30mm, L = -100mm, U = -10^\circ$

（2）$r = 30mm, L = -100mm, U = -10^\circ$

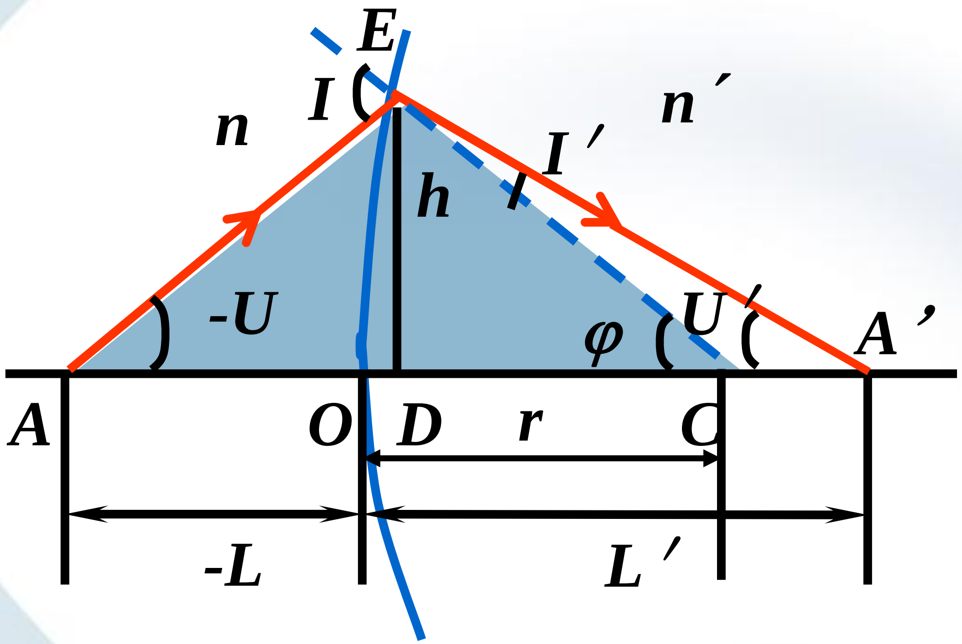
（3）$r_1 = 100mm, r_2 = -200mm , d = 5mm,$

$L = -200mm, U = -10^\circ$

（4）$r = -40mm, L' = 200mm, U' = -10^\circ$

2.2 共轴球面系统中的光路计算

一、单个折射面的计算



已知：

球面半径r

折射率n、n’

入射光线坐标L、U

求：

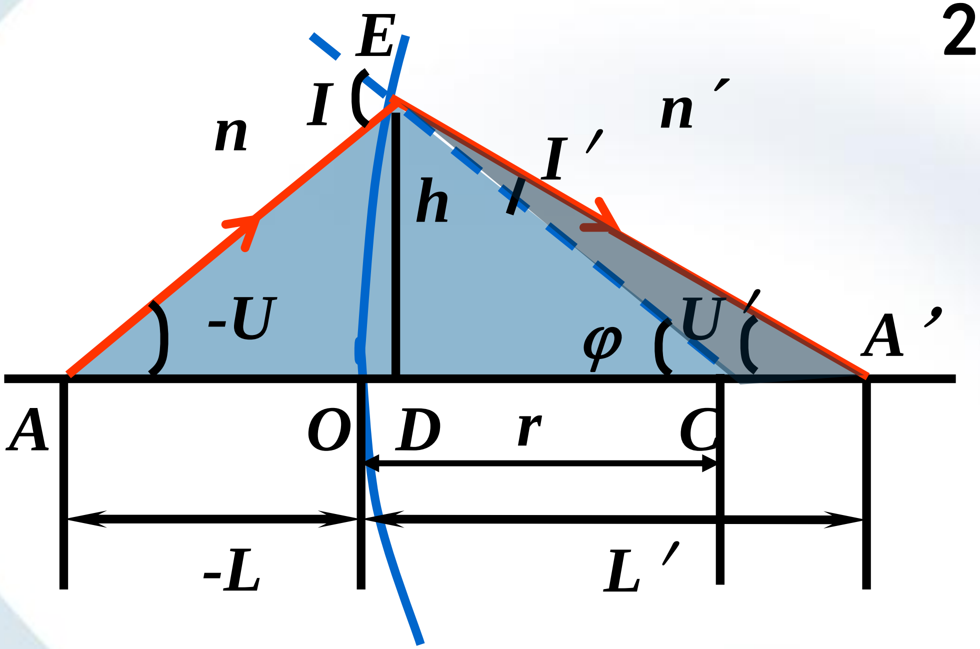
折射光线的坐标L′ 和U′

1）ΔAEC中，由正弦定理得

$$\frac{\sin(-U)}{r} = \frac{\sin(180^\circ - I)}{r-L} = \frac{\sin I}{r-L} \Rightarrow \boxed{\sin I = \frac{L-r}{r}\sin U}$$

2.2 共轴球面系统中的光路计算

一、单个折射面的计算



2）在E点，由折射定律得

$$\boxed{\sin I' = \frac{n}{n'}\sin I}$$

3）$\varphi = I + U = I' + U'$

$$\Rightarrow \boxed{U' = I + U - I'}$$

4）ΔA′EC中，$\dfrac{\sin U'}{r} = \dfrac{\sin I'}{L' - r} \Rightarrow \boxed{L' = r + r\dfrac{\sin I'}{\sin U'}}$

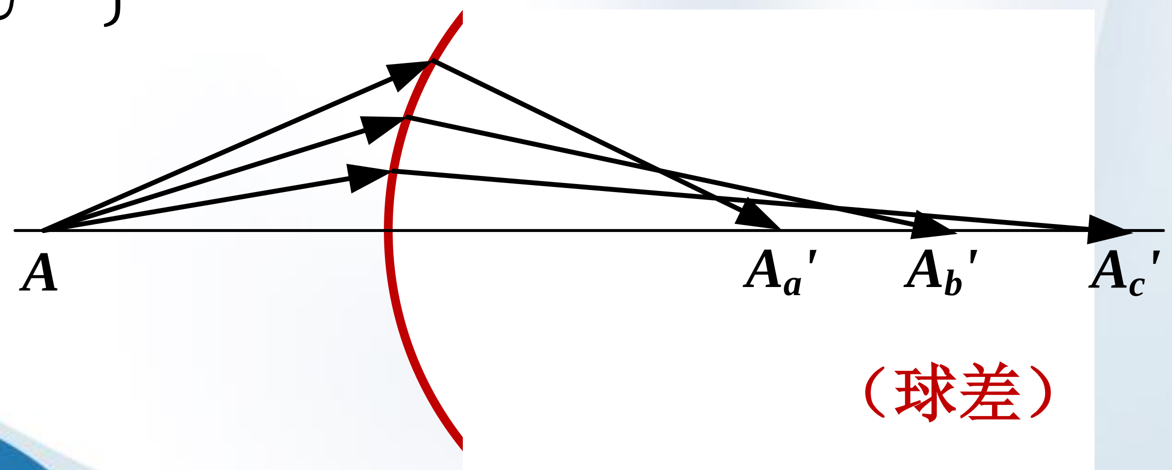
2.2 共轴球面系统中的光路计算

一、单个折射面的计算

$$\left.\begin{aligned}
\sin I &= \frac{L-r}{r}\sin U \\
\sin I' &= \frac{n}{n'}\sin I \\
U' &= I + U - I' \\
L' &= r + r\frac{\sin I'}{\sin U'}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow
\begin{aligned}
L' &= r + r\frac{\frac{n}{n'}\sin I}{\sin(I+U-I')} \\
&= r + r\frac{\frac{n}{n'}\sin I}{\sin[I+U-\arcsin(\frac{n}{n'}\sin I)]}
\end{aligned}$$

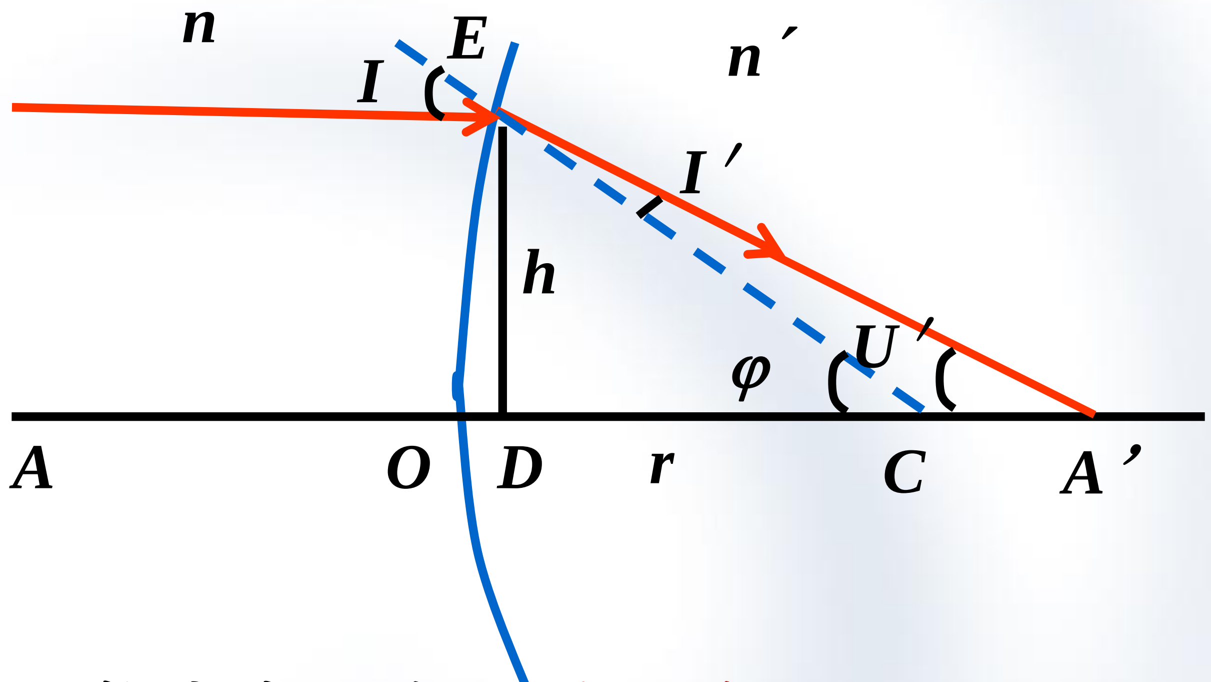
L'是U的函数。

物点→像斑



2.2 共轴球面系统中的光路计算

一、单个折射面的计算



◆若物体位于物方光轴上无限远处，即$L=-\infty$，$U=0$，入射角应按下式计算

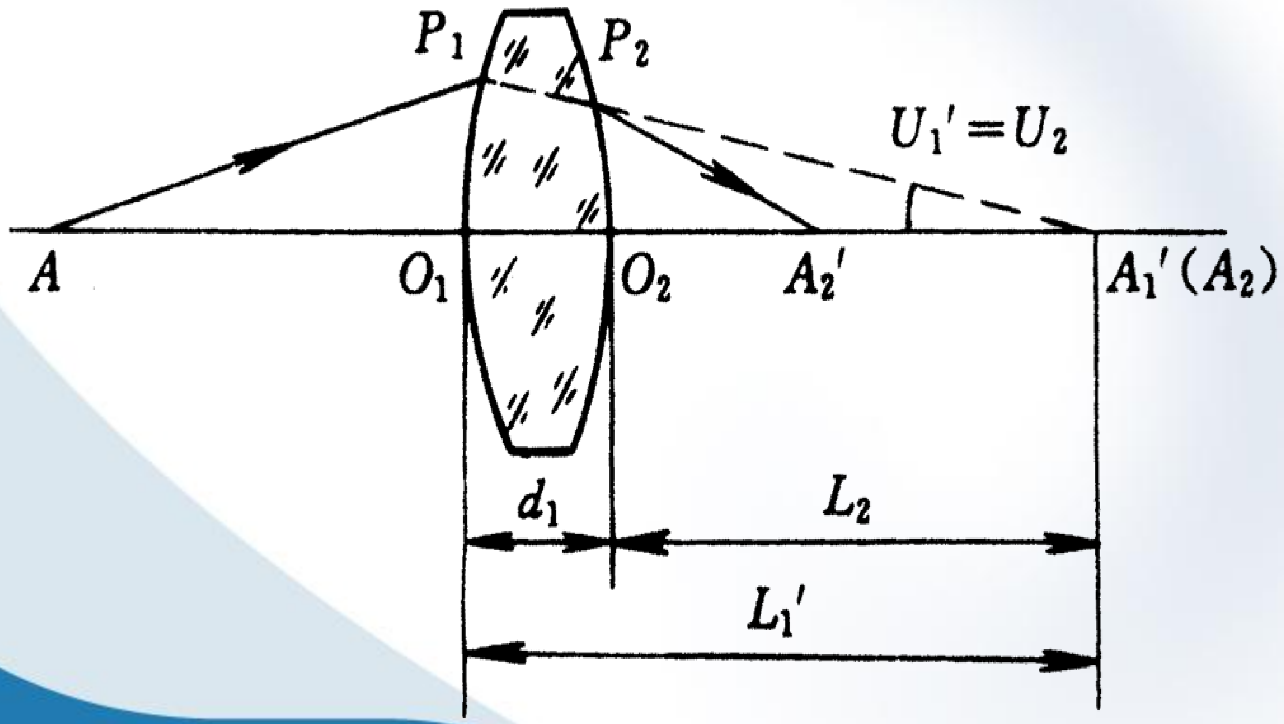
$$\sin I=\frac{h}{r}$$

（h为光线的入射高度）

2.2 共轴球面系统中的光路计算

二、转面公式

◆计算完第一面以后,其折射光线就是第二面的入射光线



$$\boxed{U_2 = U_1'}$$

$$\boxed{L_2 = L_1' - d_1}$$

2.2 共轴球面系统中的光路计算

◆对实际光学系统光路的准确计算（轴上物点）：

$$
\begin{cases}
\sin I = \dfrac{L-r}{r}\sin U\text{（物距有限远）或}\sin I = \dfrac{h}{r}\text{（物距无限远）} \\
\sin I' = \dfrac{n}{n'}\sin I \\
U' = I + U - I' \\
L' = r + r\dfrac{\sin I'}{\sin U'} \\
\text{转面公式}\begin{cases} L_2 = L_1' - d \\ U_2 = U_1' \end{cases}
\end{cases}
$$

$\boxed{\text{折射公式+转面公式}}$

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆物方孔径角U很小时

$$\sin U \approx U,\ \cos U \approx 1,\ \sqrt{1+U} = 1 + \frac{1}{2}U$$

（一级泰勒展开）

- 当U<5°，近似代替误差：$\dfrac{\sin U - U}{\sin U} < 0.1\%$
- 近似的有效范围根据精度要求可扩展至10-30°
- 实际光学系统中U是个很小值（<<1rad、57.3°）

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆如果限制物方孔径角*U*在一个很小的范围内，即从A点发出的光线都离光轴很近，这样的光线称为近轴光。

◆光轴附近的一个小区域称为近轴区。

◆研究近轴区的物象关系的光学称为近轴光学

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆计算公式

$$\begin{cases} \sin I = \dfrac{L-r}{r}\sin U \\ \sin I' = \dfrac{n}{n'}\sin I \\ U' = I + U - I' \\ L' = r + r\dfrac{\sin I'}{\sin U'} \\ \text{转面公式}\begin{cases} L_2 = L_1' - d \\ U_2 = U_1' \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{近轴} \begin{cases} i = \dfrac{l-r}{r}u \\ i' = \dfrac{n}{n'}i \\ u' = i + u - i' \\ l' = r + r\dfrac{i'}{u'} \\ \text{转面公式:}\begin{cases} l_2 = l_1' - d \\ u_2 = u_1' \end{cases} \end{cases}$$

近轴光路参数用小写字母

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光路计算公式

$$
\begin{cases}
i = \dfrac{l-r}{r}u \\[2ex]
i' = \dfrac{n}{n'}i \\[2ex]
u' = i + u - i' \\[2ex]
l' = r + r\dfrac{i'}{u'}
\end{cases}
$$

$$
l' = r + r\frac{i'}{i+u-i'} = r + r\frac{\dfrac{n}{n'}i}{i+u-\dfrac{n}{n'}i}
$$

$$
= r + r\frac{\dfrac{n}{n'}\dfrac{l-r}{r}u}{\left(1-\dfrac{n}{n'}\right)\dfrac{l-r}{r}u+u}
$$

$$
= r + r\frac{\dfrac{n}{n'}\dfrac{l-r}{r}}{\left(1-\dfrac{n}{n'}\right)\dfrac{l-r}{r}+1}
$$

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光路计算公式

$$l' = r + r\frac{\dfrac{n}{n'}\dfrac{l-r}{r}}{\left(1-\dfrac{n}{n'}\right)\dfrac{l-r}{r}+1}$$

- *l'*和*u*无关（*i*、*i'*、*u'*和*u*成线性关系）在近轴区内，对一给定*l*值，不论u为何值，*l'*均为定值。

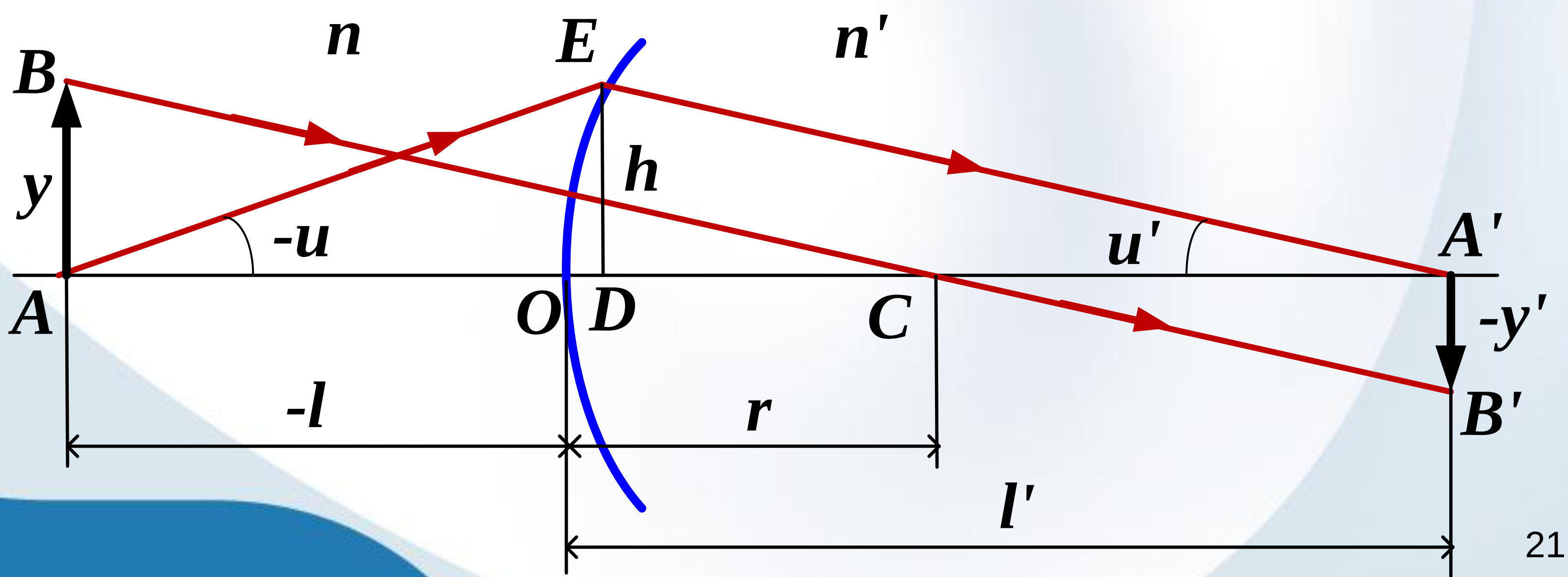
- 由物点发出的一束细光束经折射后仍交于一点，其像是完善的像，又称为高斯像。
- 通过高斯像点且垂直于光轴的像面，称为高斯像面。

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光线经折射球面计算的其他形式

➢ 近轴条件下： $OD << r \Rightarrow -u = \dfrac{ED}{AD} = \dfrac{h}{-l},\ u' = \dfrac{ED}{A'D} = \dfrac{h}{l'}$

$$\Rightarrow \boxed{h = lu = l'u'}$$ 校对公式



2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光线经折射球面计算的其他形式

$$\left.\begin{aligned}
&l' = r + r\frac{i'}{u'} \Rightarrow i' = \frac{l'-r}{r}u' \\
&i = \frac{l-r}{r}u \\
&i' = \frac{n}{n'}i
\end{aligned}\right\} \Rightarrow n\frac{l-r}{r}u = n'\frac{l'-r}{r}u'$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Rightarrow n\left(\frac{lu}{r}-\frac{lu}{l}\right) = n'\left(\frac{l'u'}{r}-\frac{l'u'}{l'}\right) \\
&\boxed{h = lu = l'u'}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{n\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right) = n'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l'}\right) = Q}$$

Q：阿贝不变量

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光线经折射球面计算的其他形式

$$n\frac{l-r}{r}u=n'\frac{l'-r}{r}u'$$

$$\Rightarrow nu-n'u'=\frac{nlu}{r}-\frac{n'l'u'}{r}$$

$$\boxed{h=lu=l'u'}$$

$$\Rightarrow \boxed{n'u'-nu=\frac{n'-n}{r}h}$$

u和u'关系

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光线经折射球面计算的其他形式

$$n\frac{l-r}{r}u=n'\frac{l'-r}{r}u'$$

$$\left.\begin{aligned}&\Rightarrow nu-n'u'=\frac{nlu}{r}-\frac{n'l'u'}{r}\\&h=lu=l'u'\Rightarrow u=\frac{h}{l},u'=\frac{h}{l'}\end{aligned}\right\}\Rightarrow n\frac{h}{l}-n'\frac{h}{l'}=n\frac{h}{r}-n'\frac{h}{r}$$

物像位置关系

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}}$$

或：$n\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{r}\right)=n'\left(\frac{1}{l'}-\frac{1}{r}\right)$

2.3 球面近轴成像性质和近轴光路

◆近轴光线经折射球面计算的其他形式

$$\begin{cases} n\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{l}\right)=n'\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{l'}\right)=Q \\ n'u'-nu=\dfrac{n'-n}{r}h \\ \dfrac{n'}{l'}-\dfrac{n}{l}=\dfrac{n'-n}{r} \end{cases}$$

阿贝不变量

u和u‘关系

物象位置关系

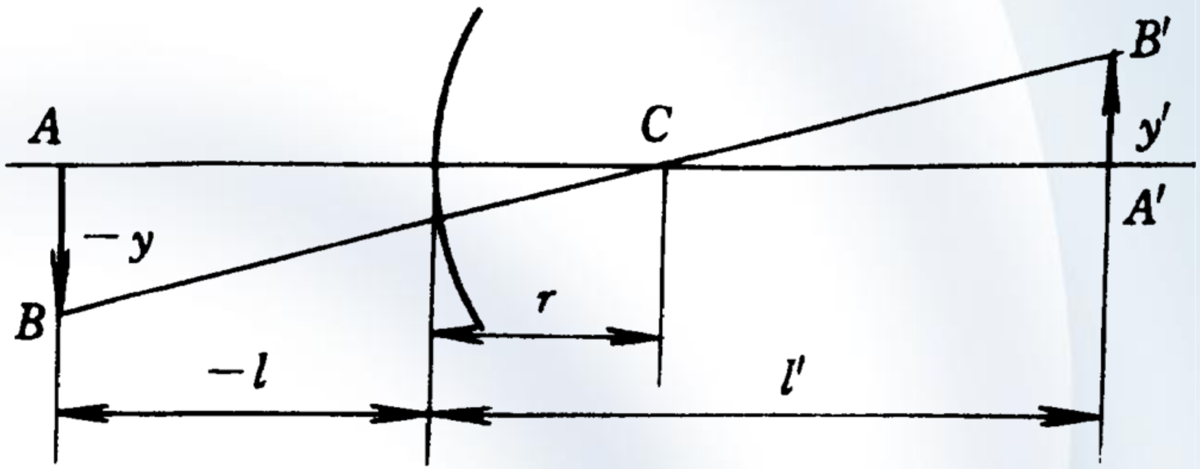
➢三种不同表示形式，便于不同场合的应用

➢给定共轭点，$Q_{物}=Q_{像}$，**阿贝不变量Q**的大小仅与物像共轭点的位置有关

2.4 近轴光学的基本公式和实际意义

◆物像位置关系

$$\boxed{\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}}$$



◆物像大小关系

$$\Delta ABC \propto \Delta A'B'C \Rightarrow \frac{y'}{-y}=\frac{l'-r}{-l+r}$$

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \Rightarrow n'\frac{l'-r}{l'r}=n\frac{l-r}{lr}$$

$\Rightarrow$

垂轴放大率

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l}$$

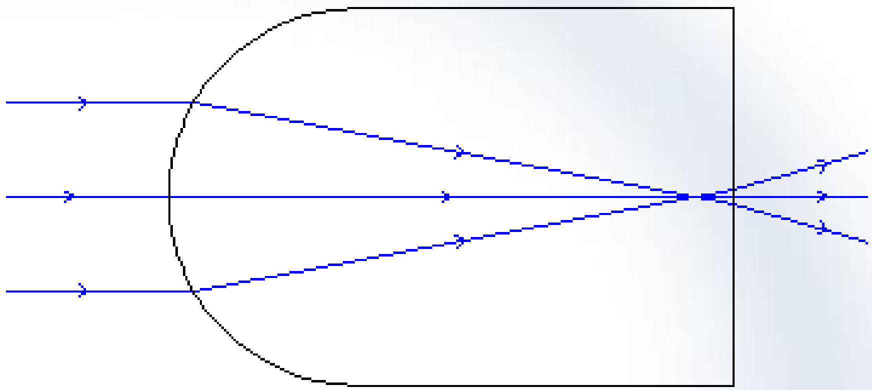
2.4 近轴光学的基本公式和实际意义

- 近轴光学公式只适于近轴区域，有什么用？
  - 近以地表示实际光学系统所成像的位置和大小。
  - 作为衡量实际光学系统成像质量的标准。
    用近轴光学公式计算的像，称为实际光学系统的理想像。

习题1:

◆ 有一个光学零件，其结构参数如下：

r/mm	d/mm	n
10		
	30	1.5
∞		



1） 当$l_1=\infty$时，求 l' ；

2） 在第二面上刻上十字线，其共轭像在何处？

3） 当入射高度h=1mm时，实际光线和光轴交点在何处？在高斯像面上的高度多少？该值说明什么问题？

1）根据近轴光路计算公式: $\dfrac{n'}{l'}-\dfrac{n}{l}=\dfrac{n'-n}{r}$

第一面: $\dfrac{1.5}{l_1'}-\dfrac{1}{\infty}=\dfrac{1.5-1}{10}\Rightarrow l_1'=30(mm)$

第二面: $l_2=l_1'-d=30-30=0\Rightarrow l_2'=0$

成像在第二面
高斯像面

2）由光路可逆，十字线的共轭像在无限远

3）计算实际光路:

当$h=1mm$时, $\sin I=\dfrac{h}{r}=\dfrac{1}{10}\Rightarrow I=5.739^\circ$

$\sin I'=\dfrac{n}{n'}\sin I=\dfrac{1}{1.5}\times 0.1=3.823^\circ$

$U'=I+U-I'=5.739^\circ+0-3.823^\circ$

$L'=r+r\dfrac{\sin I'}{\sin U'}=29.933(mm)$

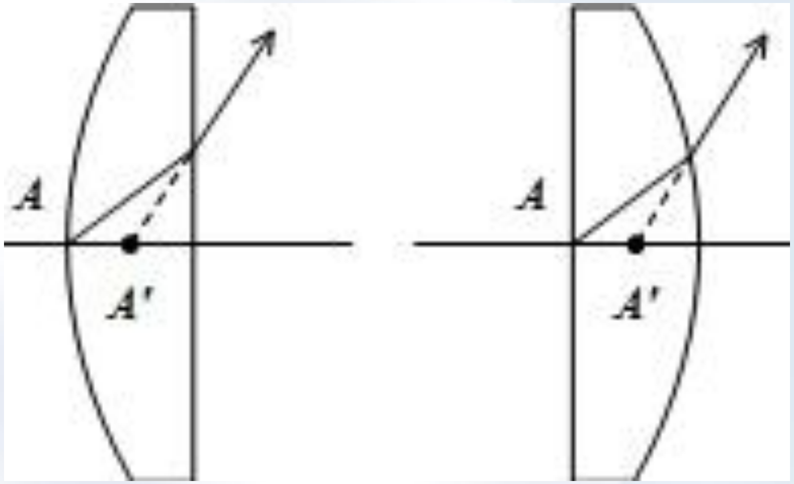
在高斯像面的高度:

$y'=(30-29.933)\tan U'$

$=0.002(mm)$

习题2

◆ 在一张报纸上放一个平凸透镜，眼睛通过透镜看报纸。当平面朝着眼睛时，报纸的虚像在平面下12 mm处；当凸面朝着眼睛时，报纸的虚像在凸面下15 mm处。若透镜的中央厚度为20 mm，求



1）透镜的折射率n；

2）凸面的曲率半径r。

对第一种情况：$r_1 = \infty, l = -20mm, l' = -12mm, n' = 1$

对第二种情况：$r_2 = r, l = -20mm, l' = -15mm, n' = 1$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{-12} - \dfrac{n}{-20} = \dfrac{1-n}{\infty} \\ \dfrac{1}{-15} - \dfrac{n}{-20} = \dfrac{1-n}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = -40(mm) \\ n = 1.67 \end{cases}$$

四、计算题（共 10 分）

得 分

一凹球面反射镜侵没在水中，物在镜前 300mm,像在镜前 90mm，求球面反射镜的曲率半径和焦距？

由于凹球镜侵没在水中，因此有

$$n' = -n = n_{水}$$ 2 分

由 $$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n - n}{r}$$

得 $$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$$ 4 分

将 $l = -300, l' = -90$ 代入得

$$\frac{1}{-90} + \frac{1}{-300} = \frac{2}{r}$$ 2 分

得 r=-138.46mm, $f' = f = \frac{r}{2} = -69.23mm$ 2 分

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

◆理想光学系统定义

- 球面系统只有在近轴区范围时，才能够成完善像
- 实际使用的光学仪器：具有一定大小的物，宽光束
- 把光学系统在近轴区成完善像的理论推广到任意大的空间、以任意宽的光束都成完善像的光学系统称理想光学系统
- 理想光学系统理论又称高斯光学

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

◆共轴理想光学系统的成像性质

1）共线成像：

（点物成点像，直线成直线像，平面成平面像）

2）系统对称性的表现形式：

（光轴上的物点，过光轴某一截面内的物点；垂直于光轴的平面）

3）位于垂直于光轴的平面内的物体的成像特点：

（对垂直于光轴的共轭平面，垂轴放大率为常量；只有垂直于光轴的平面才具有物像相似的性质）

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

◆共轴理想光学系统的成像性质

4）如果已知 （两对共轭面的位置和放大率）
或者 （一对共轭面的位置和放大率 + 轴上的两对共轭点的位置）；
则：其他一切物点的像点都可以根据这些<u>已知的共轭面和共轭点</u>来表示

➢ 这些<u>已知的共轭面和共轭点</u>叫做<u>基点和基面</u>

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

◆原则上，基点、基面可任意选择；

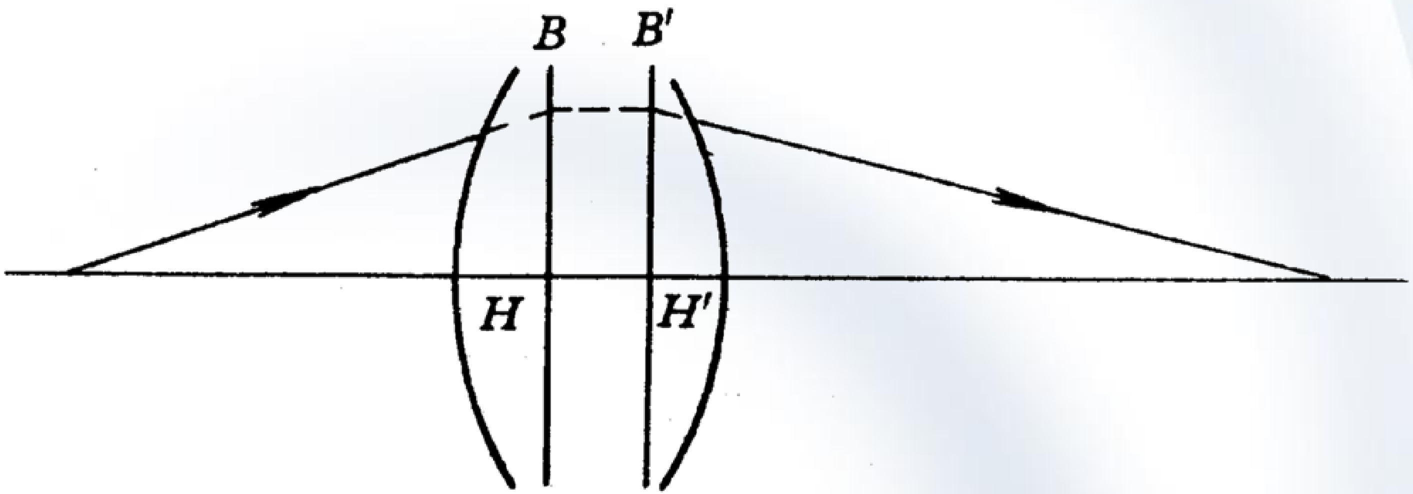
◆为了使用方便，一般选择特殊的面和共轭点作为基面和基点（即主点、主面、焦点、焦面）

◆一个确定的光学系统的光路计算（两种方法）

对各折射面逐一计算
利用基点、基面（简便）

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

一、 主点、主面（主平面）



β=1的一对共轭面叫主平面；

- 物平面称为物方主平面，像平面称为像方主平面
- 主平面是唯一的吗？

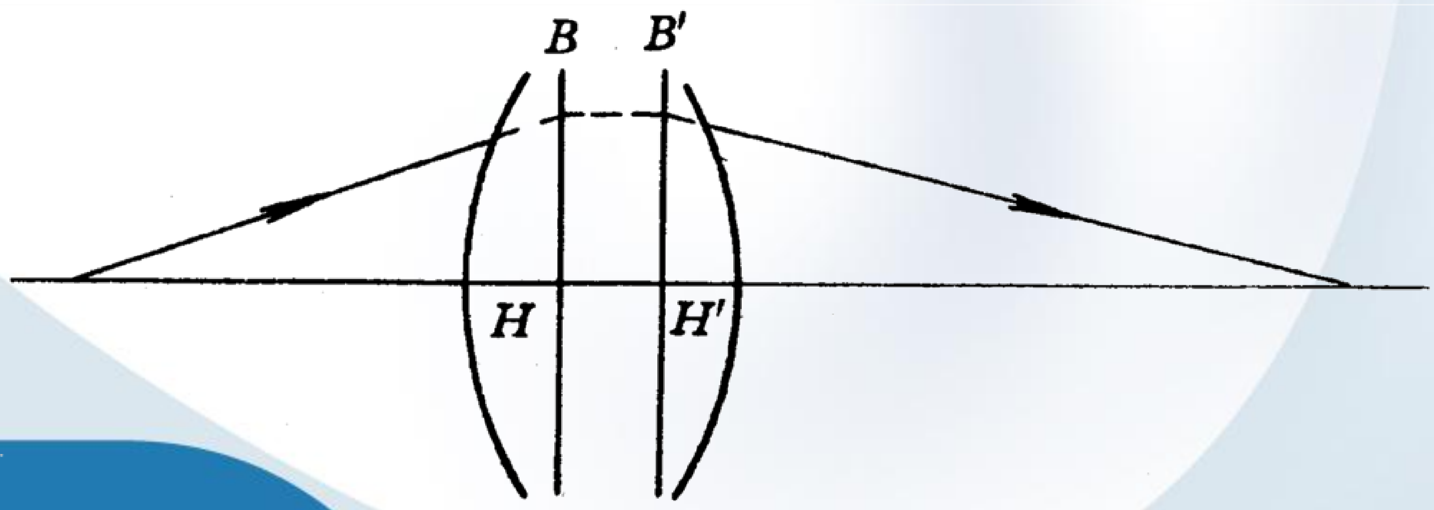
单个折射球面：

$$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{nl'}{n'l},\quad \frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r}$$

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

一、 主点、主面（主平面）

- 主平面和光轴的交点H、H’分别称为**物方主点**和**像方主点**
- H和H’ 也是一对**共轭点**。
- **主平面性质：** 任意一条入射光线与物方主平面的交点高度和出射光线与像方主平面的交点高度相同 $\overline{BH}=\overline{B'H'}$

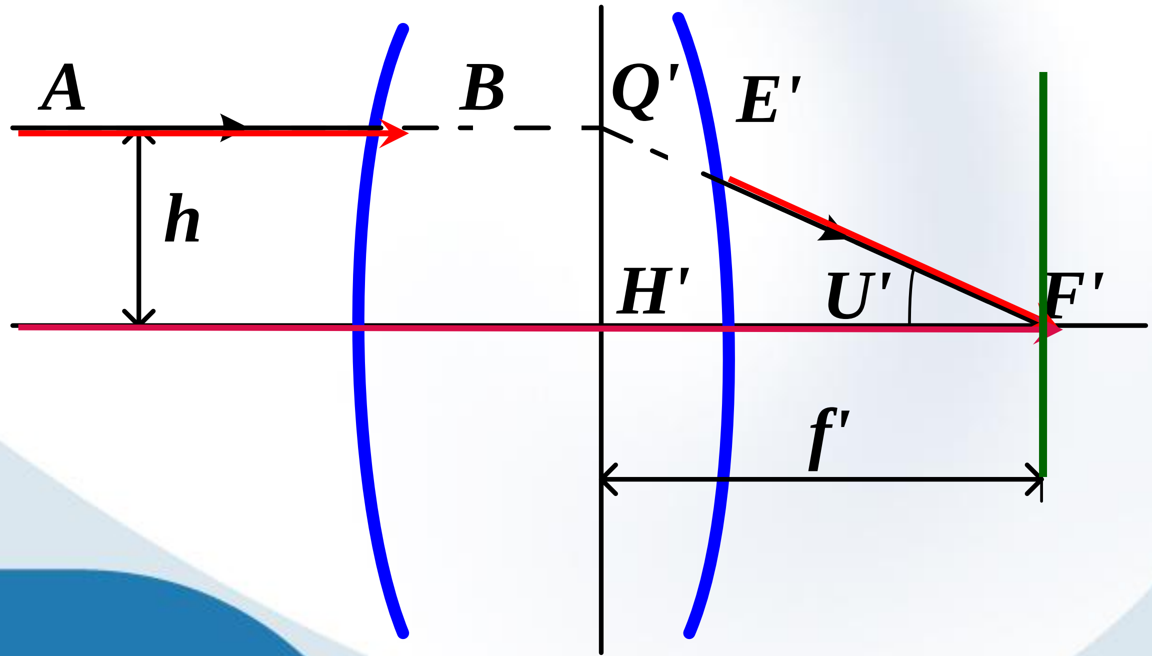


2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

二、焦点、焦面

- 当轴上物点位于无限远时，它的像点位于F′处， F′称为像方焦点

- 通过像方焦点垂直于光轴的平面称作像方焦平面



2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

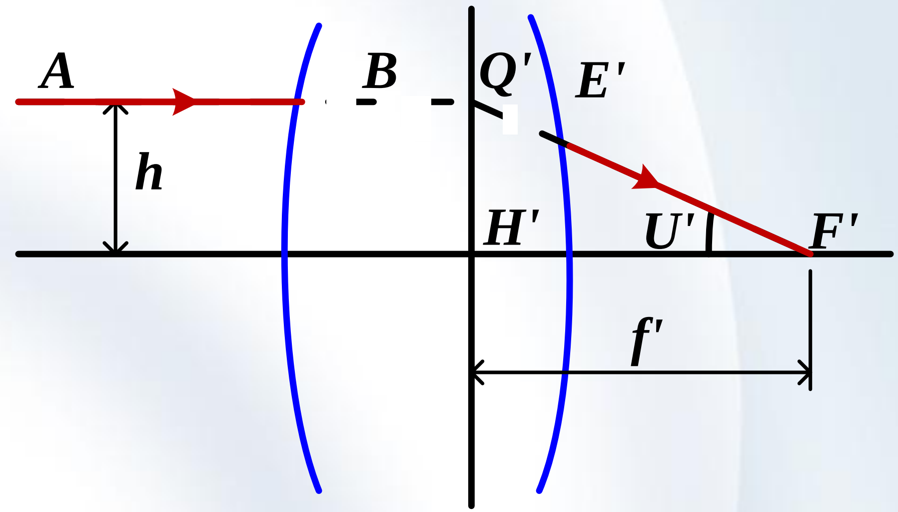
二、焦点、焦面

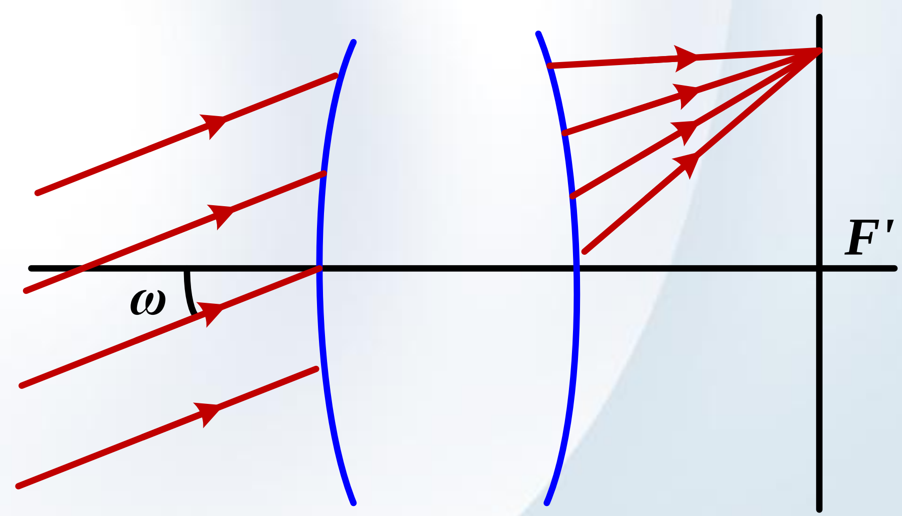
◆像方焦点/焦平面性质：

➢ 平行于光轴入射的任意一条光线，其共轭光线一定通过F′点

➢ 和光轴成一定夹角的平行光线通过光学系统后，必交于像方焦平面上同一点

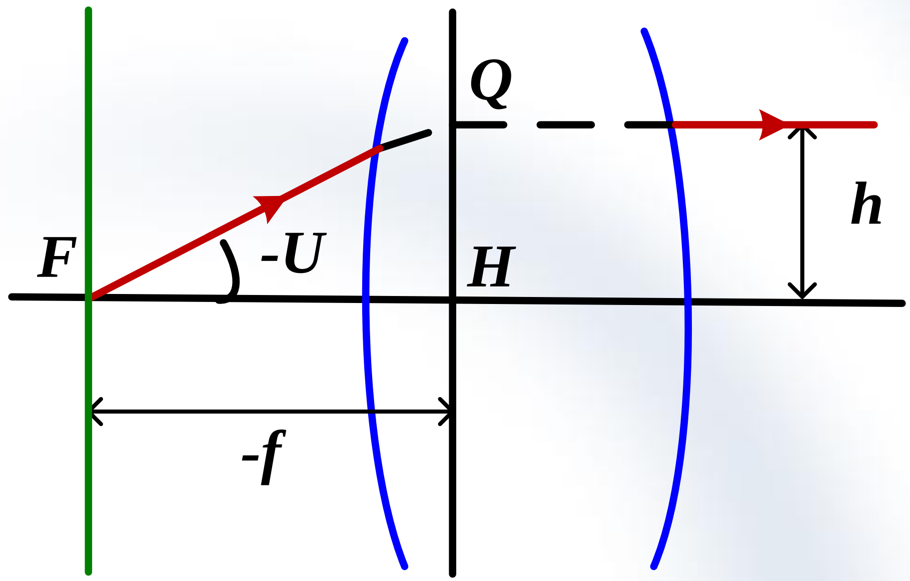
➢ <u>像方焦平面和垂直于光轴无限远的物平面共轭</u>





2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

二、焦点、焦面



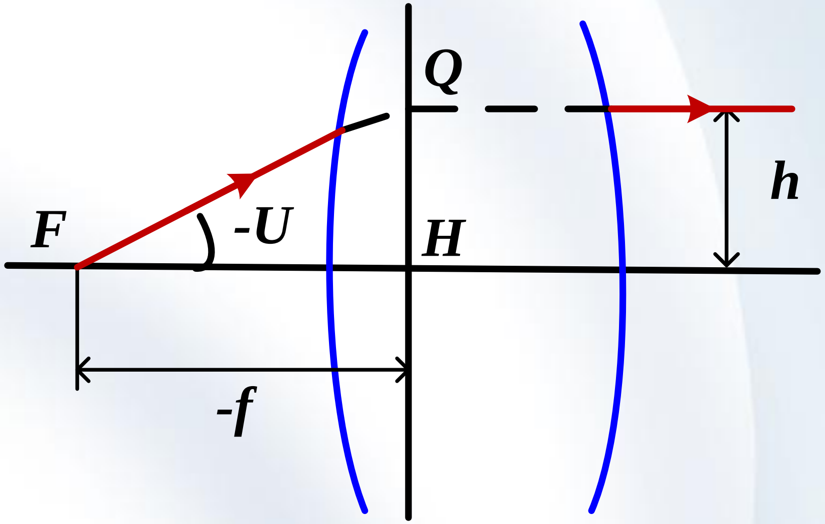
- 如果轴上某一物点F，和它共轭的像点位于轴上无限远，则F称为**物方焦点**

- 通过F垂直于光轴的平面称为**物方焦平面**

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

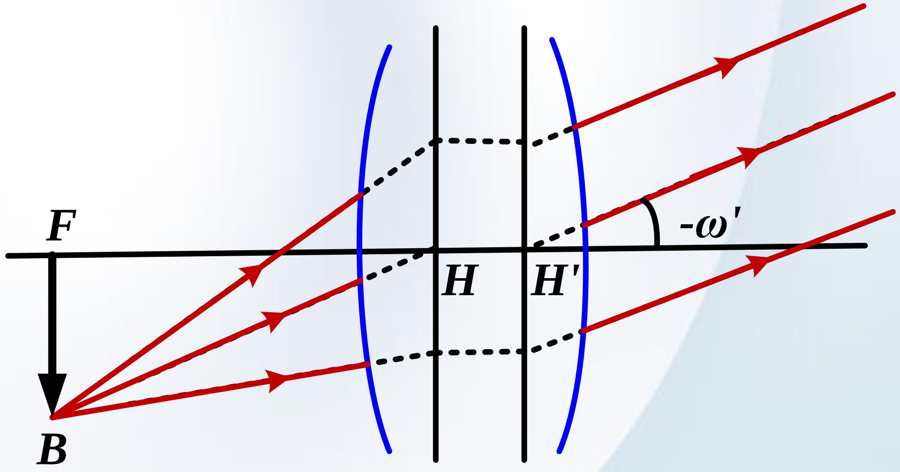
◆物方焦点/焦平面性质

- 过物方焦点入射的光线，通过光学系统后平行于光轴出射



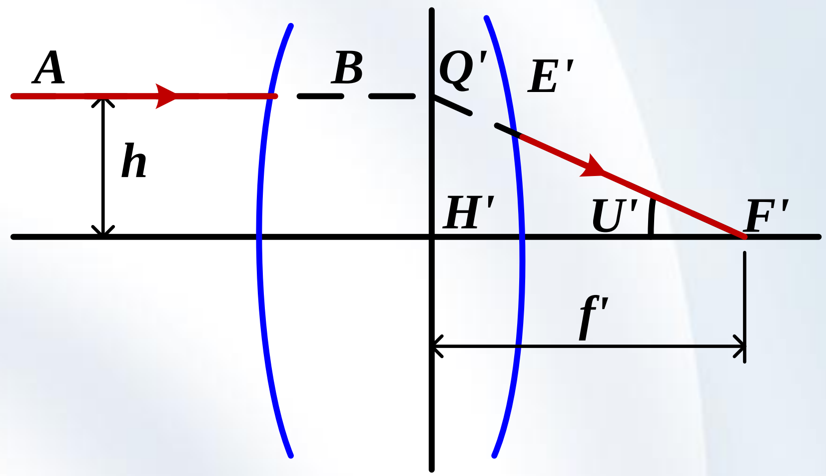
- 由物方焦平面上轴外任意一点下发出的所有光线，通过光学系统以后，对应一束和光轴成一定夹角的平行光线。

- <u>物方焦平面和无限远的垂直于光轴的像平面共轭</u>



2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

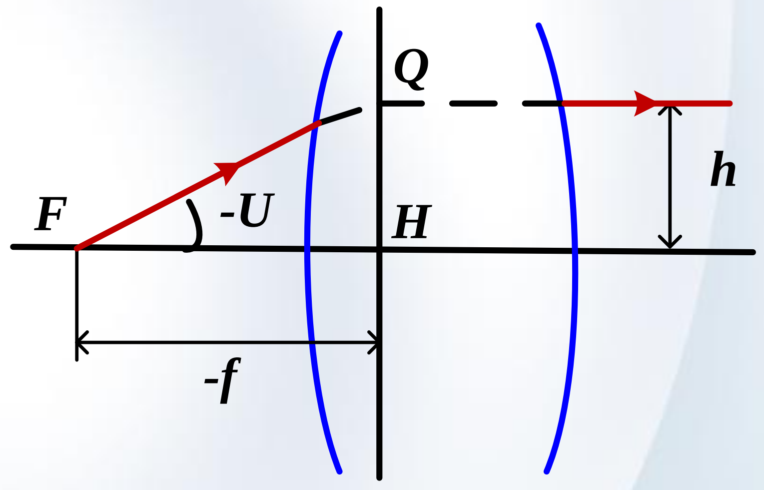
二、焦点、焦面



◆主平面和焦点之间的距离称为**焦距**

➢由像方主点H′到像方焦点F′的距离称为**像方焦距*f′***

➢由物方主点H到物方焦点F的距离称为**物方焦距*f***



◆ f、f′的符号规则：

➢f′—以H′为起点，计算到F′，由左向右为正

➢f —以H为起点，计算到F，由左向右为正

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

◆问题：

物方主点H和像方主点H′是否是一对共轭点？

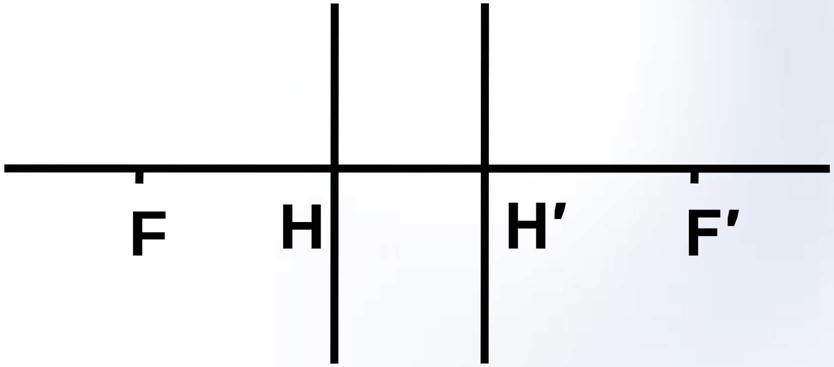
物方焦点F和像方焦点F′是否是一对共轭点？

物方焦距f和像方焦距f′是否是一对共轭线段？

2.5 基点与基面：1）主平面和焦点

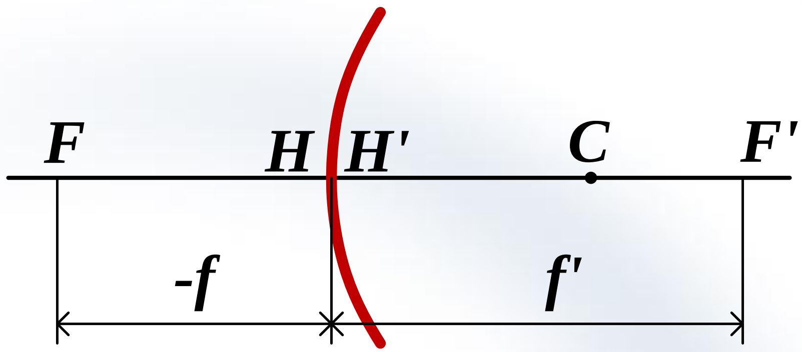
- 最常用的共轴系统的基点：
  - ✓一对主平面
  - ✓两对共轭点：
    - ●无限远轴上物点和像方焦点F′
    - ●物方焦点F和无限远轴上像点

- 可用一对主平面和两个焦点位置来代表一个光学系统：



2.6 单个折射球面的主平面和焦点

◆单个折射球面的主点位置



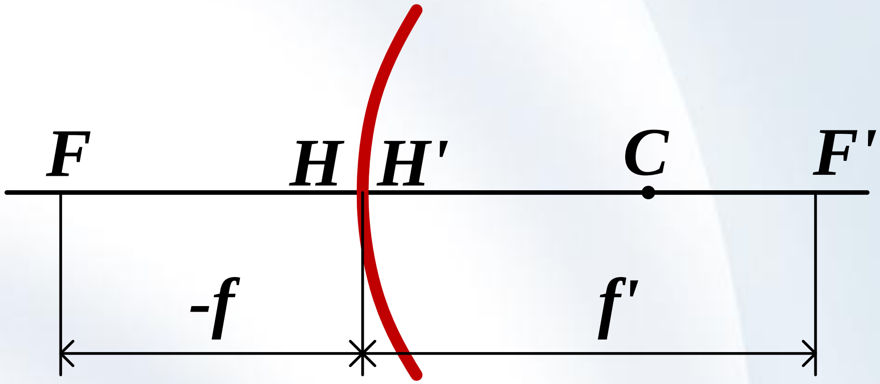
$$\left.\begin{array}{l}\beta=\dfrac{nl'}{n'l}=1 \;\Rightarrow nl'=n'l \\ H\text{、}H'\text{共轭：}\dfrac{n'}{l'}-\dfrac{n}{l}=\dfrac{n'-n}{r}\end{array}\right\}\Rightarrow n'l-nl'=l'l\dfrac{n'-n}{r}=0$$

$$\Rightarrow l'_H=0;\; l_H=0$$

球面的两个主点与球面顶点重合。其物方主平面和像方主平面即为过球面顶点的切平面。

2.6 单个折射球面的主平面和焦点

◆单个折射球面的焦距



➢像方焦距 f'

$$\left.\begin{aligned} & l=\infty,\ l'=f' \\ & \frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{n'}{f'}-\frac{n}{\infty}=\frac{n'-n}{r} \Rightarrow f'=\frac{n'r}{n'-n}$$

➢物方焦距 f

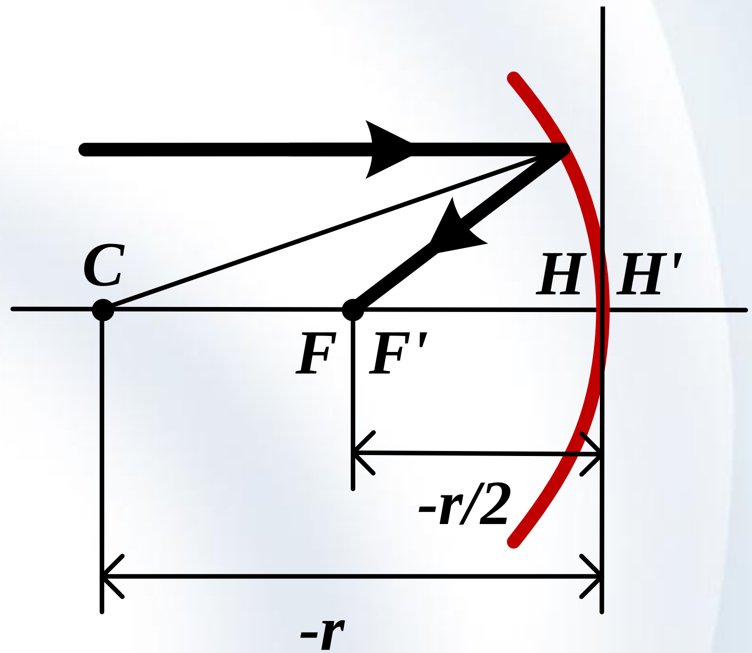
$$\left.\begin{aligned} & l=f,\ l'=\infty \\ & \frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{n'}{\infty}-\frac{n}{f}=\frac{n'-n}{r} \Rightarrow f=-\frac{nr}{n'-n}$$

2.6 单个折射球面的主平面和焦点

◆球面反射

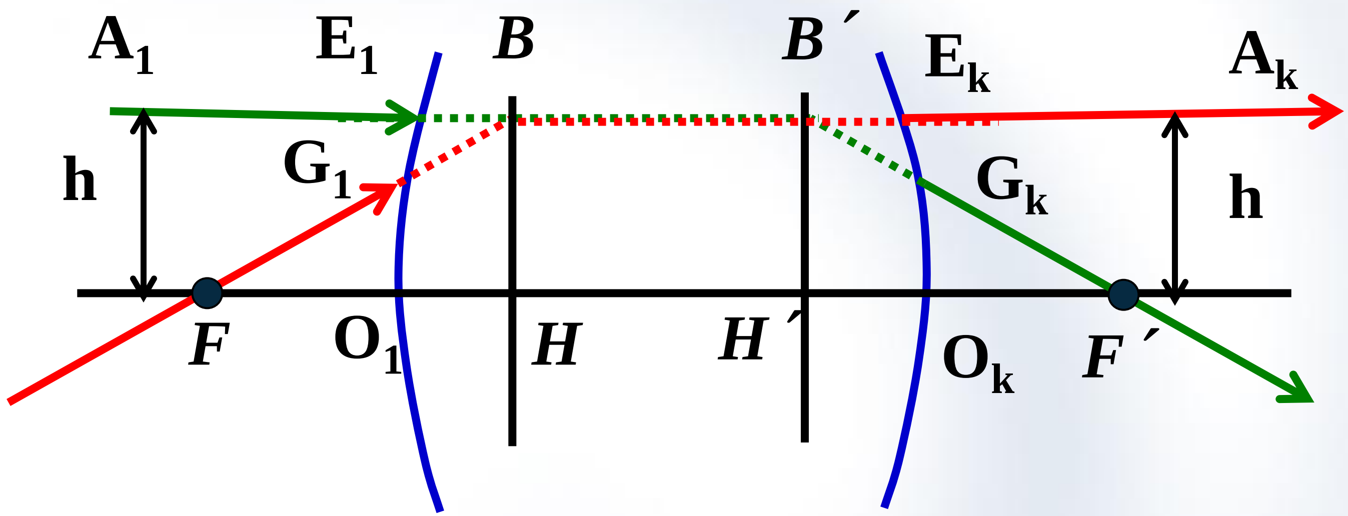
看作 $n=-n'$ 的折射

$$\Rightarrow f'=\frac{n'r}{n'-n}=\frac{r}{2}=f$$



➢反射球面的焦点位于球心和顶点的中点

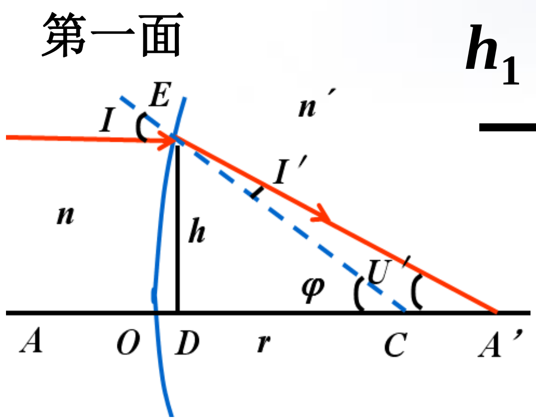
◆任意共轴球面系统，怎样确定主平面位置？

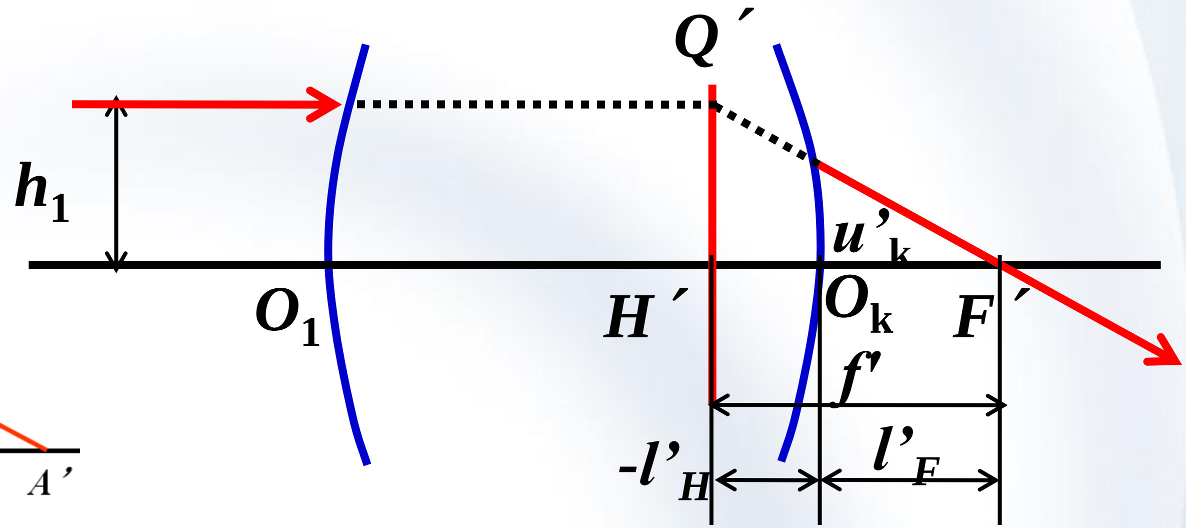


主面位置的确定与物高h是否有关 ？

2.7 共轴球面系统的主平面和焦点

◆任意共轴球面系统，像方焦点、像方主面的位置：





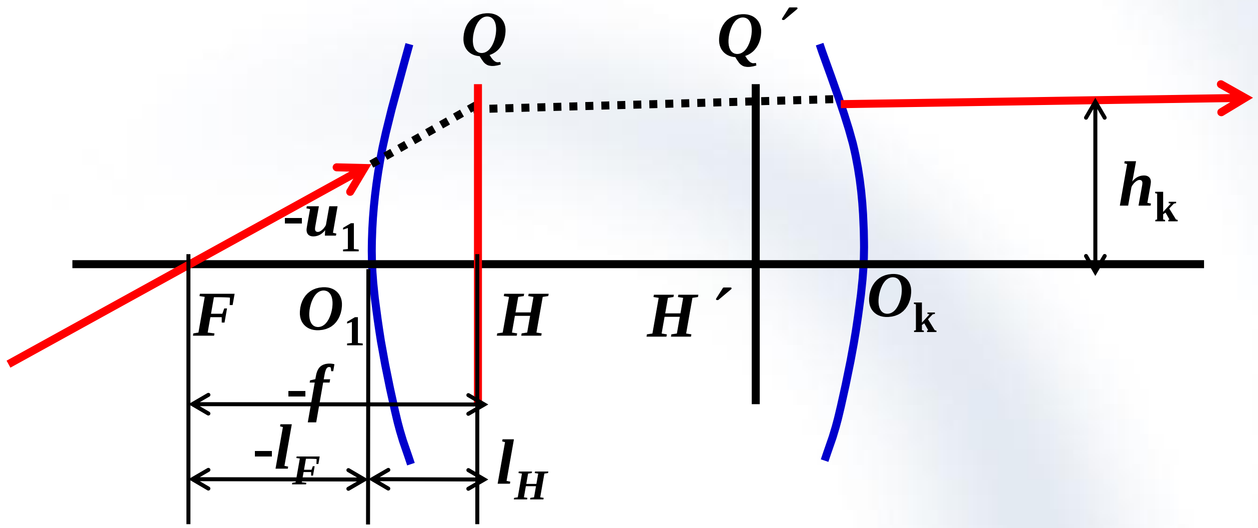
1）入射光线：$l_1 = -\infty, u_1 = 0$，近轴区 $i_1 = \dfrac{h_1}{r_1}$　　h_1任意设置

2）利用近轴光线计算公式，逐面计算，得到u'_k 及l'_k

3）像方焦距 $f' = h_1 / u'_k$；　像方主面位置：$-l'_H = f' - l'_k$

2.7 共轴球面系统的主平面和焦点

◆任意共轴球面系统，物方焦点、物方主面的位置：



➢根据光路可逆，将光学系统翻转，按计算像方焦点和像方主平面同样的方法，计算出的结果就是物方焦点和物方主平面的结果

➢注意符号！！！

2.8 用作图法求光学系统的理想像

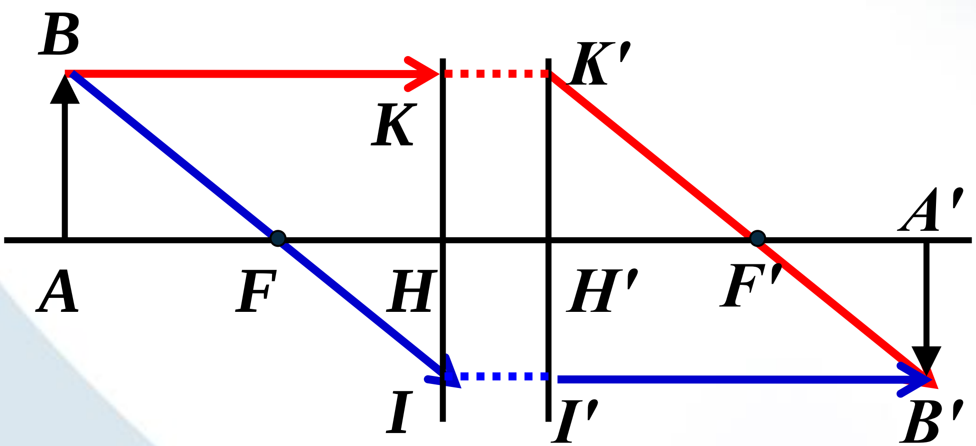
- 已知系统的主面、物方焦点、像方焦点，可用作图法求出给定物/像点的共轭点

- 可供选择的典型光线：
  - 平行于光轴的光线
  - 过物方焦点的光线
  - 倾斜于光轴入射的平行光束
  - 自物方焦平面上一点
  - 共轭光线在主平面上的投射高度相等

2.8 用作图法求光学系统的理想像

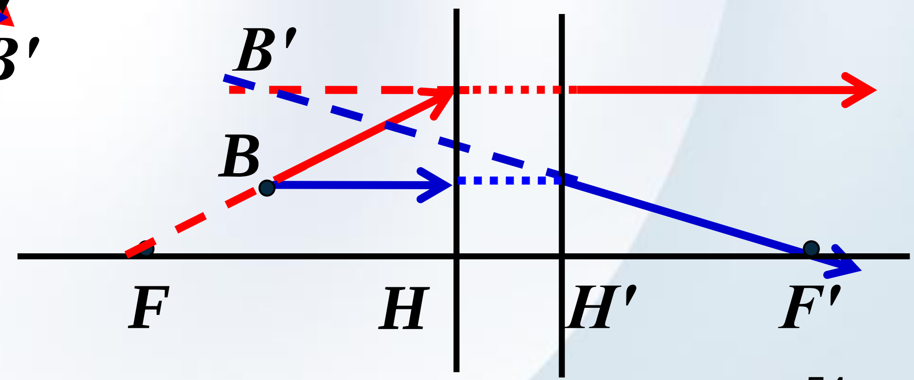
1）轴外物点B或一垂轴线段AB的图解法求像

过B点作两条入射光线：$\begin{cases}\text{平行于光轴}\\\text{过物方焦点}\end{cases}$



K、K′高度相等

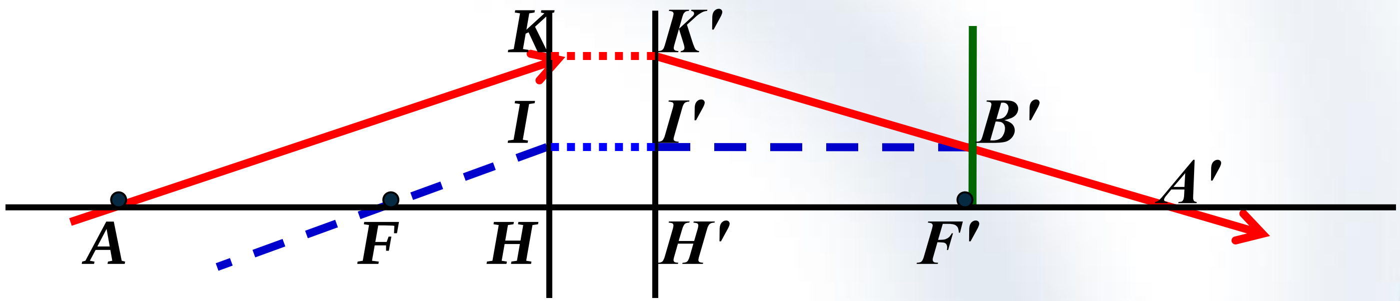
I、I′高度相等



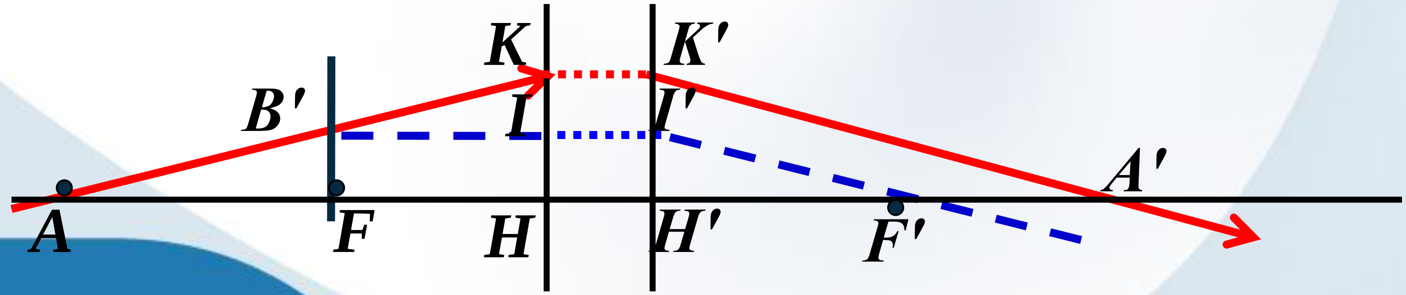
2.8 用作图法求光学系统的理想像

2） 轴上点A发出的任意光线

①认为是由无限远轴外物点发出的倾斜光束平行光束中的一条

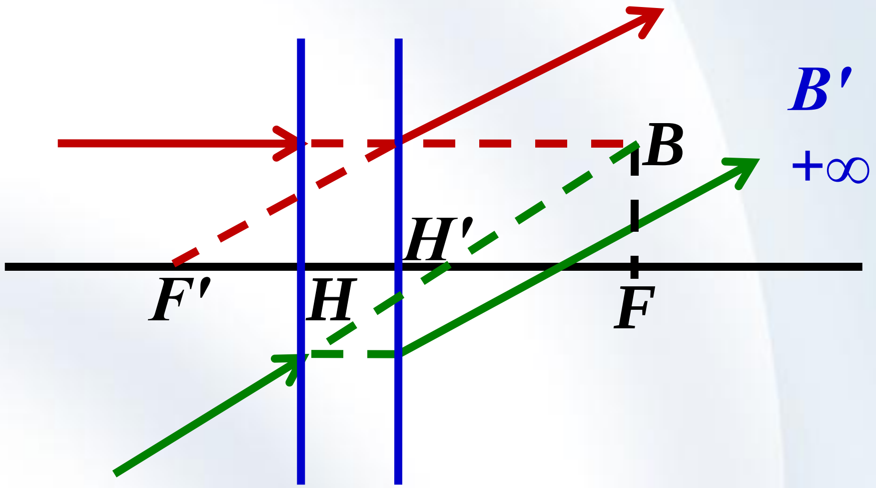


② 认为光线是由物方焦平面上的点B发出的

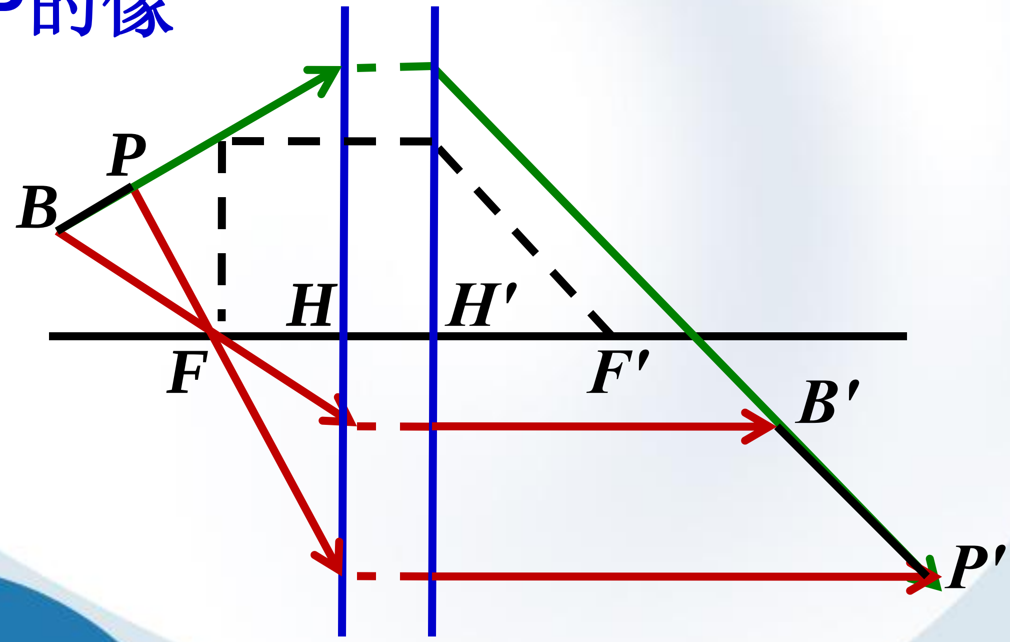


练习：图解法求像

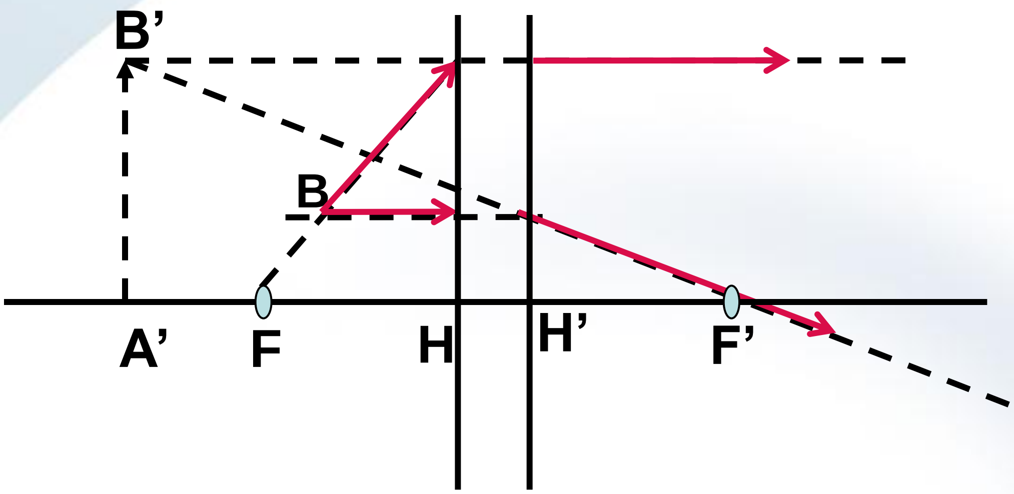
1）负光组，虚物点B在物方焦平面上

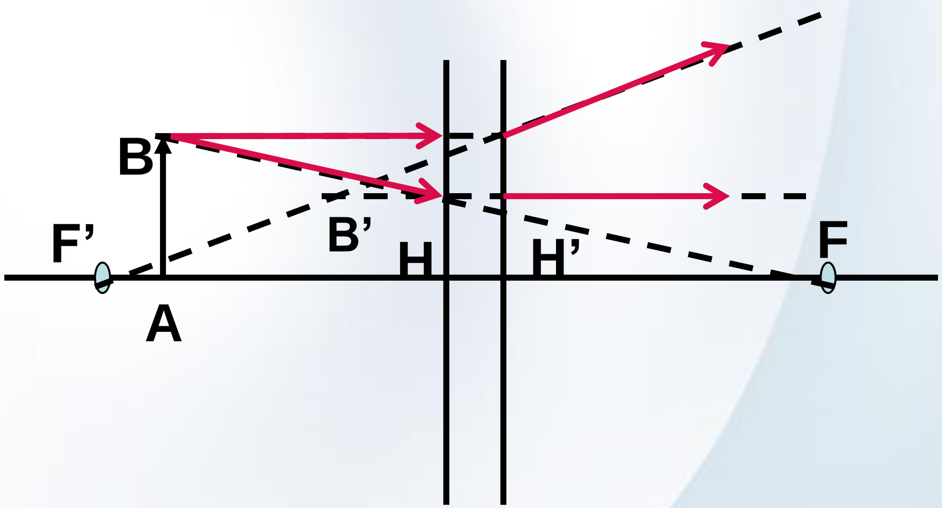


2）求直线BP的像

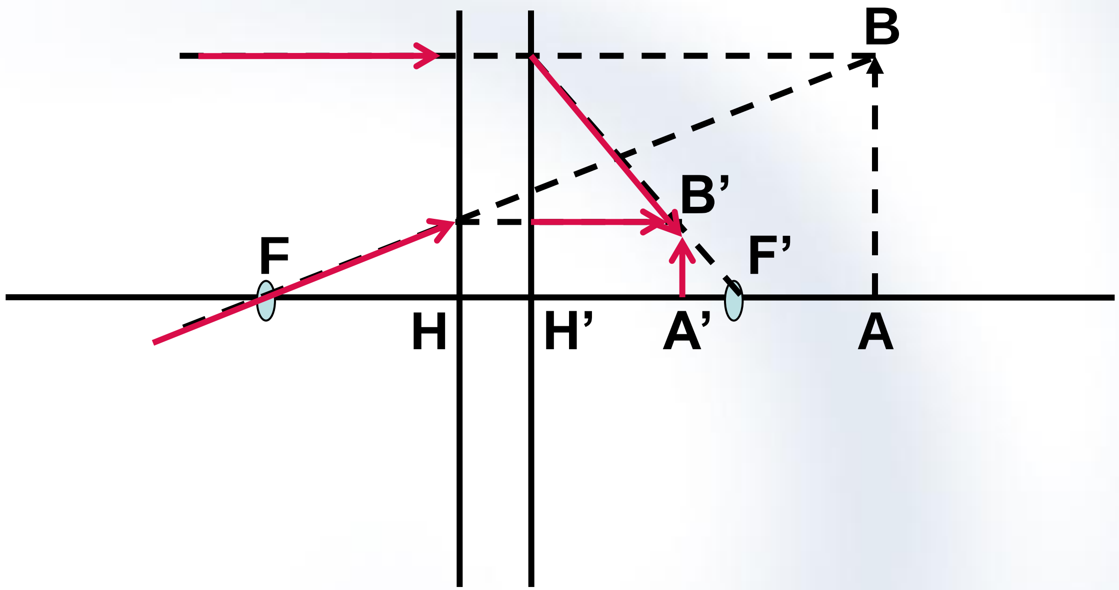


练习：图解法求像



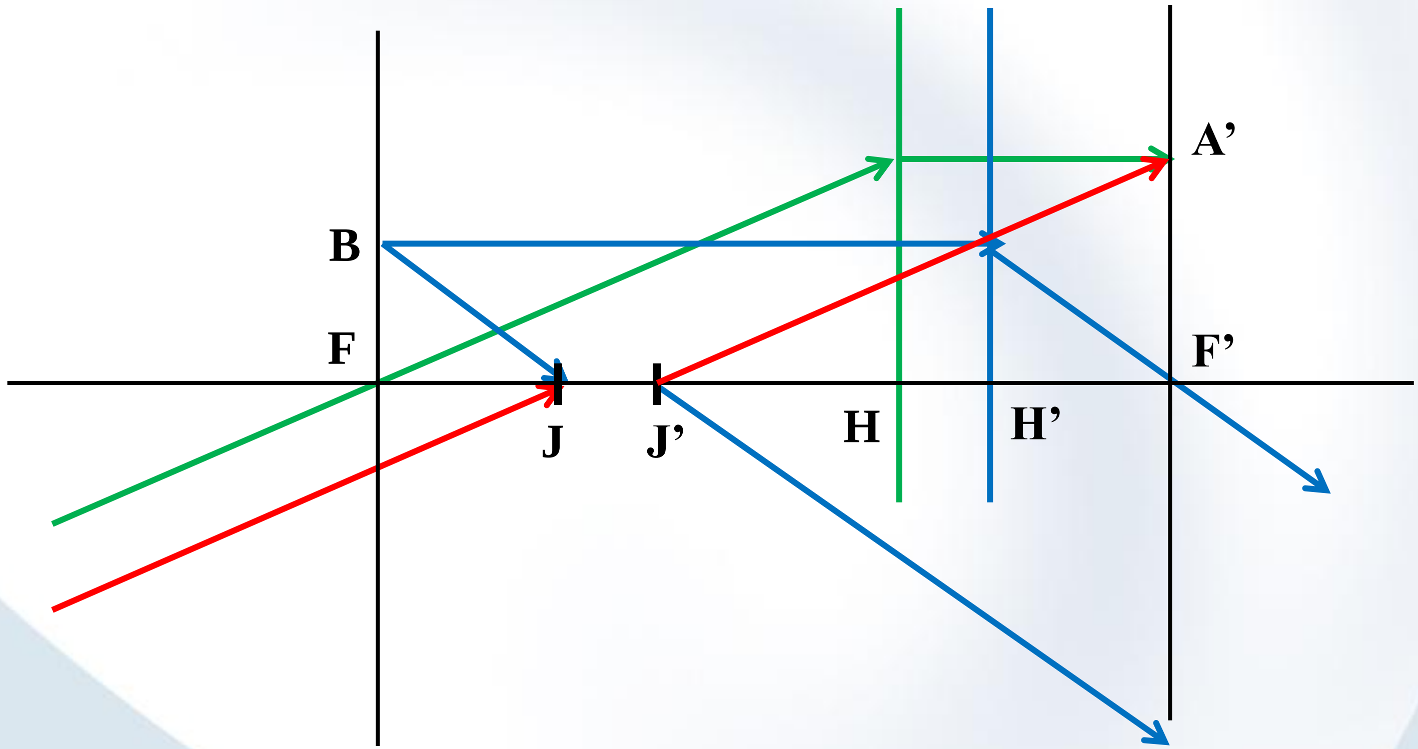


练习：图解法求像



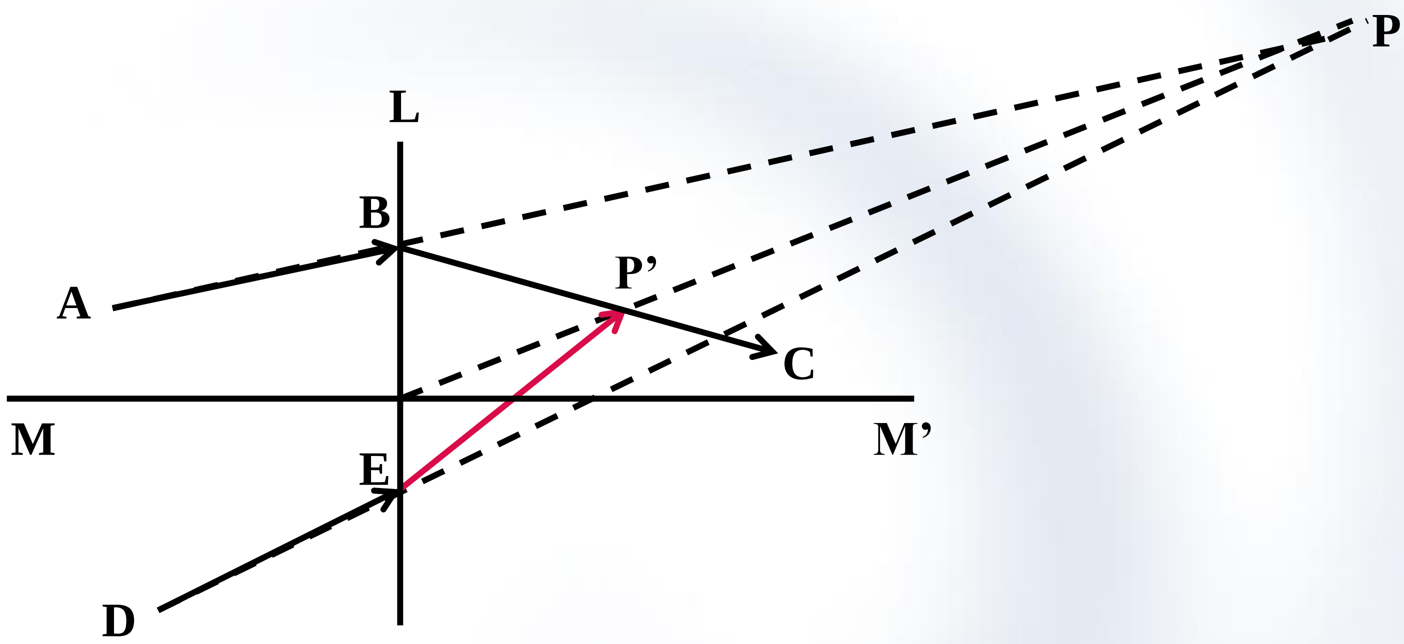
练习：图解法求像

- 如图所示光学系统，已知一对焦点F、F’和节点J、J’的位置。假定物像空间介质的折射率不同，用作图法求出该系统的物方和像方主平面位置。（5分）



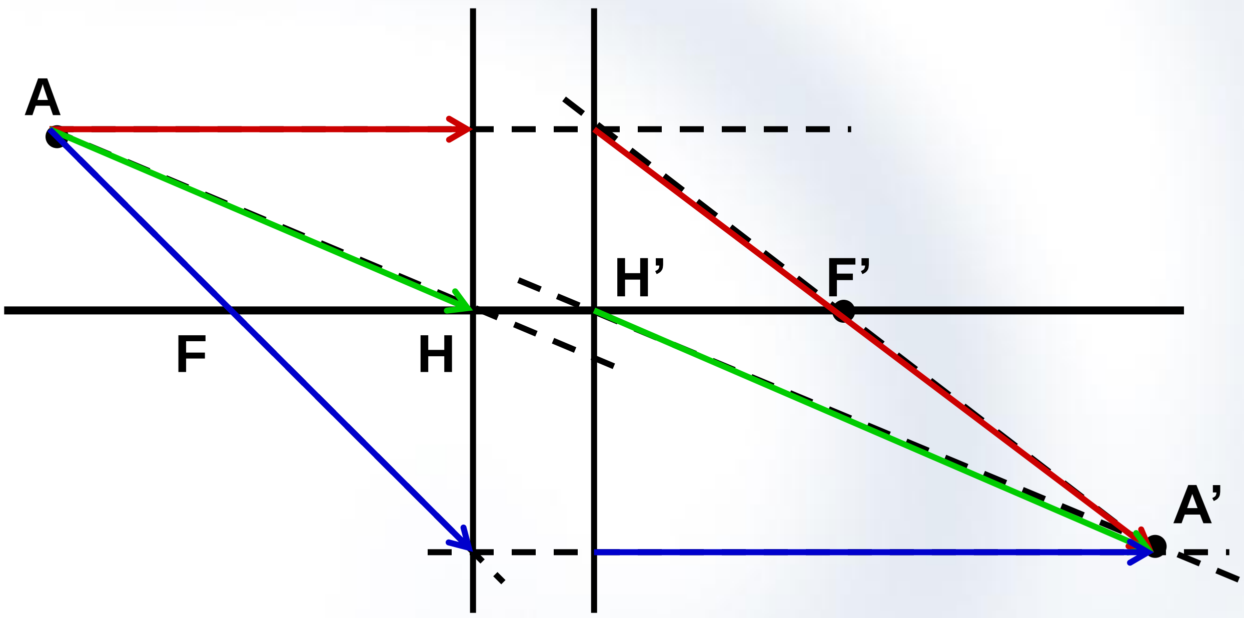
练习：图解法求像

- 图中为薄透镜，为主轴，为已知的一条穿过透镜的光线。用作图法求出光线穿过透镜后的共轭光线。



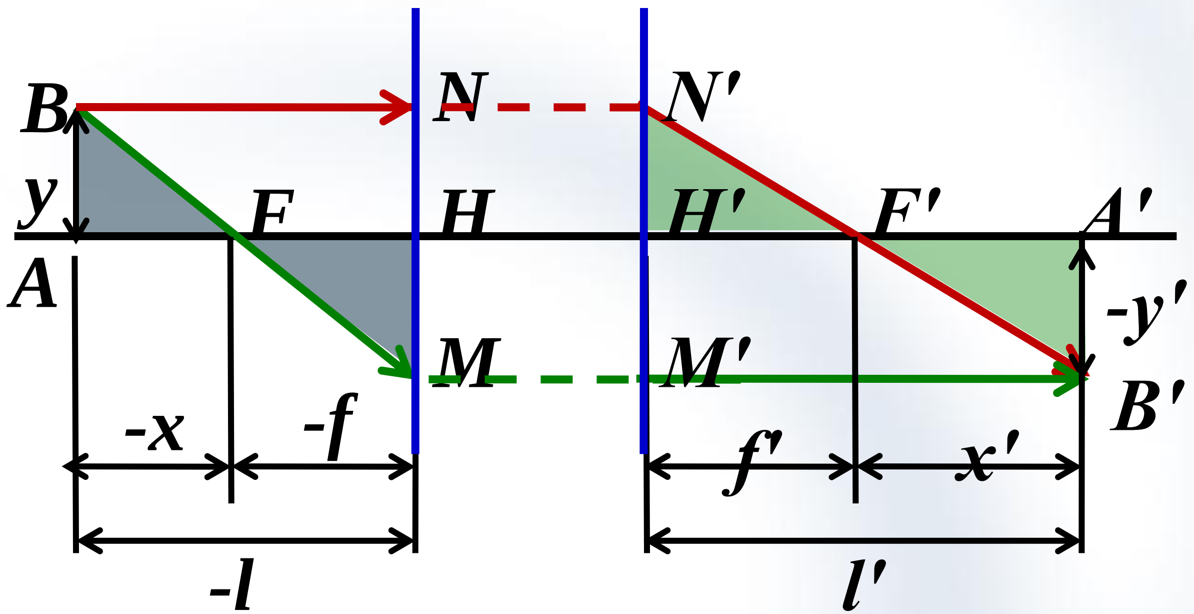
练习：图解法求像

- 如图所示光学系统，已知一对共轭点A、A’的位置和系统像方焦点F’的位置。假定物像空间介质的折射率相同，用作图法求出该系统的物方和像方主平面位置及其物方焦点位置。（5分）



2.9 理想光学系统的物象关系式

1）牛顿公式 （物距以F、F'为原点）

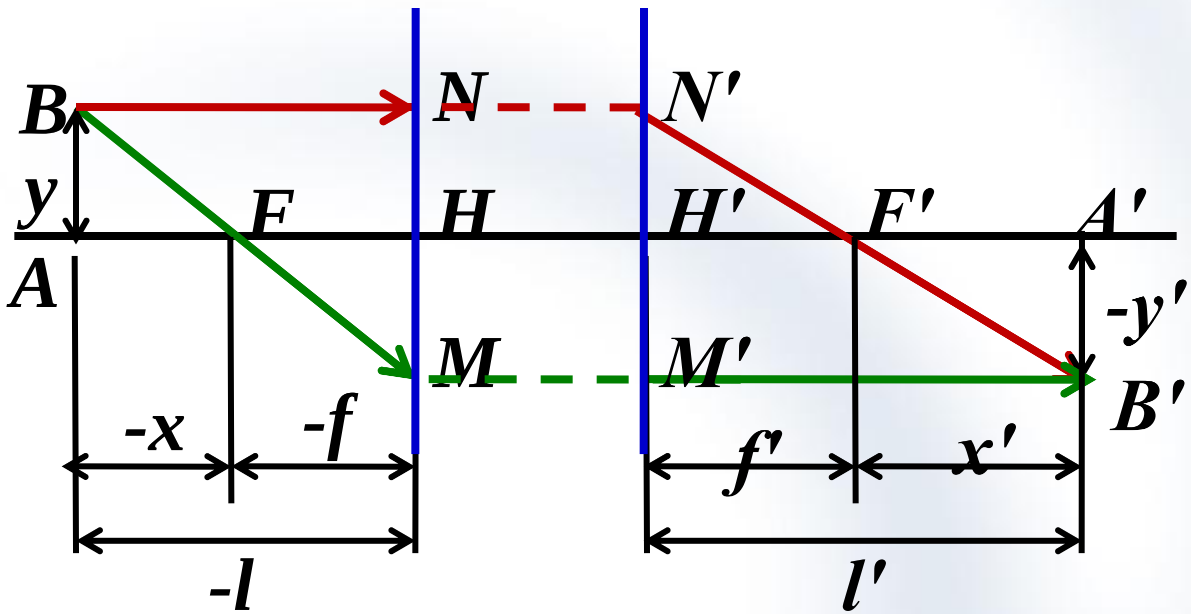


$$\frac{y}{-y'}=\frac{-x}{-f}, \qquad \frac{y}{-y'}=\frac{f'}{x'}$$

$$\Rightarrow \boxed{xx'=ff'}$$

2.9 理想光学系统的物象关系式

2）高斯公式　（物距以H、H′为原点）

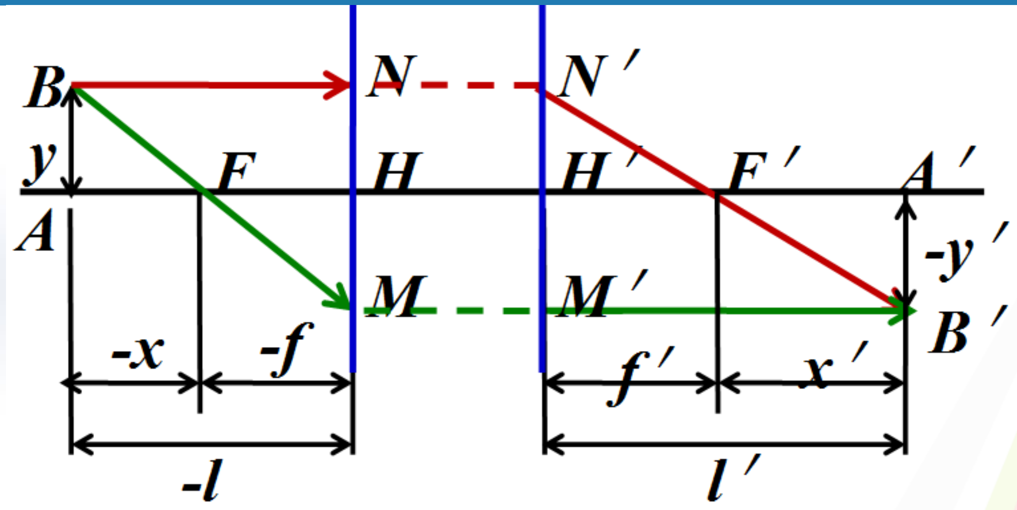


$$\left.\begin{aligned} x &= l - f \\ x' &= l' - f' \\ xx' &= ff' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1}$$

2.10 光学系统的放大率

1）垂轴放大率

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$$



$$\left.\begin{array}{l} x' = \dfrac{ff'}{x} \Rightarrow x' + f' = \dfrac{ff'}{x} + f' = \dfrac{f'}{x}(f + x) \\ x' + f' = l',\ x + f = l \end{array}\right\} \Rightarrow l' = \frac{f'}{x} l$$

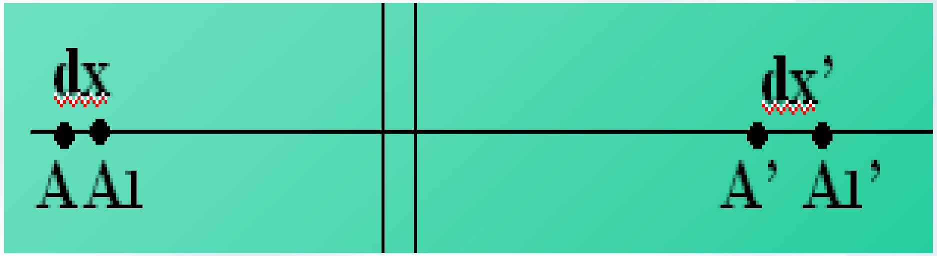
$$\Rightarrow \beta = -\frac{f}{x} = -\frac{fl'}{f'l}$$

β与 l，l'有关。当l一定时，β与 y的大小无关

2.10 光学系统的放大率

2）轴向放大率——像与物沿轴移动量之比

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = \frac{dl'}{dl}$$



$$xx' = ff' \Rightarrow xdx' + x'dx = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x}{x'}$$

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1 \Rightarrow -\frac{f'}{l'^2}dl' - \frac{f}{l^2}dl = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{dl'}{dl} = -\frac{f\ l'^2}{f'\ l^2}$$

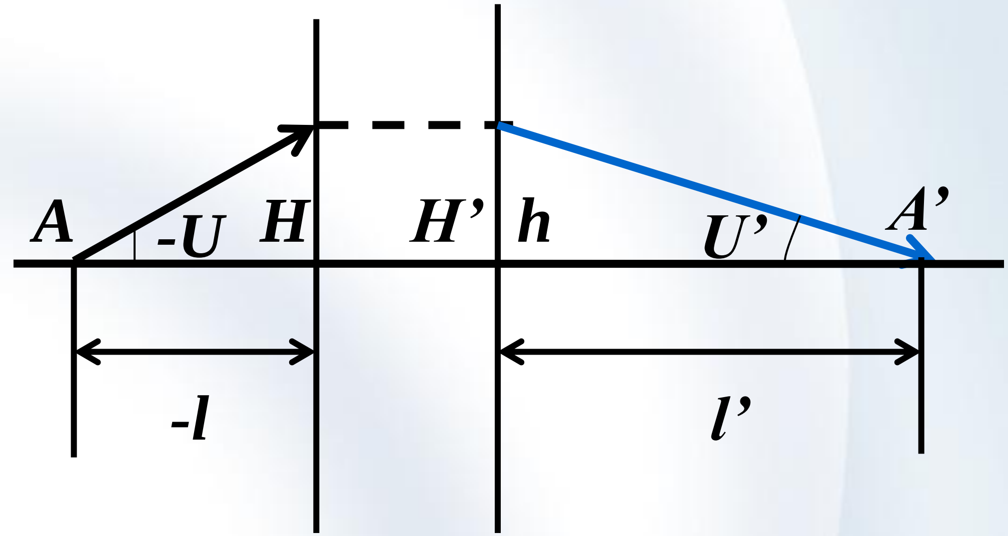
$$\alpha = -\frac{x'}{x} = -\frac{x'}{f'}\frac{f}{x}\frac{f'}{f} = -\frac{f'}{f}\beta^2$$

立体物像不再相似

2.10 光学系统的放大率

3）角放大率——像方与物方倾角的正切之比

$$\gamma=\frac{\tan U'}{\tan U}=\frac{h'}{l'}\Big/\frac{h}{l}=\frac{l}{l'}$$



- 角放大率只和物体的位置有关，而与孔径角无关
- 在同一对共轭面上，任一对共轭光线与光轴的夹角正切之比恒为常数

$$\beta=-\frac{fl'}{f'l}=-\frac{f}{f'\gamma}\Rightarrow\gamma=-\frac{f}{f'}\frac{1}{\beta}=\frac{x}{f'}=\frac{f}{x'}$$

2.10 光学系统的放大率

◆三种放大率的关系：

$$\alpha=-\frac{fl'^2}{f'l^2},\ \beta=-\frac{fl'}{f'l},\ \gamma=\frac{l}{l'}\qquad\Rightarrow\boxed{\alpha\cdot\gamma=\beta}$$

- 三种放大率都与共轭面的位置有关，故对于同一光学系统来说，物（像）面位置的不同，对应的放大率是不同的

- 对某一共轭面，只要给定任意一个放大率，其它两个放大率便随之确定

例题：

◆已知一个透镜把物体放大-3$^{\times}$ 投影在屏幕上，当透镜向物体移近18mm 时，物体将被放大-4$^{\times}$ 试求透镜的焦距，并用图解法校核之

根据 $\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$

$$\begin{cases} \beta_1 = -\frac{f}{x_1} = -3 \\ \beta_2 = -\frac{f}{x_2} = -4 \\ -x_1 - (-x_2) = 18 \end{cases} \Rightarrow f = -216(mm) = -f'$$

例题：

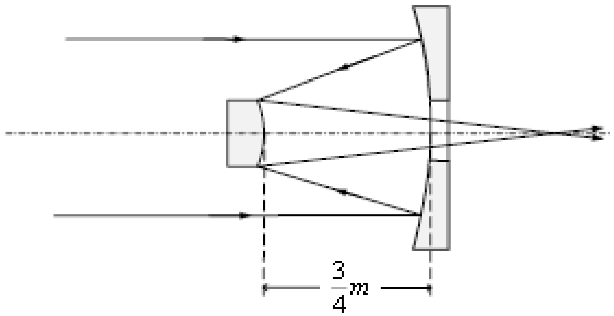
得 分

六、计算题（共 10 分）

我们想自制一望远镜，该望远镜由两个球面镜构成，如图所示。口径较大的主镜的曲率半径是 2.0m，口径较小的次镜的曲率半径是 60cm。若观察的物体为遥远的星星，求：

（1）胶片像平面到次镜的距离（6 分）

（2）系统的等效焦距（4 分）



解：

依据球面镜成像公式，

$$\frac{1}{l_1'}+\frac{1}{l_1}=\frac{2}{r_1}, l_1=-\infty, l_1'=\frac{r_1}{2}=-1m(3分)$$

$$l_2=-\frac{1}{4}m, r_2=-0.6m, (3分)$$

$$\frac{1}{l_2'}+\frac{1}{l_2}=\frac{2}{r_2}, l_2'=1.5m, 距离次镜1.5m(3分)$$

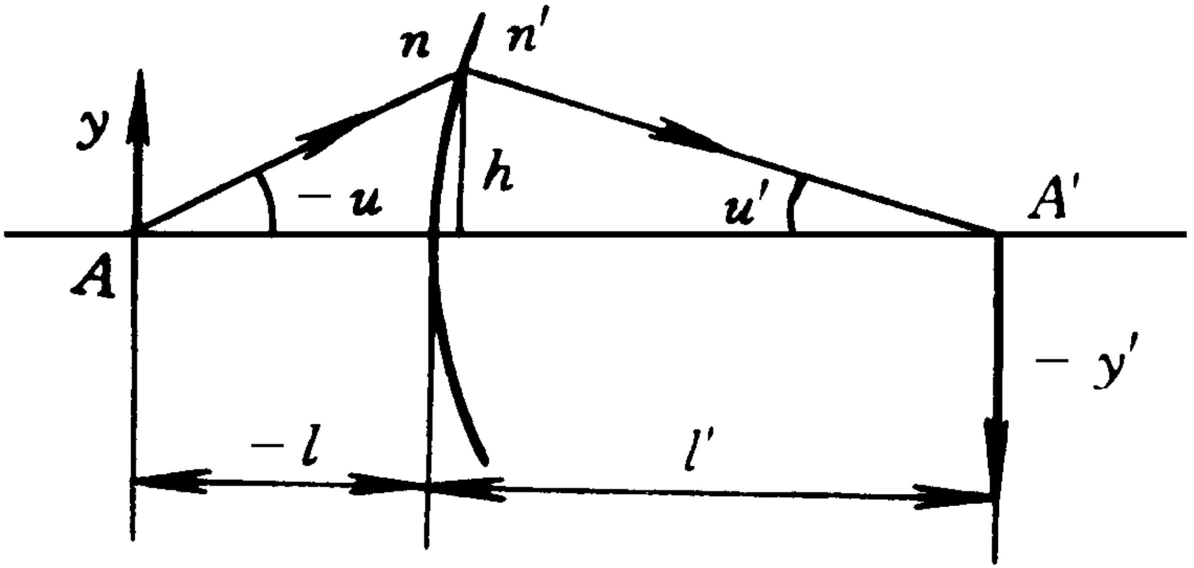
由组合透镜焦距公式，

$$f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}(3分)$$

$$=-\frac{-1\times(-0.3)}{-0.05}=6m(3分)$$

一般结合具体系统出题，或包含光束限制的问题

2.11 物像空间不变式



单个折射球面近轴范围内的放大率：$\beta = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{nl'}{n'l}$

近轴光线：$-u = \dfrac{h}{-l}, u' = \dfrac{h}{l'} \Rightarrow \dfrac{u}{u'} = \dfrac{l'}{l}$

$\Rightarrow nuy = n'u'y'$

2.11 物像空间不变式

◆由多个球面组成的共轴系统：

$$n_i' = n_{i+1}, \quad y_i' = y_{i+1}, \quad u_i' = u_{i+1}$$

$$\Rightarrow n_1 u_1 y_1 = n_1' u_1' y_1' = n_2 u_2 y_2 = \cdots\cdots = n_k' u_k' y_k'$$

➢ 对任意一个像空间来说，乘积n‘u’y’为常数，用J表示：

$$\boxed{J = nuy = n'u'y'}$$

物像空间不变式。

J称为物像空间不变量，或拉格朗日不变量。

2.11 物像空间不变式

◆把上述近轴范围内的物像空间不变式推广到整个空间，就得到**理想光学系统的物像空间不变式**。

角放大率：$\gamma = \dfrac{tgU'}{tgU} = \dfrac{u'}{u}$ $\Rightarrow n \cdot tgU \cdot y = n' \cdot tgU' \cdot y'$

➢ 当物像空间的介质相同（如空气）时，变成：

ytgU=y'tgU'

➢ 反射时：每经过一次反射，介质的折射率的符号改变一次；奇数次反射，符号相反；偶数次反射，符号相同

◆物像空间不变式的物理意义

➢能量守恒

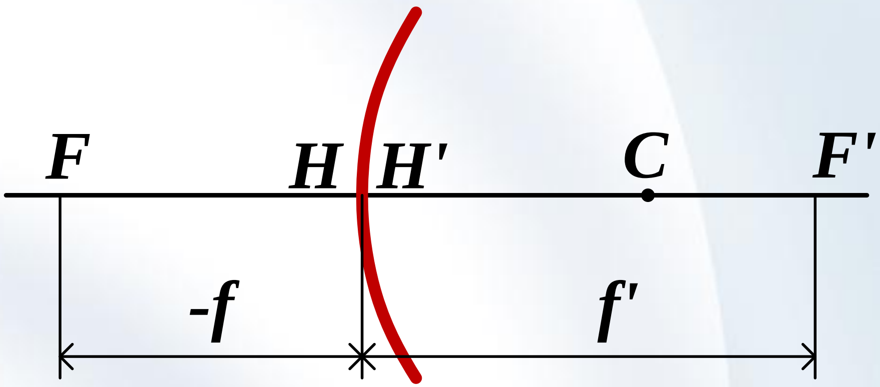
当折射率一定时，输入的总能量是nuy，输出的总能量是n’u’y’，根据能量守恒，二者相等。

✓若y’增大，则u’减小，即像增大，则变暗

✓若u’增大，则y’减小，即要像变亮，则像需减小

2.12 物方焦距和像方焦距的关系

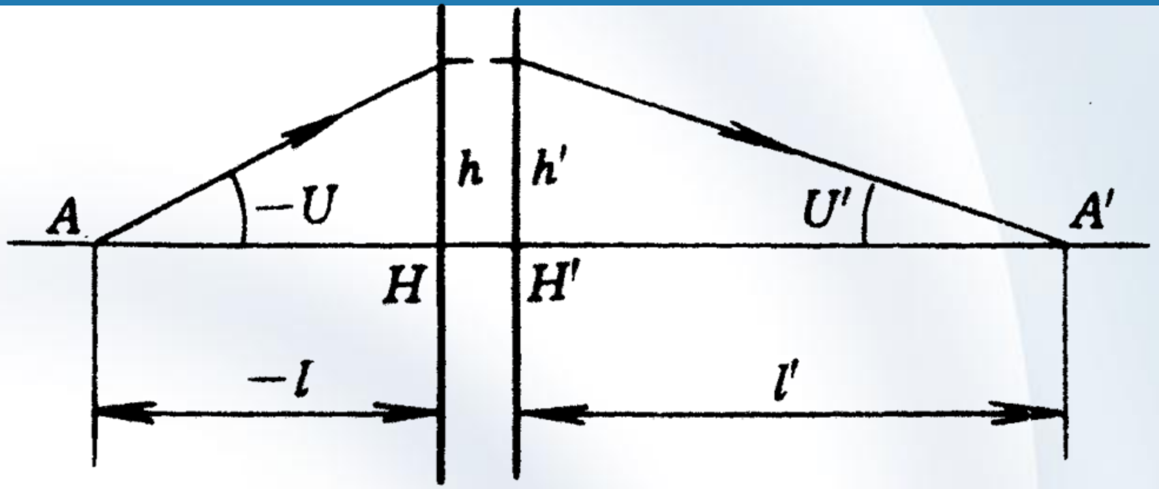
◆单个折射球面：



$$\left.\begin{aligned} f' &= \frac{n'}{n'-n} r \\ f &= -\frac{n}{n'-n} r \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

2.12 物方焦距和像方焦距的关系

◆整个系统：



垂轴放大率：$\beta = -\dfrac{fl'}{f'l}$

由物像空间不变式：$\beta = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{nu}{n'u'}$

$\Rightarrow -\dfrac{fl'}{f'l} = \dfrac{nu}{n'u'}$

$\gamma = \dfrac{tgU'}{tgU} = \dfrac{u'}{u} = \dfrac{l}{l'}$

$\Rightarrow \dfrac{f'}{f} = -\dfrac{n'}{n}$

2.12 物方焦距和像方焦距的关系

$$\boxed{\frac{f'}{f}=-\frac{n'}{n}}$$

若 $n'=n$，则$f=-f'$，如空气中折射系统：

$$\boxed{\begin{aligned} &xx'=-f'^2 \\ &\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'} \end{aligned}}$$

若 $n'=-n$，则 $f=f'$，如反射球面

若 包括k个反射面：$\boxed{\frac{f'}{f}=(-1)^{k+1}\frac{n'}{n}}$

2.12 物方焦距和像方焦距的关系

◆绝大多数光学系统都位在空气中，n=n′=1，有关的物像关系公式都可以简化

物像位置公式：

$$xx' = -f'^2$$

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$$

放大率公式：

$$\beta = \frac{l'}{l}$$

$$\alpha = \frac{l'^2}{l^2}$$

$$\gamma = \frac{tgU'}{tgU} = \frac{l}{l'}\text{不变}$$

2.12 物方焦距和像方焦距的关系

- 绝大多数光学系统都位在空气中，n=n′=1，有关的物像关系公式都可以简化

三种放大率的关系：

$$\beta = \alpha . \gamma$$

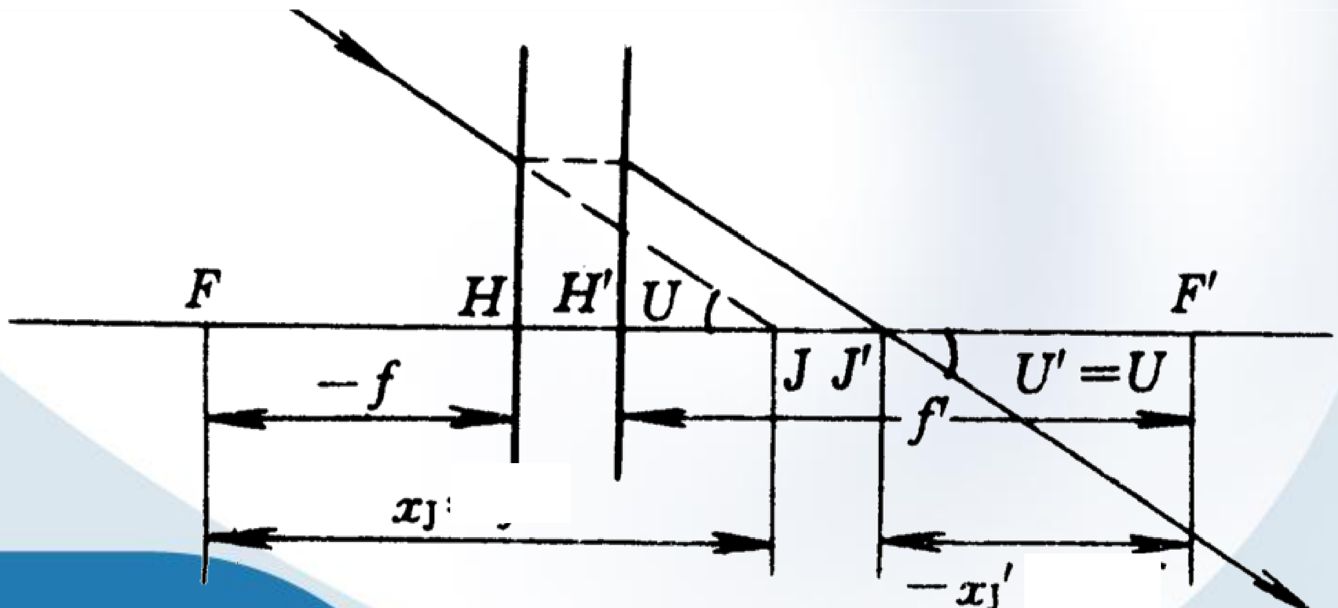
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nu}{n'u'} = \frac{n}{n'} . \frac{1}{\gamma} \overset{n=n'}{=} \frac{1}{\gamma},$$ 即$n = n'$时：$\beta\gamma = 1$

$$\alpha = \frac{\beta}{\gamma} = \beta^2$$

2.13 基点与基面：2）节平面和节点

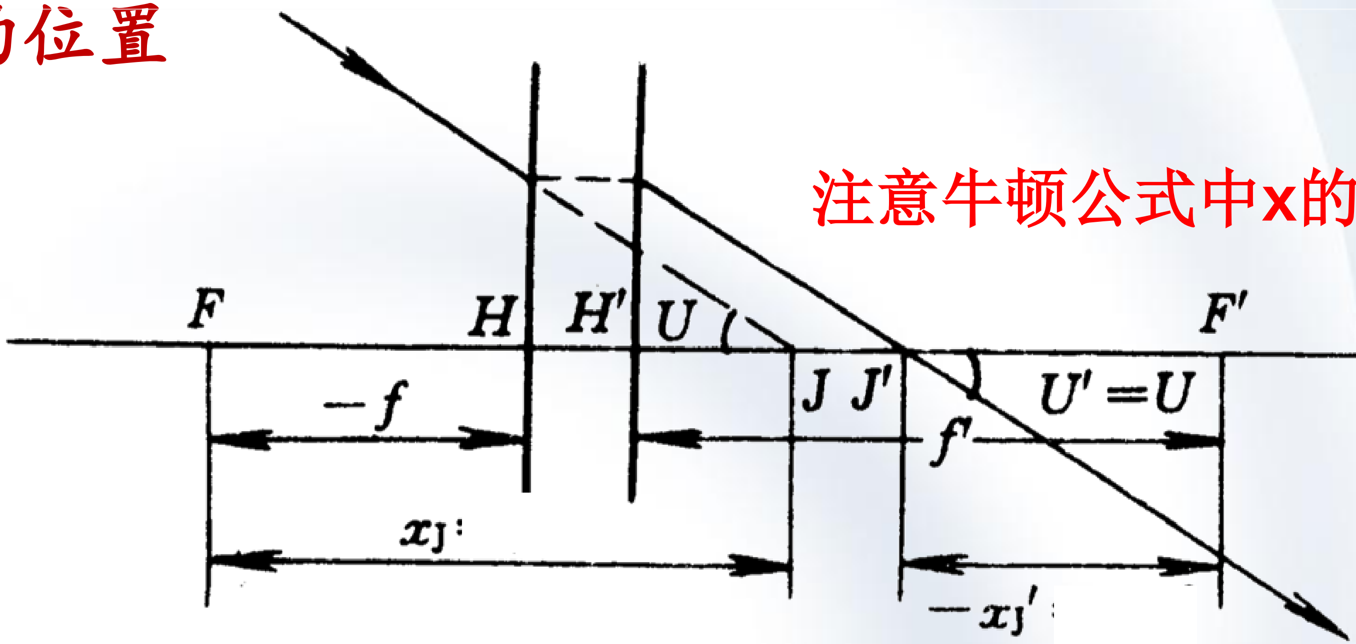
$$\gamma = \frac{tgU'}{tgU} = \frac{l}{l'}$$

- 节平面：角放大率γ =1的一对共轭面，在物空间称为物方节平面，在像空间称为像方节平面
- 节点：系统光轴上角放大率γ =1的一对共轭点（节平面与光轴的交点）；物方节点J、像方节点J′



2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点的位置



注意牛顿公式中x的定义

节点：$\gamma = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'} = 1$ $\Rightarrow x_J = f'$，$x_J' = f$

若物像空间介质相同，$n = n' \Rightarrow f = -f'$

$\Rightarrow x_J = -f$，$x_J' = -f'$

*J*与*H*重合；*J'*与*H'*重合；主平面与节平面重合

2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点性质：

①凡过物方节点J的光线，其出射光线必过像方节点J’，并且和入射光线相平行。

② 当物方、像方处于同一种介质中时（$n=n'$），节点和主点重合：

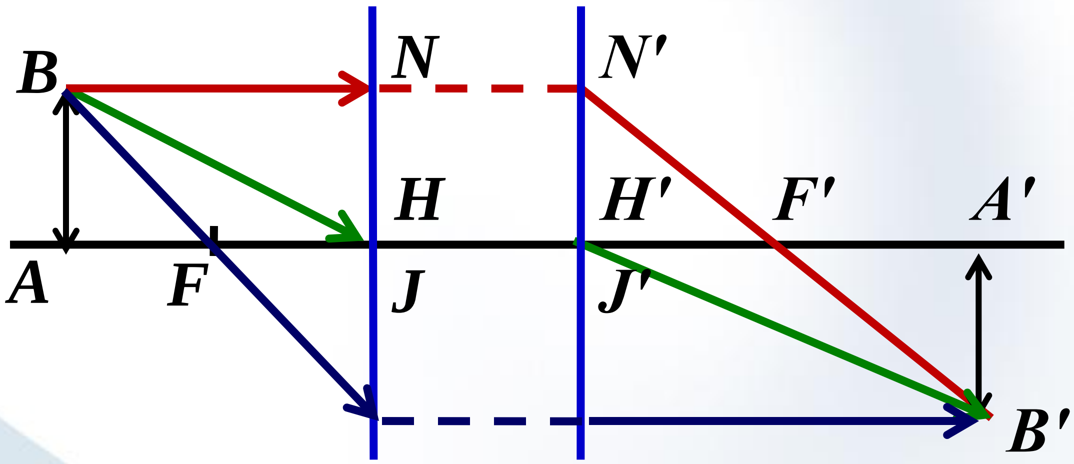
- 重合的该点同时具有主点和节点性质
- 置于空气中的薄透镜（透镜厚度可认为0，H与H'重合）有一条特殊光线，它通过光心不发生偏折，可用于作图

2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点的应用

① 作图求像的第三条特殊光线：

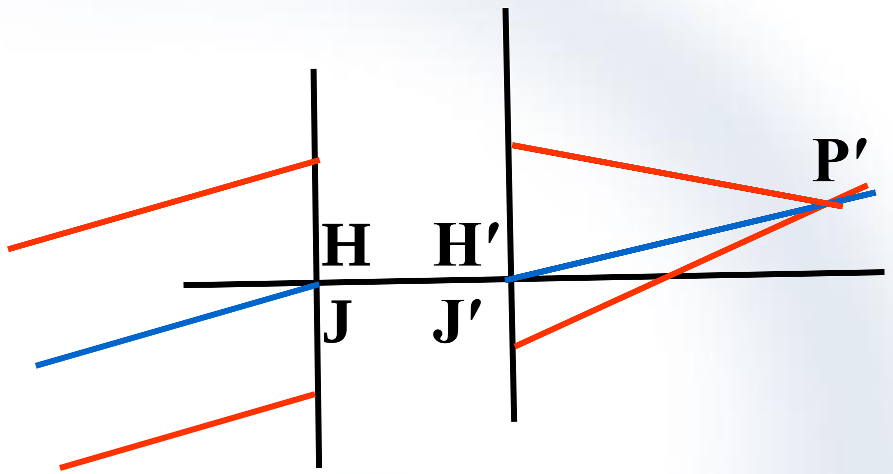
➢ 过节点J入射的光线，出射光线过J点，且与入射光线平行



2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点的应用

② 利用节点性质测量系统的主点位置

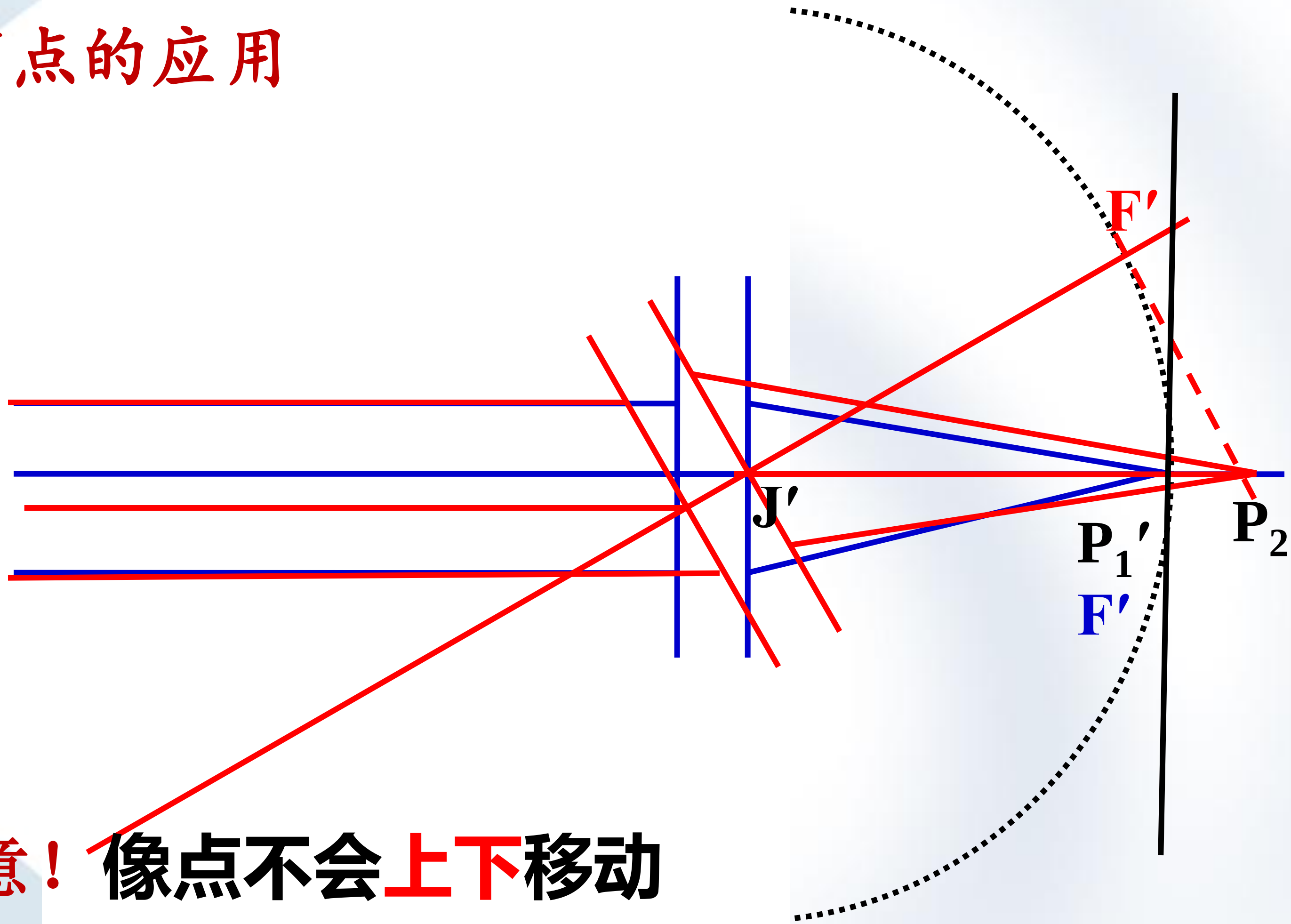


光学系统绕J’上下摆动 → J’P’不动 → 像点不会上下移动

像点是否发生变化？

2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点的应用



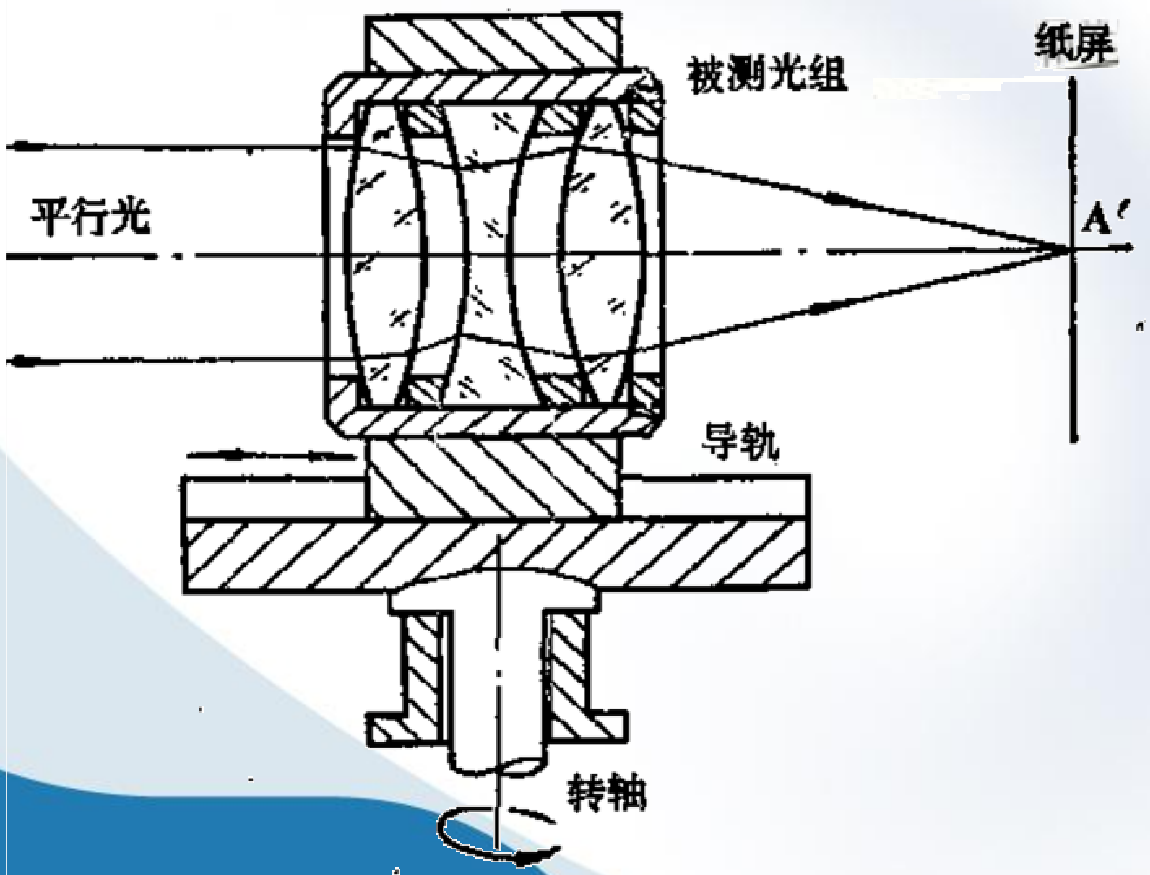
注意！**像点不会上下移动**

像在J′ P_1′ 上前后移动，纸屏上像斑中心位置不变、大小有变化

2.13 基点与基面：2）节平面和节点

◆节点的应用

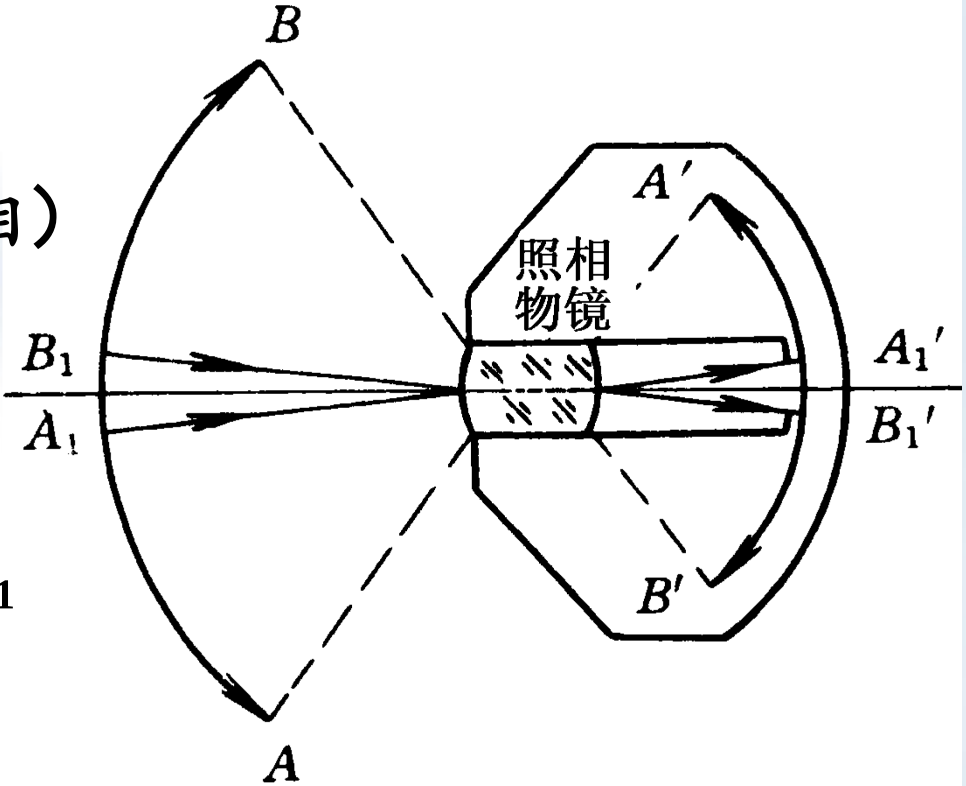
② 利用节点性质测量系统的主点位置



测量方法：一边摆动光学系统，同时连续改变转轴位置，并观察像点，当像点不动时，转轴的位置便是像方节点的位置

◆ 节点的应用

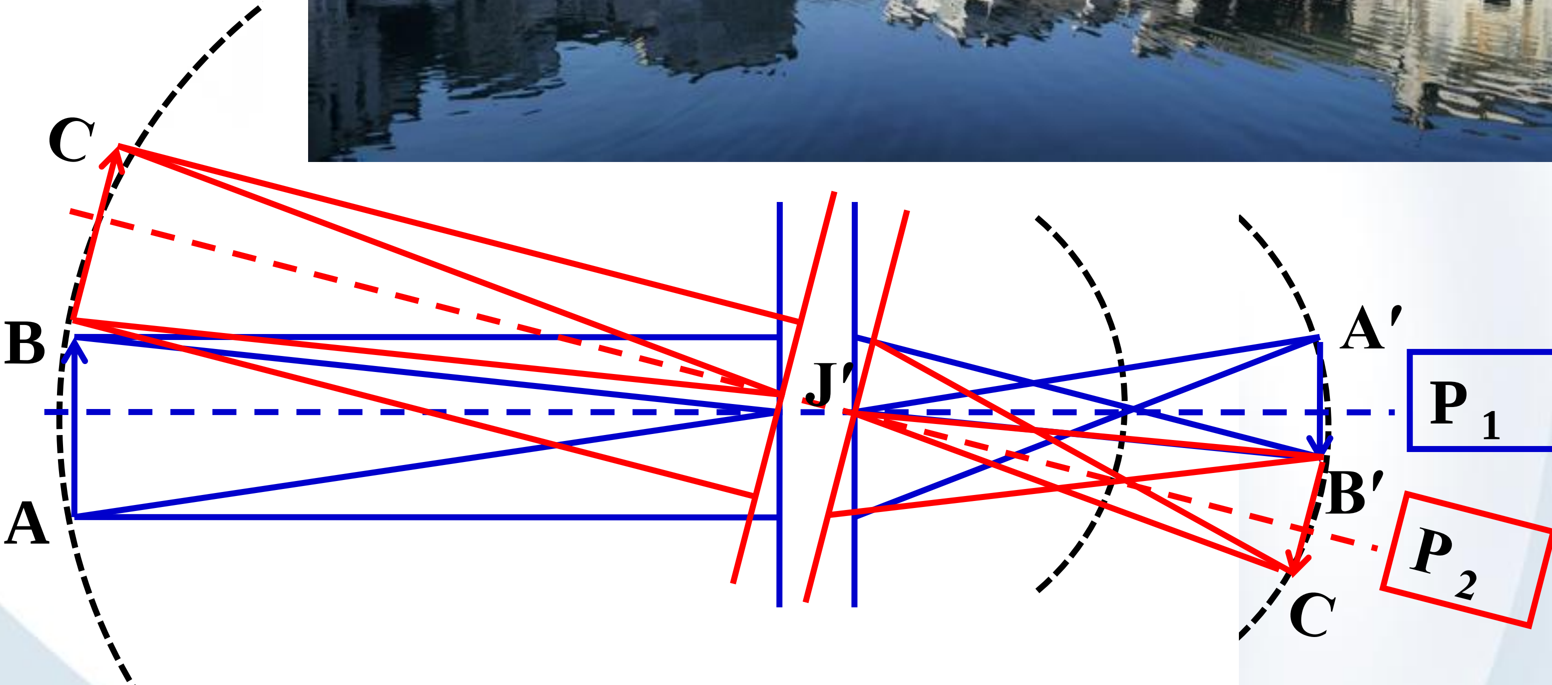
③ 周视照相机（转机照相）



一次成像只能使小部分A_1B_1成像于底片上的$A_1'B_1'$

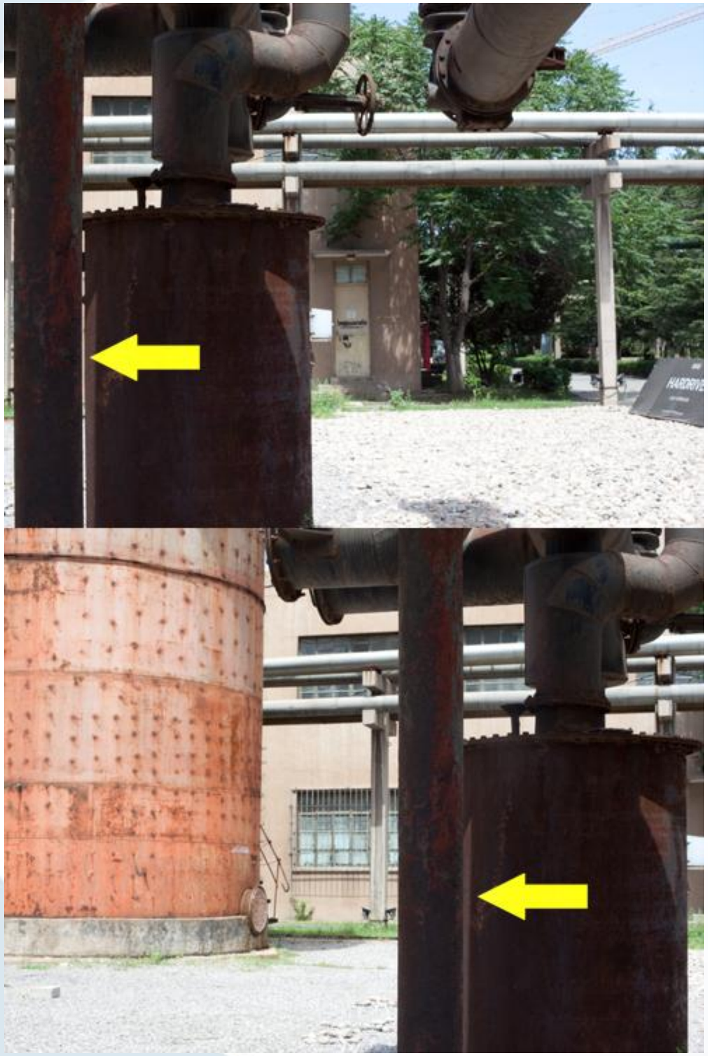
物镜绕J'转动，可把整个对象AB成像在底片A'B'上

用于拍摄大型团体照片的周视照相机原理图

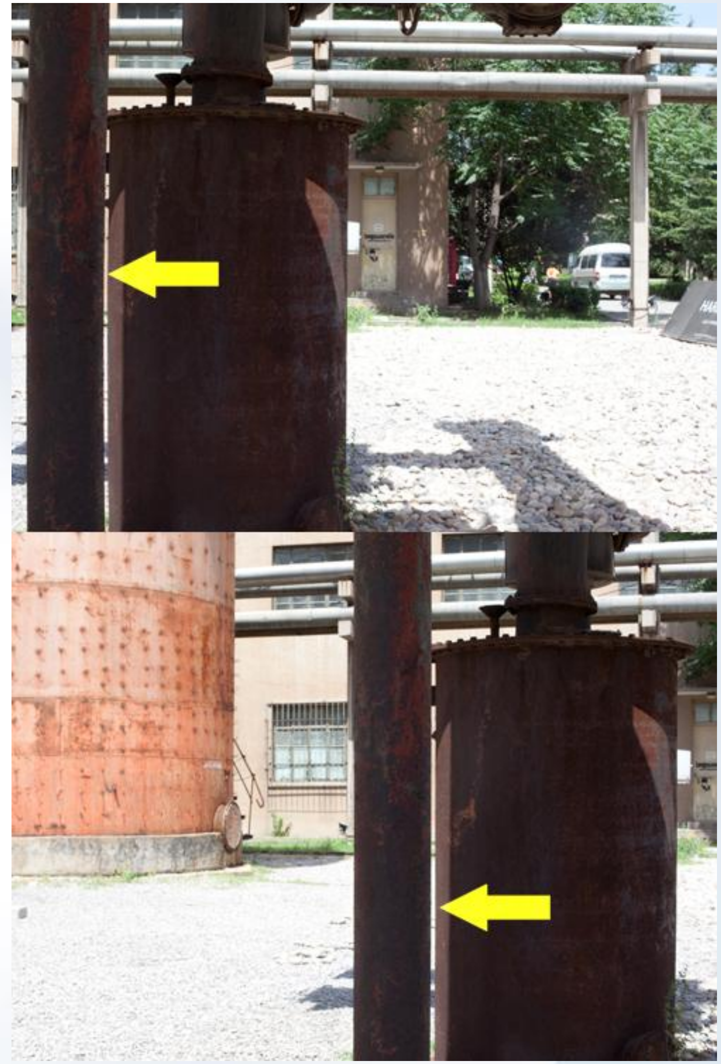


1）拍摄对象排列在圆弧上（物距一定）
2）底片安装以像方节点*J′*为圆心，成一圆弧
3）镜头绕J′旋转
4）每一瞬时小范围成像

为什么要绕像方节点J'转呢？



相机没有围绕节点转动



相机绕节点转动

◆ 图1是物，相机对该物拍照得到的一张照片如图2所示，相机绕节点转动后的得到的照片可能为：__**B**__

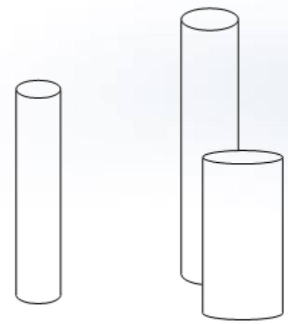


图 1 物

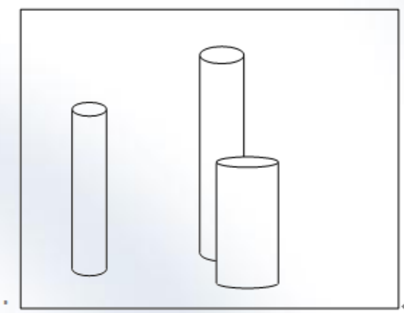
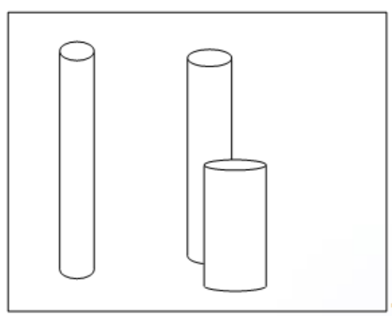
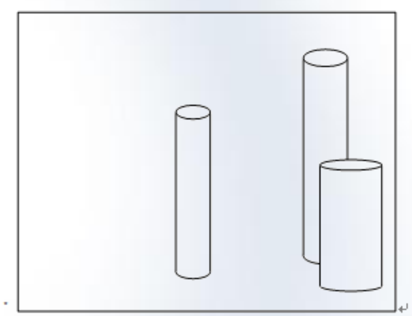
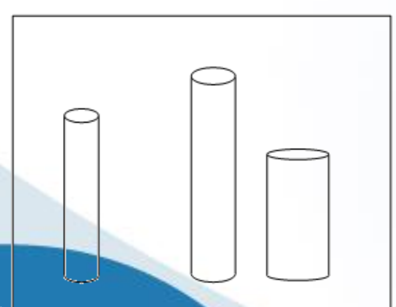
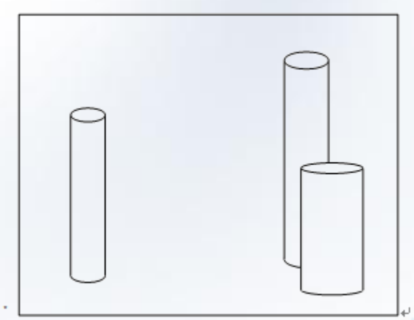


图 2 相机转动前的照片

A. 

B. 

C. 

D. 

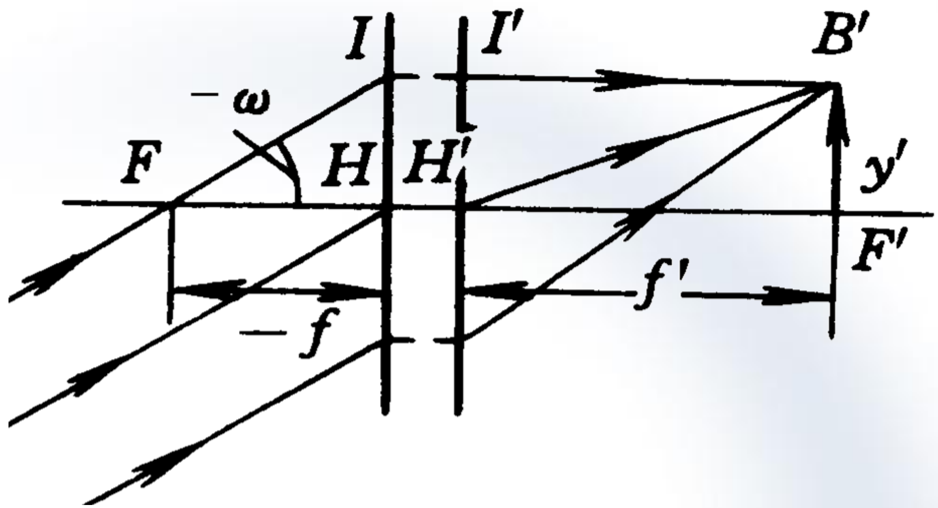
2.14 无限远物体理想像高的计算公式

如何求像高？

- 当物体位在有限远时：
  - 如果已知主面，焦点和焦距，则可利用高斯公式和牛顿公式及放大率公式
  - 如果已知具体的结构参数，半径，厚度，折射率，光线追迹
- 当物体位于无限远时?

2.14 无限远物体理想像高的计算公式

◆无限远物体理想像高计算

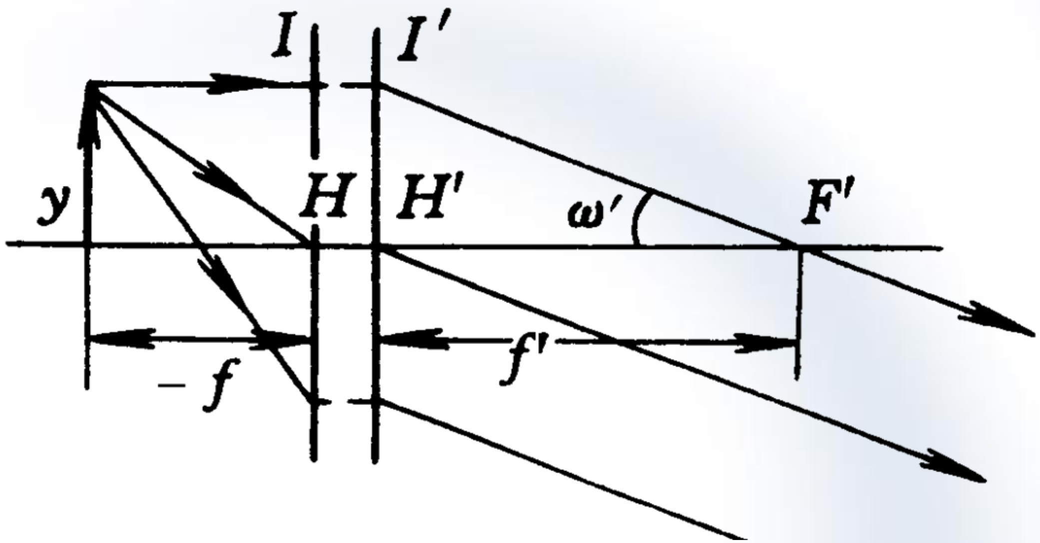


$$y' = \overline{HI} = -f \cdot tg(-\omega) = f \cdot tg\omega$$

若光学系统位于空气中，$f = -f' \Rightarrow y' = -f' \cdot tg\omega$

2.14 无限远物体理想像高的计算公式

◆无限远的像所对应的物高计算

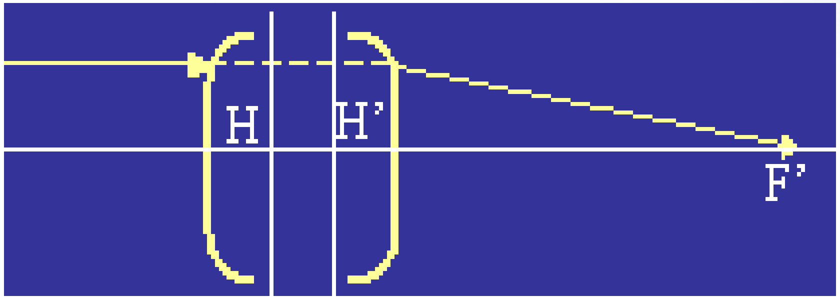


$$y = f' \cdot tg\omega'$$

2.14 无限远物体理想像高的计算公式

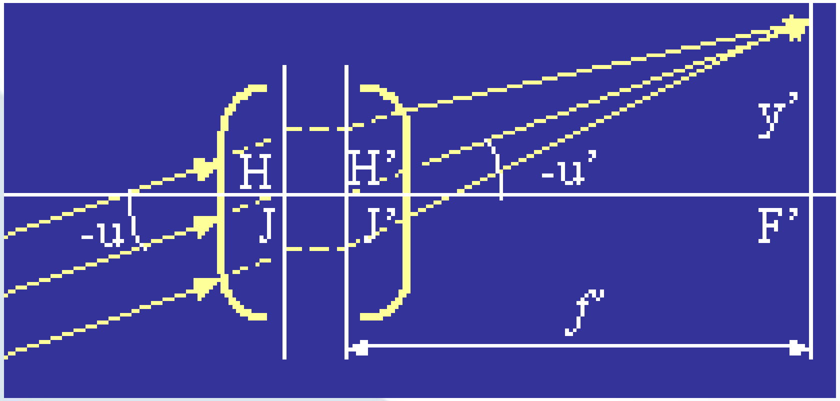
◆ 无限远物体理想像高计算公式及节点的应用

——测定光学系统焦距



用左图，可得到 F'，

$f'=?$



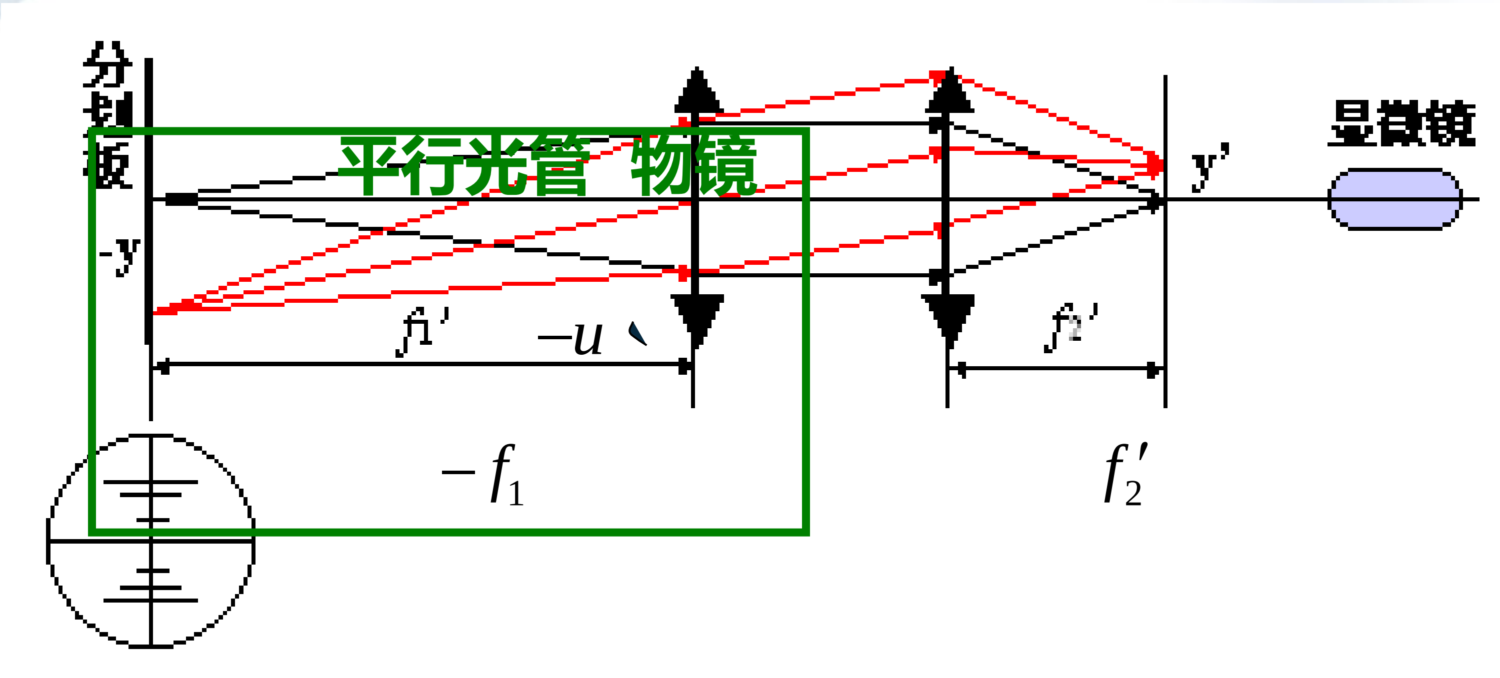
必须用轴外平行光

$$y' = -f'\tan u' = -f'\tan u$$

$$f' = \frac{-y'}{\tan u}$$

主点节点重合时

2.14 无限远物体理想像高的计算公式



$$\tan(-u)=\frac{-y}{-f_1}=\frac{y'}{f_2'}\Rightarrow f_2'=\frac{f_1}{y}y'$$

例：

◆一平行光管焦距为550毫米，分划板上一对间隔为13.75毫米的刻线经被测透镜后，所成像的大小为2.4毫米，求被测透镜的焦距 。

解：

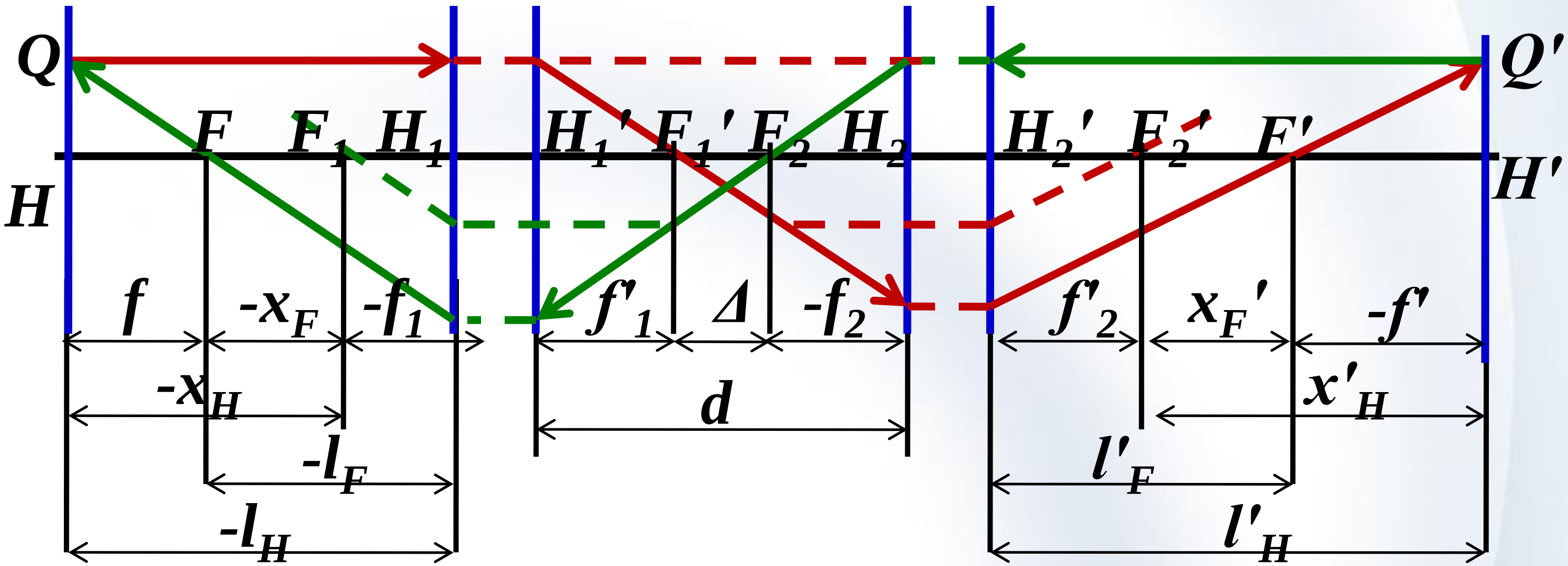
$$y_0 = f_0' tg\omega'_0$$

$$y' = -f_{测}' tg\omega'_0$$

$$\frac{y_o}{f_o'} = \frac{y'}{-f_{测}'}, \quad \frac{13.75}{550} = \frac{-2.4}{-f_{测}'}, \quad f_{测}' = 96mm$$

2.15 理想光学系统的组合

一、 双光组组合

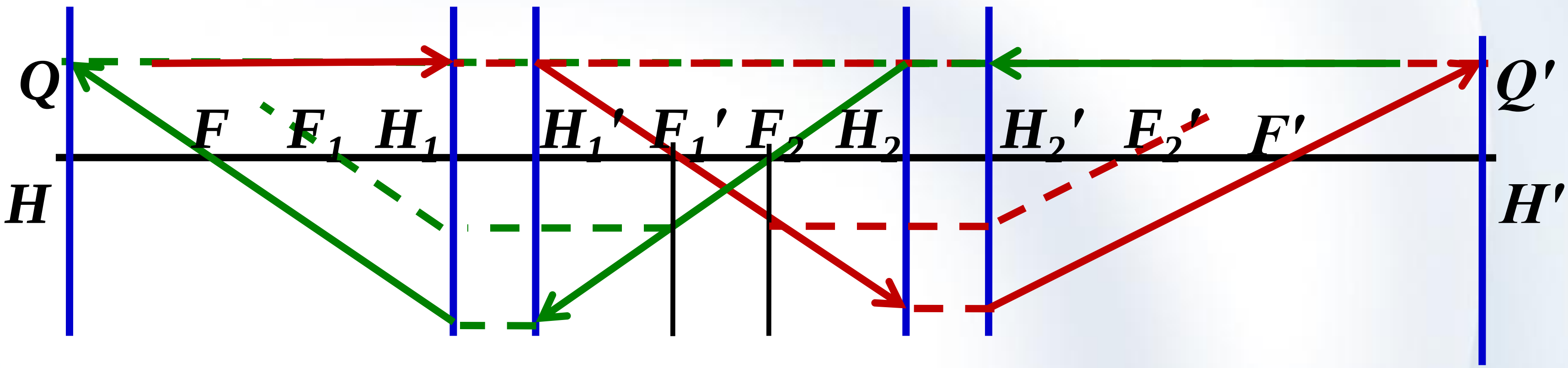


- **问题：** 已知 $F_1,F_1',H_1,H_1',F_2,F_2',H_2,H_2'$以及d或△ （△光学间隔）,求总光组的 F,F',H,H'
- **解决：** ① 图解组合

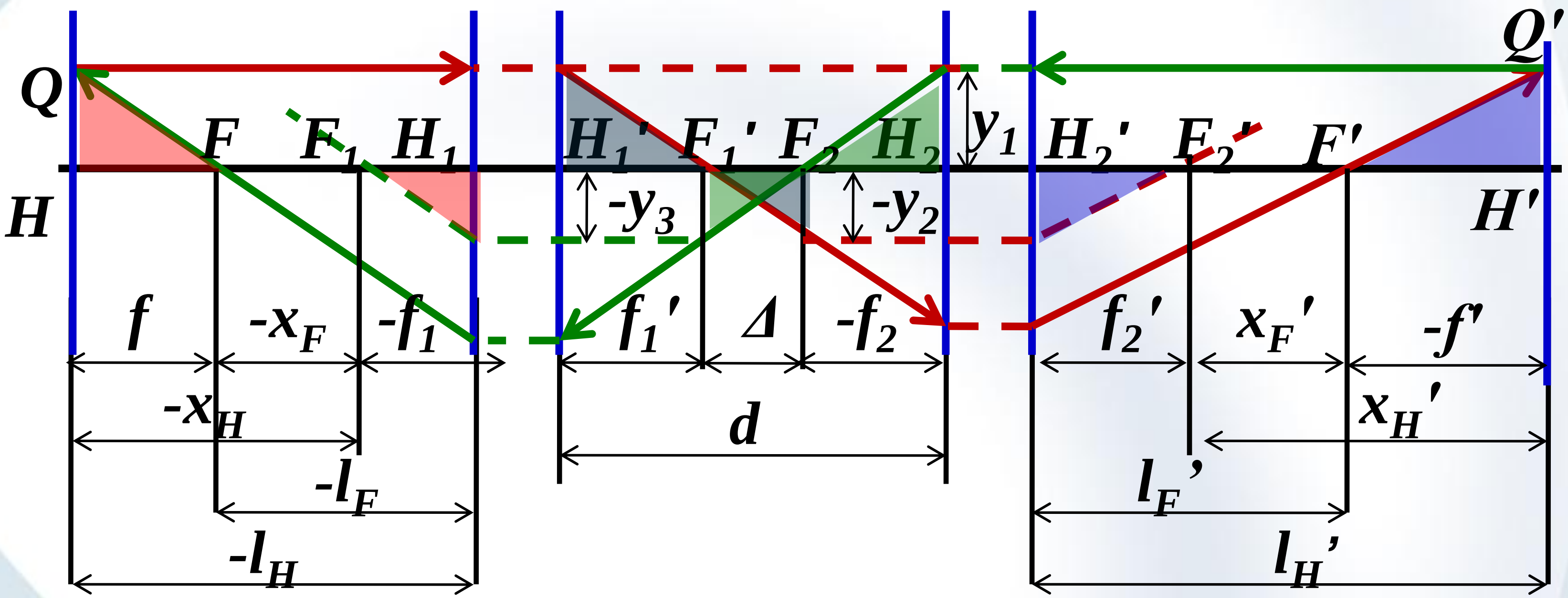
  ②找出分光组与等效总光组之间的关系

  ③求出 f,f',确定H,H',F,F'的位置

1. 作图法确定主点、焦点位置



1. 焦距f、f′



$$\frac{y_1}{-y_2}=\frac{f_1'}{\Delta}=\frac{-f'}{f_2'}\Rightarrow \boxed{f'=\frac{-f_1'f_2'}{\Delta}}$$

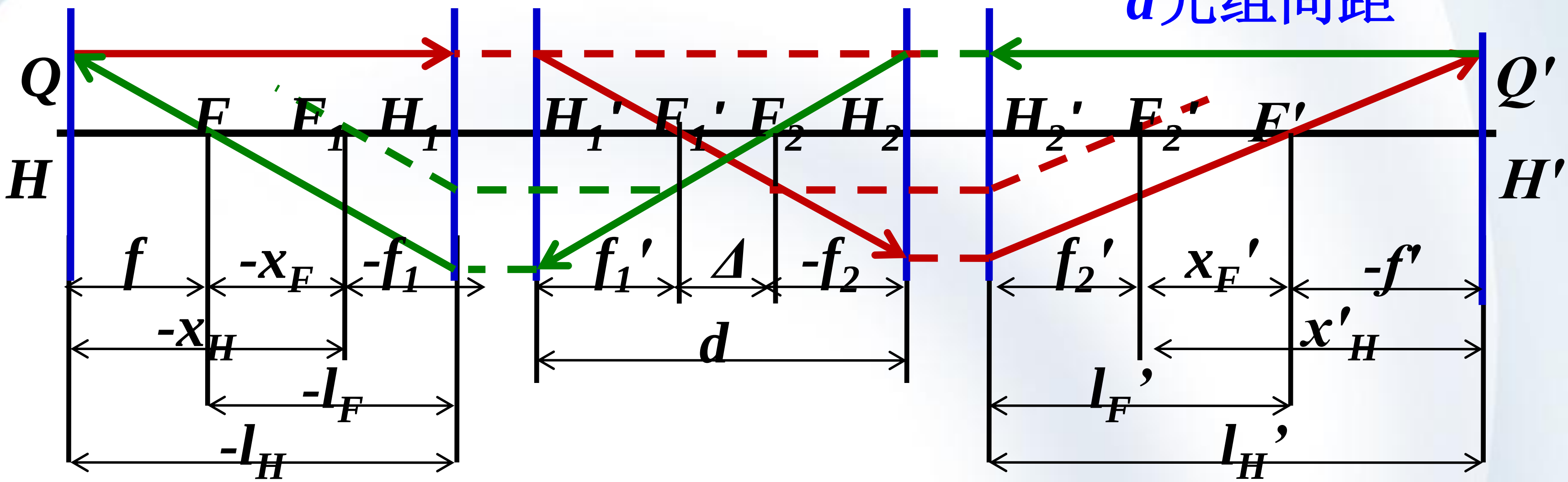
$$\frac{y_1}{-y_3}=\frac{f}{-f_1}=\frac{-f_2}{\Delta}\Rightarrow \boxed{f=\frac{f_1f_2}{\Delta}}$$

组合系统的焦距

2. 焦点F、F′的位置

Δ光学间隔

d光组间距



F和F_2是第一光组的一对共轭点：$x_F\Delta = f_1 f_1'$

F_1'和F'是第二光组的一对共轭点：$x_F'(-\Delta) = f_2 f_2'$

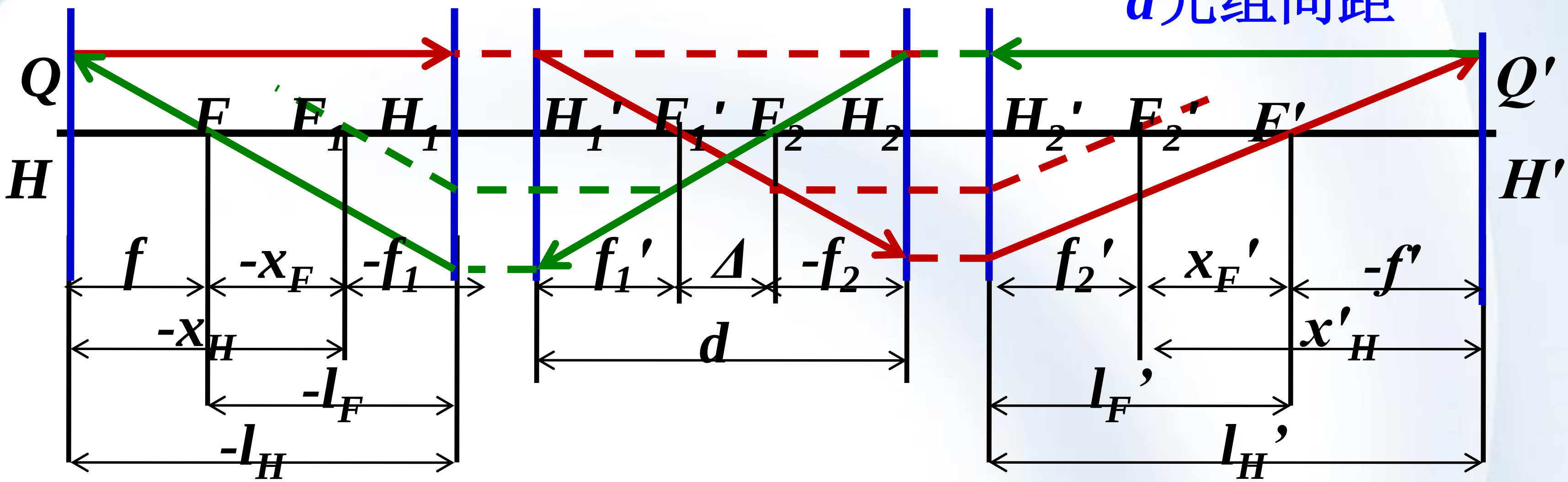
$\Rightarrow$

$$\boxed{x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta},\quad x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta}}$$

2. 焦点F、F′的位置

Δ光学间隔

*d*光组间距



$$\left.\begin{aligned} -l_F &= -x_F - f_1, \quad l'_F = x'_F + f'_2 \\ x_F &= \frac{f_1 f'_1}{\Delta}, \quad x'_F = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta} \end{aligned}\right\}$$

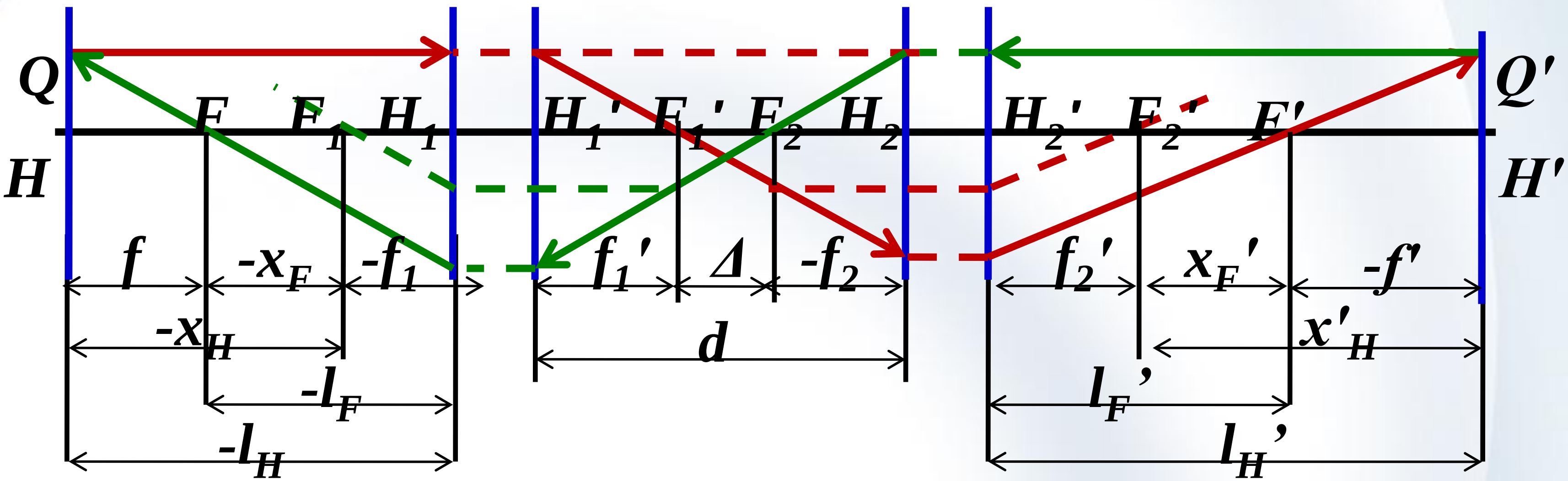
$$\Rightarrow \boxed{l_F = f_1\left(1+\frac{f'_1}{\Delta}\right), \; l'_F = f'_2\left(1-\frac{f_2}{\Delta}\right)}$$

$$\Delta = d - f'_1 - (-f_2)$$

$$f' = \frac{-f'_1 f'_2}{\Delta}, \; f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

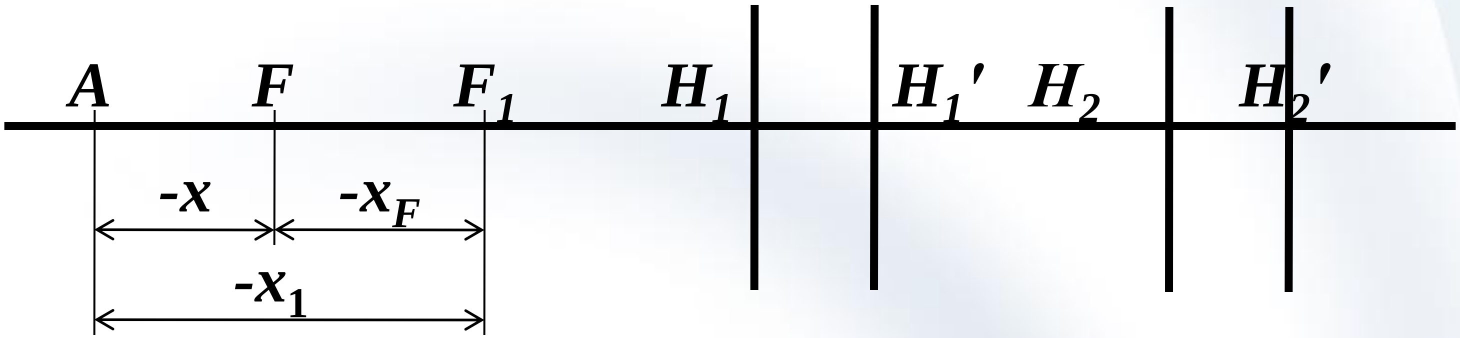
$$\Rightarrow \boxed{l_F = f\left(1+\frac{d}{f_2}\right), \; l'_F = f'\left(1-\frac{d}{f'_1}\right)}$$

4. 主点H、H'的位置



$$\left.\begin{aligned} l'_H &= l'_F - f' = f'\left(1-\frac{d}{f'_1}\right) - f' = -f'\frac{d}{f'_1} \\ -l_H &= -l_F + f = l_F = -f\left(1+\frac{d}{f_2}\right) + f = -f\frac{d}{f_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} l'_H &= -\frac{f'}{f'_1}d \\ l_H &= \frac{f}{f_2}d \end{aligned}}$$

5. 等效光学系统的垂轴放大率（组合放大率）



两个光组组合的系统，已知第一光组的物距 x_1

$$\text{系统：}\ \beta = -\frac{f}{x}$$

$$x = x_1 - x_F = x_1 - \frac{f_1 f_1'}{\Delta}$$

$$\Rightarrow \beta = -\frac{\dfrac{f_1 f_2}{\Delta}}{x_1 - \dfrac{f_1 f_1'}{\Delta}} = \frac{f_1 f_2}{f_1 f' - x_1 \Delta}$$

2.15 理想光学系统的组合

6. 光焦度

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{f'} \text{ 像方焦距的倒数，单位：屈光度}}$$

$$\left.\begin{aligned} f' &= -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \\ \Delta &= d - f_1' + f_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{-\left(d - f_1' + f_2\right)}{f_1' f_2'} = \frac{1}{f_2'} - \frac{f_2}{f_1' f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'}$$

$$\frac{f_2}{f_2'} = -\frac{n_2}{n_3}$$

$$\Rightarrow \frac{n_3}{f'} = \frac{n_3}{f_2'} + \frac{n_2}{f_1'} - \frac{n_3 d}{f_1' f_2'} = -\frac{n_1}{f}$$

当两个系统位于同一介质中时，$n_1 = n_2 = n_3$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{d}{f_1' f_2'} = -\frac{1}{f} \qquad \Rightarrow \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2$$

6. 组合光焦度

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2-d\varphi_1\varphi_2$$

◆两个有一定焦距的系统组合，系统的总焦距或光焦度除与各自的光焦度有关外，还与间隔d有关

密接薄透镜组：两个光学系统主面间隔d＝0

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2$$

！！注意参数的物理含义：

x_F , x_H , l_F , l_H x'_F , x'_H , l'_F , l'_H f , f' , d , Δ

已知：$f_1' = -f_1 = 100$；$f_2' = -f_2 = -100$；$d=50$；
求主面、焦点位置，并在图中标注

$$\Delta = d - f_1' + f_2 = 50 - 100 + 100 = 50$$

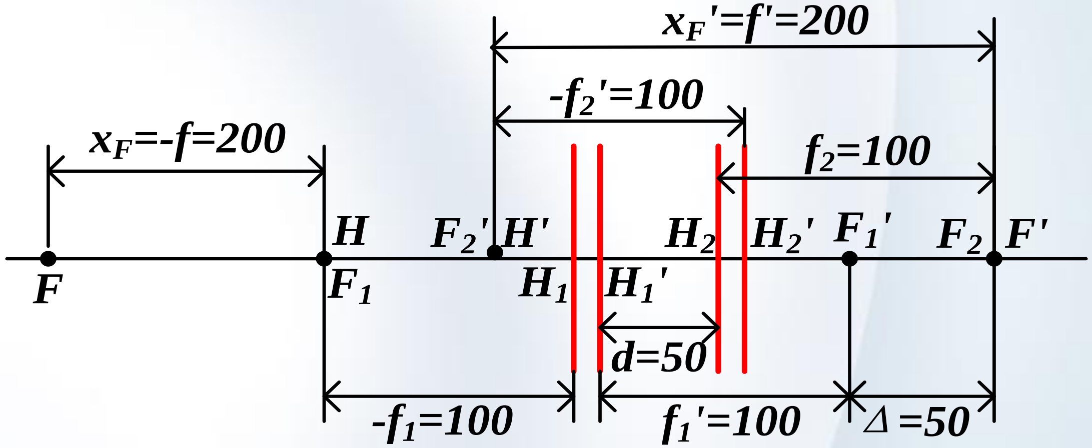
$$x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} = \frac{-100\times100}{50} = -200$$

$$x_F' = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} = -\frac{-100\times100}{50} = 200$$

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -\frac{100\times(-100)}{50} = 200$$

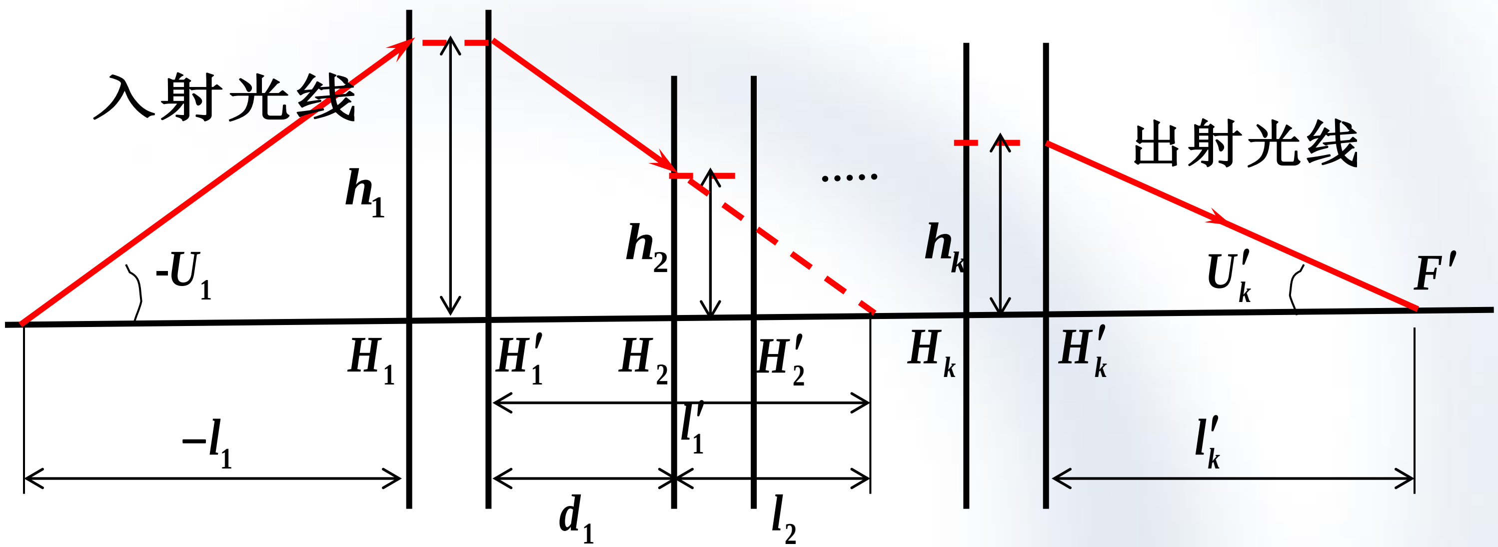
$$f = -f' = -200$$

$$l_H' = -\frac{f'}{f_1'}d = -100\ ,\ l_H = -\frac{f}{f_2}d = 100$$



2.16 理想光学系统中的光路计算公式

◆已知分系统主面、焦点及入射光线的位置坐标（h_1、U_1），求出射光线h_k、U_k

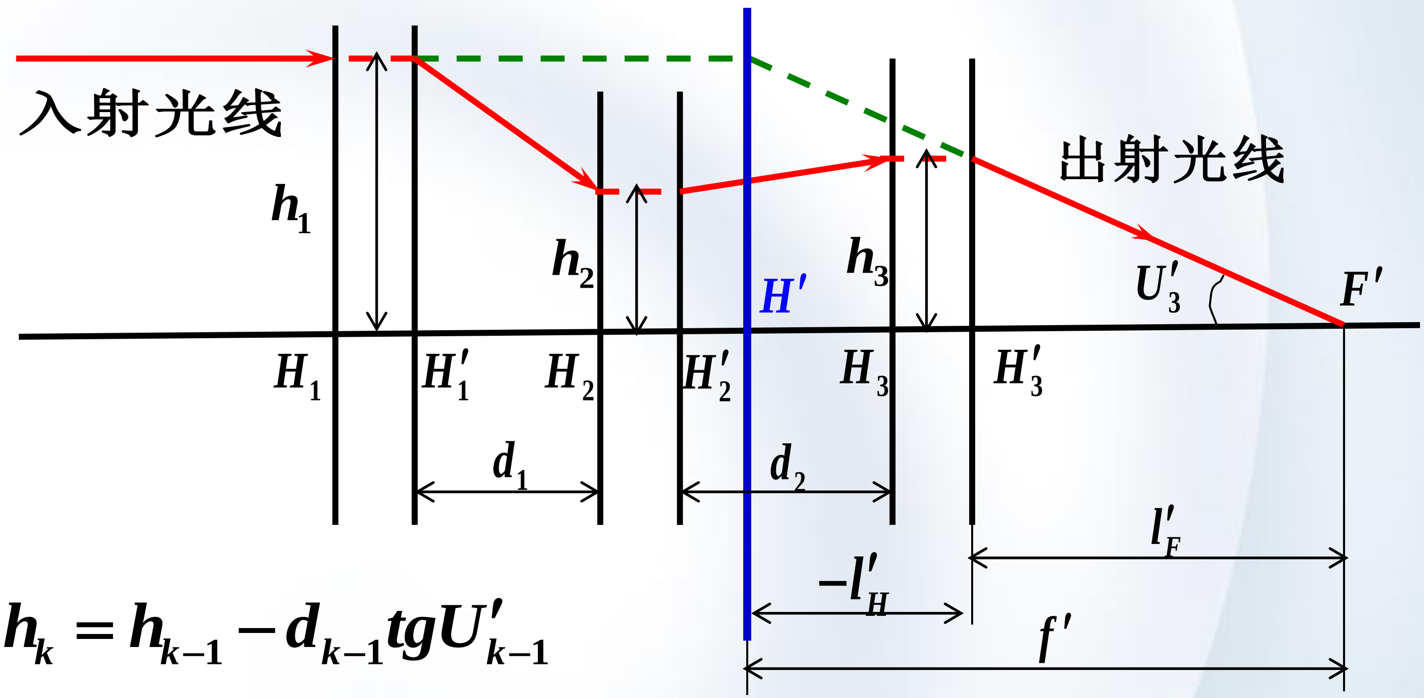


$$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1,\ \frac{f'}{f}=-\frac{n'}{n}\Rightarrow\frac{n'h}{l'}-\frac{nh}{l}=\frac{nh}{f'}\overset{n'=n}{\Rightarrow}\boxed{tgU'=tgU+\frac{h}{f'}}$$

过渡公式：$\begin{cases}tgU_k=tgU'_{k-1}\\ l_k=l'_{k-1}-d_{k-1}\end{cases}\Rightarrow\boxed{\begin{cases}U'_k=U_{k-1}\\ h_k=h_{k-1}-d_{k-1}tgU'_{k-1}\end{cases}}$

2.16 理想光学系统中的光路计算公式

- 求组合系统的焦距、焦点位置、主点位置：
  - 追迹一条投射高度为h_1的平行光轴的光线



$$U'_k = U_{k-1}, h_k = h_{k-1} - d_{k-1} tgU'_{k-1}$$

$$\boxed{f' = \frac{h_1}{tgU'_k},\ l'_F = \frac{h_k}{tgU'_k},\ l'_H = l'_F - f'}$$

例：

$f_1' = -f_1 = 100$； $f_2' = -f_2 = -100$；d=50；求主面、焦点位置

解：

根据：$tgU_k' = tgU_k + \dfrac{h_k}{f_k'}$，$h_k = h_{k-1} - d_{k-1} tgU_{k-1}'$

$$\begin{matrix}\text{平行光入射} U_1 = 0, \\ \text{假定} h_1 = 10\end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} tgU_1' = tgU_1 + \dfrac{h_1}{f_1'} = 0.1 = tgU_2 \\ h_2 = h_1 - d_1 tgU_1' = 10 - 50 * 0.1 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow tgU_2' = tgU_2 + \frac{h_2}{f_2'} = 0.1 + \frac{5}{-100} = 0.05$$

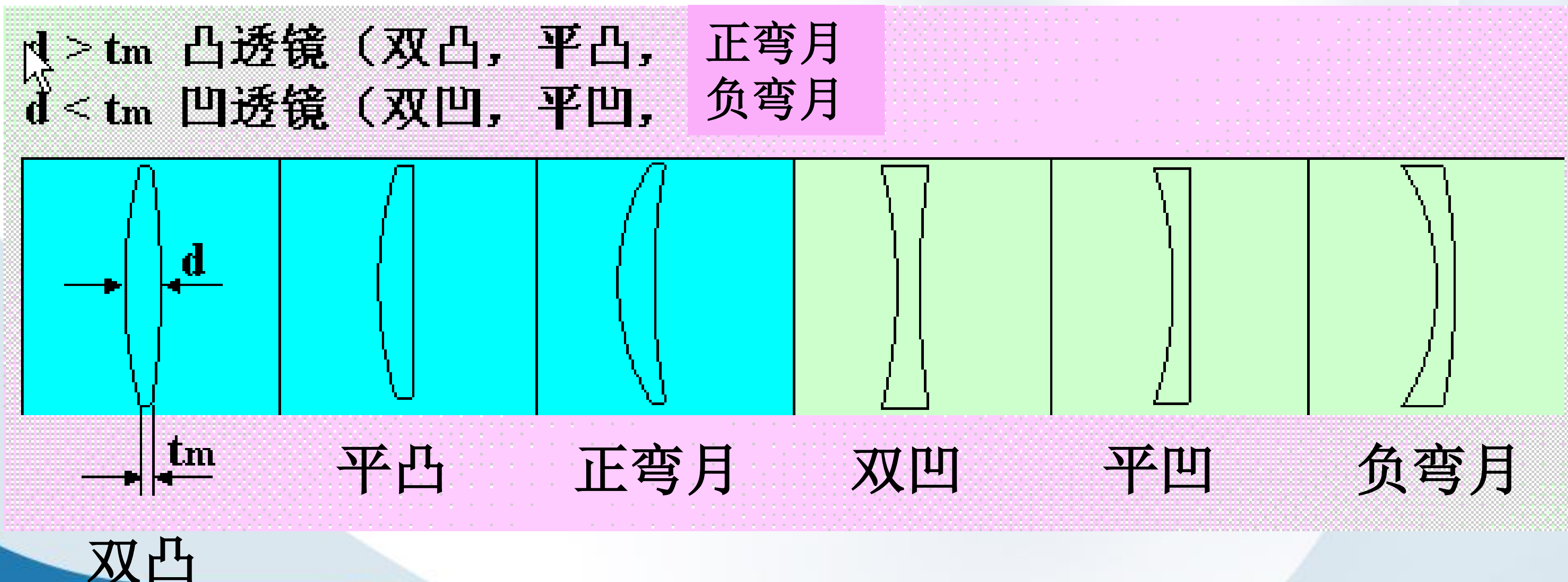
$$f' = \frac{h_1}{tgU_2'} = \frac{10}{0.05} = 200; \quad l_F' = \frac{h_2}{tgU_2'} = \frac{5}{0.05} = 100$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆透镜的分类：

球面透镜（工艺过程简单）

非球面透镜（校正像差，简化结构，成本较高）



2.17 单透镜的主平面和焦点位置

单个折射球面的主点H、H’

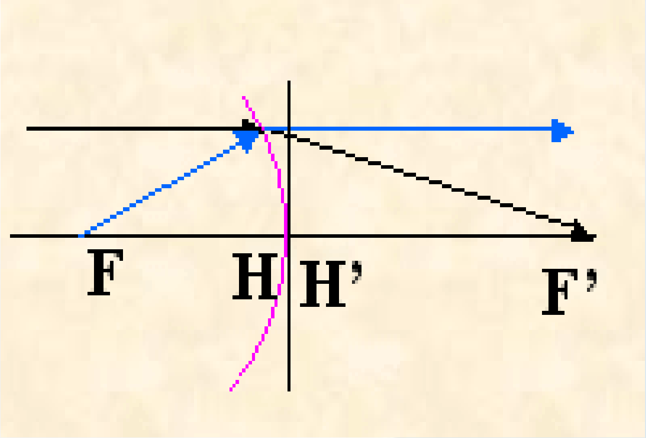
$$\left.\begin{aligned}\beta = \frac{n l'_H}{n' l_H} = 1 \\ H、H'\text{共轭}：\frac{n'}{l'_H} - \frac{n}{l_H} = \frac{n'-n}{r}\end{aligned}\right\} \Rightarrow l_H = 0,\ l'_H = 0$$

单个折射球面的两个主点H、H’和球面顶点重合

单个折射球面的焦距f、f'

$$l \to -\infty,\ f' = \frac{n'}{n'-n} r$$

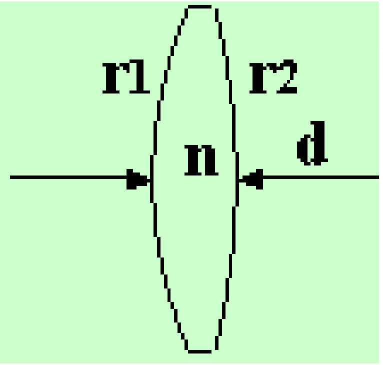
$$l' \to \infty,\ f = -\frac{n}{n'-n} r$$

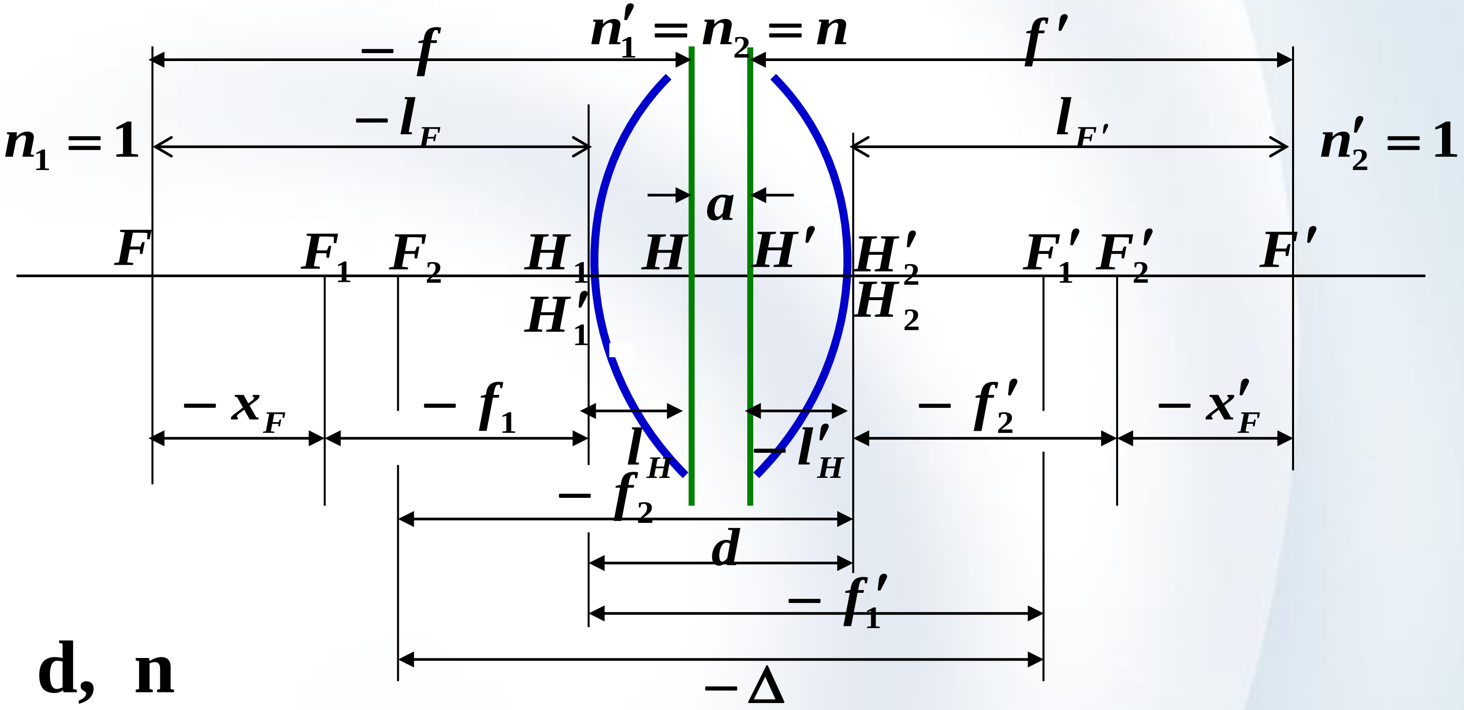


2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆单透镜的焦距

主面间隔：$a=d-l_H-(-l'_H)$





已知r_1，r_2，d，n

$n_1=1,\ n_1'=n_2=n,\ n_2'=1$

$$f_1=-\frac{r_1}{n-1},\quad f_1'=\frac{nr_1}{n-1};\qquad f_2=\frac{nr_2}{n-1},\quad f_2'=-\frac{r_2}{n-1}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆单透镜的焦距

单透镜为2个折射球面的组合，由光组组合公式可得透镜焦距：

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{f'}=\frac{n}{f_1'}-\frac{1}{f_2'}-\frac{d}{f_1'f_2'}=-\frac{1}{f}\\
&f_1=-\frac{r_1}{n-1},\ f_1'=\frac{nr_1}{n-1};\qquad f_2=\frac{nr_2}{n-1},\ f_2'=-\frac{r_2}{n-1}
\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{(n-1)^2d}{nr_1r_2}=-\frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow f'=\frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆单透镜的焦点位置

$$\left.\begin{aligned} & l'_F = f'\left(1-\frac{d}{f'_1}\right), \quad l_F = -f'\left(1+\frac{d}{f_2}\right) \\ & f'_1 = \frac{nr_1}{n-1}, \qquad f_2 = \frac{nr_2}{n-1} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l'_F = f'\left(1-d\,\dfrac{n-1}{nr_1}\right) \\ l_F = -f'\left(1+d\,\dfrac{n-1}{nr_2}\right) \end{cases}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

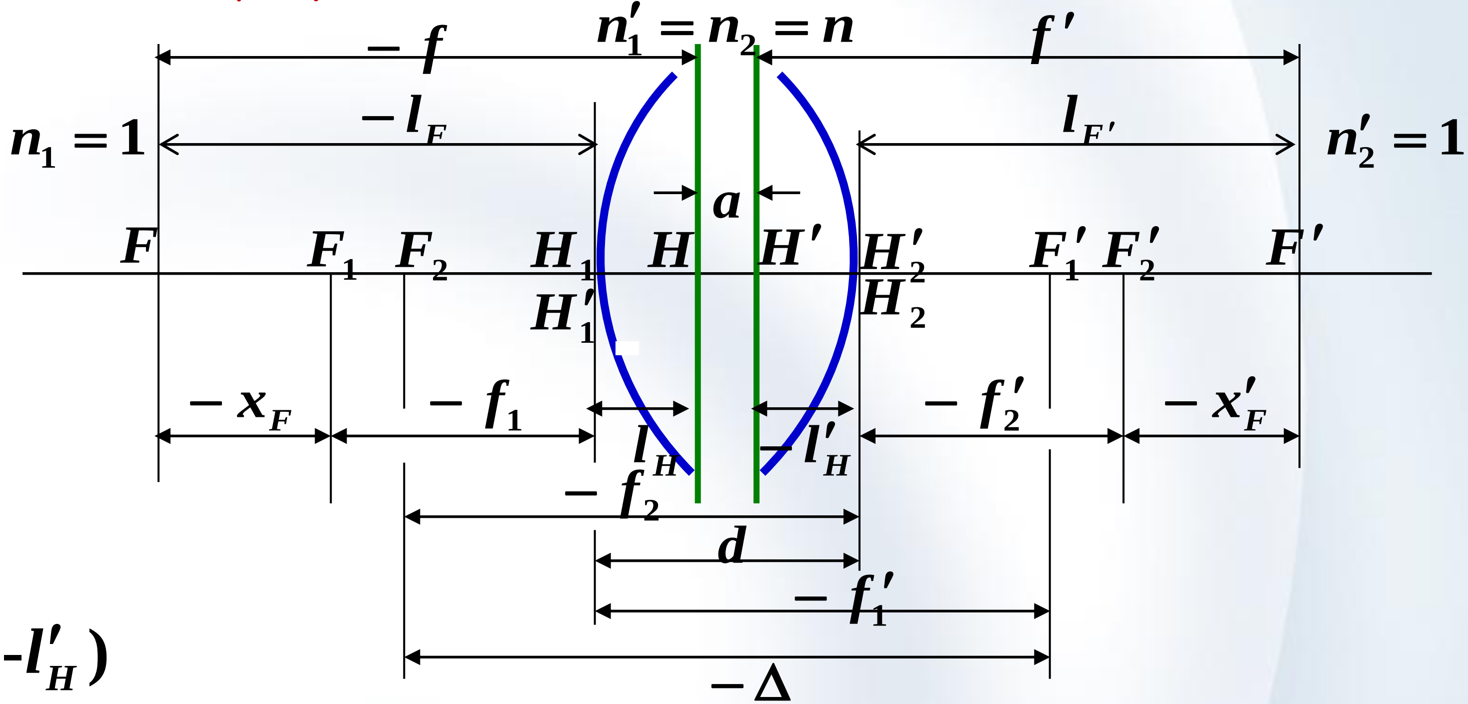
◆单透镜的主点位置

$$\left.\begin{aligned}
&f_1=-\frac{r_1}{n-1},\quad f_1'=\frac{nr_1}{n-1};\quad f_2=\frac{nr_2}{n-1},\quad f_2'=-\frac{r_2}{n-1}\\
&f'=\frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]}\\
&l_H'=-\frac{f'}{f_1'}d,\quad l_H=-\frac{f}{f_2}d
\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}
l_H'=\dfrac{-r_2d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}\\
l_H=\dfrac{-r_1d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}
\end{cases}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆单透镜的主面间隔



$$a = d - l_H - (-l_H')$$

$$= d - \frac{-r_1 d}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d} + \frac{-r_2 d}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d}$$

$$= \frac{d(n-1)(r_2 - r_1 + d)}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆绝大多数实际应用的透镜的厚度和两半径之差相比要小的多（**薄透镜**），可以将公式简化为

$$\frac{1}{f'}=(n-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})+\frac{(n-1)^2 d}{n r_1 r_2}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=-\frac{1}{f}$$

$$l_H=\frac{-r_1 d}{n\left(r_2-r_1\right)+\left(n-1\right)d}=\frac{-r_1 d}{n(r_2-r_1)}$$

$$l'_H=\frac{-r_2 d}{n\left(r_2-r_1\right)+\left(n-1\right)d}=\frac{-r_2 d}{n(r_2-r_1)}$$

$$a=\frac{d(n-1)\left(r_2-r_1+d\right)}{n\left(r_2-r_1\right)+\left(n-1\right)d}=\frac{(n-1)d}{n}$$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆讨论：不同类型透镜的基点位置、光焦度

1）双凸透镜，$r_1>0, r_2<0$

2）双凹透镜，$r_1<0, r_2>0$

3）平凸透镜，$r_1>0, r_2\to\infty$

4）平凹透镜，$r_1<0, r_2\to\infty$

$$l_H' = \frac{-r_2 d}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d}$$

$$l_H = \frac{-r_1 d}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d}$$

$$f' = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)\left[n(r_2 - r_1) + (n-1)d\right]}$$

$$a = \frac{d(n-1)(r_2 - r_1 + d)}{n(r_2 - r_1) + (n-1)d}$$

5）正弯月透镜，$r_1>0, r_2>0, r_1<r_2$

6）负弯月透镜， $r_1<0, r_2<0, r_1>r_2$

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

◆不同类型透镜的光焦度

平凸、平凹——薄透镜＋平板，即有限焦距系统＋望远镜

双凹、弯凸——f'恒为负或正不变

双凹：$\varphi_1<0, \varphi_2<0, \varphi=\varphi_1+\varphi_2-d\varphi_1\varphi_2<0$ —— 负+负

弯凸：$\varphi_1>0, \varphi_2<0$ 但 $r_1<r_2$使 $\varphi_1+\varphi_2>0, \varphi>0$ —— 正+负

双凸、弯凹——f'的正负与厚度有关

双凸：$\varphi_1>0, \varphi_2>0$ 总光焦度与 d 有关 —— 正+正

弯凹：$\varphi_1>0, \varphi_2<0$ 但 $r_1>r_2$ 使 $\varphi_1+\varphi_2<0$ —— 正+负

总光焦度与 d 有关

实际应用中的透镜其厚度都是比较小的。

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

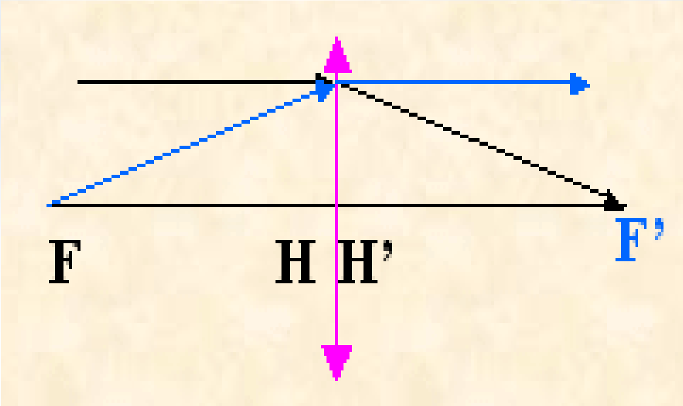
◆ **薄透镜**

透镜厚度为零的透镜称为薄透镜，实际中d<<r或d<<f’

$$l'_H = l_H = 0$$

$$f' = -f = \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$



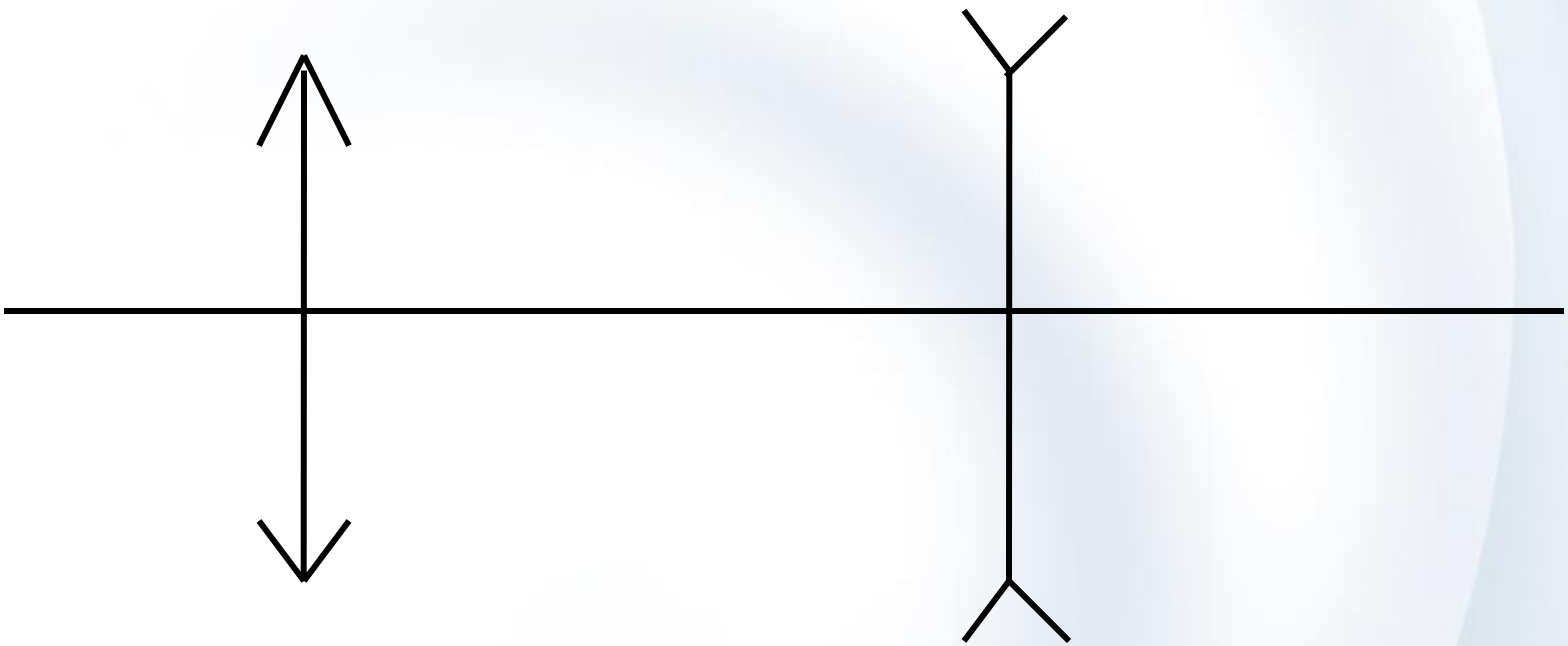
对其两个折射球面利用 $\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r}$ 并过渡：$l_2 = l_1' - d = l_1'$

得 $\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$

薄透镜的高斯公式（物像位置关系）

2.17 单透镜的主平面和焦点位置

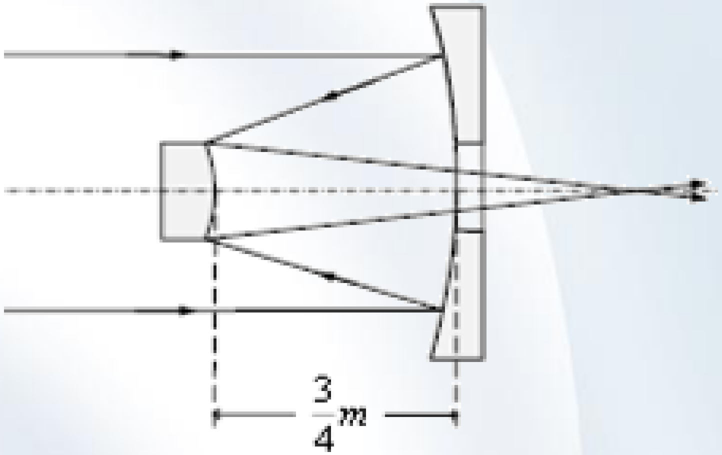
◆薄透镜



正光焦度的薄透镜　　　　负光焦度的薄透镜

习题

◆ 一个望远镜系统由两个球面镜构成，如图所示。主镜的曲率半径是2.0m，次镜的曲率半径60cm。若观察的物体为遥远的星星，求：1）胶片像平面应该位于距离次镜多远的位置？2）系统的等效焦距是多少？



➢ 解：

$$\frac{1}{l_1'}+\frac{1}{l_1}=\frac{2}{r_1},\ l_1=-\infty,\ \mathrm{r}_1=-2m,\ l_1'=\frac{r_1}{2}=-1m\ \ (3分)$$

$$l_2=-\frac{1}{4}m,\ \mathrm{r}_2=-0.6m\ \ (3分)$$

$$\frac{1}{l_2'}+\frac{1}{l_2}=\frac{2}{r_2},\ l_2'=1.5m,\ 距离次镜1.5\text{m}\ \ (3分)$$

$$f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}(3分)=-\frac{-1\times(-0.3)}{-0.05}=6m(3分)$$

本章小结：

理想共轴球面系统求像

- 共轴理想系统的基点、基面（主点/面、焦点/面、节点/面）

- 共轴理想系统的物像关系
  - 作图法
  - 解析法

- 厚透镜、薄透镜；理想光学系统的组合

本章小结：

共轭点方程式	牛顿公式——以焦点为原点		高斯公式——以主点为原点	
	n′≠n	n′=n	n′≠n	n′=n
物像位置	$xx'=ff'$	$xx'=-f^2$	$\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1$	$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$
垂轴放大率	$\beta=\frac{-x'}{f'}=\frac{-f}{x}$	$\beta=\frac{-x'}{f'}=\frac{f'}{x}$	$\beta=-\frac{fl'}{f'l}$	$\beta=\frac{l'}{l}$
轴向放大率	$\alpha=\frac{n'}{n}\beta^2$			
角放大率	$\gamma=\frac{n}{n'}\cdot\frac{1}{\beta}$			

$$\beta=\alpha\cdot\gamma$$

本章小结：

无限远物体理想像高公式	n′≠n	n′=n
	$y' = -f'\tan u$	$y' = f\tan u$
物、像方焦距的关系	$\dfrac{f'}{f} = -\dfrac{n'}{n}$	$f = -f'$
组合系统焦距公式	$f' = \dfrac{-f_1'f_2'}{\Delta}$ ， $f = \dfrac{f_1 f_2}{\Delta}$	

物像空间不变式	近轴公式	理想光学系统公式
	$nyu = n'y'u'$	$ny\tan U = n'y'\tan U'$

习题：

- 在空气中的光学系统的轴向放大率α、垂轴放大率β和角放大率γ三者之间存在（ $\beta = \alpha\gamma$ ）的关系。

- 人眼在空气中观察折射率为n的玻璃球正中心的气泡，所看到的气泡直径大小是实际气泡直径的(n)倍。

- 人眼垂直看水池（$n_{水} = 4/3$）中1 m深处的物体，则该物体的像到水面的距离为(0.75 m)。

- 平行光管是一种产生平行光的装置，被照明目标需位于平行光管物镜的(物方焦平面)处。

- 立方体经球面透镜（$|\beta| \neq 1$）成像，其像是否仍为立方体？为什么？（2分）

- 有一个置于空气中的理想光学系统，其垂轴放大率$\beta>0$，则（AB）

  A 物像位于系统的同侧。

  B 角放大率 $\gamma>0$。

  C 像高必定大于物高。

  D 光学系统的焦距为正。

- 下列关于负透镜成像的陈述中，正确的是（ BCD ）

  A. 对实物可以成实像。

  B. 对实物可以成虚像。

  C. 对虚物可以成实像。

  D. 对虚物可以成虚像。

◆ 对于共轴理想光学系统，以下说法正确的是：（ AC ）

A. 任何垂直于主光轴的平面，其共轭面仍与主光轴垂直；只有垂直于光轴的平面才具有物像相似的性质

B. 物方焦点与像方焦点为一对共轭点

C. 物方主面与像方主面为一对共轭面

D. 单透镜的节点与主点一定是重合的