量子力学综合习题（附部分答案）

(一) 单项选择题

1.能量为 100ev 的自由电子的 De Broglie 波长是

A. $1.2\overset{0}{A}$. B. $1.5\overset{0}{A}$. C. $2.1\overset{0}{A}$. D. $2.5\overset{0}{A}$.

2. 能量为 0.1ev 的自由中子的 De Broglie 波长是

A.$1.3\overset{0}{A}$. B. $0.9\overset{0}{A}$. C. $0.5\overset{0}{A}$. D. $1.8\overset{0}{A}$.

3. 能量为 0.1ev，质量为 1g 的质点的 De Broglie 波长是

A.$1.4\overset{0}{A}$. B.$1.9\times10^{-12}\overset{0}{A}$.

C.$1.17\times10^{-12}\overset{0}{A}$. D. $2.0\overset{0}{A}$.

4.温度 T=1k 时，具有动能 $E=\frac{3}{2}k_BT$ (k_B 为 Boltzeman 常数)的氦原子的 De Broglie 波长是

A.$8\overset{0}{A}$. B. $5.6\overset{0}{A}$. C. $10\overset{0}{A}$. D. $12.6\overset{0}{A}$.

5.用 Bohr-Sommerfeld 的量子化条件得到的一维谐振子的能量为（$n=0,1,2,\cdots$）

A. $E_n=n\hbar\omega$. B. $E_n=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega$.

C. $E_n=(n+1)\hbar\omega$. D. $E_n=2n\hbar\omega$.

6.在 0k 附近，钠的价电子的能量为 3ev，其 De Broglie 波长是

A.$5.2\overset{0}{A}$. B. $7.1\overset{0}{A}$. C. $8.4\overset{0}{A}$. D. $9.4\overset{0}{A}$.

7.钾的脱出功是 2ev，当波长为 $3500\overset{0}{A}$的紫外线照射到钾金属表面时，光电子的最大能量为

A. 0.25×10^{-18}J. B. 1.25×10^{-18}J.

C. 0.25×10^{-16}J. D. 1.25×10^{-16}J.

8.Compton 效应证实了

A.电子具有波动性. B. 光具有波动性.

C.光具有粒子性. D. 电子具有粒子性.

9. Davisson 和 Germer 的实验证实了

A. 电子具有波动性. B. 光具有波动性.

C. 光具有粒子性. D. 电子具有粒子性.

10.粒子在一维无限深势阱$U(x)=\begin{cases}0, 0<x<a\\ \infty, x\le 0, x\ge a\end{cases}$中运动，设粒子的状态由$\psi(x)=C\sin\frac{\pi x}{a}$ 描写，其归一化常数 C 为

A.$\sqrt{\frac{1}{a}}$. B.$\sqrt{\frac{2}{a}}$. C.$\sqrt{\frac{1}{2a}}$. D.$\sqrt{\frac{4}{a}}$.

11. 设$\psi(x)=\delta(x)$，在$x-x+dx$范围内找到粒子的几率为

A.$\delta(x)$. B.$\delta(x)dx$. C.$\delta^2(x)$. D.$\delta^2(x)dx$.

12. 设粒子的波函数为 $\psi(x,y,z)$，在$x-x+dx$范围内找到粒子的几率为

A.$|\psi(x,y,z)|^2dxdydz$. B.$|\psi(x,y,z)|^2dx$.

C.$(\iint|\psi(x,y,z)|^2dydz)dx$. D.$\int dx\int dy\int dz|\psi(x,yz)|^2$.

13.设$\psi_1(x)$和$\psi_2(x)$分别表示粒子的两个可能运动状态，则它们线性迭加的态$c_1\psi_1(x)+c_2\psi_2(x)$的几率分布为

A.$|c_1\psi_1|^2+|c_2\psi_2|^2$.

B. $|c_1\psi_1|^2+|c_2\psi_2|^2+c_1c_2\psi_1^*\psi_2$.

C. $|c_1\psi_1|^2+|c_2\psi_2|^2+2c_1c_2\psi_1^*\psi_2$.

D. $|c_1\psi_1|^2+|c_2\psi_2|^2+c_1^*c_2\psi_1^*\psi_2+c_1c_2^*\psi_1\psi_2^*$.

14.波函数应满足的标准条件是

A.单值、正交、连续. B.归一、正交、完全性.

C.连续、有限、完全性. D.单值、连续、有限.

15.有关微观实物粒子的波粒二象性的正确表述是

A.波动性是由于大量的微粒分布于空间而形成的疏密波.

B.微粒被看成在三维空间连续分布的某种波包.

C.单个微观粒子具有波动性和粒子性.

D. A, B, C.

16.已知波函数

$$\psi_1=u(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)+u(x)\exp(\frac{i}{\hbar}Et),$$

$$\psi_2=u_1(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}E_1t)+u_2(x)\exp(\frac{i}{\hbar}E_2t),$$

$$\psi_3=u_1(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)+u_2(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}Et),$$

$$\psi_4=u_1(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}E_1t)+u_2(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}E_2t).$$

其中定态波函数是

A.ψ_2. B.ψ_1和ψ_2. C.ψ_3. D.ψ_3和ψ_4.

17.若波函数$\Psi(x,t)$归一化，则

A. $\Psi(x,t)\exp(i\theta)$和$\Psi(x,t)\exp(-i\delta)$都是归一化的波函数.

B. $\Psi(x,t)\exp(i\theta)$是归一化的波函数，而$\Psi(x,t)\exp(-i\delta)$不是归一化的波函数.

C. $\Psi(x,t)\exp(i\theta)$不是归一化的波函数，而$\Psi(x,t)\exp(-i\delta)$是归一化的波函数.

D. $\Psi(x,t)\exp(i\theta)$和$\Psi(x,t)\exp(-i\delta)$都不是归一化的波函数.(其中θ,δ为任意实数)

18.波函数Ψ_1、$\Psi_2=c\Psi_1$(c为任意常数)，

A. Ψ_1与$\Psi_2=c\Psi_1$描写粒子的状态不同.

B. Ψ_1与$\Psi_2=c\Psi_1$所描写的粒子在空间各点出

现的几率的比是 1: c.

C. Ψ_1 与 $\Psi_2 = c\Psi_1$ 所描写的粒子在空间各点出现的几率的比是 $1:|c|^2$.

D. Ψ_1 与 $\Psi_2 = c\Psi_1$ 描写粒子的状态相同.

19. 波函数 $\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int c(p,t)\exp(\frac{i}{\hbar}px)dp$ 的傅里叶变换式是

A. $c(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int \Psi(x,t)\exp(\frac{i}{\hbar}px)dx$.

B. $c(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int \Psi^*(x,t)\exp(\frac{i}{\hbar}px)dx$.

C. $c(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int \Psi(x,t)\exp(-\frac{i}{\hbar}px)dx$.

D. $c(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int \Psi^*(x,t)\exp(-\frac{i}{\hbar}px)dx$.

20.量子力学运动方程的建立,需满足一定的条件:(1)方程中仅含有波函数关于时间的一阶导数. (2)方程中仅含有波函数关于时间的二阶以下的导数.(3)方程中关于波函数对空间坐标的导数应为线性的. (4) 方程中关于波函数对时间坐标的导数应为线性的.(5) 方程中不能含有决定体系状态的具体参量. (6) 方程中可以含有决定体系状态的能量. 则方程应满足的条件是

A. (1)、(3)和(6). B. (2)、(3)、(4)和(5).

C. (1)、(3)、(4)和(5). D.(2)、(3)、(4)、(5)和(6).

21.两个粒子的薛定谔方程是

A. $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) = \sum_{i=1}^{2}\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_i^2\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) + U(\vec r_1,\vec r_2,t)\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t)$

B. $\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) = \sum_{i=1}^{2}\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_i^2\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) + U(\vec r_1,\vec r_2,t)\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t)$

C. $\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) = \sum_{i=1}^{2}\frac{\hbar^2}{2\mu_i}\nabla_i^2\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) + U(\vec r_1,\vec r_2,t)\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t)$

D. $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) = \sum_{i=1}^{2}\frac{\hbar^2}{2\mu_i}\nabla_i^2\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t) + U(\vec r_1,\vec r_2,t)\Psi(\vec r_1,\vec r_2,t)$

22.几率流密度矢量的表达式为

A. $\vec J = \frac{\hbar}{2\mu}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

B. $\vec J = \frac{i\hbar}{2\mu}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

C. $\vec J = \frac{i\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

D. $\vec J = \frac{\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

23.质量流密度矢量的表达式为

A. $\vec J = \frac{\hbar}{2}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

B. $\vec J = \frac{i\hbar}{2}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

C. $\vec J = \frac{i\hbar}{2}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

D. $\vec J = \frac{\hbar}{2}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

24. 电流密度矢量的表达式为

A. $\vec J = \frac{q\hbar}{2\mu}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

B. $\vec J = \frac{iq\hbar}{2\mu}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$.

C. $\vec J = \frac{iq\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

D. $\vec J = \frac{q\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$.

25.下列哪种论述不是定态的特点

A.几率密度和几率流密度矢量都不随时间变化.

B.几率流密度矢量不随时间变化.

C.任何力学量的平均值都不随时间变化.

D.定态波函数描述的体系一定具有确定的能量.

26.在一维无限深势阱 $U(x) = \begin{cases}0, |x| < 2a \\ \infty, |x| \ge 2a\end{cases}$ 中运动的质量为 μ 的粒子的能级为

A. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{4\mu a^2}$, B. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{8\mu a^2}$, C. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{16\mu a^2}$, D. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{32\mu a^2}$.

27. 在一维无限深势阱 $U(x) = \begin{cases}0, |x| < a \\ \infty, |x| \ge a\end{cases}$ 中运动的质量为 μ 的粒子的能级为

A. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2\mu a^2}$, B. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{4\mu a^2}$, C. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{8\mu a^2}$, D. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{16\mu a^2}$.

28. 在一维无限深势阱 $U(x) = \begin{cases}0, |x| < b/2 \\ \infty, |x| \ge b/2\end{cases}$ 中运动的质量为 μ 的粒子的能级为

A. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2\mu b^2}$, B. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{\mu b^2}$, C. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{4\mu b^2}$, D. $\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{8\mu b^2}$.

（注：事实上，由于位置与动量测不准关系，势垒增宽 N 倍，动量就会变小 N 倍，从而能量变小 N^2 倍）

29. 在一维无限深势阱 $U(x)=\begin{cases}0,|x|<a\\ \infty,|x|\ge a\end{cases}$ 中运动的质量为 μ 的粒子处于基态，其位置几率分布最大处是

A. $x=0$, B. $x=a$, C. $x=-a$, D. $x=a^2$.

30. 在一维无限深势阱 $U(x)=\begin{cases}0,|x|<a\\ \infty,|x|\ge a\end{cases}$ 中运动的质量为 μ 的粒子处于第一激发态，其位置几率分布最大处是

A. $x=\pm a/2$, B. $x=\pm a$, C. $x=0$, D. $x=\pm a/4$.

31.在一维无限深势阱中运动的粒子，其体系的

A.能量是量子化的，而动量是连续变化的.

B.能量和动量都是量子化的.

C.能量和动量都是连续变化的.

D.能量连续变化而动量是量子化的.

32.线性谐振子的能级为

A. $(n+1/2)\hbar\omega,(n=1,2,3,\ldots)$.

B. $(n+1)\hbar\omega,(n=0,1,2,\ldots.)$.

C. $(n+1/2)\hbar\omega,(n=0,1,2,\ldots)$.

D. $(n+1)\hbar\omega,(n=1,2,3,\ldots)$.

33. 线性谐振子的第一激发态的波函数为 $\psi(x)=N_1\exp(-\frac{1}{2}\alpha^2x^2)2\alpha x$，其位置几率分布最大处为（亦可直接通过量纲判断）

A. $x=0$. B. $x=\pm\sqrt{\frac{\hbar}{\mu\omega}}$. C. $x=\sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}$. D. $x=\pm\frac{\hbar}{\mu\omega}$.

34.线性谐振子的

A.能量是量子化的,而动量是连续变化的.

B.能量和动量都是量子化的.

C.能量和动量都是连续变化的.

D.能量连续变化而动量是量子化的.

35.线性谐振子的能量本征方程是

A. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu^2\omega^2x^2]\psi=E\psi$.

B. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}-\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2]\psi=E\psi$.

C. $[\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}-\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2]\psi=-E\psi$.

D. $[\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu^2\omega^2x^2]\psi=-E\psi$.

36.氢原子的能级为

A. $-\frac{\hbar^2e_s^2}{2\mu n^2}$. B. $-\frac{\mu^2e_s^2}{2\hbar^2n^2}$. C. $-\frac{\hbar e_s^4}{2\mu n^2}$. D. $-\frac{\mu e_s^4}{2\hbar^2n^2}$.

37.在极坐标系下,氢原子体系在不同球壳内找到电子的几率为

A. $R_{nl}^2(r)r$. B. $R_{nl}^2(r)r^2$.

C. $R_{nl}^2(r)rdr$. D. $R_{nl}^2(r)r^2dr$.

38. 在极坐标系下,氢原子体系在不同方向上找到电子的几率为

A. $Y_{lm}(\theta,\varphi)$. B. $|Y_{lm}(\theta,\varphi)|^2$.

C. $Y_{lm}(\theta,\varphi)d\Omega$. D. $|Y_{lm}(\theta,\varphi)|^2d\Omega$.

39.波函数 ψ 和 ϕ 是平方可积函数,则力学量算符 $\hat{F}$ 为厄密算符的定义是

A. $\int\psi^*\hat{F}\phi d\tau=\int\phi^*\hat{F}\psi^*d\tau$.

B. $\int\psi^*\hat{F}\phi d\tau=\int(\hat{F}\phi)^*\psi d\tau$.

C. $\int(\hat{F}\psi)^*\phi d\tau=\int\psi^*\hat{F}\phi d\tau$.

D. $\int\hat{F}^*\psi^*\phi d\tau=\int\psi\hat{F}\phi^*d\tau$.

40. $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 是厄密算符,则

A. $\hat{F}\hat{G}$ 必为厄密算符. B. $\hat{F}\hat{G}-\hat{G}\hat{F}$ 必为厄密算符.

C. $i(\hat{F}\hat{G}+\hat{G}\hat{F})$ 必为厄密算符.

D. $i(\hat{F}\hat{G}-\hat{G}\hat{F})$ 必为厄密算符.

41.已知算符 $\hat{x}=x$ 和 $\hat{p}_x=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$,则

A. $\hat{x}$ 和 $\hat{p}_x$ 都是厄密算符. B. $\hat{x}\hat{p}_x$ 必是厄密算符.

C. $\hat{x}\hat{p}_x+\hat{p}_x\hat{x}$ 不是厄密算符.

D. $\hat{x}\hat{p}_x-\hat{p}_x\hat{x}$ 必是厄密算符.

42.自由粒子的运动用平面波描写,则其能量的简并度为（同一个能量对应正负两种动量状态）

A.1. B. 2. C. 3. D. 4.

43.二维自由粒子波函数的归一化常数为(归到 δ 函数)

A. $1/(2\pi\hbar)^{1/2}$. B. $1/(2\pi\hbar)$.

C. $1/(2\pi\hbar)^{3/2}$. D. $1/(2\pi\hbar)^2$

44.角动量 Z 分量的归一化本征函数为

A. $\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp(im\varphi)$. B. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(im\varphi)$. D. $\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$.

45.波函数 $Y_{lm}(\theta,\varphi)=(-1)^mN_{lm}P_l^m(\cos\theta)\exp(im\varphi)$

A. 是 $\hat{L}^2$ 的本征函数,不是 $\hat{L}_z$ 的本征函数.

B. 不是 $\hat{L}^2$ 的本征函数,是 $\hat{L}_z$ 的本征函数.

C. 是 $\hat{L}^2$ 、 $\hat{L}_z$ 的共同本征函数.

D. 即不是 $\hat{L}^2$ 的本征函数,也不是 $\hat{L}_z$ 的本征函数.

46.若不考虑电子的自旋,氢原子能级 n=3 的简并度为（注：若考虑，则简并度是 n^2）

A. 3. B. 6. C. 9. D. 12.

47.氢原子能级的特点是

A.相邻两能级间距随量子数的增大而增大.
B.能级的绝对值随量子数的增大而增大.
C.能级随量子数的增大而减小.
D.相邻两能级间距随量子数的增大而减小.

48 一粒子在中心力场中运动,其能级的简并度为 n^2,这种性质是

A. 库仑场特有的. B.中心力场特有的.
C.奏力场特有的. D.普遍具有的.

49.对于氢原子体系,其径向几率分布函数为 $W_{32}(r)dr = R_{32}^2 r^2 dr$,则其几率分布最大处对应于Bohr 原子模型中的圆轨道半径是

A. a_0. B. $4a_0$. C. $9a_0$. D. $16a_0$.

50.设体系处于 $\Psi = \frac{1}{2}R_{31}Y_{10} - \frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}Y_{1-1}$ 状态,则该体系的能量取值及取值几率分别为

A. $E_3,E_2;\frac{1}{4},\frac{3}{4}$. B. $E_3,E_2;\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $E_3,E_2;\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $E_3,E_2;\frac{3}{4},\frac{1}{4}$.

51.接 50 题,该体系的角动量的取值及相应几率分别为

A. $\sqrt{2}\hbar,1$. B. $\hbar,1$. C. $2\hbar^2,1$. D. $\sqrt{2}\hbar^2,1$.

52. 接50题,该体系的角动量Z分量的取值及相应几率分别为

A. $0,-\hbar;\frac{1}{4},\frac{3}{4}$. B. $0,\hbar;\frac{1}{4},\frac{3}{4}$.
C. $0,\hbar;\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $0,-\hbar;\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

53. 接 50 题,该体系的角动量 Z 分量的平均值为

A. $\frac{1}{4}\hbar$. B. $-\frac{1}{4}\hbar$. C. $\frac{3}{4}\hbar$. D. $-\frac{3}{4}\hbar$.

54. 接 50 题,该体系的能量的平均值为

A. $-\frac{\mu e_s^4}{18\hbar^2}$. B. $-\frac{31\mu e_s^4}{288\hbar^2}$. C. $-\frac{29\mu e_s^4}{256\hbar^2}$. D. $-\frac{17\mu e_s^4}{72\hbar^2}$.

55.体系处于 $\psi = C\cos kx$ 状态,则体系的动量取值为 (注: $\psi = C(e^{-ikx}+e^{ikx})/2$)

A. $\hbar k,-\hbar k$. B. $\hbar k$. C. $-\hbar k$. D. $\frac{1}{2}\hbar k$.

56.接上题,体系的动量取值几率分别为

A. 1,0. B. 1/2,1/2. C. 1/4,3/4/. D. 1/3,2/3.

57.接 55 题, 体系的动量平均值为

A. 0. B. $\hbar k$. C. $-\hbar k$. D. $\frac{1}{2}\hbar k$.

58.一振子处于 $\psi = c_1\psi_1 + c_3\psi_3$ 态中,则该振子能量取值分别为

A. $\frac{3}{2}\hbar\omega,\frac{5}{2}\hbar\omega$. B. $\frac{1}{2}\hbar\omega,\frac{5}{2}\hbar\omega$.
C. $\frac{3}{2}\hbar\omega,\frac{7}{2}\hbar\omega$. D. $\frac{1}{2}\hbar\omega,\frac{5}{2}\hbar\omega$.

59.接上题,该振子的能量取值 E_1,E_3 的几率分别为

A. $|c_1|^2,|c_3|^2$. B. $\frac{|c_1|^2}{|c_1|^2+|c_3|^2},\frac{|c_3|^2}{|c_1|^2+|c_3|^2}$.
C. $\frac{c_1}{|c_1|^2+|c_3|^2},\frac{c_3}{|c_1|^2+|c_3|^2}$. D. c_1,c_3.

60.接 58 题,该振子的能量平均值为

A. $\frac{1}{2}\frac{3|c_1|^2+5|c_3|^2}{|c_1|^2+|c_3|^2}\hbar\omega$. B. $5\hbar\omega$.
C. $\frac{9}{2}\hbar\omega$. D. $\frac{1}{2}\frac{3|c_1|^2+7|c_3|^2}{|c_1|^2+|c_3|^2}\hbar\omega$.

61.对易关系 $[\hat{p}_x, f(x)]$ 等于($f(x)$ 为 x 的任意函数)

A. $i\hbar f'(x)$. B. $i\hbar f(x)$. C. $-i\hbar f'(x)$. D. $-i\hbar f(x)$.

62. 对易关系 $[\hat{p}_y,\exp(iy)]$ 等于

A. $\hbar\exp(iy)$. B. $i\hbar\exp(iy)$.
C. $-\hbar\exp(iy)$. D. $-i\hbar\exp(iy)$.

63.对易关系 $[x,\hat{p}_x]$ 等于

A. $i\hbar$. B. $-i\hbar$. C. $\hbar$. D. $-\hbar$.

64. 对易关系 $[L_x,\hat{y}]$ 等于

A. $i\hbar\hat{z}$. B. $\hbar\hat{z}$. C. $-i\hbar\hat{z}$. D. $-\hbar\hat{z}$.

65. 对易关系 $[L_y,\hat{z}]$ 等于

A. $-i\hbar\hat{x}$. B. $i\hbar\hat{x}$. C. $\hbar\hat{x}$. D. $-\hbar\hat{x}$.

66. 对易关系 $[L_z,\hat{z}]$ 等于

A. $i\hbar\hat{x}$. B. $i\hbar\hat{y}$. C. $i\hbar$. D. 0.

67. 对易关系 $[x,\hat{p}_y]$ 等于

A. $\hbar$. B. 0. C. $i\hbar$. D. $-\hbar$.

68. 对易关系 $[\hat{p}_y,\hat{p}_z]$ 等于

A. 0. B. $i\hbar\hat{x}$. C. $i\hbar\hat{p}_x$. D. $\hbar\hat{p}_x$.

69. 对易关系 $[\hat{L}_x,\hat{L}_z]$ 等于

A. $i\hbar\hat{L}_y$. B. $-i\hbar\hat{L}_y$. C. $\hbar\hat{L}_y$. D. $-\hbar\hat{L}_y$.

70. 对易关系 $[\hat{L}_z,\hat{L}_y]$ 等于

A. $i\hbar\hat{L}_x$. B. $-i\hbar\hat{L}_x$. C. $\hbar\hat{L}_x$. D. $-\hbar\hat{L}_x$.

71. 对易关系 $[\hat{L}^2,\hat{L}_x]$ 等于

A. $\hat{L}_x$. B. $i\hbar\hat{L}_x$. C. $i\hbar(\hat{L}_z+\hat{L}_y)$. D. 0.

72. 对易关系 $[\hat{L}^2,\hat{L}_z]$ 等于

A. $\hat{L}_z$. B. $i\hbar\hat{L}_z$. C. $i\hbar(\hat{L}_x+\hat{L}_y)$. D. 0.

73. 对易关系 $[L_x,\hat{p}_y]$ 等于

A. $i\hbar\hat{L}_z$. B. $-i\hbar\hat{L}_z$. C. $i\hbar\hat{p}_z$. D. $-i\hbar\hat{p}_z$.

74. 对易关系$[\hat{p}_z,\hat{L}_x]$等于

A. $-i\hbar\hat{p}_y$. B. $i\hbar\hat{p}_y$. C. $-i\hbar\hat{L}_y$. D. $i\hbar\hat{L}_y$.

75. 对易关系$[\hat{L}_z,\hat{p}_y]$等于

A. $-i\hbar\hat{p}_x$. B. $i\hbar\hat{p}_x$. C. $-i\hbar\hat{L}_x$. D. $i\hbar\hat{L}_x$.

76.对易式$[\hat{L}_y,\hat{x}]$等于

A. 0. B. $-i\hbar\hat{z}$. C. $i\hbar\hat{z}$. D. 1.

77. 对易式$[\hat{F}^m,\hat{F}^n]$等于(m,n 为任意正整数)

A. $\hat{F}^{m+n}$. B. $\hat{F}^{m-n}$. C. 0. D. $\hat{F}$.

78.对易式$[\hat{F},\hat{G}]$等于

A. $\hat{F}\hat{G}$. B. $\hat{G}\hat{F}$. C. $\hat{F}\hat{G}-\hat{G}\hat{F}$. D. $\hat{F}\hat{G}+\hat{G}\hat{F}$.

79. .对易式$[\hat{F},c]$等于(c 为任意常数)

A. $c\hat{F}$. B. 0. C. c. D. $\hat{F}$.

80.算符$\hat{F}$和$\hat{G}$的对易关系为$[\hat{F},\hat{G}]=i\hat{k}$,则$\hat{F}$、$\hat{G}$的测不准关系是

A. $\overline{(\Delta\hat{F})^2}\,\overline{(\Delta\hat{G})^2}\ge\frac{\overline{k^2}}{4}$. B. $\overline{(\Delta\hat{F})}^2\,\overline{(\Delta\hat{G})}^2\ge\frac{\overline{k^2}}{4}$.

C. $\overline{(\Delta\hat{F})^2}\,\overline{(\Delta\hat{G})^2}\ge\frac{\bar{k}^2}{4}$. D. $\overline{(\Delta\hat{F})}^2\,\overline{(\Delta\hat{G})}^2\ge\frac{\bar{k}^2}{4}$.

81.已知$[\hat{x},\hat{p}_x]=i\hbar$,则$\hat{x}$和$\hat{p}_x$的测不准关系是

A. $\overline{(\Delta\hat{x})^2}\,\overline{(\Delta\hat{p}_x)^2}\ge\hbar^2$. B. $\overline{(\Delta\hat{x})}^2\,\overline{(\Delta\hat{p})}^2\ge\frac{\hbar^2}{4}$.

C. $\overline{(\Delta\hat{x})}^2\,\overline{(\Delta\hat{p}_x)}^2\ge\hbar^2$. D. $\overline{(\Delta\hat{x})^2}\,\overline{(\Delta\hat{p}_x)^2}\ge\frac{\hbar^2}{4}$.

82. 算符$\hat{L}_x$和$\hat{L}_y$的对易关系为$[\hat{L}_x,\hat{L}_y]=i\hbar\hat{L}_z$,则$\hat{L}_x$、$\hat{L}_y$的测不准关系是

A. $\overline{(\Delta\hat{L}_x)^2}\,\overline{(\Delta\hat{L}_y)^2}\ge\frac{\hbar^2\overline{\hat{L}_z}^2}{4}$.

B. $\overline{(\Delta\hat{L}_x)}^2\,\overline{(\Delta\hat{L}_y)}^2\ge\frac{\hbar^2\overline{\hat{L}}^2}{4}$.

C. $\overline{(\Delta\hat{F})^2}\,\overline{(\Delta\hat{G})^2}\ge\frac{\hbar^2\overline{\hat{L}_z^2}}{4}$.

D. $\overline{(\Delta\hat{F})}^2\,\overline{(\Delta\hat{G})}^2\ge\frac{\hbar^2\overline{\hat{L}^2}}{4}$.

83.电子在库仑场中运动的能量本征方程是

A. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+\frac{ze_s^2}{r}]\psi=E\psi$.

B. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+\frac{ze_s^2}{r^2}]\psi=E\psi$.

C. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2-\frac{ze_s^2}{r}]\psi=E\psi$.

D. $[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2-\frac{ze_s^2}{r^2}]\psi=E\psi$.

84.类氢原子体系的能量是量子化的,其能量表达式为

A. $-\frac{\mu z^2e_s^2}{2n^2\hbar^2}$. B. $-\frac{\mu^2z^2e_s^4}{2\hbar^2n^2}$.

C. $-\frac{\mu z e_s^2}{2n^2\hbar^2}$. D. $-\frac{\mu z^2e_s^4}{2\hbar^2n^2}$.

85. 在一维无限深势阱$U(x)=\begin{cases}0, 0<x<a\\ \infty, x\le 0, x\ge a\end{cases}$中运动的质量$\mu$为的粒子,其状态为$\psi=\frac{4}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi}{a}x\cos^2\frac{\pi}{a}x$,则在此态中体系能量的可测值为

A. $\frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2},\frac{9\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$, B. $\frac{\pi^2\hbar^2}{\mu a^2},\frac{2\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$,

C. $\frac{3\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2},\frac{3\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$, D. $\frac{5\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2},\frac{4\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$.

86.接上题,能量可测值E_1、E_3出现的几率分别为

A.1/4,3/4. B. 3/4,1/4. C.1/2, 1/2. D. 0,1.

87.接 85 题,能量的平均值为

A. $\frac{5\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$, B. $\frac{2\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$, C. $\frac{7\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$, D. $\frac{5\pi^2\hbar^2}{\mu a^2}$.

88.若一算符$\hat{F}$的逆算符存在,则$[\hat{F},\hat{F}^{-1}]$等于

A. 1. B. 0. C. -1. D. 2.

89. 如果力学量算符$\hat{F}$和$\hat{G}$满足对易关系$[\hat{F},\hat{G}]=0$,则

A. $\hat{F}$和$\hat{G}$一定存在共同本征函数,且在任何态中它们所代表的力学量可同时具有确定值.

B. $\hat{F}$和$\hat{G}$一定存在共同本征函数,且在它们的本征态中它们所代表的力学量可同时具有确定值.

C. $\hat{F}$和$\hat{G}$不一定存在共同本征函数,且在任何态中它们所代表的力学量不可能同时具有确定值.

D. $\hat{F}$和$\hat{G}$不一定存在共同本征函数,但总有那样态存在使得它们所代表的力学量可同时具有确定值.

90.一维自由粒子的能量本征值

A. 可取一切实数值.

B.只能取不为负的一切实数.

C.可取一切实数,但不能等于零.

D.只能取不为正的实数.

91.对易关系式$[\hat{p}_x,\hat{p}_x^2 f(x)]$等于

A. $-i\hbar\hat{p}_x^2 f'(x)$. B. $i\hbar\hat{p}_x^2 f'(x)$.

C. $-i\hbar\hat{p}_x{}^2 f(x)$.　　D. $i\hbar\hat{p}_x{}^2 f(x)$.

92.定义算符 $\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$，则 $[\hat{L}_+, \hat{L}_-]$ 等于

A. $\hbar\hat{L}_z$.　B. $2\hbar\hat{L}_z$.　C. $-2\hbar\hat{L}_z$.　D. $-\hbar\hat{L}_z$.

93.接上题，则 $[\hat{L}_+, \hat{L}_z]$ 等于

A. $\hbar\hat{L}_+$. B. $\hbar\hat{L}_z$.　C. $-\hbar\hat{L}_+$.　D. $-\hbar\hat{L}_z$.

94. 接 92 题，则 $[\hat{L}_-, \hat{L}_z]$ 等于

A. $\hbar\hat{L}_-$. B. $\hbar\hat{L}_z$.　C. $-\hbar\hat{L}_-$.　D. $-\hbar\hat{L}_z$.

95. 氢原子的能量本征函数 $\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$

A.只是体系能量算符、角动量平方算符的本征函数,不是角动量 Z 分量算符的本征函数.

B.只是体系能量算符、角动量 Z 分量算符的本征函数,不是角动量平方算符的本征函数.

C.只是体系能量算符的本征函数,不是角动量平方算符、角动量 Z 分量算符的本征函数.

D.是体系能量算符、角动量平方算符、角动量 Z 分量算符的共同本征函数.

96.体系处于 $\psi = c_1 Y_{11} + c_2 Y_{10}$ 态中,则 ψ

A.是体系角动量平方算符、角动量 Z 分量算符的共同本征函数.

B.是体系角动量平方算符的本征函数,不是角动量 Z 分量算符的本征函数.

C.不是体系角动量平方算符的本征函数,是角动量 Z 分量算符的本征函数.

D.即不是体系角动量平方算符的本征函数,也不是角动量 Z 分量算符的本征函数.

97. 对易关系等于 $[\hat{F}\hat{G}, \hat{H}]$

A. $[\hat{F},\hat{H}]\hat{G} + \hat{F}[\hat{G},\hat{H}]$.　B. $[\hat{F},\hat{H}]\hat{G}$　C. $\hat{F}[\hat{G},\hat{H}]$　D. $[\hat{F},\hat{H}]\hat{G} - \hat{F}[\hat{G},\hat{H}]$

98.动量为 p' 的自由粒子的波函数在坐标表象中的表示是 $\psi_{p'}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp(\frac{i}{\hbar}p'x)$,它在动量表象中的表示是

A. $\delta(p-p')$. B. $\delta(p+p')$. C. $\delta(p)$. D. $\delta(p')$.

99.力学量算符 $\hat{x}$ 对应于本征值为 x' 的本征函数在坐标表象中的表示是

A. $\delta(x-x')$. B. $\delta(x+x')$.　C. $\delta(x)$.　D. $\delta(x')$.

100.一粒子在一维无限深势阱中运动的状态为 $\psi(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\psi_1(x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\psi_2(x)$,其中 $\psi_1(x)$、$\psi_2(x)$ 是其能量本征函数,则 $\psi(x)$ 在能量表象中的表示是

A. $\begin{pmatrix}\sqrt{2}/2\\ \sqrt{2}/2\\ 0\\ \vdots\end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix}\sqrt{2}/2\\ -\sqrt{2}/2\\ 0\\ \vdots\end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix}\sqrt{2}/2\\ \sqrt{2}/2\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$. D. $\begin{pmatrix}\sqrt{2}/2\\ -\sqrt{2}/2\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$.　(注：存在无穷多个能量本征函数)

101.线性谐振子的能量本征函数 $\psi_1(x)$ 在能量表象中的表示是

A. $\begin{pmatrix}1\\0\\0\\ \vdots\end{pmatrix}$.　B. $\begin{pmatrix}0\\1\\0\\ \vdots\end{pmatrix}$.　C. $\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$.　D. $\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$. (注：存在无穷多个能量本征函数，且存在真空态 ψ_0)

102. 线性谐振子的能量本征函数 $\psi = a\psi_0(x) + b\psi_1(x)$ 在能量表象中的表示是

A. $\begin{pmatrix}a/\sqrt{|a|^2+|b|^2}\\ b/\sqrt{|a|^2+|b|^2}\\ 0\\ \vdots\end{pmatrix}$.　B. $\begin{pmatrix}0\\ a/\sqrt{|a|^2+|b|^2}\\ b/\sqrt{|a|^2+|b|^2}\\ 0\end{pmatrix}$.　C. $\begin{pmatrix}a\\b\\0\\ \vdots\end{pmatrix}$.　D. $\begin{pmatrix}0\\a\\b\\0\end{pmatrix}$.

103.在($\hat{L}^2, \hat{L}_z$)的共同表象中,波函数 $\phi = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$,在该态中 $\hat{L}_z$ 的平均值为

A. $\hbar$.　B. $-\hbar$.　C. $2\hbar$.　D. 0.

104.算符 $\hat{Q}$ 只有分立的本征值 $\{Q_n\}$,对应的本征函数是 $\{u_n(x)\}$,则算符 $\hat{F}(x, \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})$ 在 $\hat{Q}$ 表象中的矩阵元

的表示是

A. $F_{mn}=\int u_n^*(x)F(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})u_m(x)dx$. B. $F_{mn}=\int u_m^*(x)F(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})u_n(x)dx$.

C. $F_{mn}=\int u_n(x)F(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})u_m^*(x)dx$. D. $F_{mn}=\int u_m(x)F(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})u_n^*(x)dx$.

105.力学量算符在自身表象中的矩阵表示是

A. 以本征值为对角元素的对角方阵.

B.一个上三角方阵. C.一个下三角方阵.

D.一个主对角线上的元素等于零的方阵.

106.力学量算符 $\hat{x}$ 在动量表象中的微分形式是

A. $-i\hbar\frac{\partial}{\partial p_x}$. B. $i\hbar\frac{\partial}{\partial p_x}$. C. $-i\hbar^2\frac{\partial}{\partial p_x}$. D. $i\hbar^2\frac{\partial}{\partial p_x}$.

107.线性谐振子的哈密顿算符在动量表象中的微分形式是

A. $\frac{p^2}{2\mu}+\frac{1}{2}\mu\omega^2\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}$. B. $\frac{p^2}{2\mu}-\frac{1}{2}\mu\omega^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}$.

C. $\frac{p^2}{2\mu}-\frac{1}{2}\mu\omega^2\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}$. D. $-\frac{p^2}{2\mu}-\frac{1}{2}\mu\omega^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}$.

108.在 $\hat{Q}$ 表象中 $F=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$,其本征值是

A. ± 1. B. 0. C. $\pm i$. D. $1\pm i$.

109.接上题，F 的归一化本征态分别为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$. B. $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$.

C. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$.

110.幺正矩阵的定义式为

A. $S^+=S^-$. B. $S^+=S^*$. C. $S=S^-$. D. $S^*=S^-$.

111.幺正变换

A.不改变算符的本征值,但可改变其本征矢.

B.不改变算符的本征值,也不改变其本征矢.

C.改变算符的本征值,但不改变其本征矢.

D.即改变算符的本征值,也改变其本征矢.

112.非简并定态微扰理论中第 n 个能级的表达式是(考虑二级近似)

A. $E_n^{(0)}+H'_{nn}+\sum_m\frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$.

B. $E_n^{(0)}+H'_{nn}+\sum_m{}'\frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$.

C. $E_n^{(0)}+H'_{nn}+\sum_m{}'\frac{|H'_{mn}|^2}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}$.

D. $E_n^{(0)}+H'_{nn}+\sum_m\frac{|H'_{mn}|^2}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}$.

113. 非简并定态微扰理论中第 n 个能级的一级修正项为

A. H'_{mn}. B. H'_{nn}. C. $-H'_{nn}$. D. H'_{nm}.

114. 非简并定态微扰理论中第 n 个能级的二级修正项为

A. $\sum_m\frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$. B. $\sum_m{}'\frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$.

C. $\sum_m{}'\frac{|H'_{mn}|^2}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}$. D. $\sum_m\frac{|H'_{mn}|^2}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}$.

115. 非简并定态微扰理论中第 n 个波函数一级修正项为

A. $\sum_m\frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

B. $\sum_m{}'\frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

C. $\sum_m{}'\frac{H'_{mn}}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

D. $\sum_m\frac{H'_{mn}}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

116. 沿 x 方向加一均匀外电场 ε，带电荷 q 且质量为 μ 的线性谐振子的哈密顿量为

A. $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2+q\varepsilon x$.

B. $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu\omega x^2+q\varepsilon x$.

C. $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu\omega x^2-q\varepsilon x$.

D. $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}\mu\omega^2x^2-q\varepsilon x$

117.非简并定态微扰理论的适用条件是

A. $\left|\frac{H'_{mk}}{E_k^{(0)}-E_m^{(0)}}\right|<<1$. B. $\left|\frac{H'_{mk}}{E_k^{(0)}+E_m^{(0)}}\right|<<1$.

C. $|H'_{mk}|<<1$. D. $|E_k^{(0)}-E_m^{(0)}|<<1$.

注：即微扰矩阵元要小，体系能级间距要大。

118. 转动惯量为 I，电偶极矩为 $\vec{D}$ 的空间转子处于均匀电场 $\vec{\varepsilon}$ 中，则该体系的哈密顿量为

A. $\hat{H}=\frac{\hat{L}^2}{2I}+\vec{D}\cdot\vec{\varepsilon}$. B. $\hat{H}=-\frac{\hat{L}^2}{2I}+\vec{D}\cdot\vec{\varepsilon}$.

C. $\hat{H}=\frac{\hat{L}^2}{2I}-\vec{D}\cdot\vec{\varepsilon}$　D. $\hat{H}=-\frac{\hat{L}^2}{2I}-\vec{D}\cdot\vec{\varepsilon}$

119.非简并定态微扰理论中,波函数的一级近似公式为

A. $\psi_n=\psi_n^{(0)}+\sum_m{}'\frac{H'_{nm}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

B. $\psi_n=\psi_n^{(0)}+\sum_m{}'\frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

C. $\psi_n=\psi_n^{(0)}+\sum_m{}'\frac{H'_{mn}}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

D. $\psi_n=\psi_n^{(0)}+\sum_m{}'\frac{H'_{nm}}{E_m^{(0)}-E_n^{(0)}}\psi_m^{(0)}$.

120.氢原子的一级斯塔克效应中,对于 $n=2$ 的能级由原来的一个能级分裂为

A. 五个子能级.　B. 四个子能级.

C. 三个子能级.　D. 两个子能级.

121.用变分法求量子体系的基态能量的关键是

A. 写出体系的哈密顿.

B. 选取合理的尝试波函数.

C. 计算体系的哈密顿的平均值.

D.体系哈密顿的平均值对变分参数求变分.

122.Stern-Gerlach 实验证实了

A. 电子具有波动性.　B.光具有波动性.

C. 原子的能级是分立的. D. 电子具有自旋.

123.$\hat{\vec{S}}$ 为自旋角动量算符,则$[\hat{S}_y,\hat{S}_x]$等于

A. $2i$.　B. $i\hbar$.　C. 0　.D. $-i\hbar\hat{S}_z$.

124. $\hat{\vec{\sigma}}$ 为 Pauli 算符,则$[\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_z]$等于

A. $-i\hbar\hat{\sigma}_y$.　B. $i\hbar\hat{\sigma}_y$. C. $2i\hbar\hat{\sigma}_y$. D. $-2i\hbar\hat{\sigma}_y$.

125.单电子的自旋角动量平方算符 $\hat{S}^2$ 的本征值为

A. $\frac{1}{4}\hbar^2$.　B. $\frac{3}{4}\hbar^2$.　C. $\frac{3}{2}\hbar^2$.　D. $\frac{1}{2}\hbar^2$.

126.单电子的 Pauli 算符平方的本征值为

A. 0.　B. 1.　C. 2.　D. 3.

127.Pauli 算符的三个分量之积等于

A. 0.　B. 1.　C. i.　D. $2i$.

128.电子自旋角动量的 x 分量算符在 $\hat{S}_z$ 表象中矩阵表示为

A. $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.　B. $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$.

C. $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$.　D. $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$.

129. 电子自旋角动量的 y 分量算符在 $\hat{S}_z$ 表象中矩阵表示为

A. $\hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.　B. $\hat{S}_y=\frac{i\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$.

C. $\hat{S}_y=\frac{i\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$. D. $\hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&i\\i&0\end{pmatrix}$.

130. 电子自旋角动量的 z 分量算符在 $\hat{S}_z$ 表象中矩阵表示为

A. $\hat{S}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.　B. $\hat{S}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$.

C. $\hat{S}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$. D. $\hat{S}_z=\frac{i\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$.

131.一电子处于自旋态 $\chi=a\chi_{1/2}(s_z)+b\chi_{-1/2}(s_z)$ 中,则 s_z 的可测值分别为

A. $0,\hbar$.　B. $0,-\hbar$　.C. $\frac{\hbar}{2},\frac{\hbar}{2}$.　D. $\frac{\hbar}{2},-\frac{\hbar}{2}$.

132.接上题,测得 s_z 为 $\frac{\hbar}{2},-\frac{\hbar}{2}$ 的几率分别是

A. a,b.　B. $|a|^2,|b|^2$.　C. $|a|^2/2,|b|^2/2$.

D. $|a|^2/(|a|^2+|b|^2),|b|^2/(|a|^2+|b|^2)$.

133.接 132 题, s_z 的平均值为

A. 0.　B. $\frac{\hbar}{2}(|a|^2-|b|^2)$.

C. $\hbar(|a|^2-|b|^2)/(2|a|^2+2|b|^2)$.　D. $\hbar$.

134. 在 s_z 表象中, $\chi=\begin{pmatrix}\sqrt{3}/2\\1/2\end{pmatrix}$, 则在该态中 s_z 的可测值分别为:

A. $\hbar$, $-\hbar$.　B. $\hbar/2$,$\hbar$.　C. $\hbar/2$, $-\hbar/2$.　D. $\hbar$, $-\hbar/2$.

135. 接上题, 测量 s_z 的值为 $\hbar/2$, $-\hbar/2$ 的几率分别为

A. $\sqrt{3}/2,1/2$. B. $1/2,1/2$. C. 3/4, 1/4. D. 1/4, 3/4.

136. 接上题, 测量 s_z 的平均值为

A. $\hbar/2$.　B. $\hbar/4$.　C. $-\hbar/4$.　D. $-\hbar/2$.

137.下列有关全同粒子体系论述正确的是

A.氢原子中的电子与金属中的电子组成的体系是全同粒子体系.

B.氢原子中的电子、质子、中子组成的体系是全同粒子体系.

C.光子和电子组成的体系是全同粒子体系.

D.α 粒子和电子组成的体系是全同粒子体系.

138.全同粒子体系中,其哈密顿具有交换对称性,其体系的波函数

A.是对称的.　B.是反对称的.

C.具有确定的对称性. D.不具有对称性.

(二) 填空题

1.Compton 效应证实了 光具有粒子性。

2.Bohr 提出轨道量子化条件的数学表达式是 $L = n\hbar \ \ (n = 1,2,3...)$。

3.Sommerfeld 提出的广义量子化条件是 $\oint pdq = nh \ \ (n = 1,2,3...)$ 。

4.一质量为 μ 的粒子的运动速度远小于光速，其动能为 E_k，其德布罗意波长为 $\frac{h}{\sqrt{2\mu E_k}}$ 。

5.黑体辐射和光电效应揭示了光的粒子性。

6.1924 年,法国物理学家 De Broglie 提出了微观实物粒子具有 波粒二象性。

7.自由粒子的 De Broglie 波函数为 $\psi = A\exp[\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)]$ 。

8.用 150 伏特电压加速的电子，其 De Broglie 波的波长是 1 埃。

9.玻恩对波函数的统计解释是波函数在空间某点模的平方与在该点附近找到粒子的几率成正比。

10.一粒子用波函数 $\Phi(\vec{r},t)$ 描写,则在某个区域 dV 内找到粒子的几率为 $\left|c\Phi(\vec{r},t)\right|^2 dV$ c 是归一化常数。

11.描写粒子同一状态的波函数有 无穷多个。

12.态迭加原理的内容是 如果 Ψ_1 和 Ψ_2 是体系的可能状态，则它们的线性叠加也是体系的一个可能状态。

13. 一粒子由波函数 $\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty} c(p,t)\exp(\frac{i}{\hbar}px)dp$ 描写，则 $c(p,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty}\Psi(x,t)\exp(-\frac{i}{\hbar}px)dx$。

14.在粒子双狭缝衍射实验中，用 Ψ_1 和 Ψ_2 分别描述通过缝 1 和缝 2 的粒子的状态,则粒子在屏上一点 P 出现的几率密度为 $|\Psi|^2 = |c_1\Psi_1|^2 + |c_2\Psi_2|^2 + c_1^* c_2 \Psi_1^* \Psi_2 + c_1 c_2^* \Psi_1 \Psi_2^*$ 。

15.一维自由粒子的薛定谔方程是 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}\Psi$。

16.N 个粒子体系的薛定谔方程是

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\sum_{i=1}^{N}\frac{\hbar^2}{2\mu_i}\nabla_i^2\Psi + U(\vec{r}_1,\vec{r}_2,...\vec{r}_N)\Psi$$

。

17.几率连续性方程是由 波函数的统计解释和薛定谔方程导出的。

18.几率连续性方程的数学表达式为 $\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla\cdot\vec{J} = 0$。

19.几率流密度矢量的定义式是 $\vec{J} = \frac{i\hbar}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi)$。

20.空间 V 的边界曲面是 S，w 和 $\vec{J}$ 分别是粒子的几率密度和几率流密度矢量，则 $\int_V \frac{\partial w}{\partial t}dV = -\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$ 的物理意义是 单位时间内区域 V 内几率的变化等于通过闭合曲面 S 流进或者流出的几率。

21.量子力学中的质量守恒定律是 $\frac{\partial w_\mu}{\partial t} + \nabla\cdot\vec{J}_\mu = 0$，其中 $w_\mu = \mu w$，$\vec{J}_\mu = \mu\vec{J}$。

22.量子力学中的电荷守恒定律是 $\frac{\partial w_q}{\partial t} + \nabla\cdot\vec{J}_q = 0$，其中 $w_q = qw$，$\vec{J}_q = q\vec{J}$。

23.波函数应满足的三个标准条件是 单值、连续、有限。

24.定态波函数的定义式是 $\Psi(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r})\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)$。

25.粒子在势场 $U(\vec{r})$ 中运动，则粒子的哈密顿算符为 $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(\vec{r})$。

26.束缚态的定义是 在无穷远处为零的波函数所描述的状态。

27.线性谐振子的零点能为 $\hbar\omega/2$。

28.线性谐振子的两相邻能级间距为 $\hbar\omega$。

29.当体系处于力学量算符 $\hat{F}$ 的本征态时,力学量 F 有确定值，这个值就是相应该态的 本征值。

30.表示力学量的算符都是 线性厄米算符。

31.厄密算符的本征值必为实数。

32. $\int \psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r})\psi_{\vec{p}}(\vec{r})d\tau = \delta(\vec{p}-\vec{p}')$。

33.角动量平方算符的本征值为 $l(l+1)\hbar^2$。

34.角动量平方算符的本征值的简并度为 $2l+1$。

35.氢原子能级 $n = 5$ 的简并度为 50 （如果不考虑电子自旋，则为 25)。

36.氢原子的能级对角量子数 l 简并,这是 库伦 场所特有的。

37.一般来说，碱金属原子的价

电子的能级的简并度是 2(2l+1) 。

38. 氢原子基态的电离能为 13.60 eV 。

39. 氢原子体系 $n=2$ 的能量是 −3.4 eV （注：$E_n=-\dfrac{\mu e_s^4}{8\hbar^2}$ ）。

40. 处于 $\psi_{200}(r,\theta,\varphi)$ 态的氢原子，其电子的角向几率分布是 $W_{00}=\dfrac{1}{4\pi}$ 。

41. 厄密算符本征函数的正交归一性的数学表达式是 $\int\varphi_m^*\varphi_l d\tau=\delta_{ml}$ 。

42. 厄密算符属于不同本征值的本征函数 相互正交 。

43. 力学量算符 $\hat{F}$ 的本征函数系为 $\{\phi_n(x)\}$，则本征函数系 $\{\phi_n(x)\}$ 的完全性是 $\Psi(x)=\sum_n c_n\phi_n(x)$，$\Psi(x)$ 是任意波函数 。

44. 当体系处于 $\psi(x)=\sum_n c_n\phi_n(x)$ 态时，其中 $\{\phi_n(x)\}$ 为 $\hat{F}$ 的本征函数系，在 $\psi(x)$ 态中测量力学量 F 为其本征值 λ_n 的几率是 $|c_n|^2$ 。

45. 一力学量算符 $\hat{F}$ 既有分立谱又有连续谱，则 $\hat{F}$ 在任意态 $\psi(x)$ 的平均值为 $\int\psi^*\hat{F}\psi dx\Big/\int|\psi(x)|^2dx$ 。

46. 如果两个力学量算符有组成完全系的共同本征函数，则这两个算符 相互对易 。

47. 完全确定三维空间的自由粒子状态需要三个力学量，它们是 p_x, p_y, p_z 。

48. 测不准关系反映了微观粒子的 波粒二象性 。

49. 若对易关系 $[\hat{A},\hat{B}]=i\hat{c}$ 成立，则 $\hat{A},\hat{B}$ 的不确定关系是 $\overline{(\Delta\hat{A})^2}\cdot\overline{(\Delta\hat{B})^2}\ge\dfrac{1}{4}\bar{c}^2$ 。

50. 如果两个力学量算符对易，则在 它们共同的本征态 中它们可同时具有确定值。

51. 电子处于 $\dfrac{1}{2}Y_{10}(\theta,\varphi)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}Y_{1-1}(\theta,\varphi)$ 态中，则电子角动量的 z 分量的平均值为 $-\dfrac{3}{4}\hbar$ 。

52. 角动量平方算符与角动量 x 分量算符的对易关系等于 0 。

53. 角动量 x 分量算符与动量的 z 分量算符的对易关系等于 $-i\hbar\hat{p}_y$ 。

54. 角动量 y 分量算符与坐标的 z 分量算符的对易关系等于 $i\hbar\hat{x}$ 。

55. $[\hat{y},\hat{p}_y]=$ $i\hbar$ 。

56. 粒子的状态由 $\psi(x)=\cos kx$ 描写，则粒子动量的平均值是 0 。

57. 一维自由粒子的动量本征函数是 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\exp[\dfrac{i}{\hbar}(px-Et)]$ 。

58. 角动量平方算符的本征值方程为 $\hat{L}^2Y_{lm}(\theta,\varphi)=l(l+1)\hbar^2Y_{lm}(\theta,\varphi)$ 。

59. 若不考虑电子的自旋，描写氢原子状态所需要的力学量的完全集合是 $\hat{H}$, $\hat{L}^2$, $\hat{L}_z$ 。

60. 氢原子能量是考虑了 当 $r\to0$ 或者 ∞ 时波函数有限 得到的。

61. 量子力学中， 态和力学量的具体表达方式 称为表象。

62. 动量算符在坐标表象的表达式是 $-i\hbar\nabla$ 。

63. 角动量算符在坐标表象中的表示是 $-i\hbar\vec{r}\times\nabla$ 。

64. 角动量 y 分量的算符在坐标表象中的表示是 $-i\hbar(z\dfrac{\partial}{\partial x}-x\dfrac{\partial}{\partial z})$ 。

65. 角动量 z 分量的算符在坐标表象中的表示是 $-i\hbar(x\dfrac{\partial}{\partial y}-y\dfrac{\partial}{\partial x})$ 。

66. 波函数 $\Psi(x,t)$ 在动量表象中的表示是 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty}\Psi(x,t)\exp(-\dfrac{i}{\hbar}px)dx$ 。

67. 在动量表象中，具有确定动量 p' 的粒子，其动量算符的本征方程是 $p\delta(p-p')=p'\delta(p-p')$ 。

68. 已知 $\hat{Q}$ 具有分立的本征值 $\{Q_n\}$，其相应本征函数为 $\{u_n(x)\}$，则任意归一化波函数 $\Psi(x,t)$ 可写为 $\Psi(x,t)=\sum_n a_n(t)u_n(x)$，则 $\Psi(x,t)$ 在 Q 表象中的表示是 $\Psi=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\end{pmatrix}$ 。

69. 量子力学中 $\hat{Q}$ 的本征函数为 $\{u_n(x)\}$ (n=1,2,3,...) 有无限多，用这个本征函数集合所张成的无穷维空间 称为 Hilbert 空间。

70. 接 68 题，力学量算符 $\hat{F}(x,\dfrac{\hbar}{i}\dfrac{\partial}{\partial x})$ 在 Q 表象中的矩阵元的数学表达式为 $F_{mn}=\int u_m^*\hat{F}u_n dx$ 。

71. 量子力学中，表示力学量算符的矩阵是 厄米 矩阵。

72. 接 68 题，力学量算符 $\hat{Q}(x,\dfrac{\hbar}{i}\dfrac{\partial}{\partial x})$ 在自身表象中的表示是 一个对角矩阵，对角元素是按照它的本征值排列 。

73.力学量算符在自身表象中的矩阵是<u>对角</u>矩阵。

74.力学量算符 $\hat{F}(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})$ 在坐标表象中的矩阵元为 $F_{x'x''}=\int\delta(x-x')\hat{F}\delta(x-x'')dx$ 。

75.幺正矩阵满足的条件是<u>矩阵的厄米共轭矩阵是它的逆矩阵</u>。

76.幺正变换不改变力学量算符的<u>平均值</u>。

77.幺正变换不改变矩阵 F 的<u>迹</u>。

78.力学量算符 $\hat{x}$ 在动量表象中的微分形式是 $i\hbar\frac{\partial}{\partial p_x}$ 。

79.坐标表象中的薛定谔方程是 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t)=[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+U(\vec{r})]\Psi(\vec{r},t)$，它在动量表象中的表示是 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{p},t)=[\frac{\vec{p}^2}{2\mu}+U(i\hbar\frac{\partial}{\partial\vec{p}})]\Phi(\vec{p},t)$ 。

80.线性谐振子的哈密顿算符在动量表象中的微分形式是 $\hat{H}=-\frac{1}{2}\mu\hbar^2\omega^2\frac{d^2}{dp^2}+\frac{\vec{p}^2}{2\mu}$。

81.非简并定态微扰理论中，能量二级近似值为 $E_n^{(0)}+H'_{nn}+\sum_m{}'\frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$ 。

82.非简并定态微扰理论中，波函数的一级近似表示为 $\left|\psi_n^{(0)}\right\rangle+\sum{}'\frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\left|\psi_m^{(0)}\right\rangle$ 。

83.非简并定态微扰理论的适用条件是 $\left|\frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\right|\ll 1,\ (E_n^{(0)}\neq E_m^{(0)})$ 。

84.Stark 效应是<u>氢原子在外电场作用下谱线发生分裂的现象，因为外场的引入破坏了原有的球对称性，简并消除</u>。

85.氢原子处于弱电场 $\vec{\varepsilon}$ 中，其体系的微扰哈密顿是 $H'=e\vec{\varepsilon}\cdot\vec{r}=e\varepsilon r\cos\theta$ 。

86.在微扰作用下，t 时刻由 Φ_k 态到 Φ_m 态的跃迁几率是 $\frac{1}{\hbar^2}\left|\int_0^t H'_{mk}\exp(i\omega_{mk}t')dt'\right|$。

87.1925 年，Ulenbeck 和 Goudsmit 提出每个电子具有自旋角动量 $\vec{S}$，它在空间任何方向的投影只能取两个数值，即是<u>±ℏ/2</u>。

88.Stern-Gerlach 实验证实了<u>电子具有自旋</u>。

89.Pauli 算符 $\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_z$ 的反对易关系式是 $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_z+\hat{\sigma}_z\hat{\sigma}_x=0$。

90.自旋角动量算符的定义式为 $\vec{S}\times\vec{S}=i\hbar\vec{S}$。

91.自旋角动量算符 $\hat{S}_x$ 在 S_z 表象中的矩阵表示是 $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$。

92.自旋角动量算符 $\hat{S}_y$ 在 S_z 表象中的矩阵表示是 $\hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-\mathrm{i}\\\mathrm{i}&0\end{pmatrix}$。

93.自旋角动量算符 $\hat{S}_z$ 属于本征值 $-\frac{\hbar}{2}$ 的本征函数在 S_z 表象中的矩阵表示是 $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$；。

94.Pauli 算符 $\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_z$ 的积算符在 σ_z 表象中的矩阵表示是 $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y=-\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}i&0\\0&-i\end{pmatrix}$。

95.全同性原理的内容是<u>全同粒子具有不可分辨性，这要求体系的波函数是对称或者反对称的</u>。

96.全同粒子体系的哈密顿具有<u>交换</u>对称性。

97.全同粒子体系的波函数具有确定对称性，这种对称性不随<u>时间</u>改变。

98.如果全同粒子体系的波函数是反对称的，则组成该体系的全同粒子一定是<u>费米子</u>。

99.Pauli 原理的内容是<u>体系中两个费米子不能处于同一个量子力学状态</u>。

100. 假设电子的自旋波函数 $\begin{pmatrix}\psi(\boldsymbol{r},\hbar/2,t)\\\psi(\boldsymbol{r},-\hbar/2,t)\end{pmatrix}$ 满足归一化条件：

$$\int\left|\psi(\boldsymbol{r},\hbar/2,t)\right|^2 d^3\boldsymbol{r}+\int\left|\psi(\boldsymbol{r},-\hbar/2,t)\right|^2 d^3\boldsymbol{r}=1$$

则 $\left|\psi(\boldsymbol{r},-\hbar/2,t)\right|^2$ 的物理意义是<u>时刻 t 电子自旋向下($s_z=-\hbar/2$)且处于 $\boldsymbol{r}$ 附近的概率密度</u>

101.自旋算符无经典对应力学量，自旋属于电子的<u>固有</u>属性。

（三）证明题

1.证明在定态中，几率流密度矢量与时间无关。

证明：几率流密度公式为：

$$\vec{J}=\frac{ih}{2\mu}(\Psi\nabla\Psi^*-\Psi^*\nabla\Psi)$$

而定态波函数的一般形式为：

$$\Psi(\vec{r},t)=\varphi(\vec{r})\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)$$

将上式代入得：

$$\vec{J}=\frac{ih}{2\mu}[\varphi(\vec{r})\nabla\varphi^*(\vec{r})-\varphi^*(\vec{r})\nabla\varphi(\vec{r})]$$

，所以 $\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}=0$。

2.证明厄密算符的本征值为实数。

证明：若 $\hat{F}\psi=\lambda\psi$，$\hat{F}$ 为厄米算符，则由厄米算符的定义有 $\int\phi^*\hat{F}\psi d\tau=\int(\hat{F}\phi)^*\psi d\tau$，

令 $\phi=\psi$，有

$$\int\psi^*\hat{F}\psi d\tau=\int(\hat{F}\psi)^*\psi d\tau$$

上式左=
$$\int \psi^* \hat{F}\psi d\tau = \int \psi^* \lambda \psi d\tau = \lambda \int |\psi|^2 d\tau$$

上式右=
$$\int (\hat{F}\psi)^* \psi d\tau = \int (\lambda\psi)^* \psi d\tau$$
$$= \lambda^* \int |\psi|^2 d\tau$$,

于是 $(\lambda-\lambda^*)\int |\psi|^2 d\tau = 0$，由于 $\int |\psi|^2 d\tau \neq 0$，故 $\lambda = \lambda^*$，即 λ 为实数。

3.证明坐标算符 $\hat{x}$ 和动量算符 $\hat{p}_x$ 为厄密算符。
证明：在位置表象下 $\hat{x} = x$，从而有
$$\int \psi^* \hat{x}\varphi dx = \int \psi^* x\varphi dx =$$
$$\int (x\psi)^* \varphi dx = \int (\hat{x}\psi)^* \varphi dx$$,
满足厄米算符的定义，因此 $\hat{x}$ 是厄米算符。
由于
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{p}_x \varphi dx = -i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \frac{d}{dx}\varphi dx$$
$$= -i\hbar[\psi^*\varphi|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{d}{dx}\psi^* dx]$$
$$= i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{d}{dx}\psi^*)\varphi dx$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{p}_x\psi)^* \varphi dx$$
,
因此 $\hat{p}_x$ 是厄米算符。

5.已知力学量算符 $\hat{F}$ 的本征函数系 $\{\phi_n(x)\}$ 具有完全性，有一归一化的波函数 $\psi(x) = \sum_n c_n \phi_n(x)$，证明 $\sum_n |c_n|^2 = 1$。
证明：由于力学量算符必为厄米算符，它的本征函数系满足正交归一化条件，即有 $\int \phi_m^*(x)\phi_n(x)dx = \delta_{mn}$，根据题设，波函数 $\psi(x) = \sum_n c_n \phi_n(x)$ 是归一化的，从而有
$$1 = \int \psi^*(x)\psi(x)dx$$
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \int \phi_m^* \phi_n dx$$
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \delta_{mn} = \sum_{mn} |c_n|^2$$
原题得证。

6.已知 $\hat{F}\phi_n(x) = \lambda_n \phi_n(x)$，则算符 $\hat{F}$ 在归一化波函数 $\psi(x)$ 中的平均值为 $\overline{F} = \int \psi^*(x)\hat{F}\psi(x)dx$，证明
$$\overline{F} = \int \psi^*(x)\hat{F}\psi(x)dx = \sum_n \lambda_n |c_n|^2$$
，其中 $c_n = \int \phi_n^*(x)\psi(x)dx$。
证明：力学量算符 $\hat{F}$ 是厄米算符，其本征函数系是完备的，因此任意波函数 $\psi(x)$ 可以用它的本征函数展开：
$\psi(x) = \sum_n c_n \phi_n(x)$，其展开系数为 $c_n = \int \phi_n^*(x)\psi(x)dx$。由于
$$\overline{F} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x)\hat{F}\psi(x)dx$$
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \int \phi_m^* \hat{F}\phi_n dx$$
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \int \phi_m^* \lambda_n \phi_n dx$$,
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \lambda_n \int \phi_m^* \phi_n dx$$
$$= \sum_{mn} c_m^* c_n \lambda_n \delta_{mn} = \sum_{mn} |c_n|^2 \lambda_n$$
此题得证

8.证明如果两个算符有完全的共同本征函数系，则这两个算符必对易。
证明：设算符 $\hat{F}$ 和 $\hat{G}$ 有一组共同的本征函数系 $\{\varphi_n\}$，即有
$$\hat{F}\varphi_n = f_n \varphi_n$$,
$\hat{G}\varphi_n = g_n \varphi_n$, n=1,2,…, 于是有
$$[\hat{F},\hat{G}]\varphi_n = \hat{F}\hat{G}\varphi_n - \hat{G}\hat{F}\varphi_n$$
$$= g_n \hat{F}\varphi_n - f_n \hat{G}\varphi_n$$
$$= g_n f_n \varphi_n - f_n g_n \varphi_n = 0$$
设有任一波函数
$\psi = \sum_n c_n \varphi_n$，则有
$$[\hat{F},\hat{G}]\psi = \sum_n c_n (\hat{F}\hat{G}\varphi_n - \hat{G}\hat{F}\varphi_n) = 0$$

由于 ψ 的任意性，得到 $[\hat{F},\hat{G}] = 0$，即这两个算符对易。

12.证明对易关系 $[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$。
证明：
$$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = \hat{L}^2\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}^2$$
$$= \hat{L}_x^2\hat{L}_z + \hat{L}_y^2\hat{L}_z + \hat{L}_z^3 - \hat{L}_z\hat{L}_x^2 - \hat{L}_z\hat{L}_y^2 - \hat{L}_z^3$$
$$= \hat{L}_x^2\hat{L}_z - \hat{L}_x\hat{L}_z\hat{L}_x + \hat{L}_x\hat{L}_z\hat{L}_x - \hat{L}_z\hat{L}_x^2$$
$$+ \hat{L}_y^2\hat{L}_z - \hat{L}_y\hat{L}_z\hat{L}_y + \hat{L}_y\hat{L}_z\hat{L}_y - \hat{L}_z\hat{L}_y^2$$
$$= \hat{L}_x(\hat{L}_x\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}_x) + (\hat{L}_x\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}_x)\hat{L}_x$$
$$+ \hat{L}_y(\hat{L}_y\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}_y) + (\hat{L}_y\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}_y)\hat{L}_y$$
$$= -i\hbar\hat{L}_x\hat{L}_y - i\hbar\hat{L}_y\hat{L}_x + i\hbar\hat{L}_y\hat{L}_x + i\hbar\hat{L}_x\hat{L}_y = 0$$
。
原题得正。
注：此题需要记住角动量各个分量之间的对易关系
$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = \mathrm{i}\hbar\hat{L}_z$, $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = \mathrm{i}\hbar\hat{L}_x$, $[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = \mathrm{i}\hbar\hat{L}_y$

13. 在 $\hat{L}_z$ 的本征态下，证明 $\overline{L_x} = \overline{L_y} = 0$。
证明：设 $\hat{L}_z$ 的本征矢是 $|\psi_m\rangle$，则有 $\hat{L}_z|\psi_m\rangle = m\hbar|\psi_m\rangle$，$\langle\psi_m|\hat{L}_z = \langle\psi_m|m\hbar$，
由 $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = \mathrm{i}\hbar\hat{L}_x$ 得 $\hat{L}_x = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}(\hat{L}_y\hat{L}_z - \hat{L}_z\hat{L}_y)$，于是
$$\overline{L_x} = \langle\psi_m|\hat{L}_x|\psi_m\rangle$$
$$= \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\langle\psi_m|\hat{L}_y\hat{L}_z|\psi_m\rangle - \langle\psi_m|\hat{L}_z\hat{L}_y|\psi_m\rangle]$$
$$= \frac{m}{\mathrm{i}}[\langle\psi_m|\hat{L}_y|\psi_m\rangle - \langle\psi_m|\hat{L}_y|\psi_m\rangle] = 0$$
。
同理利用 $[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = \mathrm{i}\hbar\hat{L}_y$ 可以证明 $\overline{L_y} = 0$.

14.证明力学量算符的矩阵是厄密矩阵。
证明：在 Q 表象中，

$\hat{Q}u_n(x)=Q_n u_n(x)$，

力学量算符 $\hat{F}$ 的矩阵元为：

$F_{mn}=\int u_m^*(x)\hat{F}u_n(x)dx$， 利用算符 $\hat{F}$ 的厄米性，有

$$F_{mn}=\int(\hat{F}u_m)^*u_n dx=\int u_n(\hat{F}u_m)^* dx$$

$$=[\int u_n^*\hat{F}u_m dx]^*=F_{nm}^*=(F^\dagger)_{mn}$$

因此 $\hat{F}$ 的矩阵是厄密矩阵。

15.仿上题，并由此证明力学量算符在自身表象中的矩阵表示是对角阵,对角线上的元素依次按其本征值排列。

证明：在上题基础上令 $\hat{F}=\hat{Q}$，则有

$$Q_{mn}=\int u_m^*(x)\hat{Q}u_n(x)dx$$

$$=Q_n\int u_m^*(x)u_n(x)dx=Q_n\delta_{mn}$$ 。

问题得证

17.证明动量算符的属于本征值为 p' 的本征函数在动量表象中的表示是 $\delta(p-p')$。

证明：设 $\Psi(x,t)$ 描写具有动量 p 的自由粒子状态，即

$$\Psi(x,t)=\psi_p(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}E_p t),$$

在动量表象下的波函数，对应 $\psi_p(x)$ 的傅里叶变换：

$$c(p,t)=\int\psi_p^*(x)\Psi(x,t)dx$$

$$=\int\psi_p^*(x)\psi_{p'}(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}E_{p'}t)dx,$$

$$=\delta(p-p')\exp(-\frac{i}{\hbar}E_{p'}t)$$

因此在动量表象中，粒子具有确定动量 p' 的波函数是以动量 p 为变量的 δ 函数。

20.试证明线性谐振子的哈密顿算符在动量表象中的表示是

$$H=-\frac{1}{2}m\hbar^2\omega^2\frac{d^2}{dp^2}+\frac{1}{2m}p^2。$$

证明：在位置表象下，一维线性谐振子的哈密顿量为：

$$H=\frac{1}{2}m\omega^2x^2+\frac{1}{2m}\hat{p}^2,$$

在动量表象中，坐标和动量算符的表达式分别为：$\hat{x}=i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$，$\hat{p}=p$，此时哈密顿量为

$$H=-\frac{1}{2}m\omega^2\frac{d^2}{dp^2}+\frac{1}{2m}p^2$$

23.定义 $\hat{\sigma}_\pm=\frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x\pm i\hat{\sigma}_y)$，证明（1）$\hat{\sigma}_+{}^2=\hat{\sigma}_-{}^2=0$，（2）$[\hat{\sigma}_+,\hat{\sigma}_-]=\hat{\sigma}_z$。

证明：(1) $\hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$，

$\hat{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$,

$$\hat{\sigma}_+=\frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x+i\hat{\sigma}_y)$$

$$=\frac{1}{2}(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+i\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}),$$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_-=\frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x-i\hat{\sigma}_y)$$

$$=\frac{1}{2}(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}-i\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}).$$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix}$$

由于 $\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，

因此 $\hat{\sigma}_+{}^2=\hat{\sigma}_-{}^2=0$。

(2)

$[\hat{\sigma}_+,\hat{\sigma}_-]=$

$$\frac{1}{4}[\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&0\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2\\0&0\end{pmatrix}]$$

$$=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}=\hat{\sigma}_z$$

.

24. 证明在 $\hat{\sigma}_z$ 表象中 $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z=i$。

证明：在 $\hat{\sigma}_z$ 表象中，有泡利矩阵：

$$\hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},$$

$$\hat{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\ \hat{\sigma}_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

因此

$$\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&i\\i&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}i&0\\0&i\end{pmatrix}=i\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

，故 $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z=i$。

（四）基本概念与名词解释 （同学自己根据课件和教材找答案，要求熟悉掌握）

1.普朗克量子假设

2.德布罗意公式
3.微观实物粒子的波粒二象性
4.玻尔的原子结构量子化假设
5.态迭加原理
6.波函数的标准条件
7.定态
8.束缚态
9.波函数的物理解释
10.几率流密度矢量
11.线性谐振子的零点能
12.厄密算符的定义
13.什么是表象，有哪些常见的表象
14. 如何理解电子的自旋
15. 电子自旋波函数
16.角动量算符及其对易关系
17.力学量算符的本征函数的正交归一性
18. 常微扰下的费米黄金定则公式
19. 熵的统计意义，作为状态量的熵，与什么有关，孤立体系按照什么方向发展？
20.幺正变换
21. 偶极跃迁的选择定则
22.力学量矩阵的性质
23. 微扰公式的适用条件
24. 简谐微扰下的费米黄金定则公式
25. Stark 效应及其形成原因
26. 如何区分波色粒子与费米粒子
27. 玻色分布函数及其物理意义
28. 费米分布函数及其物理意义
29. 如何从波色分布、费米分布过渡到玻尔兹曼分布？
30. 玻尔兹曼经典分布的适用条件（非简并条件）
31. 黑体辐射中光子气体的分布函数及其物理意义
32. 在内能增量公式 dU=TdS-dW 中，哪一项是改变能谱、哪一项是改变能级的概率分布？
33. 全同粒子体系的波函数有什么特点？
34. 能量均分定理

（五）计算题（略）

附：部分选择题答案提示：

题 1-3

$$\frac{p^2}{2m}=1.6\times10^{-19}\varepsilon \Rightarrow p=\sqrt{3.2\times10^{-19}\varepsilon m} \Rightarrow \lambda=\frac{h}{p}=\frac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{3.2\times10^{-19}\varepsilon m}}=\frac{1.17\times10^{-24}}{\sqrt{\varepsilon m}},$$

$$\varepsilon=100, m=0.91\times10^{-30} \Rightarrow \lambda=\frac{1.17\times10^{-10}}{\sqrt{0.91}}=1.2\times10^{-10},$$

,

$$\varepsilon=0.1, m=1.67\times10^{-27} \Rightarrow \lambda=\frac{1.17\times10^{-24}}{\sqrt{1.67\times10^{-28}}}=0.9\times10^{-10},$$

$$\varepsilon=0.1, m=1\times10^{-3} \Rightarrow \lambda=\frac{1.17\times10^{-24}}{\sqrt{1\times10^{-4}}}=1.17\times10^{-22},$$

题 4

$$\frac{3}{2}k_BT=\frac{p^2}{2m} \Rightarrow p=\sqrt{3mk_BT} \Rightarrow \lambda=\frac{h}{p}=\frac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{3\times1.38\times10^{-23}mT}}=\frac{1.03\times10^{-22}}{\sqrt{mT}},$$

,

$$m=6.7\times10^{-27}\,\mathrm{kg}, T=1\mathrm{k}, \Rightarrow \lambda=\frac{1.03\times10^{-8}}{\sqrt{67}}=12.6\times10^{-10},$$

题 7

$$\varepsilon=h\nu-\varepsilon_0=h\frac{c}{\lambda}-\varepsilon_0=6.63\times10^{-34}\times\frac{\sqrt{3\times10^{8}}}{3500\times10^{-10}}-2\times1.6\times10^{-19},$$

$$=2.48\times10^{-19}J$$

题 8

$$\hbar\omega=\frac{p^2}{2\mu}+\hbar\omega', \hbar k'+p=\hbar\frac{\omega'}{c}+p=0, \Delta\omega=\omega-\omega'=\frac{p^2}{2\hbar\mu}=\frac{\hbar}{2\mu c^2}\omega'^2,,$$

题 11

$$\int_0^a |C|^2\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}x=1 \Rightarrow \frac{1}{2}|C|^2\int_0^a(1-\cos\frac{2\pi x}{a})\mathrm{d}x=1 \Rightarrow \frac{a}{2}|C|^2=1 \Rightarrow C=\sqrt{\frac{2}{a}}$$

题 50

$$R_{32}=\frac{1}{a_0^2}(\frac{2}{a_0})^{3/2}(\frac{1}{81\sqrt{15}})r^2\exp(-\frac{r}{3a_0})=Ar^2\exp(-\frac{r}{3a_0}), R_{32}^2r^2=A^2r^6\exp(-\frac{2r}{3a_0}),$$

$$\frac{d}{dr}R_{32}^2r^2=0 \Rightarrow 3r^5-\frac{1}{3a_0}r^6=0 \Rightarrow r=9a_0,$$

题 55

$$E_n=-\frac{\mu e_s{}^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \bar{E}=\frac{1}{4}E_3+\frac{3}{4}E_2=-\frac{\mu e_s{}^4}{72\hbar^2}-\frac{3\mu e_s{}^4}{32\hbar^2}=\frac{1}{8}(-\frac{4\mu e_s{}^4}{36\hbar^2}-\frac{27\mu e_s{}^4}{36\hbar^2})=-\frac{31\mu e_s{}^4}{288\hbar^2}$$

题 86-88

$$\psi=\frac{4}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}\cos^2\frac{\pi x}{a}=\frac{2}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}(1+\cos\frac{2\pi x}{a})=\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\frac{\pi x}{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\frac{3\pi x}{a}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\varphi_1+\frac{1}{\sqrt{2}}\varphi_3, E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}, \bar{E}=\frac{1}{2}(\frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}+\frac{9\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2})=\frac{5\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$$