

实验二 图像变换及频域滤波

时间： 2018.10.31（星期三），10:00-12:00

地点： 信软学院西 306A/306B，沙河校区

一、实验目的

1. 熟练掌握数字信号（1D）及数字图像(2D)离散傅立叶变换（DFT）及离散余弦变换（DCT）方法、基本原理及实现流程。熟练掌握数字图像的 DFT/DCT 的原理、方法和实现流程，熟悉两种变换的性质，并能对数字图像 DFT 及 DCT 的结果进行必要解释。

2. 深入理解离散信号采样频率、奈奎斯特频率及频率分辨率等基本概念，弄清它们之间的相互关系。了解离散傅里叶变换（DFT）中频率泄露的原因，以及如何尽量减少频率泄露影响的途径。

3. 熟悉和掌握利用 MATLAB 工具进行 1D/2D FFT 及 DCT 的基本步骤、MATLAB 函数使用及对具体变换的处理流程，并能根据需要进行必要的频谱分析和可视化显示。

4. 熟悉利用空域滤波器构建对应的频域滤波器的方法和关键步骤。

5. 熟悉和掌握几种典型的频域低通滤波器及高通滤波器的原理、特性和作用。

6. 搞清空域图像处理与频域图像处理的异同，包括处理流程、各自的优势等。掌握频域滤波的基本原理和基本流程，并能编写出相应的程序代码。

二、实验内容

1. 1D 数字信号的 FFT 及频谱分析

给定如下式（1）所示的 1D 连续信号：

$$x = 2 \sin(30\pi t) + 0.5 \cos(120\pi t) + 4 \sin(240\pi t) \quad (1)$$

(1) 设采样频率 $f_s = 1000\text{Hz}$ ，对信号 x 进行离散化，并画出一个周期内的信号振幅随时间变化的波形图。

(2) 对离散信号 x 进行傅立叶变换，分别画出频谱中心化及有效频率范围(不含负频)2 种方式下的幅值 $(|F(u)|)$ 随频率(u)变化的分布图，要求纵横坐标正确标注物理量和

单位。

(3) 对式 (1) 信号，加随机噪声，重复步骤 (1) 和 (2) 的处理过程。

(4) 通过对变换结果的分析，说明采样频率 f_s 、奈奎斯特 (Nyquist) 频率 (f_n) 及采样时间间隔 ΔT 三者之间的相互关系，并简要描述模拟信号的采样定理。

2. 数字音频信号的 DFT

(1) 读取一段 0.5s 的预先录制的数字音频信号 (“yes.wav”或“no.wav”文件中任选其一)，画出随时间变化的声波波形图，如图 2-1 所示。

(2) 对数字音频信号进行离散傅立叶变换 (DFT)，分别画出频谱中心化及有效频率范围(不含负频)2 种方式下的幅值 ($|F(u)|$) 随频率(u)变化的分布图，要求纵横坐标正确标注物理量和单位。

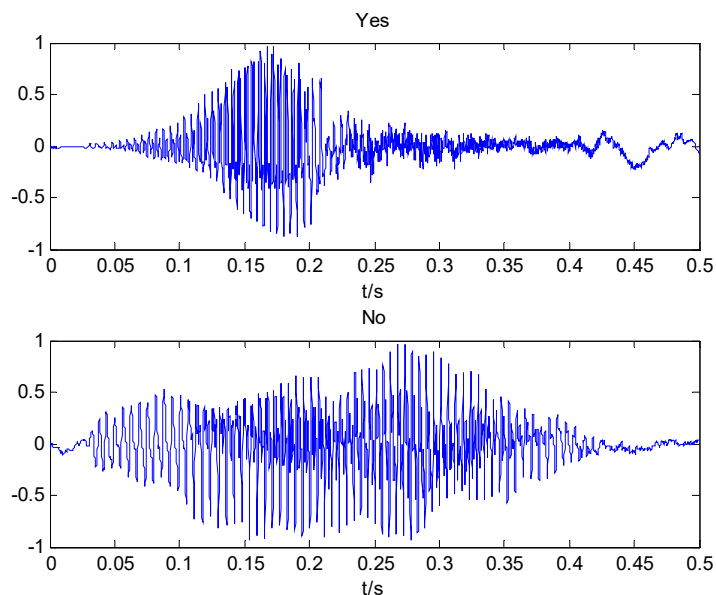


图 2-1 单声道数字音频信号 (yes/no)

3. 数字音频信号的 DCT 和 IDCT

(1) 对图 2-1 中的音频信号做离散余弦变换 (DCT)，画出 DCT 变换系数 (变换结果) 图，并对变换结果进行必要的解释，说明 DCT 变换的主要用途。要求按 DCT 原理自行编写实现代码，不允许直接调用 MATLAB 的 `dct()` 函数。

(2) 按原理自行一段 MATLAB 代码，对第 (1) 步处理结果进行离散余弦反变换 (IDCT)，将计算结果与原始音频信号进行比较，检验编写代码的正确性。

(3) 编写一段 MATLAB 代码，利用快速傅立叶变换 (FFT) 程序实现快速 DCT 算法 (FCT)，并将计算结果与直接调用 `dct()` 的处理结果进行比较，检验编写代码的正

确性。(已布置课程作业, 这里作为选作实验!)

4. 综合应用题: 实际信号的频谱分析及频域滤波

1) 从保存在本地磁盘的文本文件中读入一实际数字信号, 该磁盘文件名为: “seismic_251_301_2ms.txt”, 已知该信号的时间采样率为 $dt = 2\text{ms}$ 。文件中的信号由 301 个等长的按列排列的一维列信号组成, 每个一维列信号有 251 个采样点, 信号实际计时起点为 1800ms, 延时长度为 $L = (251-1) * 2\text{ms} = 500\text{ms}$ 。请读出其中的某一列信号, 并画出该信号振幅随时间变化的波形图, 以 ms 为时间单位。

第一列信号	第二列信号	第三列信号	...
4291.19140600000	3129.34375000000	2896.68359400000	...
2268.74609400000	1218.11084000000	1529.31396500000	...
366.041748000000	-16.7435300000000	971.517334000000	...
-563.397217000000	113.041687000000	1330.72583000000	...
-518.841553000000	1100.19140600000	1142.59204100000	...
-100.318405000000	1015.59692400000	-31.6438140000000	...
-347.185547000000	-667.647217000000	-1611.95068400000	...
-1233.27197300000	-2297.14843800000	-2386.78125000000	...
-1683.30127000000	-2310.81640600000	-1196.64672900000	...
-1017.91626000000	-779.090088000000	408.961914000000	...
-149.289551000000	822.038574000000	744.431641000000	...
103.632675000000	1114.72680700000	420.875488000000	...
...

2) 对第一步中抽取的其中一列信号做快速傅里叶变换 (FFT), 分别画出频谱中心化的对称频谱和只含有正半抽的信号频谱图, 并对该信号做简要的频谱分析。要求规范的标注纵横坐标实际物理量和对应的单位。

3) 设定截止频率 $D_0=100$, 试在同一张图上以不同线型画出 $n = 1, 2, 4$ 阶下的巴特沃思 (Butterworth) 低通滤波器 (一维) 的频率响应曲线。要求标注规范地纵横坐标实际物理量和对应的单位。

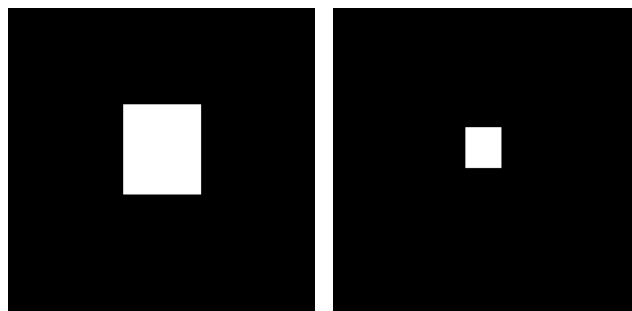
$$H(u) = \frac{1}{1 + [D(u)/D_0]^{2n}}, \quad D(u) = u - N/2 \quad (2)$$

其中, D_0 为截止频率, N 为滤波器长度, n 为滤波器阶数。

4) 选择合适的 D_0 ，利用上述 2 阶 Butterworth 低通滤波器，对第 (1) 步读取的列信号进行滤波实验。并分析截止频率对滤波效果的影响。

5. 模型图像的 FFT 实验

1) 利用 MATLAB 程序自行生成如图 2-2 (a) -(b)所示的二值图像，分别对其分别进行离散傅立叶变换 (DFT) 计算。



(a)

(b)

图 2-2 模型二值图像

2) 对变换结果做频谱中心化处理，并分别显示出其 2D 频谱图以及对应的 3D 频谱图。

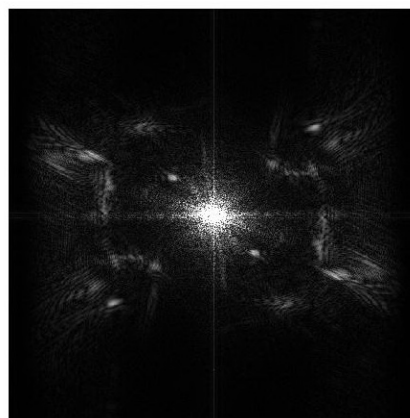
3) 对以上两幅原始图像 FFT 后的频谱图进行分析，可以得出什么样的结论或验证了 DFT 的什么性质。

6. 实际图像的 FFT 实验

1) 任意读取一幅灰度图像，对其进行 FFT 变换，分别画出变换前的原始图像及其 FFT 后频谱的 2D 平面图，要求变换结果做频谱中心化处理，如图 2-3 所示。



(a) 原图



(b) 频谱图

图 2-3 原图及其 2D 频谱

2) 画出对应的如图 2-4 所示的 3D 中心化频谱。

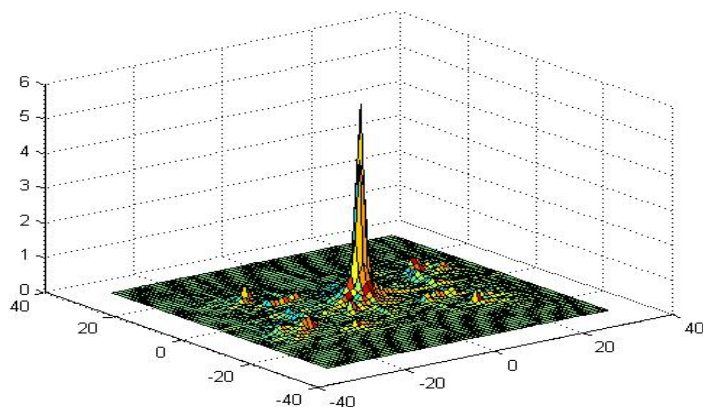


图 2-4 3D 频谱图

7. 数字图像的频域滤波处理

1) 设定截止频率 $D_0=100$ ，试分别构建 256×256 的频域理想低通滤波器 (ILPF) 和频域理想高通滤波器 (IHPF)。编写 MATLAB 代码，分别画出它们的频域滤波器响应 3D 图及其对应的 2D 投影平面图。

2) 任意读取一幅数字图像。编写 MATLAB 代码，分别利用理想低通滤波器 (ILPF) 和理想高通滤波器 (IHPF) 对其进行频域滤波处理。具体可参考如下步骤：

- (1) 消除折叠现象的填充： $P=2M$ ， $Q=2N$ ，其中 M 、 N 为原图像的尺寸；
- (2) 原图 $f(x,y)$ 的傅立叶变换，产生 $F(u,v)$ ；
- (3) 频谱中心化处理（当然也可以不变换，则 $H(u,v)$ 要改变）；
- (4) 用滤波器函数 $H(u,v)$ 乘以 $F(u,v)$ ；
- (5) 傅立叶反变换；
- (6) 取实数部分，绝对值很小的虚数部分是浮点运算存在误差造成的；
- (7) 空间域中心还原变换（反中心化）。

3) 分别显示 ILPF 和 IHPF 两种滤波器滤波前的原始图像、滤波器频域响应 (2D) 及滤波结果图像。

4) 对滤波结果进行必要分析，如振铃现象、图像模糊、图像变暗等说明原因，以及尽可能克服这些现象的有效措施等。

8. 验证空频域滤波结果的一致性

- 1) 任意读取一幅 8bit 灰度图像 f ，给图像加入均值为 0，方差 0.02 的高斯噪声。
- 2) 利用 9×9 ，标准差为 2 的空域高斯滤波器 h 对加噪声图像 f 进行空域滤波。滤波中，要求以重复像素方式处理边界问题。
- 3) 利用第 2) 步产生的滤波器 h ，编程计算其对应的频域滤波器 H （考虑填充滤波

效果，尺寸由输入的待滤波图像 f 决定)。

4) 对加噪声图像 f 进行频域滤波。并把滤波结果与空域滤波结果进行对比，检验两种结果的一致性。

5) 分别画出原始图像和加噪图像的中心化频谱图，空域 h 平面图，空域滤波结果及频谱图，中心化频域 H 平面图和 3D 图，频域滤波结果及其频谱（中心化）

三、实验报告及要求

1. 试验数据或图像可在课程网站“实验指导”栏中下载，也可根据需要自行选择合理的待处理数据。

2. 简述实验原理。

3. 根据各个实验内容分别叙述其实验步骤、程序设计流程图（建议用 Visio 软件），并对实验结果进行必要的分析和总结。

4. 要求提交 MATLAB 源代码，并注意程序代码书写的规范性；涉及实验核心内容的代码需要自己编写，不允许直接调用 MATLAB 库函数。

5. 严格按照电子科技大学学生《实验报告》的相关要求，撰写实验报告，并按时提交纸质版实验报告。实验报告中，需要回答以下思考题。

四、思考题

1. 分别阐述和解释什么叫信号的采样频率、奈奎斯特（Nyquist）频率、时间采样率及频率分辨率？

2. 根据所学知识，简要叙述离散傅立叶变换（DFT）和离散余弦变换（DCT）在数字信号处理中的主要用途。

3. 简要叙述频率滤波与时域滤波在处理上有什么不同。

4. 实验内容 1 中，式（1）表示的信号是平稳信号还是非平稳信号，简要说明平稳信号和非平稳信号的区别。

5. 试说明数字图像频域滤波的优势。

6. 数字图像的频域滤波中，为什么原始图像和对应的滤波器均需要采取补零延拓数据。

7. 若一幅原始图像的尺寸太小，傅立叶变换后的 u, v 分辨率会较低，可采用什么

办法提高其频谱 u, v 的波形（视觉）分辨率。

提示与备注

1. 读入数字信号进行处理时，需要注意以下几点：

1) 对处理数据需要转换类型为双精度类型（double）；以免因数据类型问题造成计算精度误差。

2) 计算过程中，注意矩阵乘法及矩阵元素相乘的差异。

3) 注意程序书写的规范性及重要语句中添加必要的注释等。

2. 读入图像进行处理前，需要注意以下几点：

1) RGB 图像需要灰度化处理。

2) 对像素进行处理时，需要转换类型为双精度型；以免因数据类型问题造成计算精度误差。

3) 处理完毕，显示前需要再次转换为 MATLAB 认可的图像类型，方可得到正确的显示结果。可选的显示方法有：

`imshow(mat2gray(I));` % 将数据矩阵转换为图像进行显示；

`imshow(I,[]);` % 由系统自动调节灰度范围进行显示；

`imshow(uint8(I));` % 转化为无符号 8bit 图像显示；

任意数据矩阵规格化到[0,255]后进行显示，如：

$$I = \frac{I - \min(I(:))}{\max(I(:)) - \min(I(:))} \times 255 \quad (1)$$

动态范围太大的图像（如频谱图），可采用以下对数变换后进行显示：

$$I = \log(1 + I) \quad (2)$$

注：上述 I 为待显示的数据矩阵。

3. 实验中可能用到的部分 MATLAB 函数

`[y, Fs] = wavread('yes.wav');` % 读取文件名为“yes.wav”的单声道音频信号；

% 其中 y 为数字音频的波形振幅， Fs 为采样频率；

`y = importdata('filename.txt');` % 从磁盘读取文本文件， y 为读取的实际数据。

% 如果有字符文件头信息，则 `y.data` 为实际信号；

% `y.textdata` 为文件字符串信息。

randn(n)	% 产生 n 个正态分布的伪随机数，用于添加随机噪声
subplot()	% 同一窗口显示多幅图像及其布局设置
fft()/fft2()	% 1D/2D 快速傅立叶变换
dct()/dct2()	% 1D/2D 快速离散余弦变换 FCT
fftshift()	% 频率零点平移到坐标原点（频谱中心化）
ifftshift()	% 频谱反中心化
abs()	% 求绝对值，复数求模
real(), imag();	% 取复数的实部与虚部
meshgrid(x,y)	% 三维显示的x-y平面网格布局
surf(), surf(), surfc(), mesh()	% 3D 曲面显示
plot(x,y)	% 绘制 x-y 曲线
xlabel(), ylabel(), zlabel()	% 坐标轴物理量标识
axis(), set(gca,'ytick',[])	% 坐标轴数字设置
title('图题')	% 设置图形“图题”
xlabel(), ylabel(), zlabel()	% 设置 x,y,z 轴物理量标识
axis(xmin,xmax, ymin,ymax, zmin,zmax)	% 设置 x,y,z 轴数值范围
set(gca, 'xtick', [], 'ytick', []),...)	% 设置 x,y,z 轴的刻度数字标记

注：以上各个函数的参数说明及具体用法，可查阅相关的 MATLAB 帮助文件。获取“XXX()”函数的用法，可在命令窗口（Command Window）键入：“doc XXX”获得详细说明。