量子力学与统计物理

Quantum mechanics and statistical physics

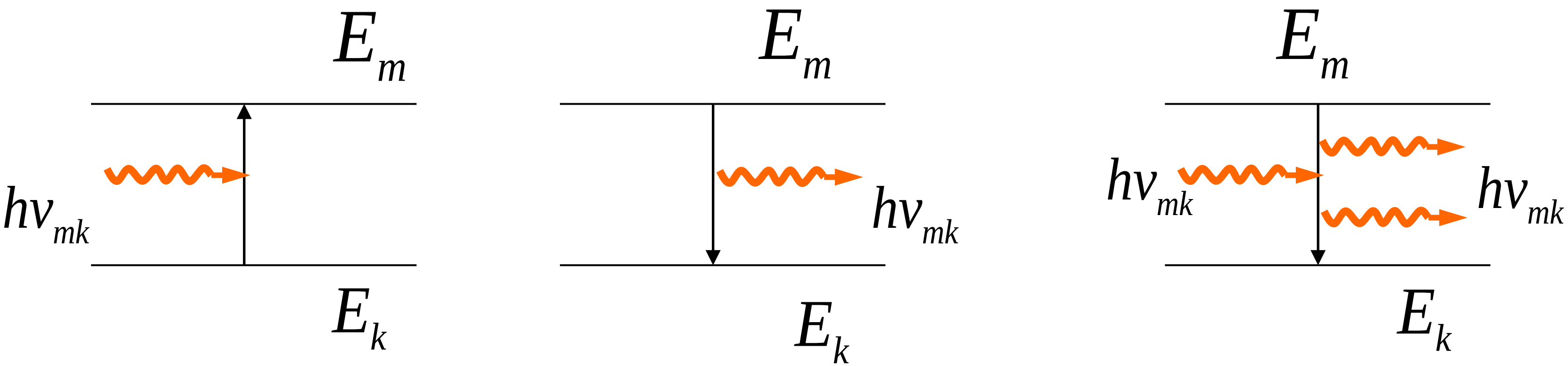
光电科学与工程学院 王智勇

第六章：微扰理论

第五讲：光的发射和吸收
选择定则

一、引言

光吸收和发射



吸收　　自发发射　　受激发射

B_{km}　　A_{mk}　　B_{mk}

吸收 系数　　**自发发射系数**　　**受激发射系数**

全量子地讨论光的发射和吸收要求首先对电磁场进行量子化， 这属于量子电动力学和量子光子学的研究范围。

现在的我们只能采用**半经典半量子**的方法进行处理。即：原子用量子力学处理，光被看作经典电磁场，计算**受激发射**和**吸收**。

自发发射是相对论量子力学的内容，而爱因斯坦“借助统计物理学方法求出了它与受激发射的关系”，从而解决自发发射问题。

二、光的吸收与受激发射

1、两点近似

忽略光波中磁场分量的作用

照射在原子上的光波，其电场 E 和磁场 B 对原子中电子的作用分别为（暂时用高斯单位制CGS）：

$$U_E = e\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{r} \approx eEa,\ a = \hbar^2/\mu e^2,\ L_z = \hbar,\ B = E/c$$

$$U_B = -\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{B} \approx \frac{e}{2\mu}L_z B \approx \frac{e}{\mu c}\hbar E$$

二者之比：

$$\frac{U_B}{U_E} \approx \frac{e\hbar E/\mu c}{eEa} \approx \frac{e\hbar E/\mu c}{E\,\hbar^2/\mu e} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137} \equiv \alpha$$

光波中的磁场和电场对电子作用能之比，近似等于精细结构常数α，所以磁场分量的作用可以忽略。

国际单位制SI

为伊消得人憔悴

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}?$$

任何电磁现象都可以用α的幂级数来表达，它度量了电磁相互作用中电荷间的耦合强度，它把电动力学中的电荷e、量子力学中的普郎克常数h、相对论中的光速c联系起来，因此无法从第一性原理出发，目前只能通过实验进行测量！

It has been a mystery ever since it was discovered more than fifty years ago, and all good theoretical physicists put this number up on their wall and worry about it... It's one of the greatest damn mysteries of physics: a magic number that comes to us with no understanding by man. You might say the "hand of God" wrote that number, and "we don't know how He pushed his pencil."

《光和物质的奇怪理论》---- Richard Feynman

电场均匀近似

考虑沿z轴传播的单色偏振光，其电场可以表示为：

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos(2\pi z/\lambda - \omega t) \\ E_y = E_z = 0 \end{cases}$$

电场对电子的作用仅存在于电子活动的空间，即原子内部。所以我们所讨论的问题中，z的变化范围就是原子尺度$a \approx 10^{-10}$ m，而$\lambda \approx 10^{-6}$ m。

$$\frac{2\pi}{\lambda} z \approx 10^{-4} << 1$$

于是光波电场可改写为：

$$E_x = E_0 \cos \omega t$$

即：原子范围内可以近似认为电场是均匀场(长波近似)。

复习

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi=(\hat{H}_0+\hat{H}')\Psi,\ \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi_n(t)=\hat{H}_0\Phi_n(t),$$

$$\Psi(\mathbf{r},t)=\sum_n a_n(t)\Phi_n(t),\ \Phi_n(t)=\phi_n\exp(-\mathrm{i}\varepsilon_n t/\hbar),$$

$$\Psi(\mathbf{r},0)=\Phi_k\to\Psi(\mathbf{r},t)=\Phi_m(t)\Rightarrow\left|a_m(t)\right|^2,$$

$$W_{k\to m}=\left|a_m^{(1)}(t)\right|^2=\left|\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\int_0^t H'_{mk}\exp(\mathrm{i}\omega_{mk}t')\mathrm{d}t'\right|^2,$$

$$\hat{H}'(t)=\hat{A}\cos\omega t=\hat{F}[\exp(\mathrm{i}\omega t)+\exp(-\mathrm{i}\omega t)],$$

$$H'_{mk}=\int\phi_m^*\hat{H}'(t)\phi_k\mathrm{d}\tau,\ F_{mk}=\int\phi_m^*\hat{F}\phi_k\mathrm{d}\tau,\ \omega_{mk}=(\varepsilon_m-\varepsilon_k)/\hbar.$$

$$w_{k\to m}=\frac{\mathrm{d}W_{k\to m}}{\mathrm{d}t}=\frac{2\pi}{\hbar}\left|F_{mk}\right|^2\delta(\varepsilon_m-\varepsilon_k\pm\hbar\omega),$$

2、微扰 Hamilton 量

电子在上述电场中的势能

$$\hat{H}' = exE_x = exE_0 \cos\omega t$$
$$= (exE_0/2)[\exp(\mathrm{i}\omega t) + \exp(-\mathrm{i}\omega t)]$$
$$= \hat{F}[\exp(\mathrm{i}\omega t) + \exp(-\mathrm{i}\omega t)]$$

其中 $\hat{F} = e\hat{x}E_0/2 = exE_0/2$

3、 跃迁速率 w_{km}

(I). 对光的吸收情况，$\varepsilon_k < \varepsilon_m$。单位时间由 Φ_k 态跃迁到 Φ_m 态的几率：

$$w_{k\to m} = \frac{2\pi}{\hbar}|F_{mk}|^2 \delta(\varepsilon_m - \varepsilon_k - \hbar\omega) = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\frac{eE_0 x_{mk}}{2}\right|^2 \delta(\varepsilon_m - \varepsilon_k - \hbar\omega)$$
$$= \frac{\pi e^2 E_0^2}{2\hbar^2}|x_{mk}|^2 \delta(\omega_{mk} - \omega)$$

要计算 E_0……

对一个周期进行平均

$$\overline{E^2} = \frac{1}{T}\int_0^T E_0^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2}E_0^2$$

$$\overline{B^2} = \overline{E^2} = \frac{1}{2}E_0^2$$

根据电动力学，光波能量密度 I 为（高斯单位制CGS）

$$I = \frac{1}{8\pi}\overline{(E^2 + B^2)} = \frac{1}{8\pi}E_0^2 \Rightarrow E_0^2 = 8\pi I$$

代回公式，得单色偏振光作用下，原子的**跃迁速率**

$$w_{k\to m} = \frac{\pi e^2 E_0^2}{2\hbar^2}\left|x_{mk}\right|^2 \delta(\omega_{mk} - \omega)$$

$$= \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar^2} I \left|x_{mk}\right|^2 \delta(\omega_{mk} - \omega)$$

4、 自然光情况单色偏振： $w_{k\to m}=\dfrac{4\pi^2e^2}{\hbar^2}I\left|x_{mk}\right|^2\delta(\omega_{mk}-\omega)$

对自然光：非单色、非偏振光，我们必须作如下两点改进。

（I）去掉单色条件

考虑在某一频率范围连续分布的光，单色能量密度为 $I(\omega)$。

在 $\omega\to\omega+\mathrm{d}\omega$ 间隔内，能量密度为： $I(\omega)\mathrm{d}\omega$，有：

$$\mathrm{d}w_{k\to m}=\frac{4\pi^2e^2}{\hbar^2}I(\omega)\left|x_{mk}\right|^2\delta(\omega_{mk}-\omega)\mathrm{d}\omega,$$

总的跃迁速率应该是对所有频率的贡献求和

$$w_{k\to m}=\frac{4\pi^2e^2}{\hbar^2}\left|x_{mk}\right|^2\int I(\omega)\delta(\omega_{mk}-\omega)\mathrm{d}\omega=\frac{4\pi^2e^2}{\hbar^2}\left|x_{mk}\right|^2 I(\omega_{mk})$$

（II）去掉偏振光条件

对各向同性的非偏振光，原子体系在单位时间内由 $\Phi_k\to\Phi_m$ 态的跃迁几率应该是上式对所有偏振方向求平均，即：

$$w_{k\to m}=\frac{4\pi^2e^2}{\hbar^2}I(\omega_{mk})\frac{1}{3}(|x_{mk}|^2+|y_{mk}|^2+|z_{mk}|^2)$$

$$=\frac{4\pi^2e^2}{3\hbar^2}I(\omega_{mk})|\boldsymbol{r}_{mk}|^2=\frac{4\pi^2}{3\hbar^2}I(\omega_{mk})|\boldsymbol{D}_{mk}|^2$$

其中$\boldsymbol{D}_{mk}=e\boldsymbol{r}_{mk}$是电偶极矩，所以称为电偶极矩近似

偶极矩近似： (1) **光波中磁场的作用忽略，**

(2) **光波中电场用均匀电场近似**

上式是吸收情况，
对于受激发射情况，
同理可得：

$$w_{m\to k}=\frac{4\pi^2e^2}{3\hbar^2}I(\omega_{mk})|\boldsymbol{r}_{km}|^2$$

完毕！

三、选择定则

从上面的讨论可知，原子在光波作用下由 Φ_k 态跃迁到 Φ_m 态的几率，与位置算符的矩阵元有关：

（1）禁戒跃迁

$$w_{m\to k} \propto \left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2$$

禁戒跃迁： 当 $\left|\boldsymbol{r}_{mk}\right|^2 = 0$ 时，偶极近似下的跃迁几率为零，即跃迁不发生。称为禁戒跃迁。（高阶近似下见后面）

显然，要实现的跃迁，必须满足 $\left|\boldsymbol{r}_{mk}\right|^2 \neq 0$ 的条件，即 $|x_{mk}|$，$|y_{mk}|$，$|z_{mk}|$ 不能同时为零。由此可导出选择定则。

（2）选择定则

$$\left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2 \neq 0$$

原子中电子的本征函数

$$\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) \xrightarrow{\text{用Dirac符号表示}}$$

$$\left|\psi_{nlm}\right\rangle = \left|nlm\right\rangle = \left|nl\right\rangle\left|lm\right\rangle$$

为方便，在球坐标下来计算矩阵元：

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi = \dfrac{r}{2}\sin\theta[\exp(\mathrm{i}\varphi)+\exp(-\mathrm{i}\varphi)] \\ y = r\sin\theta\sin\varphi = \dfrac{r}{2\mathrm{i}}\sin\theta[\exp(\mathrm{i}\varphi)-\exp(-\mathrm{i}\varphi)] \\ z = r\cos\theta \end{cases}$$

$$\varepsilon_n \to \varepsilon_{n'}:\ \left|\boldsymbol{r}_{n'n}\right|^2 \neq 0$$

$$\begin{cases} x_{n'n} = \left\langle n'l'm' \middle| \dfrac{r}{2}\sin\theta[\exp(\mathrm{i}\varphi)+\exp(-\mathrm{i}\varphi)] \middle| nlm \right\rangle \propto \left\langle n'l'm' \middle| r\sin\theta\exp(\pm\mathrm{i}\varphi) \middle| nlm \right\rangle \\ y_{n'n} = \left\langle n'l'm' \middle| \dfrac{r}{2\mathrm{i}}\sin\theta[\exp(\mathrm{i}\varphi)-\exp(-\mathrm{i}\varphi)] \middle| nlm \right\rangle \propto \left\langle n'l'm' \middle| r\sin\theta\exp(\pm\mathrm{i}\varphi) \middle| nlm \right\rangle \\ z_{n'n} = \left\langle n'l'm' \middle| r\cos\theta \middle| nlm \right\rangle \end{cases}$$

可见矩阵元计算要计算三种类型：

$$\begin{cases} x_{n'n}, y_{n'n} \propto \left\langle n'l' \middle| r \middle| nl \right\rangle \left\langle l'm' \middle| \sin\theta\exp(\pm\mathrm{i}\varphi) \middle| lm \right\rangle \\ z_{n'n} \propto \left\langle n'l' \middle| r \middle| nl \right\rangle \left\langle l'm' \middle| \cos\theta \middle| lm \right\rangle \end{cases}$$

（I）**计算** $<l'm'|\cos\theta|lm>$

利用球谐函数递推式

$$\cos\theta\,|\,lm> = \sqrt{\frac{(l+1)^2-m^2}{(2l+1)(2l+3)}}\,|\,l+1,\ m> + \sqrt{\frac{l^2-m^2}{(2l-1)(2l+1)}}\,|\,l-1,\ m>$$

$$\langle l'm'|\cos\theta|lm\rangle$$

$$= \sqrt{\frac{(l+1)^2-m^2}{(2l+1)(2l+3)}}\langle l'm'|l+1,m\rangle + \sqrt{\frac{l^2-m^2}{(2l-1)(2l+1)}}\langle l'm'|l-1,m\rangle$$

$$= \sqrt{\frac{(l+1)^2-m^2}{(2l+1)(2l+3)}}\delta_{l',l+1}\delta_{m'm} + \sqrt{\frac{l^2-m^2}{(2l-1)(2l+1)}}\delta_{l',l-1}\delta_{m'm}$$

欲使矩阵元不为零，则要求：

$$\begin{cases} l' = l \pm 1 \\ m' = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l = l' - l = \pm 1 \\ \Delta m = m' - m = 0 \end{cases}$$

（II）计算 $<l'm'|\sin\theta\exp(\pm i\varphi)|lm>$

利用球谐函数递推式 2：

$$\sin\theta\exp(\pm i\varphi)\left|lm\right\rangle = \pm\sqrt{\frac{(l\pm m+1)(l\pm m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}\left|l+1,m\pm1\right\rangle \mp\sqrt{\frac{(l\mp m)(l\mp m-1)}{(2l-1)(2l+1)}}\left|l-1,m\pm1\right\rangle$$

$$\begin{aligned}
&\left\langle l'm'\right|\sin\theta\exp(\pm i\varphi)\left|lm\right\rangle \\
&=\pm\sqrt{\frac{(l\pm m+1)(l\pm m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}\left\langle l'm'\middle|l+1,\ m\pm1\right\rangle \mp\sqrt{\frac{(l\mp m)(l\mp m-1)}{(2l-1)(2l+1)}}\left\langle l'm'\middle|l-1,\ m\pm1\right\rangle \\
&=\pm\sqrt{\frac{(l\pm m+1)(l\pm m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}\delta_{l',l+1}\delta_{m',m\pm1} \mp\sqrt{\frac{(l\mp m)(l\mp m-1)}{(2l-1)(2l+1)}}\delta_{l',l-1}\delta_{m',m\pm1}
\end{aligned}$$

欲使矩阵元不为零，要求：

$$\begin{cases} l'=l\pm1 \\ m'=m\pm1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l=l'-l=\pm1 \\ \Delta m=m'-m=\pm1 \end{cases}$$

(III）径向积分 $\langle n'l'|r|nl\rangle$ 在任意量子数下均不为零

综合(I)、(II) 、(III)，得偶极跃迁选择定则

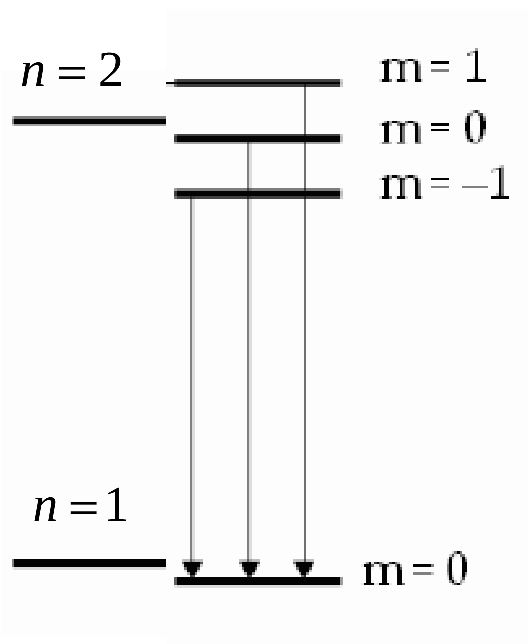
$$\begin{cases} \Delta l = l' - l = \pm 1 \\ \Delta m = m' - m = 0, \pm 1 \end{cases}$$

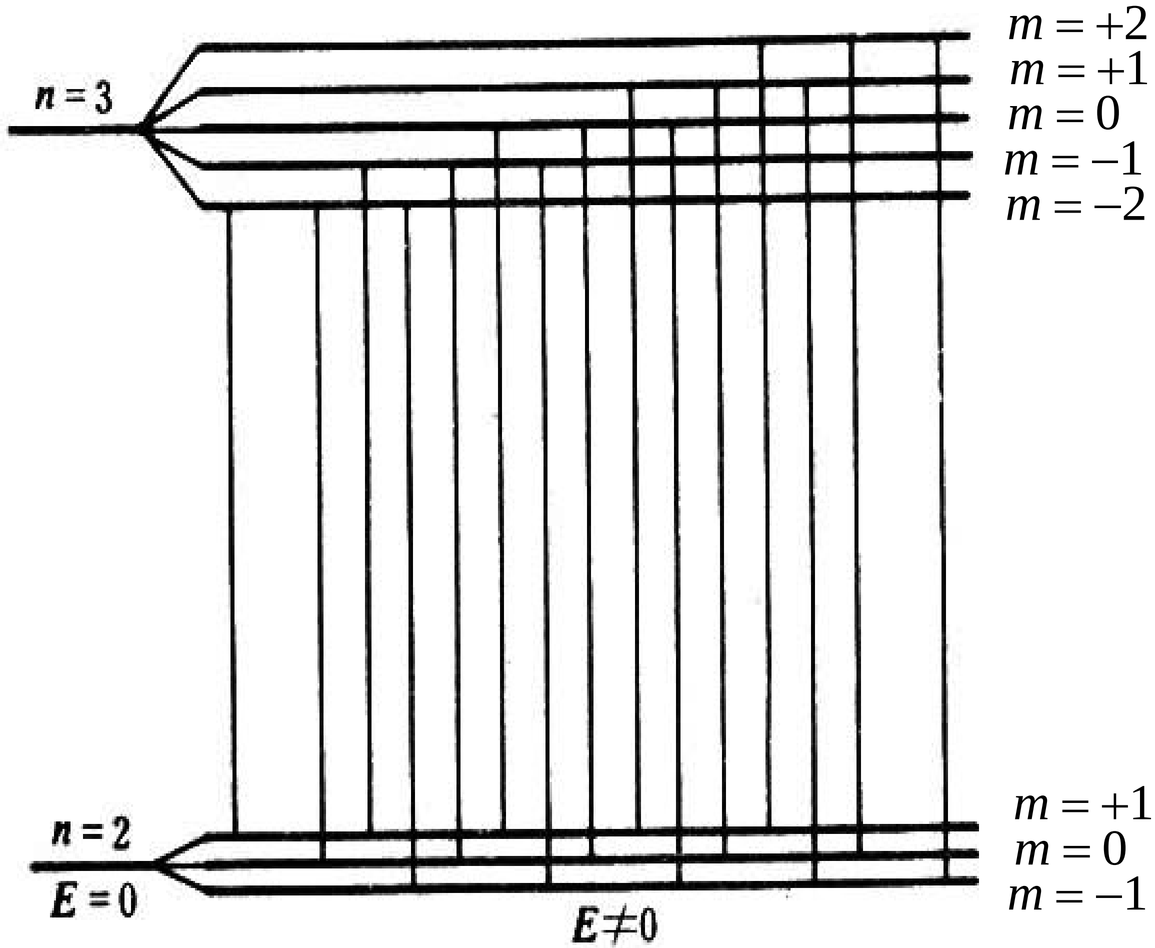
（3）严格禁戒跃迁

偶极近似下的跃迁几率为零，可进一步计算更高级的近似。在任意级近似下，跃迁几率都为零的跃迁称为严格禁戒跃迁。

$$\psi_{nlm}\begin{cases} n = 1, 2, 3, \ldots \\ l = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \\ \mathrm{m} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta l = l' - l = \pm 1 \\ \Delta m = m' - m = 0, \pm 1 \end{cases}$$





四、自发发射

光辐射、吸收 → 光子产生与湮灭 → 电磁场量子化 → 量子电动力学

在前面的讨论中，将光子产生与湮灭问题转化为电磁场作用下原子在不同能级之间的跃迁问题，从而用非相对论量子力学进行了研究。

但这种简化的物理图象不能合理自恰的解释自发发射现象

Einstein曾提出了一个半唯象的理论，来处理自发发射问题。他借助于物体与辐射场在达到平衡时的热力学关系，建立了自发发射与吸收、及受激发射之间的关系。

(1) 吸收系数

设原子在强度为 $I(\omega_{mk})$ 的光照射下，从 Φ_k 态到 Φ_m 态（$\varepsilon_m > \varepsilon_k$）的跃迁速率为：

$$w_{k\to m} = B_{km} I(\omega_{mk})$$

吸收 系数

与微扰论得到的公式比较

$$w_{k\to m} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar^2} I(\omega_{mk}) \left|\boldsymbol{r}_{mk}\right|^2$$

得：

$$\boxed{B_{km} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar^2} \left|\boldsymbol{r}_{mk}\right|^2}$$

(2) 受激发射系数

对于从Φ_m态到Φ_k态（$\varepsilon_m>\varepsilon_k$）的受激发射跃迁速率，Einstein类似给出：

$$w_{m\to k}=B_{mk}I(\omega_{mk})$$

受激发射系数

与相应的微扰论公式比较得：

$$\boxed{B_{mk}=\frac{4\pi^2e^2}{3\hbar^2}\left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2}$$

由于 r 是厄密算符，所以 $\boxed{\left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2=\left|\boldsymbol{r}_{mk}\right|^2}$

从而有：$\boxed{B_{km}=B_{mk}}$

受激发射系数等于吸收系数，与入射光的强度无关

(3) 自发发射系数

自发发射系数A_{mk}的意义：

在没有外界光的照射下，单位时间内原子从 Φ_m 态到 Φ_k 态（$\varepsilon_m > \varepsilon_k$）的跃迁几率。

在光波作用下，单位时间内，体系从ε_m能级跃迁到ε_k能级的几率是：

自发发射　受激发射

$$A_{mk} + B_{mk} I(\omega_{mk})$$

受激吸收

而从ε_k能级跃迁到ε_m能级的几率是：

$$B_{km} I(\omega_{mk})$$

电磁辐射平衡时，必须满足条件：

ε_m能级上的原子数目　ε_k能级上的原子数目

$$N_m (A_{mk} + B_{mk} I) = N_k B_{km} I$$

$$N_m[A_{mk}+B_{mk}I(\omega_{mk})]=N_kB_{km}I(\omega_{mk})$$

能量密度：

$$I(\omega_{mk})=\frac{N_mA_{mk}}{N_kB_{km}-N_mB_{mk}}=\frac{A_{mk}}{B_{mk}(\frac{N_k}{N_m}-1)}$$

求原子数 N_k 和 N_m

代入上式

据麦克斯韦-玻尔兹曼分布律：

$$\begin{cases}N_k=C(T)\exp(-\varepsilon_k/kT)\\N_m=C(T)\exp(-\varepsilon_m/kT)\end{cases}$$

$$\frac{N_k}{N_m}=\exp[(\varepsilon_m-\varepsilon_k)/kT]$$

$$=\exp(\hbar\omega_{mk}/kT)$$

得：

$$I(\omega_{mk})=\frac{A_{mk}}{B_{mk}}[\frac{1}{\exp(\hbar\omega_{mk}/kT)-1}]$$

黑体辐射在频率间隔$\nu \to \nu+\mathrm{d}\nu$内的能量密度

$$\rho(\nu)\mathrm{d}\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}\mathrm{d}\nu$$

在角频率间隔$\omega \to \omega+\mathrm{d}\omega$内辐射光的能量密度

$$I(\omega_{mk})\mathrm{d}\omega_{mk} = \frac{A_{mk}}{B_{mk}}\left[\frac{1}{\exp(\hbar\omega_{mk}/kT)-1}\right]\mathrm{d}\omega_{mk}$$

利用 $\rho(\nu)\mathrm{d}\nu = I(\omega)\mathrm{d}\omega,\ \mathrm{d}\omega = 2\pi\mathrm{d}\nu$，有

$$\frac{8\pi h\nu_{mk}^3}{c^3}\frac{1}{\exp(h\nu_{mk}/kT)-1} = \frac{A_{mk}}{B_{mk}}\frac{2\pi}{\exp(h\nu_{mk}/kT)-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{A_{mk} = \frac{4h\nu_{mk}^3}{c^3}B_{mk} = \frac{\hbar\omega_{mk}^3}{\pi^2 c^3}B_{mk}}$$

得自发发射系数

$$
\begin{aligned}
A_{mk} &= \frac{\hbar\omega_{mk}^3}{\pi^2 c^3} B_{mk} \\
&= \frac{\hbar\omega_{mk}^3}{\pi^2 c^3} \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar^2} \left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2 \\
&= \frac{4e^2\omega_{mk}^3}{3\hbar c^3} \left|\boldsymbol{r}_{km}\right|^2
\end{aligned}
$$

自发发射系数A_{mk}是否为零也由$|\boldsymbol{r}_{mk}|^2$决定，所以自发发射与受激发射具有同样的选择定则。

（4）自发跃迁辐射强度

A_{mk} ——————单位时间内原子从 Φ_m 自发跃迁到 Φ_k 的几率，与此同时，原子发射一个能量为 $\hbar\omega_{mk}$ 的光子。

N_m —————— 处于 Φ_m 态的原子数目，

$N_m A_{mk}$ ——————单位时间内发生自发跃迁的原子数（$\Phi_m \to \Phi_k$）。也是发射出能量为 $\hbar\omega_{mk}$ 的光子数。

频率为 ω_{mk} 的光的总自发辐射强度

$$J_{mk} = N_m A_{mk} \hbar\omega_{mk}$$

$$= N_m \frac{4e^2\omega_{mk}^3}{3\hbar c^3} |\boldsymbol{r}_{km}|^2 \hbar\omega_{mk} = N_m \frac{4e^2\omega_{mk}^3}{3c^3} |\boldsymbol{r}_{km}|^2$$

(5) 原子处于激发态的寿命

负号表示激发态原子数的减少

处于激发态Φ_m的N_m个原子中，在时间 $\mathrm{d}t$ 内自发跃迁到低能态Φ_k的数目是

$$\mathrm{d}N_m = -A_{mk} N_m \,\mathrm{d}t$$

积分得：

平均寿命

$$N_m(t) = N_m(0)\exp(-A_{mk}t) = N_m(0)\exp(-t/\tau_{mk})$$

如果在Φ_m态以下存在许多低能态 Φ_k ($k=1,2,\dots i$)，单位时间内Φ_m态自发跃迁的总几率为：

$$A_m = \sum_{k=1}^{i} A_{mk}$$

原子处于Φ_m态的平均寿命：

$$\tau_m = \frac{1}{A_m} = \frac{1}{\sum_k A_{mk}}$$

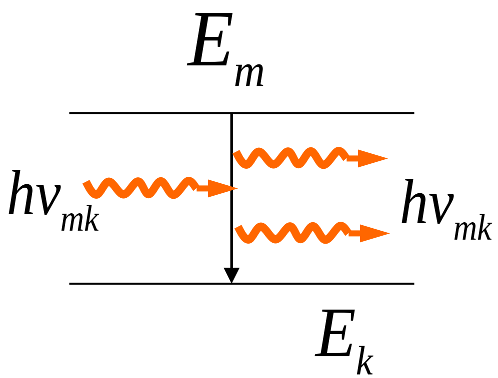
五、微波量子放大器和激光

（1） 受激辐射的重要应用

受激辐射的特点：出射光束的光子与入射光子的状态完全相同 （频率、传播方向、相位、偏振）。

I 微波量子放大器

入射光子引发受激辐射过程



受激发射

II 激光器

自发辐射的光子引起受激辐射连锁反应，形成激光

（2）受激辐射的条件

I　粒子数反转

单位时间内受激发射应超过吸收。要求处于高、低能态的粒子数 N_m 和 N_k 满足：

$$N_m > N_k$$

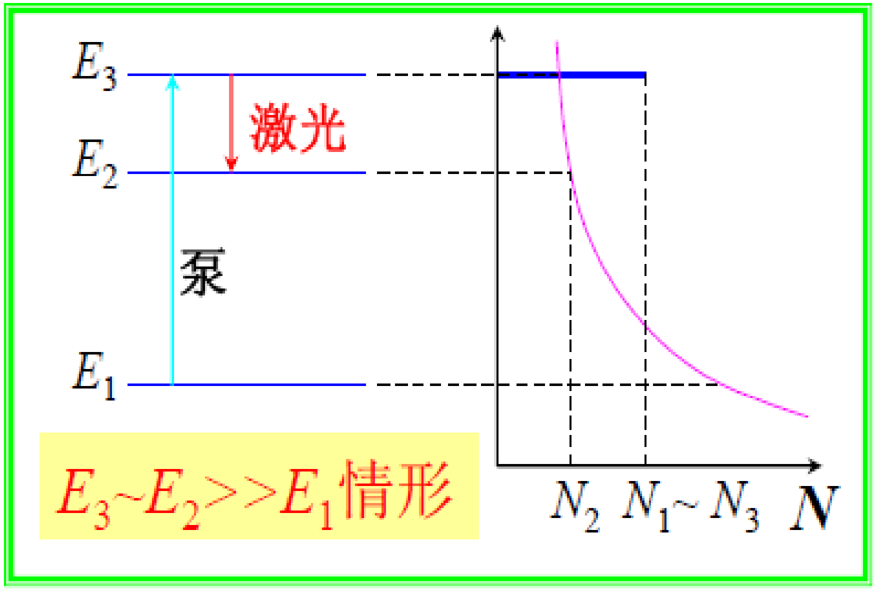
根据 Boltzmann 分布，热平衡下，粒子数分布为：

$$\frac{N_m}{N_k} = \exp[-(E_m - E_k)/kT]$$

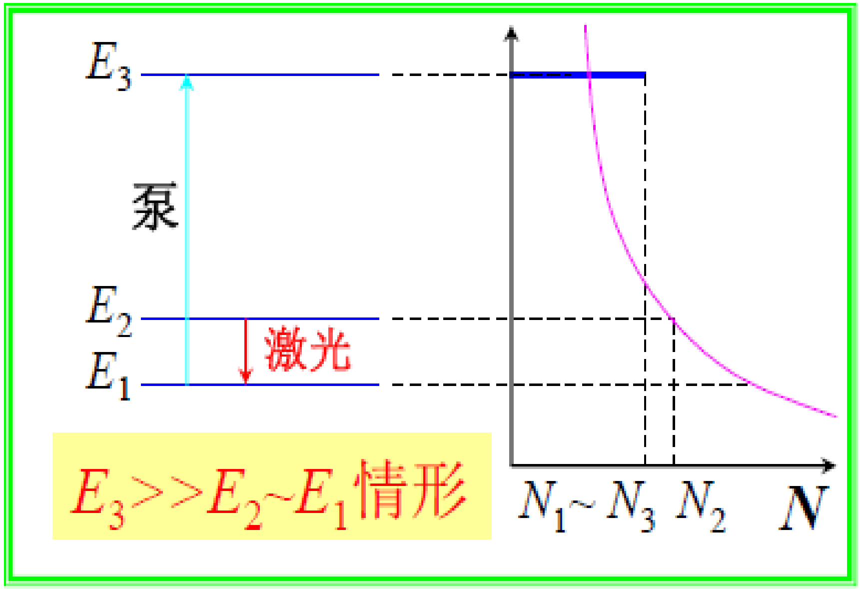
能级越高，原子数越少。

Φ_m 态与 Φ_k 态的能量差一般大于 1eV $\sim 11605\,^0\mathrm{K}$ (常温 $300^0\,\mathrm{K}$)，所以常温热平衡态，原子几乎全部处于基态，处于激发态的微乎其微。要产生 $N_m > N_k$ 必须实现粒子数反转。

粒子数反转是受激发射的关键，各种类型的微波量子放大器和激光器都要采用各种不同的方法来实现粒子数反转。



E_3
E_2
E_1
激光
泵
E_3~E_2>>E_1情形
N_2 N_1~ N_3 N



E_3
E_2
E_1
泵
激光
E_3>>E_2~E_1情形
N_1~ N_3 N_2 N

II 自发辐射 << 受激辐射

$$I(\omega_{mk}) = \frac{A_{mk}}{B_{mk}}\left[\frac{1}{\exp(\hbar\omega_{mk}/kT)-1}\right] \Rightarrow \frac{A_{mk}}{B_{mk}I(\omega_{mk})} = \exp(\hbar\omega_{mk}/kT)-1$$

当$\omega_0 = \omega_{mk} = kT\ln 2/\hbar$时，有$A_{mk} = B_{mk}I(\omega_{mk})$

自发辐射几率
＝受激辐射几率

对于室温而言，$T = 300\,{}^0\mathrm{K}$，

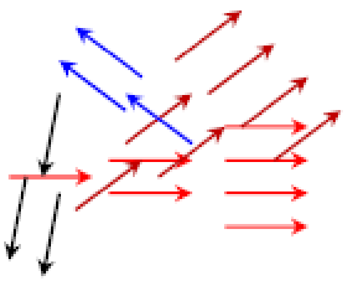
$\omega_0 = 2.9 \times 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1} \sim \lambda_0 = 0.00006\,\mathrm{m}$

当 $\omega_{mk} > \omega_0$ 时 $A_{mk} > B_{mk}I(\omega_{mk})$

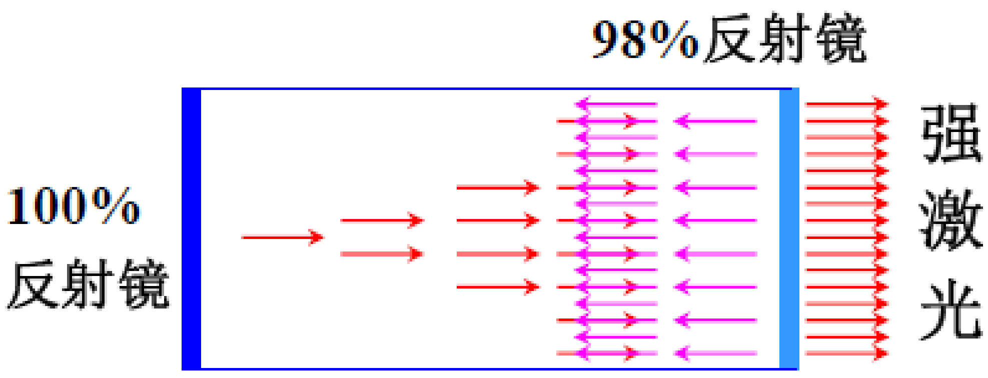
当 $\omega_{mk} < \omega_0$ 时 $A_{mk} < B_{mk}I(\omega_{mk})$

微波情况： $\lambda_{mk} >> 0.00006\,\mathrm{m} = \lambda_0$，即 ω_{mk}低，自发辐射几率 << 受激辐射几率，产生受激辐射的条件容易得到满足。

可见光情况： $\lambda_{mk} << 0.00006\,\mathrm{m} = \lambda_0$，即 ω_{mk}高，不满足产生受激辐射的条件。为此采用谐振腔来增强辐射场密度$I(\omega_{mk})$，以提高受激辐射几率。



无谐振腔



谐振腔有助与强激光的产生

1、掌握非简并定态微扰论求能量的一级、二级微扰修正和波函数一级修正的方法；微扰论的适用条件。

2、掌握简并定态微扰论求能量的一级微扰修正和零级波函数的方法。

3、掌握斯塔效应产生的原因。

4、掌握黄金费米规则的表述内容。

5、掌握态密度的概念。

6、掌握光的发射与吸收三种基本过程。