Stima numerica dell’ordine di convergenza

Se il metodo ha ordine p, per k sufficientemente grande, esiste C indipendente da k tale che:

$$|e_{k+1}| \approx C|e_k|^p$$

$$|e_{k+2}| \approx C|e_{k+1}|^p$$

$$\frac{|e_{k+2}|}{|e_{k+1}|} \approx \left(\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|}\right)^p$$

$$log\left(\frac{|e_{k+2}|}{|e_{k+1}|}\right) \approx log\left(\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|}\right)^p = p\log\left(\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|}\right)$$

$$p \approx \frac{\log\left(\frac{|e_{k+2}|}{|e_{k+1}|}\right)}{\log\left(\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|}\right)}$$

Essendo

$$e_k = x_k - \alpha \approx x_k - x_{k+1}$$

si ha che una stima numerica dell’ordine di convergenza è:

$$p \approx \frac{\log\left(\frac{|x_{k+2} - x_{k+3}|}{|x_{k+1} - x_{k+2}|}\right)}{\log\left(\frac{|x_{k+1} - x_{k+2}|}{|x_k - x_{k+1}|}\right)}$$