

# Recording agreement

- The lectures will be recorded.
- You are not obligated neither to enable video or audio nor to share other personal data as real names or photos of yourself.
- The transmission of video and audio is disabled by default when joining the lecture. If you do not want to be part of the recording, simply do not activate the transmission.
- If you agree to be part of the recording, read the conditions provided in Moodle. When activating video or audio, you agree with the terms.
- Note that the breakout rooms are not recorded.

## Question from last lecture

May NNF conversion lead to an exponential increase in formula size for formulas with nested if and only if ( $\Leftrightarrow$ )?

# Satisfiability Checking

## 06 SAT solving examples

Prof. Dr. Erika Ábrahám

RWTH Aachen University  
Informatik 2  
LuFG Theory of Hybrid Systems

WS 21/22

# 06 SAT solving examples

## 1 Example 1

## 2 Example 2

# SAT solving: Example1

- We use enumeration and propagation in DPLL-style for the search, and CDCL-style conflict resolution for backtracking.
- We use watched literals (underlined in formulas) to speed up propagation.
- We use VSIDS as variable ordering heuristics and assign the value *false* to decision variables.
- In VSIDS, to order variables with the same activity value, we use the lexicographic order; in our example this will be  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ .

# Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

# Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1 : c_1, c_3$   
 $\neg x_1 :$   
 $x_2 : c_1, c_2$   
 $\neg x_2 : c_3$   
 $x_3 : c_4$   
 $\neg x_3 :$   
 $x_4 :$   
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1 : \text{NULL}$

Decide  $\neg x_1$

# Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_1$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL



# Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Propagate  $\neg x_1$  in  $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4)$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \neg \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1$ ,  $c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1$   
 $\neg x_4$  :  $c_2$ ,  $c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Propagate  $\neg x_1$  in  $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_3$

$\neg x_1$  :

$x_2$  :  $c_1, c_2$

$\neg x_2$  :  $c_3$

$x_3$  :  $c_4$

$\neg x_3$  :

$x_4$  :  $c_1$

$\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_1$  in  $c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4)$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0

$x_2$  0

$x_3$  0

$x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_3$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_1$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

$$c_3 : (\underline{x_1} \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

DL2:  $\neg x_2$  : NULL

Decide  $\neg x_2$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

DL2:  $\neg x_2$  : NULL

Propagate  $\neg x_2$  in

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

DL2:  $\neg x_2$  : NULL

Propagate  $\neg x_2$  in  $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

DL2:  $\neg x_2$  : NULL

$x_4$  :  $c_1$

Propagate  $\neg x_2$  in  $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_4$



# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_2$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

$c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Propagate  $\neg x_2$  in

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

DL2:  $\neg x_2$  : NULL

$x_4$  :  $c_1$

$c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \rightarrow \not\downarrow \text{conflict!}$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Conflict resolution:

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

$x_1$  :  
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=1):

$x_1$  0  
 $x_2$  0  
 $x_3$  0  
 $x_4$  0

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Conflict resolution: 
$$\frac{(x_2 \vee \neg x_4) \quad (x_1 \vee x_2 \vee x_4)}{(x_1 \vee x_2)}$$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
DL2:  $\neg x_2$  : NULL  
 $x_4$  :  $c_1$

Add conflict clause

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL

Backtrack to DL1

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Assign  $x_2$  at DL1 by  $c_5$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$

Propagate  $x_2$  in



# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$

Propagate  $x_2$  in  $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_2$  in  $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_4$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$   
 $\neg x_1 :$   
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2 : c_3$   
 $x_3 : c_4$   
 $\neg x_3 :$   
 $x_4 : c_1, c_3$   
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Propagate  $x_4$  in

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$   
 $x_2 \quad 1$   
 $x_3 \quad 0$   
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1:  $\neg x_1 : \text{NULL}$   
 $x_2 : c_5$   
 $x_4 : c_3$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow \text{O.K.}$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$

Propagate  $x_4$  in  $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1$  :  $c_5$   
 $\neg x_1$  :  
 $x_2$  :  $c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$   
 $\neg x_3$  :  
 $x_4$  :  $c_1, c_3$   
 $\neg x_4$  :  $c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1$  1  
 $x_2$  1  
 $x_3$  0  
 $x_4$  1

Trail:

DL1:  $\neg x_1$  : NULL  
 $x_2$  :  $c_5$   
 $x_4$  :  $c_3$   
 $x_3$  :  $c_4$

Propagate  $x_4$  in  $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow$  Assign  $x_3$

# Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$   
 $\neg x_1 :$   
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$   
 $\neg x_2 : c_3$   
 $x_3 : c_4$   
 $\neg x_3 :$   
 $x_4 : c_1, c_3$   
 $\neg x_4 : c_2,$

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$   
 $x_2 \quad 1$   
 $x_3 \quad 0$   
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1:  $\neg x_1 : \text{NULL}$   
 $x_2 : c_5$   
 $x_4 : c_3$   
 $x_3 : c_4$

→ SAT



## Bonus exercise 9

Assume the following propositional logic formula in CNF:

$$(a \vee b) \wedge (\neg b \vee c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (c \vee \neg d)$$

Initially, all variables are unassigned. Propagate the first decision  $a := 0$  and resolve the resulting conflict. What is the resulting asserting clause (according to the first UIP)? *Note: here, you may identify unit clauses manually, without implementing watched literals.*

- $()$
- $(a)$
- $(\neg a)$
- $(b)$
- $(\neg b)$
- $(\neg b \vee c)$

## Bonus exercise 9

Assume the following propositional logic formula in CNF:

$$(a \vee b) \wedge (\neg b \vee c \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (c \vee \neg d)$$

Initially, all variables are unassigned. Propagate the first decision  $a := 0$  and resolve the resulting conflict. What is the resulting asserting clause (according to the first UIP)? *Note: here, you may identify unit clauses manually, without implementing watched literals.*

- $()$
- $(a)$
- $(\neg a)$
- $(b)$
- $(\neg b)$
- $(\neg b \vee c)$

# 06 SAT solving examples

## 1 Example 1

## 2 Example 2

## SAT solving: Example 2

- We use enumeration and propagation in DPLL-style for the search, and CDCL-style conflict resolution for backtracking.
- We use watched literals (underlined in formulas) to speed up propagation.
- We use VSIDS as variable ordering heuristics and assign the value *false* to decision variables.
- In VSIDS, to order variables with the same activity value, we use the lexicographic order; in our example this will be  $a < b < c < d$ .

# Example

$$c_1 : (a \vee b \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

## Example – Watchlists

$$c_1 : (a \vee b \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$

$\neg a :$

$b :$

$\neg b :$

$c :$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

## Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$   $c_1$

$\neg a :$

$b :$   $c_1$

$\neg b :$

$c :$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

## Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$   $c_1$

$\neg a :$

$b :$   $c_1, c_2$

$\neg b :$

$c :$   $c_2$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$



## Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$   $c_1$

$\neg a :$   $c_3$

$b :$   $c_1, c_2, c_3$

$\neg b :$

$c :$   $c_2$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

## Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$$a : c_1, c_4$$

$$\neg a : c_3$$

$$b : c_1, c_2, c_3$$

$$\neg b : c_4$$

$$c : c_2$$

$$\neg c :$$

$$d :$$

$$\neg d :$$

## Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$   $c_1, c_4, c_5$

$\neg a :$   $c_3$

$b :$   $c_1, c_2, c_3$

$\neg b :$   $c_4$

$c :$   $c_2$

$\neg c :$   $c_5$

$d :$

$\neg d :$

## Example – Watchlists

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$$\begin{aligned} a : & c_1, c_4, c_5 \\ \neg a : & c_3 \\ b : & c_1, c_2, c_3 \\ \neg b : & c_4 \\ c : & c_2 \\ \neg c : & c_5, c_6 \\ d : & \\ \neg d : & c_6 \end{aligned}$$

# Example – Activities

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a :$   $c_1, c_4, c_5$   
 $\neg a :$   $c_3$   
 $b :$   $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b :$   $c_4$   
 $c :$   $c_2$   
 $\neg c :$   $c_5, c_6$   
 $d :$   
 $\neg d :$   $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_1, c_4, c_5$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6$   
 $d$  :  
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_1, c_4, c_5$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6$   
 $d$  :  
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

Decide  $\neg a$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$\underline{a}$  :  $c_1, c_4, c_5$   
 $\neg \underline{a}$  :  $c_3$   
 $\underline{b}$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg \underline{b}$  :  $c_4$   
 $\underline{c}$  :  $c_2$   
 $\neg \underline{c}$  :  $c_5, c_6$   
 $\underline{d}$  :  
 $\neg \underline{d}$  :  $c_6$

Propagate  $\neg \underline{a}$  in

Activities

(increment=1):

$\underline{a}$  0  
 $\underline{b}$  0  
 $\underline{c}$  0  
 $\underline{d}$  0

Trail:

DL1:  $\neg \underline{a}$  : NULL



# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_1, c_4, c_5$

$\neg a$  :  $c_3$

$b$  :  $c_1, c_2, c_3$

$\neg b$  :  $c_4$

$c$  :  $c_2$

$\neg c$  :  $c_5, c_6$

$d$  :

$\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg a$  in  $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c)$

Activities

(increment=1):

$a$  0

$b$  0

$c$  0

$d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

$a$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_4$ ,  $c_5$

$\neg a$  :  $c_3$

$b$  :  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$

$\neg b$  :  $c_4$

$c$  :  $c_2$

$\neg c$  :  $c_5$ ,  $c_6$ ,  $c_1$

$d$  :

$\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0

$b$  0

$c$  0

$d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

Propagate  $\neg a$  in  $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \rightarrow (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_4$ ,  $c_5$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2$   
 $\neg c$  :  $c_5$ ,  $c_6$ ,  $c_1$   
 $d$  :  
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg a$  in  $c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c)$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

$a$  :  ~~$c_1$~~ ,  ~~$c_4$~~ ,  $c_5$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2$ ,  $c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg a$  in

$$c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee c) \rightarrow (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c})$$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

$a$  :  ~~$c_1$~~ ,  ~~$c_4$~~ ,  $c_5$

$\neg a$  :  $c_3$

$b$  :  $c_1, c_2, c_3$

$\neg b$  :  $c_4$

$c$  :  $c_2, c_4$

$\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$

$d$  :

$\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg a$  in

$c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d)$

Activities

(increment=1):

$a$  0

$b$  0

$c$  0

$d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

$a$  :  ~~$c_1$~~ ,  ~~$c_4$~~ ,  ~~$c_5$~~   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg a$  in

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

$$c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \rightarrow (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d})$$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

DL2:  $\neg b$  : NULL

Decide  $\neg b$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg b$  in

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

DL2:  $\neg b$  : NULL



## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL

DL2:  $\neg b$  : NULL

Propagate  $\neg b$  in  $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $\underline{b}$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg \underline{b}$  : NULL  
 $\neg \underline{c}$  :  $c_1$

Propagate  $\neg \underline{b}$  in  $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \rightarrow$  assign  $\neg c$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $\underline{b}$  :  $c_1, \underline{c_2}, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg \underline{b}$  in  $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg \underline{b}$  : NULL  
 $\neg c$  :  $c_1$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $\underline{b}$  :  $c_1, \underline{c_2}, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg \underline{b}$  : NULL  
 $\neg c$  :  $c_1$

Propagate  $\neg \underline{b}$  in  $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \rightarrow \not\downarrow$  conflict!

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=1):

$a$  0  
 $b$  0  
 $c$  0  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg b$  : NULL  
 $\neg c$  :  $c_1$

Conflict resolution:

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$a$  :  
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=2):

$a$   $\emptyset$  1  
 $b$   $\emptyset$  1  
 $c$   $\emptyset$  1  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg b$  : NULL  
 $\neg c$  :  $c_1$

Conflict resolution: 
$$\frac{c_2:(b \vee c) \quad c_1:(a \vee b \vee \neg c)}{c_7:(a \vee b)}$$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Add conflict clause

Activities

(increment=2):

$a$  1  
 $b$  1  
 $c$  1  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
DL2:  $\neg b$  : NULL  
 $\neg c$  :  $c_1$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
~~DL2:  $\neg b : \text{NULL}$~~   
 ~~$\neg c : c_1$~~

Backtrack to DL1



## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$

Assign  $b$  at DL1 by  $c_7$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $b$  in

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $b$  in  $c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=2):

$a$  1  
 $b$  1  
 $c$  1  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
 $b$  :  $c_7$

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7$   
 $\neg a$  :  $c_3$   
 $b$  :  $c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=2):

$a$  1  
 $b$  1  
 $c$  1  
 $d$  0

Trail:

DL1:  $\neg a$  : NULL  
 $b$  :  $c_7$   
 $c$  :  $c_4$

Propagate  $b$  in  $c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \rightarrow$  assign  $c$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $c$  in

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$

Propagate  $c$  in  $c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$   
 $d : c_5$

Propagate  $c$  in  $c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \rightarrow \text{assign } d$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $c$  in  $c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$   
 $d : c_5$



## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, \textcolor{green}{c_6}, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $\textcolor{green}{c} : \textcolor{green}{c_4}$   
 $d : c_5$

Propagate  $\textcolor{green}{c}$  in  $c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \rightarrow \not\downarrow \text{conflict!}$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$   
 $b \quad 1$   
 $c \quad 1$   
 $d \quad 0$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$   
 $d : c_5$

Conflict resolution:

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b})$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, \textcolor{green}{c_6}, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$   
 $b \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$   
 $c \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$   
 $d \text{ } \emptyset \text{ } 2$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $\textcolor{green}{c} : \textcolor{green}{c_4}$   
 $d : c_5$

Conflict resolution:

$$\begin{array}{c}
 \frac{c_6 : (\neg c \vee \neg d) \quad c_5 : (a \vee \neg c \vee d)}{(a \vee \neg c) \quad c_4 : (a \vee \neg b \vee c)} \\
 \frac{(a \vee \neg b) \quad c_7 : (a \vee b)}{c_8 : (a)}
 \end{array}$$

# SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Add conflict clause

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL1:  $\neg a : \text{NULL}$   
 $b : c_7$   
 $c : c_4$   
 $d : c_5$

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a)$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

~~DL1:  $\neg a : \text{NULL}$~~   
 ~~$b : c_7$~~   
 ~~$c : c_4$~~   
 ~~$d : c_5$~~

Backtrack to DL0

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

Assign  $a$  at DL0 by  $c_8$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $a$  in

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : c_3$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

Propagate  $a$  in  $c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c)$



# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a)$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a : \cancel{c_3}$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

Propagate  $a$  in  $c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \rightarrow (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a :$   
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $\underline{b} \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

DL1:  $\neg \underline{b} : \text{NULL}$

Decide  $\neg \underline{b}$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a :$   
 $\underline{b} : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $\neg b$  in

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

DL1:  $\neg b : \text{NULL}$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$   
 $\neg a :$   
 $\underline{b} : c_1, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg \underline{b} : \text{NULL}$

Propagate  $\neg \underline{b}$  in  $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=3):

$a$  3  
 $b$  3  
 $c$  3  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg b : \text{NULL}$

Propagate  $\neg b$  in  $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \rightarrow (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

# SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7, c_1$   
 $\neg a :$   
 $\underline{b} : \cancel{c_1}, c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Propagate  $\neg b$  in  $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$   
 $b \quad 3$   
 $c \quad 3$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

DL1:  $\neg b : \text{NULL}$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2, c_3, c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=3):

$a$  3  
 $b$  3  
 $c$  3  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg b : \text{NULL}$   
 $c : c_2$

Propagate  $\neg b$  in  $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \rightarrow$  assign  $c$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg b$  in

Activities

(increment=3):

$a$  3  
 $b$  3  
 $c$  3  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
DL1:  $\neg b$  : NULL  
 $c$  :  $c_2$

$c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$



## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg b$  in

Activities

(increment=3):

$a$  3  
 $b$  3  
 $c$  3  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg b : \text{NULL}$   
 $c : c_2$

$c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \rightarrow \not\vdash \text{conflict!}$

## SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_7$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=3):

$a$  3  
 $b$  3  
 $c$  3  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg b : \text{NULL}$   
 $c : c_2$

Conflict resolution:

# SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a : c_7, c_1$   
 $\neg a :$   
 $\underline{b} : \cancel{c_1}, c_2, \underline{c_3}, c_7$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=4):

$a \quad \cancel{6}$   
 $b \quad \cancel{6}$   
 $c \quad \cancel{6}$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

DL1:  $\neg \underline{b} : \text{NULL}$

$c : c_2$

Conflict resolution:

$$\frac{c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \quad c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})}{c_9 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b})}$$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Add conflict clause

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a : c_8$   
DL1:  $\neg b : \text{NULL}$   
 $c : c_2$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7, c_1$   
 $\neg a : c_9$   
 $b : \cancel{c_1}, c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b : c_4$   
 $c : c_2, c_4$   
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d : c_5$   
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=4):

$a \quad 6$   
 $b \quad 6$   
 $c \quad 6$   
 $d \quad 2$

Trail:

DL0:  $a : c_8$

~~DL1:  $\neg b : \text{NULL}$~~

~~$c : c_2$~~

Backtrack to DL0

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  ~~$c_1$~~ ,  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Assign  $b$  by  $c_9$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $b$  in

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  $c_4$   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $b$  in  $c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$



## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  ~~$c_4$~~   
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$

Propagate  $b$  in  $c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \rightarrow (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$

$b$  :  $c_9$

DL1:  $\neg c$  : **NULL**

Decide  $\neg c$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg c$  in

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$

$b$  :  $c_9$

DL1:  $\neg c$  : **NULL**

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg b \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$

$b$  :  $c_9$

DL1:  $\neg c$  : **NULL**

Propagate  $\neg c$  in  $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$

$b$  :  $c_9$

DL1:  $\neg c$  : **NULL**

Propagate  $\neg c$  in  $c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})$

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Decide  $\neg d$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$   
DL1:  $\neg c$  : *NULL*  
DL2:  $\neg d$  : *NULL*

## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Propagate  $\neg d$  in

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$   
DL1:  $\neg c$  : *NULL*  
DL2:  $\neg d$  : *NULL*

# SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg b \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

Activities

(increment=4):

$a$  6  
 $b$  6  
 $c$  6  
 $d$  2

Trail:

DL0:  $a$  :  $c_8$   
 $b$  :  $c_9$   
DL1:  $\neg c$  : *NULL*  
DL2:  $\neg d$  : *NULL*

Propagate  $\neg d$  in  $c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d})$



## SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a$  :  $c_7, c_1, c_4$   
 $\neg a$  :  $c_9$   
 $b$  :  $c_2, c_3, c_7, c_9$   
 $\neg b$  :  
 $c$  :  $c_2, c_4$   
 $\neg c$  :  $c_5, c_6, c_1, c_3$   
 $d$  :  $c_5$   
 $\neg d$  :  $c_6$

$\Rightarrow$  SAT     $a$     $b$     $\neg c$     $\neg d$

Activities

(increment=4):

$a$    6  
 $b$    6  
 $c$    6  
 $d$    2

Trail:

DL0:     $a$  :  $c_8$   
           $b$  :  $c_9$   
DL1:     $\neg c$  : *NULL*  
DL2:     $\neg d$  : *NULL*

- How to compute with the DPLL+CDCL-based SAT solving algorithm?