

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3

### ПЕРЕШКОДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ. ЛІНІЙНІ ГРУПОВІ КОДИ

**Мета роботи:** дослідити побудову та можливості корегування лінійних систематичних групових кодів.

#### Вхідні дані

1 листопада 2003 року

10 номер в групі

#### Завдання 1

$$j_1 = 1 + 11 = 12, n = 7$$

$12 \bmod 7 = 5$  - помилка передачі в 5-му розряді

$j_3 = 10$  - номер в групі, 10-та комбінація 4-значного коду

Матриця, що утворює код

$$G(7,4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Число кодів комбінацій  $N = 2^4 = 16$

10-та комбінація 4-значного коду  $I = 1001$

Номери одиниць: 1 і 4

$$011 \oplus 110 = 101$$

Код, що передається

1001101

Перевірна матриця

$$H(7,4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Розрахунок кодового слова

За умовою помилка виникла в 5-му розряді. Тобто, передано 1001**0**01

1	0	0	1	0	0	1
a1	a2	a3	a4	p1	p2	p3

Перевірні вектори

$$p1 \oplus a2 \oplus a3 \oplus a4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$p2 \oplus a1 \oplus a3 \oplus a4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$p3 \oplus a1 \oplus a2 \oplus a3 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

Отже, виявлено помилку.

Синдром  $S = 100$  показує, що помилка відбулась в 5-му розряді (5-й стовпчик перевірної матриці), котрий необхідно інвертувати.

Після інвертування прийнятий код буде 1001**1**01, що є правильним.

## Завдання 2

$$j_2 = 1 + 9 + 9 + 7 = 26, k = 10$$

$$26 \bmod 10 = 6 - \text{помилка передачі в 6-му розряді}$$

$$j_3 = 10 - \text{номер в групі, довжина інформаційного слова}$$

$$k = 10$$

Обчислюємо параметри коду Хемінга

$$m = \left\lceil \log_2 \left\{ (k + 1) + \left\lceil \log_2(k + 1) \right\rceil \right\} \right\rceil = \left\lceil \log_2 \left\{ 11 + \left\lceil \log_2 11 \right\rceil \right\} \right\rceil = 4$$

$$n = k + m = 14$$

Контрольні біти 1,2,4 і 8

Нехай передається

1110110101

Кодова комбінація

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
k	k	1	k	1	1	0	k	1	1	0	1	0	1

Перевірочна матриця

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Контрольні біти

$$a1 \oplus a3 \oplus a5 \oplus a7 \oplus a9 \oplus a11 \oplus a13 = 0$$

$$a1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus a0 = a1 \oplus 1 = 0, a1 = 1$$

$$a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{14} = 0$$

$$a_2 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \quad a_2 = 0$$

$$a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{14} = 0$$

$$a_4 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \quad a_4 = 0$$

$$a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{14} = 0$$

$$a_8 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \quad a_8 = 0$$

Передається повідомлення

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1

З помилкою у 6-му розряді прийнято

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1

Складемо синдром

$$a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 \oplus a_{11} \oplus a_{13} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{14} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{14} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{12} \oplus a_{13} \oplus a_{14} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

Синдром  $S = 0110$  вказує на помилку у 6-му розряді.

Цей розряд буде інвертовано і буде отримано правильне повідомлення.

### **Висновки**

У лабораторній роботі досліджені засоби побудови групових кодів, що виправляють помилки в розрядах, які були при передачі повідомлень спотворені. Процеси декодування з виправленням помилок дозволяють отримувати правильні повідомлення.

