Міністерство освіти і науки України
Національний університет “Львівська політехніка”
Інститут комп’ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра програмного забезпечення

Звіт

Про виконання лабораторної роботи №1

На тему:

«Розв’язування нелінійних рівнянь
методом дихотомії та методом хорд»

з дисципліни «Чисельні методи»

Лекторка:
доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.

Виконав:
ст. гр. ПЗ-11
Ясногородський Н.В

Прийняла:
доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.

« __ » ________ 2022 р.

∑ = _____ _________ .

Львів – 2022

Тема: Розв’язування нелінійних рівнянь методом дихотомії та методом хорд
Мета: Навчитись розв’язувати нелінійні рівняння методами дихотомії та хорд

Теоретичні відомості

Локалізація коренів - знаходження відрізків, які містять рівно один корінь. Передбачається, що у всіх точках цього відрізка функція неперервна. В іншому випадку розглянута задача стає невизначеною. Мета - знайти для кожного шуканого кореня відрізок локалізації. Локалізація коренів це перший етап наближеного розв’язання нелінійних рівнянь. Цей етап дає змогу перейти до уточнення коренів. В даній лабораторній роботі я використовую метод дихотомії і метод хорд.

Метод дихотомії - базується на послідовному поділі відрізка локалізації кореня навпіл. Вибираємо відрізок [a, b], таке, що $f(a)\times f(b)<0$, причому $|a - b| > \varepsilon$, де ε – задана похибка шуканого розв’язку, потім визначається знак функції у точці - середині відрізка [a, b]. Якщо він протилежний знаку функції у точці a, то корінь локалізований на відрізку [a, c], якщо ж ні – то на відрізку [c, b].
Алгоритм методу дихотомії можна записати так:
1. уявити розв'язуване рівняння як $f(x)=0$;
2. вибрати a, b та обчислити $x = (a + b) / 2$;
3. якщо $f(a) \times f(x) < 0$, то $a = a$; $b = x$
4. якщо $f(b) \times f(x) < 0$, то $a = x$; $b = b$;
5. Якщо $f(x) = 0$, то ітераційний процес завершуємо, а якщо $f(x) \neq 0$, то продовжуємо ітераційний процес (пункт 2)

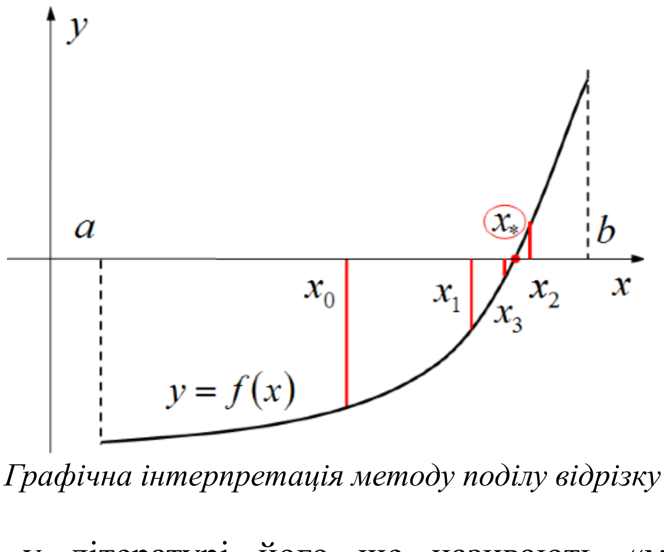

Рис.1. Графічна інтерпретація методу поділу відрізку навпіл

Метод хорд у літературі його ще називають «методом лінійного інтерполювання» або «методом пропорційних частин». Суть полягає в тому, що на відрізку [a,b] дугу функції f (x) замінюють хордою ab, яка її стягує. За наближене значення кореня приймають абсцису точки перетину хорди з віссю *Ox*. Алгоритм методу хорд можна записати так:

1. Якщо $f(a) \cdot f''(a) > 0$, то $x = a$, якщо $f(b) \cdot f''(b) > 0$, то $x = b$.

2. Якщо x = a, то x_1 = a - f(a) · (b – a) / (f(b) − f(a)), а якщо x = b, то x_1 = b - f(b) · (b – a) / (f(b) − f(a))
3. Якщо $|x_{i+1} – x_1| > \varepsilon$, де i – ітерація, то пошук кореня закінчився. В іншому випадку повертаємося до пункту 2, поки не знайдемо розв'язок із заданою точністю.

Індивідуальне завдання

Варіант 30

Відокремити дійсні корені рівняння графічним та аналітичним способами і скласти програму його розв'язування методом дихотомії та методом хорд для функції: x^3-6x^{2-}7=0

Хід роботи

Розв'язок аналітичним способом:

Теорема 1. Якщо функція f (x) є неперервною на відрізку [a,b] і приймає на його кінцях значення різних знаків, тобто виконується умова f (a)*f (b) < 0 , то на цьому відрізку існує хоча б один корінь рівняння f (x) = 0.

Функція f(x) = x^{3-} 6x^{2-}7та її похідна y=3x^2-12x визначені на неперервному інтервалі на всій осі (-∞; +∞).

Визначимо інтервали монотонності. Для цього розв'яжемо рівняння

$$3x^2 - 12x=0.$$

x1 = 2+sqrt(6);   x2 = 2-sqrt(6);

Інтервали: (-∞; 2-sqrt(6)), (2-sqrt*6); 2+sqrt(6)), (2+sqrt(6); +∞).

Перевіряємо знак функції.

f(2-sqrt(6)) < 0;   f(2+sqrt(6)) < 0;

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$$

Знак змінюється тільки на проміжку (2+sqrt(6); ∞). Отже, корінь рівняння на цьому проміжку. Зі знайденого інтервалу виділимо відрізок, що містить єдиний корінь. Для цього перевіряємо знак функції у точках інтервалу (2+sqrt(6); ∞). Отримуємо:

f(2+sqrt(6)) < 0;   f(2+sqrt(6)) * f(10)<0;

Отже, згідно *теореми 1*, єдиний корінь належить відрізку [2+sqrt(6); 10].

Розв'язок графічним способом:

Будуємо графік функції y = f(x) = x^3-6x^2-7 для рівняння виду f(x)=0

Значення дійсних коренів рівняння є абсцисами точок перетину графіка функції y = f(x) з віссю *Ox*

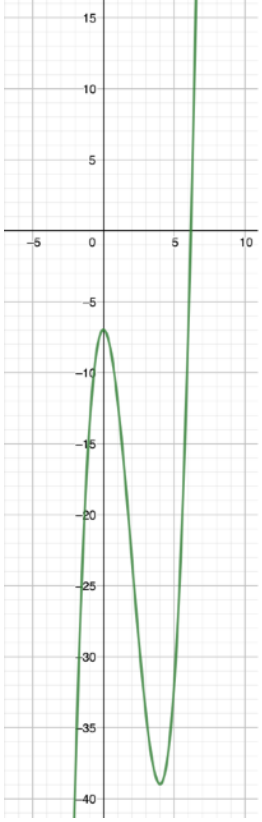

Рис.2. Графік функції f(x)

Код програми

```
import math


def bisection(f, a, b, eps):
    validate_range(f, a, b, eps)

    step = 1
    condition = True
    while condition:
        mid = (a + b) / 2

        if f(a) * f(mid) < 0:
            b = mid
        else:
            a = mid

        step += 1
        condition = math.fabs(a - b) > eps

    return {"result": mid, "iterations": step}


def secant(f, a, b, eps):
    validate_range(f, a, b, eps)

    step = 1
    condition = True
    while condition:
        b, a = a - (f(a) * (b - a)) / (f(b) - f(a)), b
```

```
        step += 1
        condition = math.fabs(a - b) > eps

    return {"result": b, "iterations": step}


def equality(x):
    return x**3 - 6 * x**2 - 7


def validate_range(f, a, b, eps):
    if f(a) * f(b) > 0:
        raise ValueError(f"Given values [{a}, {b}] do not
bracket the root")

    if eps <= 0:
        raise ValueError(f"Eps must be > 0, but was {eps}")


def run():
    try:
        eps = float(input("Tolerable Error [0.0001]: ") or
0.0001)
        start = float(input("Interval start [2+√6]: ") or 2 +
math.sqrt(6))
        end = float(input("Interval end [10]:") or 10)

        bisection_res = bisection(equality, start, end, eps)
        hord_res = secant(equality, start, end, eps)

        print(
            f"""
            Bisection method:
                x = {bisection_res["result"]:.6f}
                iterations = {bisection_res["iterations"]}

            Secant method:
                x = {hord_res["result"]:.6f}
                iterations = {hord_res["iterations"]}
        """
        )
    except Exception as e:
        print(
            f"""Something went wrong, try again!
            Error: {e}"""
        )


if __name__ == “__main__":

    run()
```

Протокол роботи

```
❯ python -m l1.l1
Tolerable Error [0.0001]:
Interval start [2+√6]:
Interval end [10]:

            Bisection method:
                x = 6.183093
                iterations = 17

            Secant method:
                x = 6.183099
                iterations = 9
```

Висновки

Виконуючи лабораторну роботу №1, я навчився програмувати наближені розв’язки нелінійних рівнянь методами дихотомії та хорд з вказаною точністю. Порівняв ці два методи за допомогою програми.