ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

ЛІНІЙНІ ЦИКЛІЧНІ КОДИ

Мета роботи: дослідити побудову та можливості корегування лінійних систематичних циклічних кодів.

Вхідні дані

Ясногородський Нікіта Вікторович
1 листопада 2003 року
10 номер в групі

$j_1 = 25$ - сума кількості букв, $k = 25\ mod\ 10 = 5$ - кількість інформаційних символів
$j_2 = 10$

Завдання 1

Необхідно побудувати утворюючу матрицю циклічного коду, що виявляє всі одиничні помилки (s=1) при передачі 5-розрядного інформаційного слова.

Кількість перевірних розрядів

$$k = 5,\ d = 2s + 1 = 3$$

$$m = \left[\log_2\left\{\left(k+1\right) + \left[\log_2\left(k+1\right)\right]\right\}\right] = \left[\log_2\left\{6 + \left[\log_2 6\right]\right\}\right] = 4$$

$$n = k + m = 5 + 4 = 9$$

Отримуємо код (9;5)

Це – усічений код, в якому число синдромів перевищує необхідне.

При 4 перевірних розрядах число синдромів $2^4 = 16$, тоді як необхідно 10.

Всі можливі 4-розрядні комбінації з $d - 1 = 2$ і більше одиниць

0011; 0101; 0110; 0111; 1001; 1010; 1011; 1100; 1101; 1110; 1111

Утворююча підматриця 5×4

$$R(9;5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Утворююча матриця

$$G(9;5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Із матриці $G(9;5)$ можна скласти всі дозволені кодові комбінації.

Для коду $(9;5)$ їх буде $2^5 = 32$. П'ять із них є рядками утворюючої матриці, а інші 27 знаходяться сумуванням за модулем 2 цих рядків.

Наприклад, для інформаційного коду $A = 11011$ отримуємо наступний код для передачі

$$U = AG = (1\ 1\ 0\ 1\ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (1\ 1\ 0\ 1\ 1\ \ 1\ 0\ 0\ 0)$$

Отже, перевірний код $(1\ 0\ 0\ 0)$.

Завдання 2

Необхідно закодувати інформаційне слово циклічним кодом, що виправляє однократні помилки. Показати процес виправлення помилки.

Для інформаційного коду $A = 11011$ будуємо інформаційний поліном

$$G(x) = x^4 + x^3 + x + 1$$

Здійснюємо зсув вліво на $m = n - k = 4$ розряди

$$G(x) \bullet x^m = \left(x^4 + x^3 + x + 1\right)x^4 = x^8 + x^7 + x^5 + x^4 = 11011\ 0000$$

Утворюючий поліном: степінь $\geq m = 4$, ненульові члени $\geq d = 3$

$$P(x) = x^4 + x^3 + 1 = 11001$$

Залишок від ділення

$$R(x) = \frac{G(x) \bullet x^m}{P(x)} = x^3 + x + 1 = 1011$$

```
11011 0000  | 11001
11001       | 1001
     10000
     11001
       10010
       11001
        1011
```

Кодовий поліном

$$F(x) = G(x) \bullet x^m + R(x) = x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1 = 11011\ 1011$$

Нехай повідомлення отримано з помилкою у 4-му розряді

$$F'(x) = F(x) + E(x) = 11001\ 1011$$

Ділимо $F'(x)$ на утворюючий поліном $P(x)$

```
11001 1011 | 11001
11001      |1000
         1011
```

Залишок 1011 має $W = 3$ одиниць, $W > S = 1$ - кількість помилок

Здійснюємо циклічний зсув та повторюємо ділення, поки не виконана умова $W \leq S$

100110111 | 11001 11001 | 1110 10100 11001 11011 11001 1011	$W = 3 > S$
001101111 | 11001 11001 |10 1011	$W = 3 > S$
011011110 | 11001 11001 | 101 10110 11001 1111	$W = 4 > S$

110111101 | 11001 11001 | 10011 10100 11001 11011 11001 10	$W = 1 = S$

В 4-му розряді помилка, додаємо 10 та здійснюємо зсув

Отримуємо $F(x) = 11011\ 1011$ - правильне повідомлення.

Висновки

Було досліджено засоби побудови циклічних кодів, що виправляють помилки, які виникають при передачі. Розглянуто процеси кодування і декодування, показано, як виправляється помилка.