Міністерство освіти і науки України

Національний університет «Львівська політехніка»

Інститут комп’ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра програмного забезпечення

Звіт
Про виконання лабораторної роботи №2

На тему:
« Розв’язування нелінійних рівнянь методом дотичних та методом послідовних наближень»
з дисципліни «Чисельні методи»

Лекторка:
доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.
Виконав:
ст. гр. ПЗ-11
Ясногородський Н.В
Прийняла:
доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.

« __ » ________ 2022 р.

∑ = _____ _________ .

Львів – 2022

Тема: Розв'язування нелінійних рівнянь методом дотичних та методом послідовних наближень

Мета: ознайомлення на практиці з методом дотичних та методом послідовних наближень для розв'язування нелінійних рівнянь.

Теоретичні відомості

Метод Ньютона (метод дотичних)

1. Запишемо рівняння дотичної до кривої $y=f(x)$ в точці $(x_i;f(x_i))$
   $y-f(x_i)=f'(x_i)(x-x_i)$ і визначимо x
2. Ітераційні формули запишемо у вигляді
   $x_{i+1}=x_i-(f(xi)/f'(xi))$, $i=0,1,2…$
3. Для вибору початкового наближення кореня рівняння $f(x)=0$ необхідно керуватися таким правилом: за початкову точку слід вибрати той кінець відрізка [a,b], в якому знак функції $y=f(x)$ співпадає зі знаком її другої похідної $f''(x)$
4. Ітераційний процес продовжують до тих пір, поки не виконуватиметься умова
   $|x_i-x_{i-1}|<=e$

Метод простої ітерації

1. Розглянемо нелінійне рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$ є неперервною функцією. Потрібно знайти хоча б один дійсний корінь цього рівняння. Рівняння $f(x) = 0$ запишемо у канонічній формі $x=f(x)$
2. Довільним способом визначимо наближене значення x_0 кореня рівняння і підставимо його в праву частину співвідношення $x=f(x)$. У результаті отримаємо
   $x_1=f(x_0)$
3. Повторюючи цей процес, отримаємо ітераційні формули
   $x_i=f(x_{i-1})$, $i=1,2,3…$
4. Ітераційний процес продовжують до тих пір, поки не виконуватиметься умова
   $|x_i-x_{i-1}|<=e$

Індивідуальне завдання

Варіант 30

$x^3-6x^{2-}7=0$

Хід роботи

Розв'язок аналітичним способом:

Теорема 1. Якщо функція $f(x)$ є неперервною на відрізку [a,b] і приймає на його кінцях значення різних знаків, тобто виконується умова $f(a)*f(b) < 0$, то на цьому відрізку існує хоча б один корінь рівняння $f(x) = 0$.

Функція $f(x) = x^3 - 6x^2 - 7$та її похідна $y=3x^2-12x$ визначені на неперервному інтервалі на всій осі $(-\infty; +\infty)$.
Визначимо інтервали монотонності. Для цього розв'яжемо рівняння

$$3x^2 - 12x=0.$$

$$x1 = 2+\mathrm{sqrt}(6); \qquad x2 = 2-\mathrm{sqrt}(6);$$

Інтервали: $(-\infty; 2-\mathrm{sqrt}(6))$, $(2-\mathrm{sqrt}{*}6); 2+\mathrm{sqrt}(6))$, $(2+\mathrm{sqrt}(6); +\infty)$.

Перевіряємо знак функції.

$$f(2-\mathrm{sqrt}(6)) < 0; \qquad f(2+\mathrm{sqrt}(6)) < 0;$$

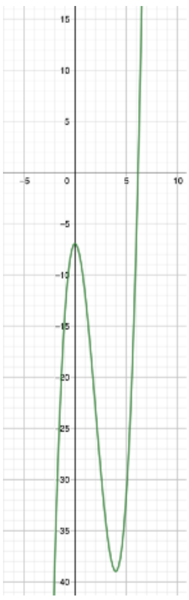
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty; \ \lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$$

Знак змінюється тільки на проміжку $(2+\mathrm{sqrt}(6); \infty)$. Отже, корінь рівняння на цьому проміжку. Зі знайденого інтервалу виділимо відрізок, що містить єдиний корінь. Для цього перевіряємо знак функції у точках інтервалу $(2+\mathrm{sqrt}(6); \infty)$. Отримуємо:

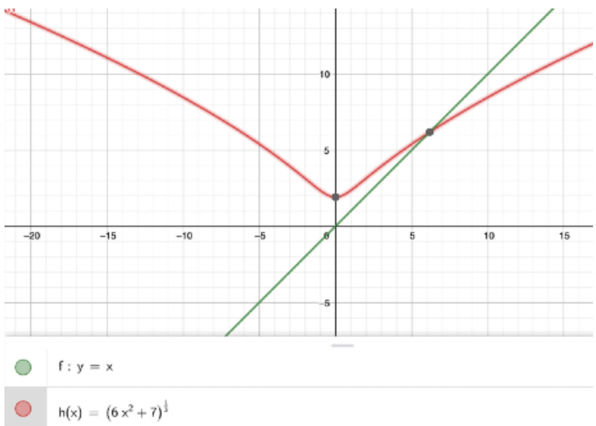
$$f(2+\mathrm{sqrt}(6)) < 0; \quad f(2+\mathrm{sqrt}(6)) * f(10)<0;$$

Отже, згідно *теореми 1*, єдиний корінь належить відрізку $[2+\mathrm{sqrt}(6); 10]$.

Розв'язок графічним способом:



Будуємо графік функції $y = f(x) = x^3-6x^2-7$ для рівняння виду $f(x)=0$
Значення дійсних коренів рівняння є абсцисами точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з віссю *Ox*

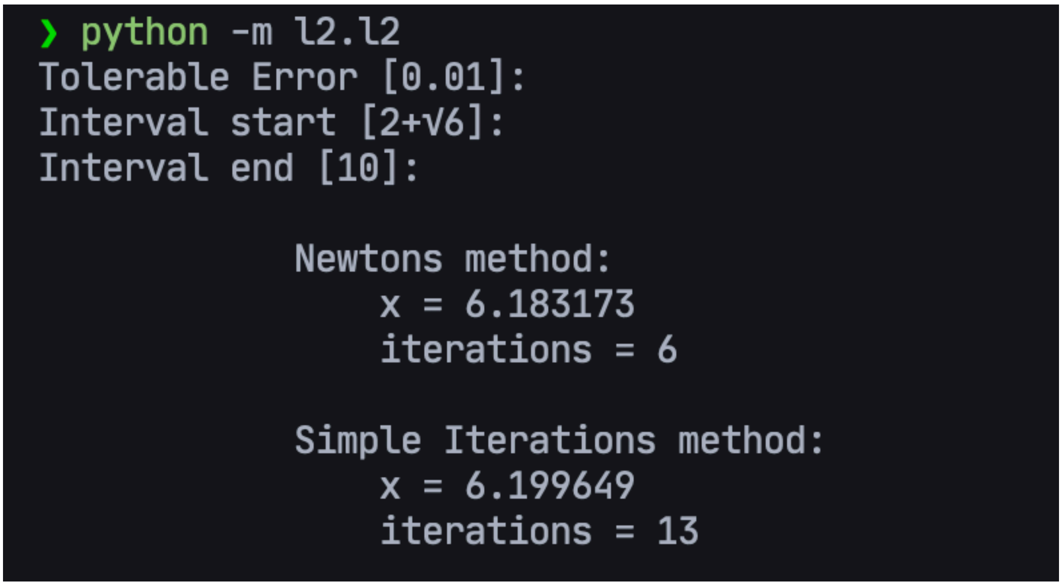


Код програми

```
from scipy import misc, special
from l1.l1 import equality as f, validate_range
import math


def IterationsMethod(calc_x, x=1, eps=1e-2):
    step = 1
    condition = True
    while condition:
        x1 = calc_x(x)
        step += 1
        condition = math.fabs(x - x1) > eps
        x = x1

    return {"result": x, "iterations": step}


def f1(x):
    return special.cbrt(6 * x**2 + 7)


def f2(x):
    return x - f(x) / misc.derivative(f, x)


def run():
    try:
        eps = float(input("Tolerable Error [0.01]: ") or 1e-2)
        start = float(input("Interval start [2+√6]: ") or 2 +
math.sqrt(6))
        end = float(input("Interval end [10]:") or 10)
        validate_range(f, start, end, eps)

        # pick initial x value
        x = end
        if f(start) * misc.derivative(f, start, n=2) > 0:
            x = start

        newtons_res = IterationsMethod(f2, x, eps)
        simple_iterations_res = IterationsMethod(f1, x, eps)

        print(
            f"""
            Newtons method:
                x = {newtons_res["result"]:.6f}
                iterations = {newtons_res["iterations"]}

            Simple Iterations method:
                x = {simple_iterations_res["result"]:.6f}
```

```
                iterations =
{simple_iterations_res["iterations"]}
        """
        )

    except Exception as e:
        print(
            f"""Something went wrong, try again!
            Error: {e}"""
        )


if __name__ == “__main__":
    run()
```

Протокол роботи



```
❯ python -m l2.l2
Tolerable Error [0.01]:
Interval start [2+√6]:
Interval end [10]:

            Newtons method:
                x = 6.183173
                iterations = 6

            Simple Iterations method:
                x = 6.199649
                iterations = 13
```

Висновки

Виконуючи лабораторну роботу, я навчився використовувати метод дотичних та метод простих ітерацій для визначення коренів нелінійних рівнянь.