

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1

ПЕРЕТВОРЕННЯ ФОРМИ ІНФОРМАЦІЇ. АНАЛОГО-ЦИФРОВЕ ТА ЦИФРО-АНАЛОГОВЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ. РОЗРАХУНОК КІЛЬКОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

Мета роботи: вивчити принципи аналого-цифрового та цифро-аналогового перетворення. Навчитися розраховувати кількість інформації та ентропію, оцінювати похибки відтворення сигналу.

Вхідні дані

Матушевич Ярослав Євгенович

1 листопада 1997 року

10 номер в групі

Нумерація букв за https://uk.wikipedia.org/wiki/Українська_абетка

$$i_1 = 17, \quad i_2 = 33, \quad i_3 = 8$$

$$j_i = 1, \quad j_2 = 11, \quad j_3 = 10$$

1. Рівняння вхідної безперервної функції

$$y_1 = (17 + 1) \sin t = 18 \sin t$$

$$y_2 = (33 + 11) \sin 11t = 44 \sin 11t$$

$$y_3 = (8 + 10) \cos 10t = 18 \cos 10t$$

$$Y(t) = \sum_i y_i = 18 \sin t + 44 \sin 11t + 18 \cos 10t$$

```
%plots  
t = 1:0.01:2.5;
```

```
y1 = 18*sin(t);  
y2 = 44*sin(11*t);  
y3 = 18*cos(10*t);  
Y = y1+y2+y3;
```

```
figure  
plot(t, y1, '--g', t, y2, '--r', t, y3, '--b', t, Y, 'k');  
legend('y_1(t)', 'y_2(t)', 'y_3(t)', 'Y(t)');  
xlabel('t');  
grid on;
```

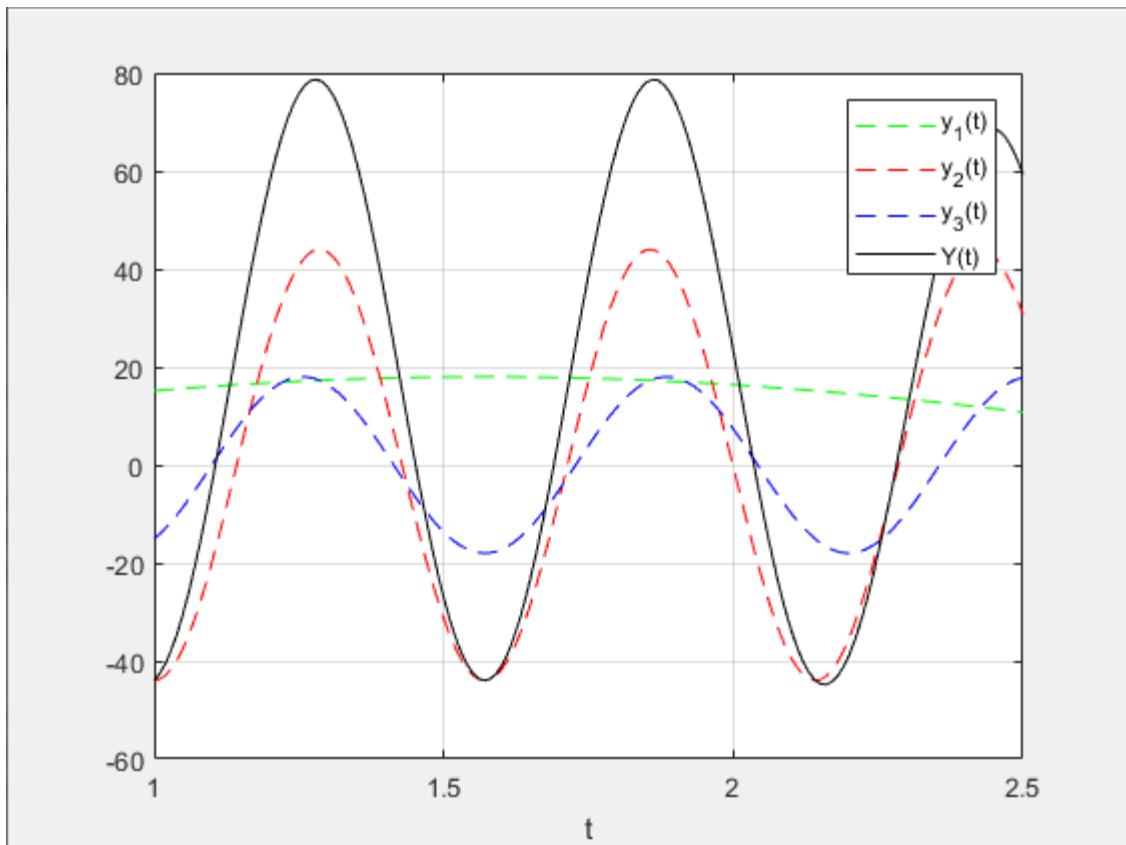


Рис.1. Графік вхідної безперервної функції та її складових

2. Частота і період дискретизації

Частота найшвидшої функції $f_b = f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{11}{2\pi} \approx 1,75$ Гц

Період $T_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{1,75} = 0,57$ с

Частота дискретизації з коефіцієнтом запасу $K_3 = 1,4$

$$f_d = 2 \cdot 1,4 \cdot f_b = 2 \cdot 1,4 \cdot 1,75 = 4,9 \text{ Гц}$$

Період дискретизації

$$T_d = \Delta t = \frac{1}{f_d} = \frac{1}{4,9} = 0,20 \text{ с}$$

3. Період сформованого сигналу T_c

Частота найповільнішої функції $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \approx 0,16$ Гц

Період $T_c = T_1 = \frac{1}{f_1} = 2\pi = 6,28$ с

4. Крок квантування дискретного сигналу

$$N = \frac{T_c}{\Delta t} = \frac{6,28}{0,20} = 31,4 \approx 32$$

Округлюємо з надлишком.

Кількість розрядів, достатня для кодування $n = 5, 2^5 = 32$.

5. Квантування

```
function quantification
dt = 0.2;
Tc = 6.28;
T = 0:dt:Tc;
Q = f(T);

R = [T; Q];

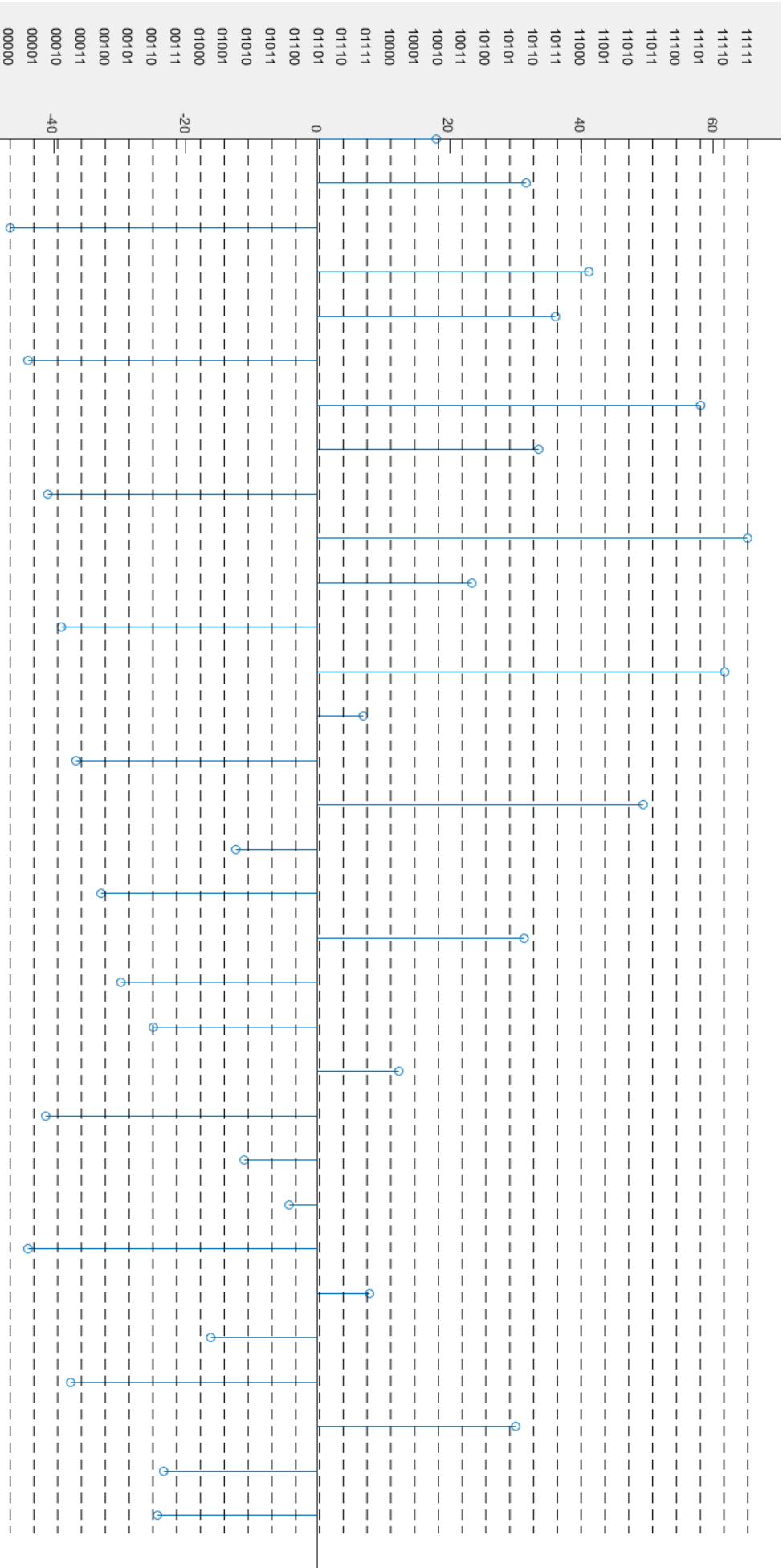
fileID = fopen('Q.txt','w');
fprintf(fileID, '%.2f\t%.4f\r\n',R);
fclose(fileID);

upper = max(Q);
lower = min(Q);
step = (upper-lower)/31;

figure
    stem(T, Q);
    hold on;
    for i=1:32
        level = lower + (i-1)*step;
        plot([0 Tc], [level level], '--k');
        text(-0.5,level, dec2bin(i-1, 5));
        hold on;
    end

    function Y = f(t)
        y1 = 18*sin(t);
        y2 = 44*sin(11*t);
        y3 = 18*cos(10*t);
        Y = y1+y2+y3;
    end

end
```



Δt	y_i	Код
0.00	18.0000	10010
0.20	31.6592	10110
0.40	-46.6265	00000
0.60	41.1544	11000
0.80	36.0298	10111
1.00	-43.9564	00001
1.20	58.0173	11101
1.40	33.5366	10110
1.60	-40.9947	00010
1.80	65.2166	11111
2.00	23.3234	10011
2.20	-38.7896	00010
2.40	61.7821	11110
2.60	6.8462	01111
2.80	-36.7166	00011
3.00	49.3128	11011
3.20	-12.3988	01001
3.40	-32.8396	00100
3.60	31.3558	10110
3.80	-29.8488	00101
4.00	-24.8484	00110
4.20	12.2218	10000
4.40	-41.2350	00001
4.60	-11.2198	01010
4.80	-4.3530	01100
5.00	-43.8805	00001
5.20	7.8388	01111
5.40	-16.2445	01000
5.60	-37.5015	00011
5.80	30.0312	10101
6.00	-23.3412	00110
6.20	-24.2463	00110

Розрахунок ймовірностей

Код	Кількість	p_i	$\log_2 p_i$	$p_i \log_2 p_i$
00000	1	0,03	-4,9542	-0,15981
00001	3	0,10	-3,36923	-0,32605
00010	3	0,10	-3,36923	-0,32605
00011	1	0,03	-4,9542	-0,15981
00100	1	0,03	-4,9542	-0,15981
00101	1	0,03	-4,9542	-0,15981
00110	3	0,10	-3,36923	-0,32605
00111	0	0,00		
01000	1	0,03	-4,9542	-0,15981
01001	1	0,03	-4,9542	-0,15981
01010	1	0,03	-4,9542	-0,15981
01011	0	0,00		
01100	1	0,03	-4,9542	-0,15981
01101	0	0,00		
01110	0	0,00		
01111	2	0,06	-3,9542	-0,25511
10000	1	0,03	-4,9542	-0,15981
10001	0	0,00		
10010	0	0,00		
10011	1	0,03	-4,9542	-0,15981
10100	0	0,00		
10101	1	0,03	-4,9542	-0,15981
10110	3	0,10	-3,36923	-0,32605
10111	1	0,03	-4,9542	-0,15981
11000	1	0,03	-4,9542	-0,15981
110001	0	0,00		
11010	0	0,00		
11011	1	0,03	-4,9542	-0,15981
11100	0	0,00		
11101	1	0,03	-4,9542	-0,15981
11110	1	0,03	-4,9542	-0,15981
11111	1	0,03	-4,9542	-0,15981
Σ	31	1	-	-4,27615

Інформаційний обсяг джерела

$$L = m^n = 2^5 = 32$$

Кількість інформації

$$I = n \cdot \log_2 m = 5$$

Ентропія джерела

$$H = - \sum_i p_i \log_2 p_i = 4,276 \text{ біт/символ}$$

6. Кульково-лінійна апроксимація

```
%restore
fileID = fopen('Q.txt','r');
R = fscanf(fileID,'%f%f',[2 Inf]);
fclose(fileID);

N = size(R,2);

figure
    stem(R(1,:),R(2,:));
    hold on;
    for i = 1:N-1
        plot([R(1,i) R(1,i+1)], [R(2,i),R(2,i+1)], 'r');
        hold on;
    end
```

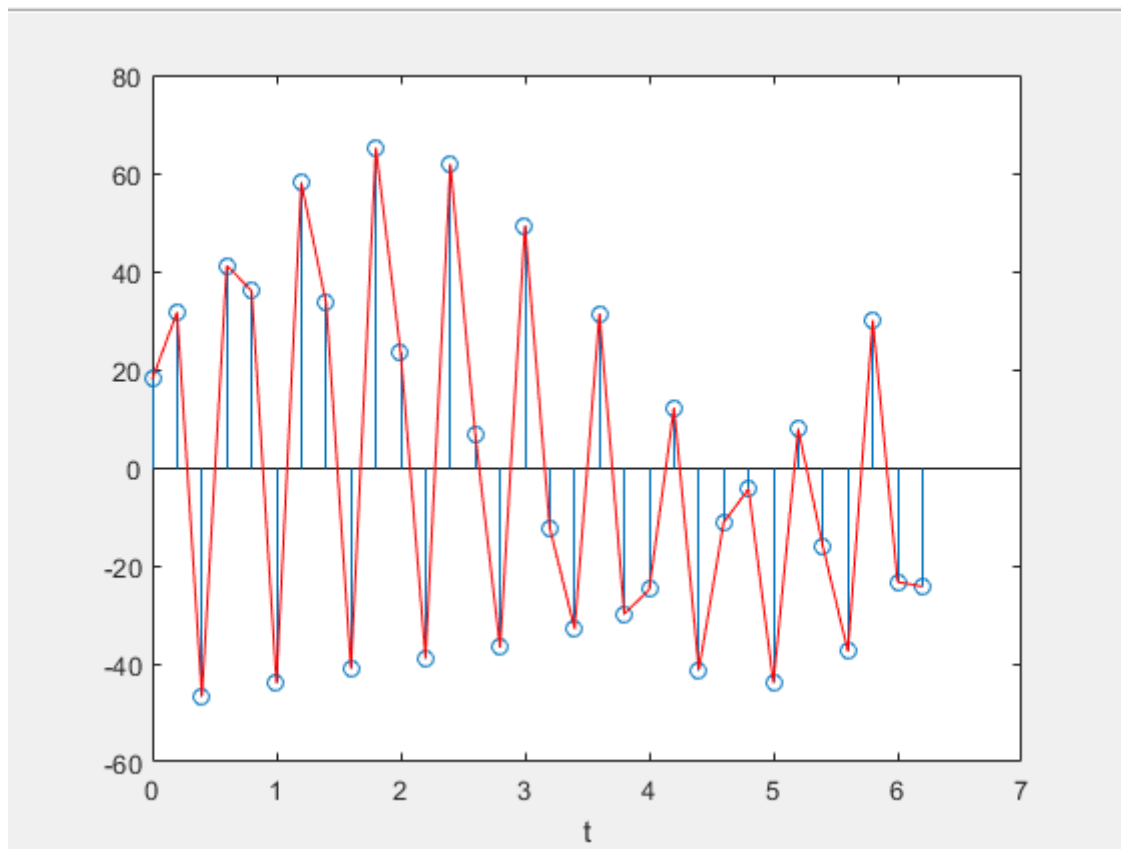


Рис.2. Кульково-лінійна апроксимація безперервного сигналу

7. Відновлення безперервного сигналу за допомогою теореми відліків

$$Y_{\text{відн}}(t) = \sum_{i=0}^N y_i \frac{\sin \frac{\pi(t - \Delta t \cdot i)}{\Delta t}}{\frac{\pi(t - \Delta t \cdot i)}{\Delta t}}$$

```
dt = 0.2;  
Tc = 6.28;  
Ti = R(2,:);  
Yi = R(2,:);  
  
t = 0:0.01:Tc;  
Nt = size(t,2);  
  
Y = zeros(1, Nt);  
dY = zeros(1, Nt);  
  
figure  
for i=1:N  
    for j = 1:Nt  
        dY(j) = Yi(i)*sin(pi*(t(j)-dt*(i-1))/dt)/(pi*(t(j)-dt*(i-1))/dt);  
    end  
    Y = Y + dY;  
    plot(t, Y, '--');  
    hold on;  
end  
xlabel('t');
```

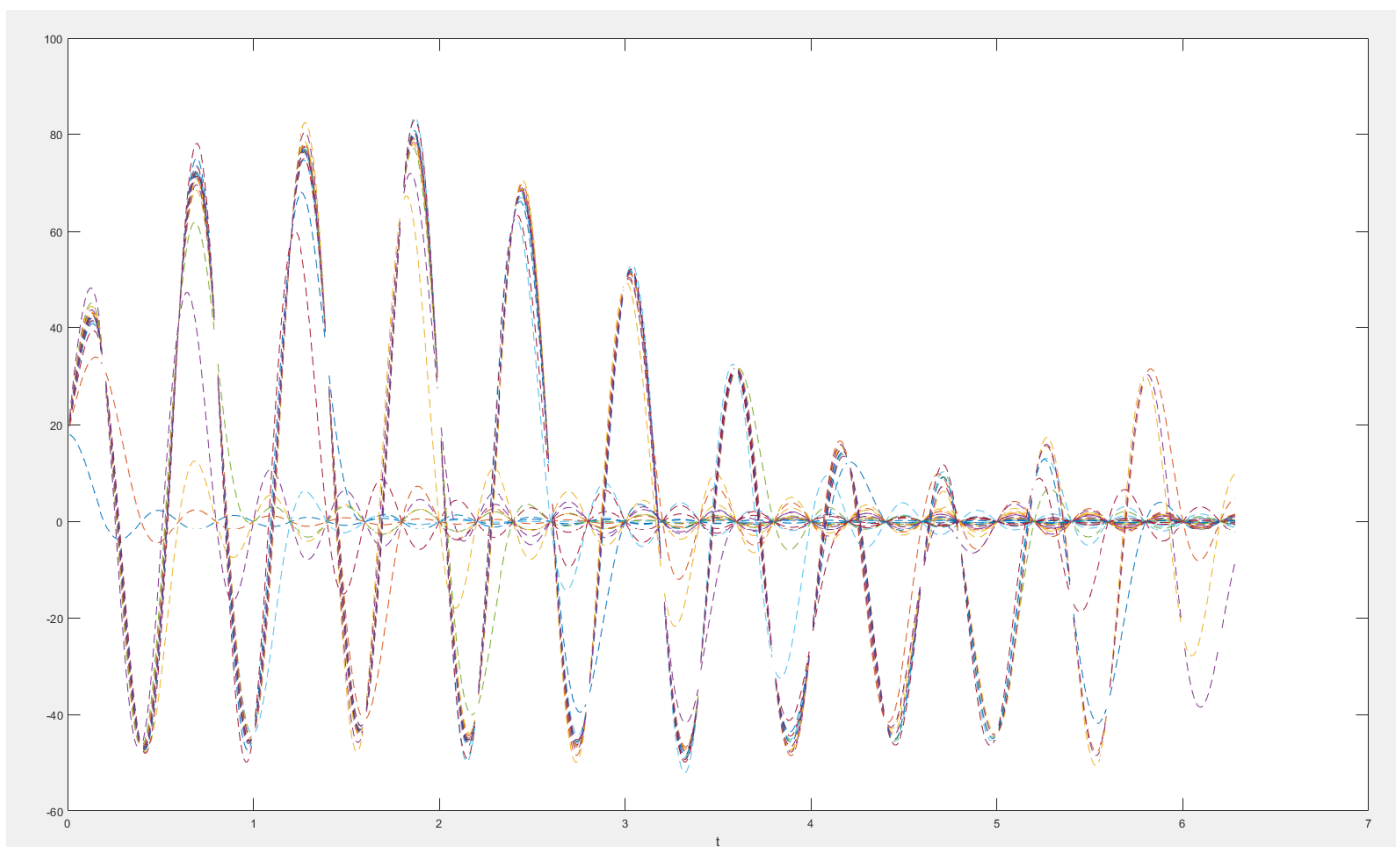


Рис.3. Відновлення безперервного сигналу

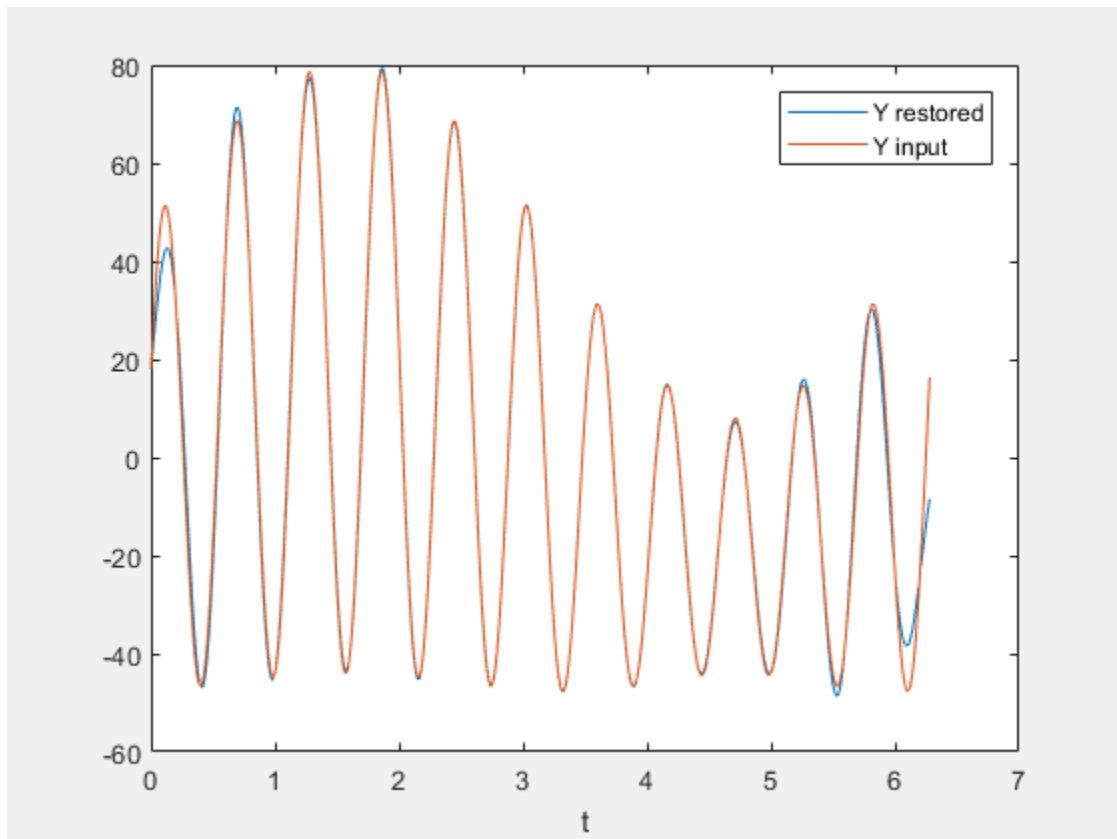


Рис.4. Відновлений (синя крива) та вхідний (красна крива) сигнали

8. Оцінка похибки відновлення безперервного сигналу

Похибка відновлення

$$\varepsilon(t) = |Y(t) - Y_{\text{відн}}(t)|$$

Середня похибка

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_i \varepsilon_i(t)$$

Дисперсія

$$D_{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_i (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2$$

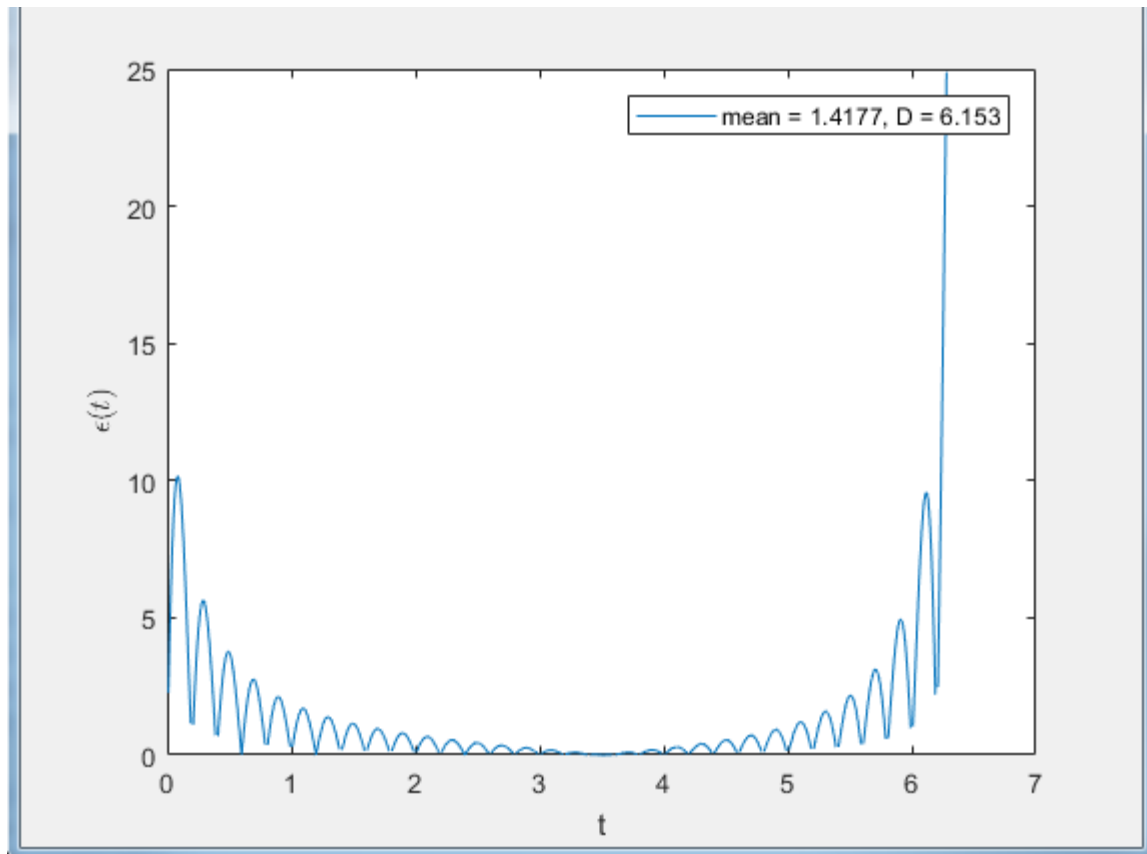


Рис.5. Похибка відновлення

Отже,

$$\bar{\varepsilon} = 1,418, \quad D_{\varepsilon} = 6,153$$

Висновки

При виконанні роботи були отримані навички з комп'ютерного моделювання процесів дискретизації, квантування та кодування сигналів. Був перевірений на практиці процес відновлення сигналів за допомогою теореми відліків.

Візуально відновлений та вхідний сигнал добре співпадають.

Похибка відновлення найменша у середині досліджуваного проміжку часу та найбільша на кінцях цього проміжку.