

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2

ОПТИМАЛЬНЕ КОДУВАННЯ

Мета роботи: ознайомлення з методикою оптимального кодування Шеннона-Фано та Хаффмана.

$j_1 = 1$ мс – середній час виробітку символу на виході джерела

$j_2 = 10$ - варіант завдання

За результатами лабораторної роботи 1 формуємо таблицю із ймовірностей для $j_2 = 10$ символів, що найчастіше зустрічаються у повідомленні.

Таблица 1

Таблица ймовірностей символів

Повідомлення	Позначення	Кількість	p_i	$\log_2 p_i$	$p_i \log_2 p_i$
00000	x_1	1	0,0526	-4,2479	-0,2236
00001	x_2	3	0,1579	-2,6630	-0,4205
00010	x_3	3	0,1579	-2,6630	-0,4205
00011	x_4	1	0,0526	-4,2479	-0,2236
00100	x_5	1	0,0526	-4,2479	-0,2236
00101	x_6	1	0,0526	-4,2479	-0,2236
00110	x_7	3	0,1579	-2,6630	-0,4205
01000	x_8	1	0,0526	-4,2479	-0,2236
01111	x_9	2	0,1053	-3,2479	-0,3419
10110	x_{10}	3	0,1579	-2,6630	-0,4205
Σ	-	19	1	-	-3,1416

Ентропія джерела

$$H = - \sum_i p_i \log_2 p_i = 3,1416 \text{ біт/символ}$$

Проведемо кодування за Шенноном-Фано (табл..2).

Таблиця 2

Кодування за Шенноном-Фано

x2	0,1579	1		x2	0,1579	1	11		
x3	0,1579	1		x3	0,1579	1	11		
x7	0,1579	1		x7	0,1579	1	10		
x10	0,1579	1		x10	0,1579	1	10		
x9	0,1053	0		x9	0,1053	0	01		
x1	0,0526	0		x1	0,0526	0	01		
x4	0,0526	0		x4	0,0526	0	01		
x5	0,0526	0		x5	0,0526	0	00		
x6	0,0526	0		x6	0,0526	0	00		
x8	0,0526	0		x8	0,0526	0	00		
x2	0,1579	11	111	x2	0,1579	11	111	111	
x3	0,1579	11	110	x3	0,1579	11	110	110	
x7	0,1579	10	101	x7	0,1579	10	101	101	
x10	0,1579	10	100	x10	0,1579	10	100	100	
x9	0,1053	01	011	x9	0,1053	01	011	011	
x1	0,0526	01	010	x1	0,0526	01	010	0101	
x4	0,0526	01	010	x4	0,0526	01	010	0100	
x5	0,0526	00	001	x5	0,0526	00	001	001	
x6	0,0526	00	000	x6	0,0526	00	000	0001	
x8	0,0526	00	000	x8	0,0526	00	000	0000	

x1	0101
x2	111
x3	110
x4	0100
x5	001
x6	0001
x7	101
x8	0000
x9	011
x10	100

Кодування за методом Хаффмена реалізуємо за допомогою кодового дерева (рис.1).

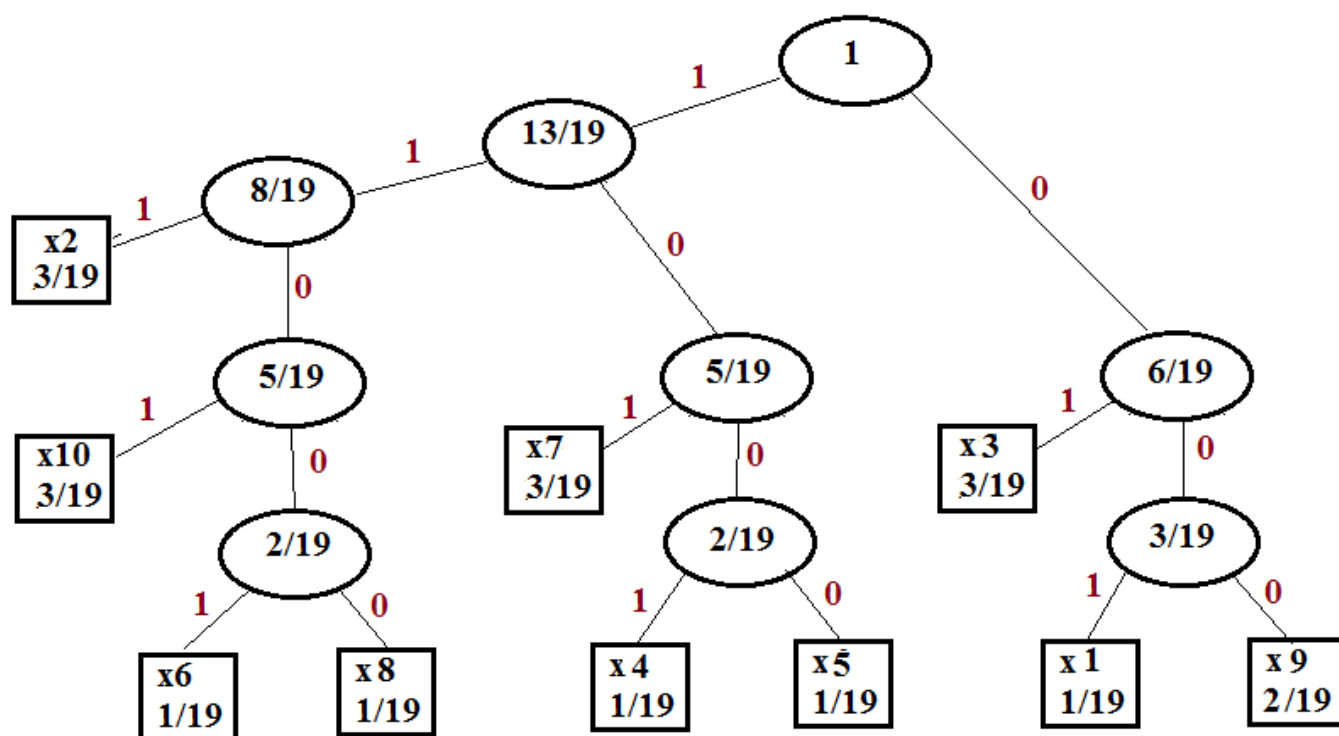


Рис.1. Кодове дерево за методом Хаффмена

Таблиця 3

Кодування за Хаффменом

x1	001
x2	111
x3	01
x4	1001
x5	1000
x6	11001
x7	101
x8	11000
x9	000
x10	1101

Порівняльний аналіз двох методів кодування

Параметр	Метод кодування		Граничне значення
	Шеннона-Фано	Хаффмена	
I_{cp}	3,2101	3,3153	3,1416
H_1	3,1416	3,1416	3,32
H_2	0,9999	0,9999	1
K_{BE1}	0,9787	0,9476	1
K_{CC1}	1,0342	1,0014	-
K_{BE2}	0,3112	0,3013	-
K_{CC2}	0,3115	0,3016	-
D	0,0537	0,0537	0
$p(0)$	0,4590	0,4286	0,5

Таким чином, отримані коди близькі до оптимальних.

Блокове кодування

$$p(a_1) = 0,85, \quad p(a_2) = 0,15$$

Розрахунок односимвольних блоків.

Блок	p_i	$p_i \log_2 p_i$	Код
a_1	0,85	-0,1993	1
a_2	0,15	-0,4105	0

$$I_{cp} = 0.85 \cdot 1 + 0.15 \cdot 1 = 1$$

$$H_1 = - \sum p_i \log_2 p_i = 0,6098$$

$$p(1) = \frac{0.85 \cdot 1}{I_{cp}} = 0,85$$

$$p(0) = 1 - p(1) = 0,15$$

$$H_2 = H_1 = 0,6098$$

$$K_{CC} = \frac{1}{I_{cp}} = 1$$

$$K_{BE} = \frac{H_2}{I_{cp}} = 0,6098$$

Розрахунок двосимвольних блоків

Блок	p_i	$p_i \log_2 p_i$	Код
$a_1 a_1$	0,7225	-0,3388	1
$a_1 a_2$	0,1275	-0,3789	01
$a_2 a_1$	0,1275	-0,3789	001
$a_2 a_2$	0,0225	-0,1232	000

$$I_{cp} = 1,4275$$

$$H_1 = - \sum p_i \log_2 p_i = 1,2197$$

$$p(1) = \frac{1 - 0,0225}{I_{cp}} = 0,6848, \quad p(0) = 1 - p(1) = 0,3152$$

$$H_2 = 0,8991$$

$$K_{CC} = \frac{1}{I_{cp}} = 0,7005, \quad K_{BE} = \frac{H_2}{I_{cp}} = 0,6298$$

Розрахунок 3-символьних блоків

Блок	p_i	$p_i \log_2 p_i$	Код
$a_1 a_1 a_1$	0,614125	-0,4320	1
$a_1 a_1 a_2$	0,108375	-0,3474	011
$a_1 a_2 a_1$	0,108375	-0,3474	010
$a_2 a_1 a_1$	0,108375	-0,3474	001
$a_1 a_2 a_2$	0,019125	-0,1092	00011
$a_2 a_1 a_2$	0,019125	-0,1092	00010
$a_2 a_2 a_1$	0,019125	-0,1092	00001
$a_2 a_2 a_2$	0,003375	-0,0277	00000

$$I_{cp} = 1,8933$$

$$H_1 = - \sum p_i \log_2 p_i = 1,8295$$

$$p(1) = 0,5938, \quad p(0) = 1 - p(1) = 0,4062$$

$$H_2 = 0,9745$$

$$K_{CC} = \frac{1}{I_{cp}} = 0,5282, \quad K_{BE} = \frac{H_2}{I_{cp}} = 0,5147$$

Висновки

Отримані коди близькі до оптимальних.

Розглянуті методики кодування дають приблизно однакові результати. Отже, їх вибір диктується обраними стандартами, зручністю та іншими чинниками.