Министерство образования республики Беларусь

Учреждение образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

Институт информационных технологий

Специальность ПОИТ

**Контрольная работа**

По курсу «Методы оптимизации»

Вариант № 10

«Классификация поисковых методов оптимизации и методология их сравнения

Студента 3 курса 681072 группы

заочного отделения

Иванова Кирилла Евгеньевича

Зачетная книжка № 68107042

тел. +375293194300

Минск, 2018

[**Классификация методов решения детерминированных задач оптимизации**](http://bigor.bmstu.ru/?met/?doc=MO/ch0301.mod/?cou=MO/base.cou/?bck=MO/ch0301.mod)

Особенность задач оптимизации в САПР состоит в том, что вычисление значения [критерия оптимальности](javascript:termInfo(%22критерия%20оптимальности%22)) и значений [ограничивающих функций](javascript:termInfo(%22ограничивающих%20функций%22)) при фиксированных значениях параметров http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=1/?k=10может требовать больших затрат компьютерного времени. В связи с этим возникает проблема решения задачи оптимизации при наименьшем числе [испытаний](javascript:termInfo(%22испытаний%22)).

Рассмотрим для простоты записи только ограничении типа неравенств:

http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=2/?k=10

[Испытанием](javascript:termInfo(%22Испытанием%22)) называется операция однократного вычисления функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=3/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=4/?k=10и, быть может, их производных, в некоторой точке http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=5/?k=10.

Далее будем говорить, что [детерминированная задача оптимизации](javascript:termInfo(%22детерминированная%20задача%20оптимизации%22)) решается с помощью [поискового метода оптимизации](javascript:termInfo(%22поискового%20метода%20оптимизации%22)), если используется следующая процедура поиска оптимального решения http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=6/?k=10:

* по очереди при http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=7/?k=10=0,1,2,…,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=8/?k=10-1 производятся [испытания](javascript:termInfo(%22испытания%22)) в точках

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=9/?k=10 | (1) |

где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=10/?k=10— начальное приближение;

* в качестве решения задачи берется вектор http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=11/?k=10, который находится из условия

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=12/?k=10 | (2) |

*Классификация по наличию или отсутствию ограничений на вектор варьируемых параметров.*

Метод поиска, ориентированный на решение [задач безусловной оптимизации](javascript:termInfo(%22задач%20безусловной%20оптимизации%22)), называется [методом безусловной оптимизации](javascript:termInfo(%22методом%20безусловной%20оптимизации%22)). Аналогично, метод поиска, ориентированный на решение [задач условной оптимизации](javascript:termInfo(%22задач%20условной%20оптимизации%22)), называется [методом условной оптимизации](javascript:termInfo(%22методом%20условной%20оптимизации%22)).

*Классификация по размерности вектора X.*

Если в формулах (1), (2) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=13/?k=10есть скаляр, то метод поиска называется [одномерным методом поиска](javascript:termInfo(%22одномерным%20методом%20поиска%22)); если http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=13/?k=10есть вектор (http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=14/?k=10>1), то метод поиска называется [многопараметрическим методом поиска](javascript:termInfo(%22многопараметрическим%20методом%20поиска%22)).

*Классификация по характеру искомого решения.*

Если метод поиска гарантирует отыскание только локального минимума функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=15/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=1/?k=10), то метод называется [методом локального поиска](javascript:termInfo(%22методом%20локального%20поиска%22)). Если делается попытка отыскать глобальный минимум http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=15/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=1/?k=10), то метод называется [методом глобального поиска](javascript:termInfo(%22методом%20глобального%20поиска%22)). Сразу отметим, что удовлетворительных с точки зрения вычислительной эффективности методов глобального поиска не существует.

*Классификация по характеру функции Fr.*

Если функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=16/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=17/?k=10являются детерминированными, то метод поиска называется [детерминированным методом поиска](javascript:termInfo(%22детерминированным%20методом%20поиска%22)). Если функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=16/?k=10содержат случайные параметры, то метод поиска называется [стохастическим методом поиска](javascript:termInfo(%22стохастическим%20методом%20поиска%22)).

*Методы пассивного и последовательного поиска*.

Если все точки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=18/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=19/?k=10=0,1,2,…,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=20/?k=10 назначаются заранее (до проведения [испытаний](javascript:termInfo(%22испытаний%22))), то метод поиска называется [пассивным методом поиска](javascript:termInfo(%22пассивным%20методом%20поиска%22)). Если точка http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=21/?k=10определяется на основе всей или части информации об испытаниях в предыдущих точках, то метод называется [последовательным методом поиска](javascript:termInfo(%22последовательным%20методом%20поиска%22)).

*Классификация по количеству предыдущих учитываемых шагов.*

Если при вычислении координат точки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=21/?k=10учитывается информация только об одном (предыдущем) [испытании](javascript:termInfo(%22испытании%22)), то метод поиска называется [одношаговым методом поиска](javascript:termInfo(%22одношаговым%20методом%20поиска%22)).

Схема одношагового [последовательного метода поиска](javascript:termInfo(%22последовательного%20метода%20поиска%22)):  
http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=22/?k=10

Если при вычислении координат точки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=21/?k=10учитывается информация о http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=23/?k=10>1 предыдущих [испытаниях](javascript:termInfo(%22испытаниях%22)), то метод поиска называется [многошаговым методом поиска](javascript:termInfo(%22многошаговым%20методом%20поиска%22)) (конкретнее, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=23/?k=10-шаговым).

*Классификация по виду функций Fr.*

Если функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=16/?k=10на всех http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=20/?k=10шагах одинаковы, то метод поиска называется [итерационным методом поиска](javascript:termInfo(%22итерационным%20методом%20поиска%22)).

Схема одношагового итерационного метода последовательного поиска:  
http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=24/?k=10

Если функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=16/?k=10различны на различных шагах поиска, то метод называется [не итерационным методом поиска](javascript:termInfo(%22не%20итерационным%20методом%20поиска%22)).

*Классификация по "близости" точек соседних точек, в которых производятся испытания.*

Если точка http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=25/?k=10принадлежит некоторой малой окрестности точки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=26/?k=10, т.е. http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=27/?k=10, то метод поиска называется [локальным методом поиска](javascript:termInfo(%22локальным%20методом%20поиска%22)).

Если точка http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=25/?k=10может принадлежать любой точки множества http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=28/?k=10, т.е. http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=29/?k=10, то метод поиска называется [нелокальным методом поиска](javascript:termInfo(%22нелокальным%20методом%20поиска%22)).

*Классификация по порядку используемых производных.*

Если при вычислении значений функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=16/?k=10производные не используются, то метод поиска называется [прямым методом поиска](javascript:termInfo(%22прямым%20методом%20поиска%22)) или [методом поиска нулевого порядка](javascript:termInfo(%22методом%20поиска%20нулевого%20порядка%22)). Если при этом используются производные http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=30/?k=10-го порядка, то метод поиска называется [методом поиска k-го порядка](javascript:termInfo(%22методом%20поиска%20k-го%20порядка%22)). Метод поиска первого порядка называется также [градиентным методом поиска](javascript:termInfo(%22градиентным%20методом%20поиска%22)).

Способ выбора начальной точки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=31/?k=10и конкретная совокупность функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=32/?k=10называются [алгоритмом поисковой оптимизации](javascript:termInfo(%22алгоритмом%20поисковой%20оптимизации%22)). Таким образом, понятие алгоритма является более частным по сравнению с понятием метода (одному и тому же методу могут соответствовать различные алгоритмы).

Важной проблемой при построении методов решения задач оптимизации является проблема выбора условия окончания поиска (критерия окончания поиска). Простейшими, но широко используемыми в вычислительной практике, являются следующие критерии окончания поиска:

http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=33/?k=10

где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=34/?k=10— константа, определяющая требуемую точность решения по http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=35/?k=10;

http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=36/?k=10

где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=37/?k=10— константа, определяющая требуемую точность решения по http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=15/?k=10. Здесь http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0301.mod/?n=38/?k=10— некоторая векторная норма (например, евклидова).

Будем далее условия окончания поиска называть [стандартными условиями окончания поиска](javascript:termInfo(%22стандартными%20условиями%20окончания%20поиска%22)) ([стандартными критериями окончания поиска](javascript:termInfo(%22стандартными%20критериями%20окончания%20поиска%22))).

[**Наилучшие алгоритмы оптимизации**](http://bigor.bmstu.ru/?met/?doc=MO/ch0302.mod/?cou=MO/base.cou/?bck=MO/ch0302.mod)

Конкретную [детерминированную задачу оптимизации](javascript:termInfo(%22детерминированную%20задачу%20оптимизации%22)) можно решить различными алгоритмами. Отсюда возникают вопросы:

* какой алгоритм выбрать?
* какой алгоритм является «наилучшим»?

Ответ на эти вопросы возможен только в том случае, когда определен класс функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=1/?k=10, которому принадлежит [критерий оптимальности](javascript:termInfo(%22критерий%20оптимальности%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=2/?k=10. Без определения этого класса ответить на поставленные вопросы невозможно – нет алгоритма, наилучшего для всех возможных функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=3/?k=10

*Примеры классов функций:*

* класс функций с ограниченным числом минимумов;
* класс функций, с ограниченными некоторой величиной первыми частными производными;
* класс [выпуклых функций](javascript:termInfo(%22выпуклых%20функций%22)).

Множество рассматриваемых алгоритмов оптимизации обозначим {http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=4/?k=10}.

Для формальной постановки задачи определения наилучшего алгоритма из множества http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=5/?k=10на классе функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=1/?k=10необходимо еще ввести [критерий качества алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22критерий%20качества%20алгоритма%20оптимизации%22)). Обозначим этот критерий http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=6/?k=10, где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=7/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=8/?k=10. Положим, что оптимальным является наименьшее значение этого критерия.

Для построения критерия качества алгоритма на всем классе функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=1/?k=10можно воспользоваться

* принципом гарантированного результата:  
  http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=9/?k=10
* некоторым средним значением критерия качества алгоритма на классе функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=10/?k=10.

Если критерий качества алгоритма на классе функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=1/?k=10тем или иным образом определен, то задача отыскания [наилучшего алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22наилучшего%20алгоритма%20оптимизации%22)) на этом классе функций формально может быть записана в следующем виде:

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0302.mod/?n=11/?k=10 | (1) |

Теоретическое решение задачи (1) возможно только для алгоритмов поиска минимума [одномерных унимодальных функций](javascript:termInfo(%22одномерных%20унимодальных%20функций%22)). В более сложных случаях сравнение [алгоритмов поисковой оптимизации](javascript:termInfo(%22алгоритмов%20поисковой%20оптимизации%22)) и выбор из них наилучшего производится на основе экспериментального тестирования**.**

[**Экспериментальное тестирование алгоритмов оптимизации**](http://bigor.bmstu.ru/?met/?doc=MO/ch0303.mod/?cou=MO/base.cou/?bck=MO/ch0303.mod)

В качестве [критерия качества алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22критерия%20качества%20алгоритма%20оптимизации%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=1/?k=10обычно рассматривают затраты времени на поиск. Эти затраты складываются

* из затрат на [испытания](javascript:termInfo(%22испытания%22))
* из затрат на нахождение точек http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=2/?k=10по информации о предыдущих [испытаниях](javascript:termInfo(%22испытаниях%22)) (можно сказать – из затрат на вычисления значений функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=3/?k=10).

Поскольку в задачах САПР последние затраты много меньше первых, в качестве [критерия качества алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22критерия%20качества%20алгоритма%20оптимизации%22)) A можно использовать количество [испытаний](javascript:termInfo(%22испытаний%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=4/?k=10, необходимых для нахождения минимума функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=5/?k=10с заданной точностью http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=6/?k=10при начальном приближении http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=7/?k=10.

Для корректного сравнения эффективности различных алгоритмов, [экспериментальное тестирование алгоритмов оптимизации](javascript:termInfo(%22экспериментальное%20тестирование%20алгоритмов%20оптимизации%22)) необходимо выполнять при одинаковых значениях заданной точности решения http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=6/?k=10. Поэтому будем в качестве [критерия качества алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22критерия%20качества%20алгоритма%20оптимизации%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=8/?k=10на классе функций {http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=9/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=10/?k=10)} использовать критерий http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=11/?k=10.

При заданной точности решения эффективность любого [алгоритма поисковой оптимизации](javascript:termInfo(%22алгоритма%20поисковой%20оптимизации%22)) зависит от начального приближения http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=7/?k=10. Поэтому при экспериментальном тестировании обычно критерий http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=11/?k=10усредняют по [множеству допустимых значений вектора варьируемых параметров](javascript:termInfo(%22множеству%20допустимых%20значений%20вектора%20варьируемых%20параметров%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=12/?k=10. Обозначим такой критерий http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=13/?k=10.

Точность решения задачи оптимизации определяется используемым условием окончания поиска. При экспериментальном тестировании в качестве такого условия обычно используют одно из двух следующих условий:  
http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=14/?k=10

где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=15/?k=10- значение функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=9/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=10/?k=10) в точке истинного минимума;  
http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=16/?k=10

где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=17/?k=10- точка истинного минимума функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=9/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=10/?k=10), http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=18/?k=10\*http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=18/?k=10 - некоторая векторная норма.

Заметим, что эти условия накладывают на класс тестовых функций дополнительное требование: у этих функций априори должно быть известно положение истинного минимума http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=19/?k=10.

Первоначально в качестве тестовых функций использовали одну или несколько наиболее «трудных» тестовых функций (многоэкстремальных, овражных и т.п.). В настоящее время для оценки качества [алгоритмов поисковой оптимизации](javascript:termInfo(%22алгоритмов%20поисковой%20оптимизации%22)) обычно используют среднее значение критерия http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=20/?k=10на классе функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=21/?k=10. Обозначим такой критерий черезhttp://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=22/?k=10.

Тогда формально задачу поиска [наилучшего алгоритма оптимизации](javascript:termInfo(%22наилучшего%20алгоритма%20оптимизации%22)) можно записать в следующем виде:

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=23/?k=10 | (1) |

Особенности задачи (1):

* высокая дисперсия оценки http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=24/?k=10;
* функция http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=24/?k=10может оказаться многоэкстремальной;
* может оказаться, что при некоторых http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=25/?k=10решение задачи минимизации затягивается сверх допустимого времени.

Последняя особенность приводит к тому, что кроме критерия http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=26/?k=10приходится использовать еще вероятность локализации минимума функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=27/?k=10за допустимое количество [испытаний](javascript:termInfo(%22испытаний%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=28/?k=10. Таким образом, вообще говоря, задача экспериментального тестирования является [задачей многокритериальной оптимизации](javascript:termInfo(%22задачей%20многокритериальной%20оптимизации%22)) (точнее, задачей двухкритериальной оптимизации).

Сделаем следующие предположения:

* множество тестируемых алгоритмов {http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=29/?k=10} состоит из http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=30/?k=10алгоритмов http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=31/?k=10
* при тестировании алгоритма http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=32/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=33/?k=10[1,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=30/?k=10] используется совокупность http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=34/?k=10тестовых функций http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=35/?k=10
* при тестировании алгоритма http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=36/?k=10с помощью функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=37/?k=10используется http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=38/?k=10начальных приближений [вектора варьируемых параметров](javascript:termInfo(%22вектора%20варьируемых%20параметров%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=39/?k=10.

В сделанных предположениях общую схему [экспериментального тестирования алгоритмов оптимизации](javascript:termInfo(%22экспериментального%20тестирования%20алгоритмов%20оптимизации%22)) можно представить в следующем виде (см. рис. 1).

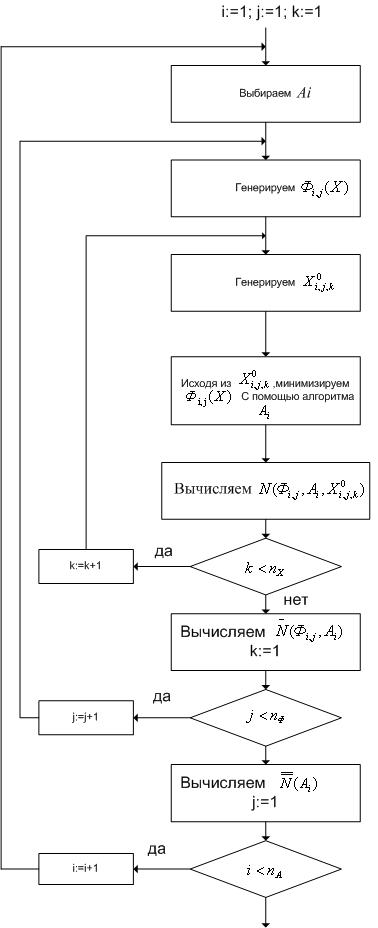


Рис. 1.  Общая схема экспериментального тестирования алгоритмов поисковой оптимизации.

Заметим, что для получения статистически достоверных оценок значений http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=20/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=40/?k=10, величины http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=41/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0303.mod/?n=42/?k=10должны быть достаточно велики.

[**Классы тестовых функций**](http://bigor.bmstu.ru/?met/?doc=MO/ch0304.mod/?cou=MO/base.cou/?bck=MO/ch0304.mod)

*Класс одномерных унимодальных функций.*

Положим, что http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=1/?k=10. Покроем интервал http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=2/?k=10сеткой с http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=3/?k=10узлам и обозначим http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=4/?k=10.

Положим, что необходимо построить [одномерную унимодальную функцию](javascript:termInfo(%22одномерную%20унимодальную%20функцию%22)), минимум которой находится в узле http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=5/?k=10, т.е. в точке http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=6/?k=10.Тогда для генерации такой функций может быть использован следующий алгоритм построения тестовых одномерных унимодальных функций.

1. Генерируем дискретную случайную величину http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=7/?k=10, равномерно распределенную на множестве 0,1,2,…,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=8/?k=10.
2. Генерируем случайные числа http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=9/?k=10по рекуррентной формуле   
   http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=10/?k=10  
   где http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=11/?k=10,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=12/?k=10[0,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=13/?k=10] - случайные величины, равномерно распределенные в интервале http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=14/?k=10, если http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=15/?k=10, и в интервале (http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=16/?k=10,0), если http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=17/?k=10. Здесь http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=16/?k=10- некоторая константа, определяющая максимальную скорость изменения искомой функции.
3. Для получения функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=18/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=19/?k=10) используем линейную интерполяцию полученных значений http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=9/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=20/?k=10. Минимум полученной функции http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=18/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=19/?k=10) достигается в точке http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=21/?k=10.

*Класс одномерных многоэкстремальных функций.*

Положим, то область допустимых значений http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=22/?k=10есть интервал [http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=23/?k=10,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=24/?k=10]. С помощью линейного преобразования   
http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=25/?k=10

сведем этот интервал к интервалу [0,1]. Тогда в качестве тестовых одномерных многоэкстремальных функций можно использовать тригонометрические полиномы некоторой степени http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=26/?k=10(отрезки ряда Фурье):

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=27/?k=10 | (1) |

Здесь http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=28/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=29/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=30/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=31/?k=10=[1,http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=26/?k=10] случайные величины с некоторыми законами распределения.

Таким образом, [алгоритм генерации тестовых одномерных многоэкстремальных функций](javascript:termInfo(%22алгоритм%20генерации%20тестовых%20одномерных%20многоэкстремальных%20функций%22)) состоит в генерации указанных случайных величин и использовании формулы (1).

*Класс многоэкстремальных функций нескольких переменных.*

В простейшем случае [алгоритм генерации многоэкстремальных функций нескольких переменных](javascript:termInfo(%22алгоритм%20генерации%20многоэкстремальных%20функций%20нескольких%20переменных%22)) можно построить на основе использования совокупности s квадратичных функций, каждая из которых в общем случае дает локальный минимум искомой функции:

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=32/?k=10 | (2) |

где квадратичная функция

|  |  |
| --- | --- |
| http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=33/?k=10 | (3) |

Здесь http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=34/?k=10– размерность [вектора варьируемых параметров](javascript:termInfo(%22вектора%20варьируемых%20параметров%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=35/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=36/?k=10– точка http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=37/?k=10-го локального минимума глубиной http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=38/?k=10; постоянные http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=39/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=40/?k=10, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/ch0304.mod/?n=38/?k=10- случайные величины с некоторыми законами распределения.

**Задача.** [**Генерация тестовых функций.**](http://bigor.bmstu.ru/?met/?doc=MO/opt03041.tst/?cou=MO/base.cou/?bck=MO/opt03041.tst)

Пусть http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=1/?k=10=[0,1], http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=2/?k=10=1, http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=3/?k=10=10 и пусть имеются следующие значения случайных величин http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=4/?k=10:

* http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=5/?k=10=4;
* http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=6/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=7/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=8/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=9/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=10/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=11/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=12/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=13/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=14/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=15/?k=10http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=16/?k=10

Используя рекуррентную формулу http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=17/?k=10и линейную интерполяцию, изобразить на рисунке график соответствующей [одномерной унимодальной функции](javascript:termInfo(%22одномерной%20унимодальной%20функции%22)).

**Ответ.**

Искомая [одномерная унимодальная функция](javascript:termInfo(%22одномерная%20унимодальная%20функция%22)) http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=18/?k=10(http://bigor.bmstu.ru/?frm/?doc=MO/opt03041.tst/?n=19/?k=10) имеет вид, представленный на рис. 1.

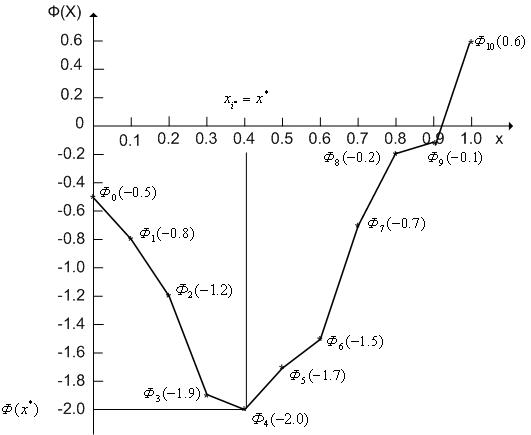


Рис. 1.

### Список литературы

1. "Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы." /Олифер, В.Г., Олифер, Н.А./ СПб.:Питер, 2008.-384c.
2. "Компьютерные сети" /Танненбаум, Э./ – СПб.:Питер, 2002. – 459c.
3. "Защита компьютерной информации". /Анин, Б./ – СПб.: БЧВ, 2000. -384c.
4. "Вычислительные системы, сети и телекоммуникации." /Пятибратов, М.Д./ – ФИС, 1998. – 279с.
5. "TCP/IP. Архитектура, протоколы, реализация." /Фейт, С., Лори, М./ СПб : БЧВ, 2010. – 562с.
6. "Сети ЭВМ: протоколы, стандарты, интерфейсы." /Блэк, Ю./ М.: Мир, 1990. – 321с.
7. "Стандарты по локальным вычислительным сетям: Справочник" /Под ред. Шерба, В.К., Киреичев, В.М., Самойленко, С.И./ М.: Радио и связь, 1990 – 356c.
8. "Проектирование распределенных информационно-вычислительных систем." / Решетняк, В.Н., Гузик, В.Ф., Сидоренко, В.Г./ Учеб. пособие. Таганрог: ТРТУ, 2006. – 284c.