

# 阻尼与受迫振动

## 1 摘要

本实验使用波耳共振仪研究了阻尼振动和受迫振动的特性。通过调整永久磁铁的位置改变阻尼系数，测量了不同阻尼状态下的振动衰减曲线，计算了阻尼系数  $\beta$  和品质因数  $Q$ 。在受迫振动实验中，通过改变激励源的频率，测量了系统的幅频特性和相频特性曲线，观察了共振现象。实验结果表明：1) 阻尼振动振幅随时间呈指数衰减，衰减速率与阻尼系数相关；2) 受迫振动的稳态振幅和相位差随激励频率变化，在共振频率附近达到最大值；3) 共振时系统的振动能量转换效率最高。

## 2 实验原理

### 2.1 阻尼振动

摆轮-弹簧系统的运动方程为：

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -k\theta - \gamma \frac{d\theta}{dt}$$

整理得：

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0$$

其中  $\beta = \gamma/2J$  为阻尼系数， $\omega_0 = \sqrt{k/J}$  为固有角频率。

欠阻尼 ( $\beta < \omega_0$ ) 解为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_d t + \varphi_0)$$

其中  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  为阻尼振动角频率。

通过测量振幅衰减曲线，利用对数衰减法可求  $\beta$ ：

$$\ln \theta_n = \ln \theta_0 - \beta t_0 - n(\beta T_d)$$

品质因数  $Q$  定义为：

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$$

### 2.2 受迫振动

在简谐激励  $\omega_0^2 A_D \cos(\omega t)$  作用下，运动方程为：

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = \omega_0^2 A_D \cos(\omega t)$$

稳态解为：

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t - \varphi)$$

其中振幅和相位差为：

$$\theta_m = \frac{\omega_0^2 A_D}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

共振时 ( $\omega = \omega_r$ ):

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\omega_0^2 A_D}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

### 3 实验仪器及实验步骤

#### 3.1 实验仪器

- 波耳共振仪主机
- 摆轮-弹簧振动系统
- 可调阻尼的永久磁铁装置
- 光电门 1 (测量振幅和周期)
- 光电门 2 (测量相位差)
- 步进电机激励源
- 有机玻璃转盘 (带角度刻度)
- 闪光灯相位测量装置
- 数据采集和显示系统

#### 3.2 实验步骤

##### 3.2.1 阻尼振动实验

1. 调整仪器：确认电机开关关闭，取下永久磁铁，检查摆轮自由摆动无摩擦
2. 测量最小阻尼状态：拨动摆轮至  $150^\circ \sim 180^\circ$ ，记录振幅衰减曲线 (约 200 个周期)
3. 安装磁铁：设置  $s = 20\text{mm}$ ，重复振幅测量
4. 最大阻尼状态：将磁铁调至最低位置，重复测量
5. 数据处理：用对数衰减法计算各状态的  $\beta$  和  $Q$  值

### 3.2.2 受迫振动实验

1. 开启电机：确认阻尼足够大 ( $s = 20\text{mm}$ )
2. 幅频特性测量：
  - 调节激励频率从  $0.93T_0$  到  $1.07T_0$
  - 每个频率点等待系统稳定后记录  $\theta_m$  和  $\varphi$
  - 在共振点附近加密测量点
3. 改变阻尼状态 (如  $s = 10\text{mm}$ )，重复测量
4. 从幅频曲线计算  $Q$  值，与阻尼振动结果比较

### 3.2.3 瞬态过程观测

1. 设置激励频率为  $\omega_0$ ，阻尼  $s = 20\text{mm}$
2. 从静止状态启动电机，记录振幅增长过程
3. 绘制振幅-时间曲线，分析瞬态特性