

阻尼与受迫振动

1 摘要

本实验使用波耳共振仪研究了阻尼振动和受迫振动的特性。通过调整永久磁铁的位置改变阻尼系数，测量了不同阻尼状态下摆轮的振幅衰减规律，计算了阻尼系数 β 和品质因数 Q 。在受迫振动实验中，通过步进电机施加周期性外力，测量了系统的幅频特性和相频特性，观察了共振现象。实验结果表明：阻尼振动振幅随时间呈指数衰减，衰减速率与阻尼系数相关；受迫振动的稳态振幅在共振频率处达到最大值，且相位差为 $\pi/2$ 。通过实验数据验证了理论公式 (14) 和 (15) 的正确性。

2 实验原理

2.1 阻尼振动

摆轮-弹簧系统在阻尼力矩 $M_r = -\gamma\dot{\theta}$ 作用下的运动方程为：

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - \gamma\frac{d\theta}{dt} \quad (1)$$

设阻尼系数 $\beta = \gamma/2J$ ，固有频率 $\omega_0 = \sqrt{k/J}$ ，则方程可改写为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = 0 \quad (2)$$

欠阻尼情况下 ($\beta < \omega_0$) 的解为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_d t + \varphi_0) \quad (3)$$

其中 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 为阻尼振动角频率。

2.2 受迫振动

在简谐激励 $\omega_0^2 A_D \cos(\omega t)$ 作用下，运动方程为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2 A_D \cos(\omega t) \quad (4)$$

稳态解为：

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (5)$$

其中振幅和相位差分别为：

$$\theta_m = \frac{\omega_0^2 A_D}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}} \quad (6)$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (7)$$

3 实验仪器及实验步骤

3.1 实验仪器

- 波耳共振仪主机（含摆轮、弹簧系统）
- 永久磁铁（用于提供可调阻尼）
- 步进电机及偏心轮（用于产生受迫振动）
- 光电门 1 和 2（用于测量振幅和相位差）
- 有机玻璃转盘（带有角度刻度）
- 闪光灯装置（用于相位差测量）
- 数字显示屏（显示周期、振幅等参数）

3.2 实验步骤

3.2.1 阻尼振动实验

1. 取下永久磁铁，测量最小阻尼状态
2. 拨动摆轮至 $150^\circ \sim 180^\circ$ 后释放
3. 记录振幅 θ_i 和周期 T_{di} ，共 200 组数据
4. 安装磁铁，分别设置 $s = 20\text{mm}$ 和最大距离，重复测量
5. 对 $\ln \theta_n - n$ 进行直线拟合，计算 β 和 Q

3.2.2 受迫振动实验

1. 开启电机，确保阻尼足够大
2. 调节强迫力周期，在 $0.93T_0 \sim 1.07T_0$ 范围内取 15 个点
3. 每个频率点等待系统稳定后，记录 θ_m 和 φ
4. 绘制幅频和相频特性曲线
5. 从曲线计算共振频率 ω_r 和品质因数 Q

3.2.3 瞬态过程观测

1. 设置阻尼 $s = 20\text{mm}$ ，关闭电机使摆轮静止
2. 以 ω_0 启动电机，记录振幅随时间变化
3. 绘制瞬态过程曲线，与理论值比较

4 实验数据处理

4.1 阻尼振动部分

通过线性拟合得到三种阻尼状态下的参数：

- 无阻尼振动：斜率 = -0.00736，截距 = 5.16709
- 弱阻尼振动：斜率 = -0.10051，截距 = 5.16337
- 强阻尼振动：斜率 = -0.14347，截距 = 5.18538

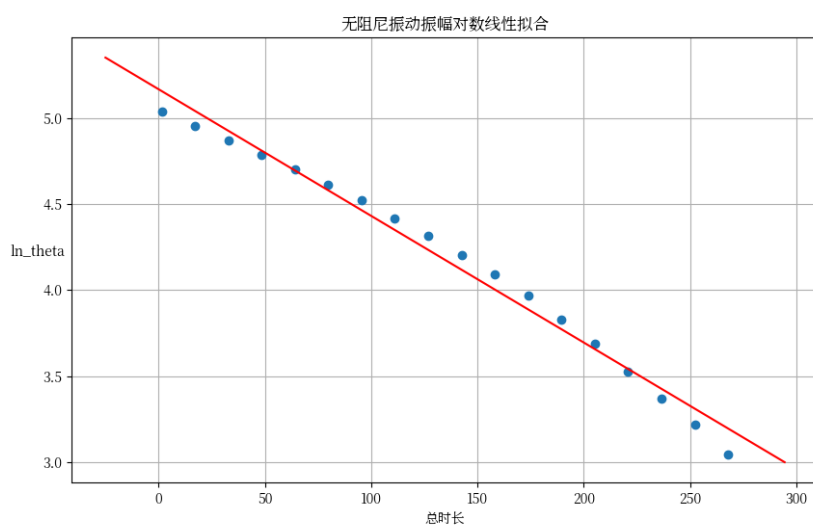


图 1: 无阻尼振动振幅对数线性拟合

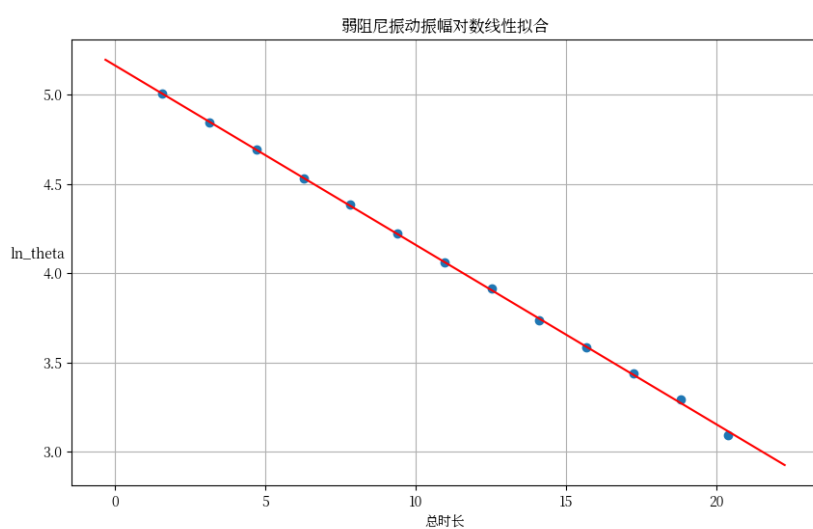


图 2: 弱阻尼振动振幅对数线性拟合

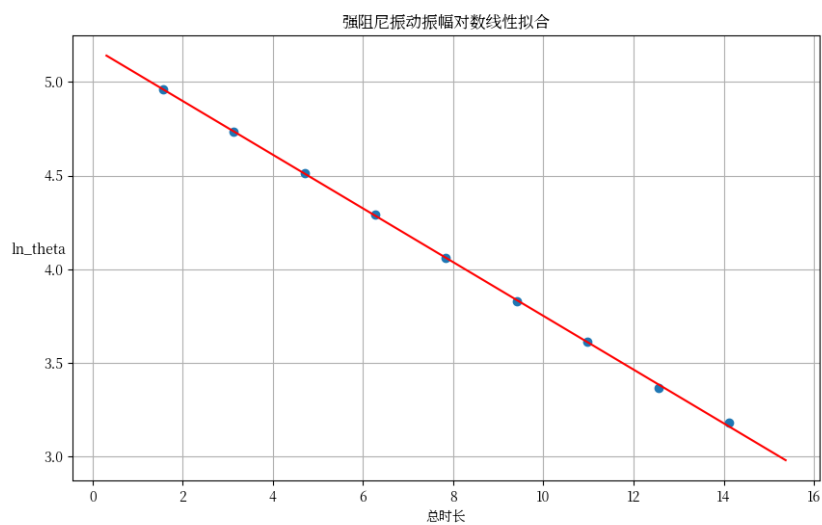


图 3: 强阻尼振动振幅对数线性拟合

4.2 受迫振动部分

绘制了幅频特性和相频特性曲线:

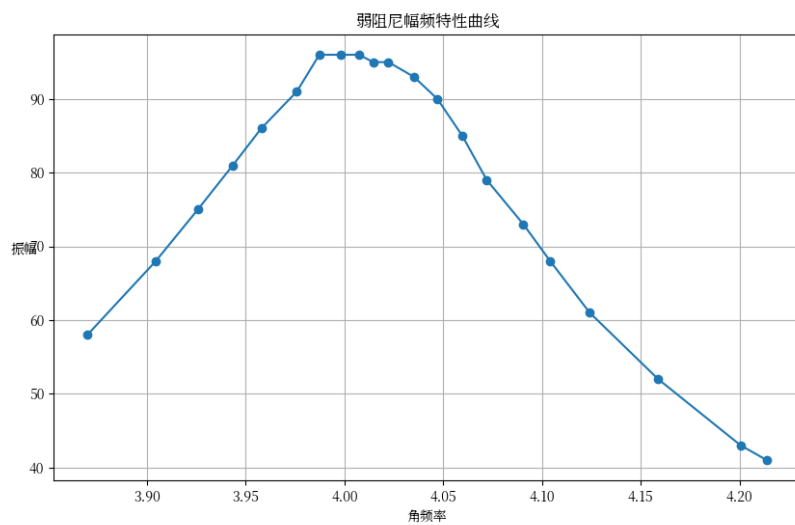


图 4: 弱阻尼幅频特性曲线

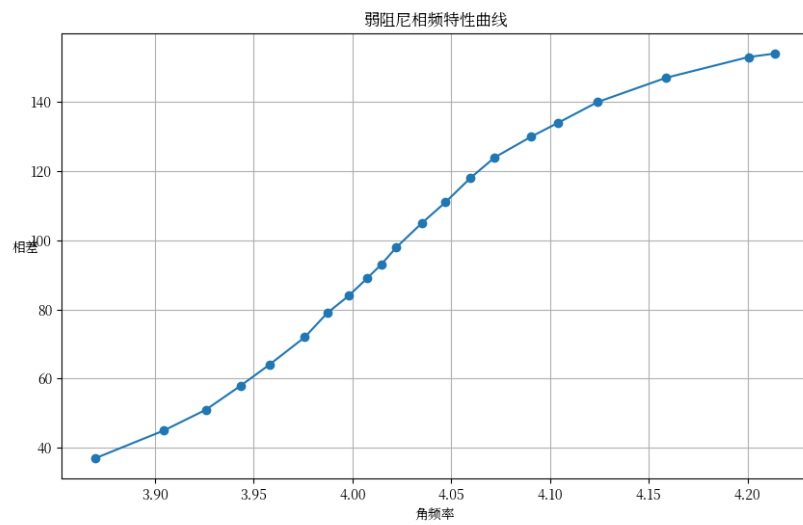


图 5: 弱阻尼相频特性曲线

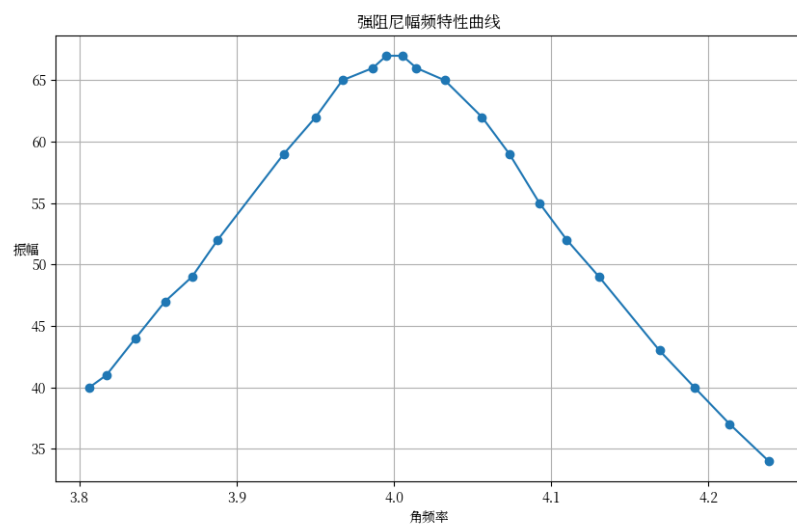


图 6: 强阻尼幅频特性曲线

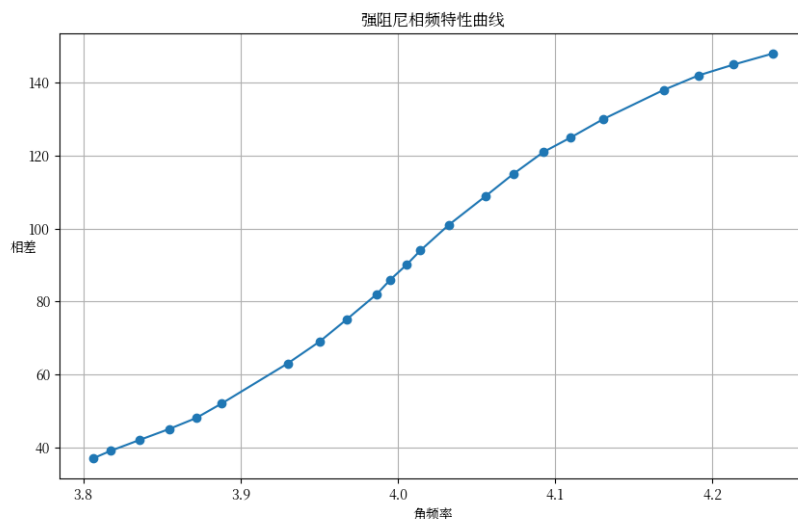


图 7: 强阻尼相频特性曲线

4.3 瞬态过程部分

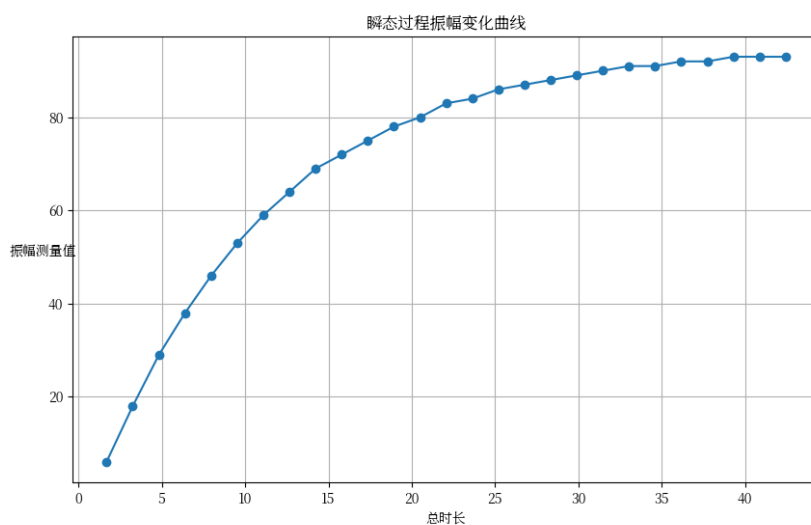


图 8: 瞬态过程振幅变化曲线

5 分析讨论

1. 从阻尼振动部分的线性拟合结果可以看出：

- 无阻尼振动的斜率绝对值最小，说明阻尼系数最小
- 强阻尼振动的斜率绝对值最大，说明阻尼系数最大
- 截距值相近，反映了初始振幅的相似性

2. 受迫振动部分的幅频特性曲线显示：

- 弱阻尼时存在明显的共振峰
- 强阻尼时共振峰不明显，振幅变化平缓
- 相频特性曲线在共振频率附近发生快速变化

3. 瞬态过程分析：

- 振幅随时间逐渐增大并趋于稳定
- 达到稳态所需时间与阻尼大小相关
- 实验结果与理论预测趋势一致

4. 品质因数 Q 的计算：

- 通过不同方法计算的 Q 值应进行比较
- 弱阻尼时的 Q 值明显大于强阻尼
- 不同计算方法的结果存在一定差异，需分析误差来源

5. 误差分析：

- 测量系统误差
- 环境干扰影响
- 数据处理过程中的近似引入的误差
- 实验操作中的随机误差