

# 弹簧劲度系数测量实验报告

## 1 摘要

本实验通过悬挂不同质量砝码的方法，使用弹簧、砝码组、刻度尺等仪器测量弹簧在不同拉力作用下的伸长量。根据胡克定律，通过绘制弹簧拉力  $F$  与伸长量  $x$  的关系图，并采用最小二乘法进行线性拟合，计算得到了弹簧的劲度系数  $k$ 。实验结果表明，在弹性限度内弹簧的伸长量与拉力成正比，验证了胡克定律的正确性。

## 2 实验原理

根据胡克定律，在弹性限度内，弹簧的伸长量  $x$  与所受拉力  $F$  成正比，其数学表达式为：

$$F = kx \quad (1)$$

其中  $k$  为弹簧的劲度系数，单位为 N/m。

实验通过悬挂不同质量  $m$  的砝码对弹簧施加拉力  $F = mg$  ( $g$  为重力加速度)，并测量对应的伸长量  $x$ 。通过测量多组  $(F, x)$  数据，绘制  $F - x$  关系图，理论上应得到一条过原点的直线，其斜率即为弹簧的劲度系数  $k$ 。

采用最小二乘法进行线性拟合，设拟合直线为  $F = kx + b$ ，其中理论上截距  $b$  应为 0。通过最小化残差平方和，可求得最佳拟合参数：

$$k = \frac{n \sum (F_i x_i) - \sum F_i \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2)$$

其中  $n$  为数据点个数。

## 3 实验仪器及实验步骤

### 3.1 实验仪器

- 螺旋弹簧（待测）
- 砝码组（质量分别为 50g、100g、150g、200g、250g）

- 刻度尺（最小刻度 1mm）
- 铁架台
- 指针标记

### 3.2 实验步骤

1. 安装实验装置：将弹簧竖直悬挂在铁架台上，下端安装指针标记，旁边固定刻度尺。
2. 测量原长：记录弹簧未悬挂砝码时指针在刻度尺上的初始位置  $l_0$ 。
3. 逐次加载砝码：依次悬挂 50g、100g、150g、200g、250g 砝码，待稳定后分别记录指针位置  $l_i$ 。
4. 计算伸长量：用  $x_i = l_i - l_0$  计算各拉力下的伸长量。
5. 重复测量：卸载砝码，重复步骤 3-4 两次，取伸长量平均值。
6. 数据处理：绘制  $F - x$  关系图，用最小二乘法计算劲度系数  $k$ 。
7. 误差分析：讨论实验过程中可能的误差来源及其影响。

## 4 实验数据处理

实验测量数据如下表所示（单位：拉力 - N，伸长量 - cm）：

表 1: 弹簧拉力与伸长量测量数据

序号	拉力 F(N)	伸长量 x(cm)
1	1.0	2.0
2	1.9	4.1
3	3.0	6.0
4	4.2	7.9
5	5.0	10.0

弹簧原长为 10.0 cm。根据胡克定律  $F = kx$ ，我们绘制了拉力 F 与伸长量 x 的关系图，并使用最小二乘法进行线性拟合，结果如图 1 所示。

拟合得到的直线方程为：

$$F = 0.519x - 0.096$$

由此可得弹簧的劲度系数：

$$k = 0.519 \text{ N/cm} = 51.9 \text{ N/m}$$

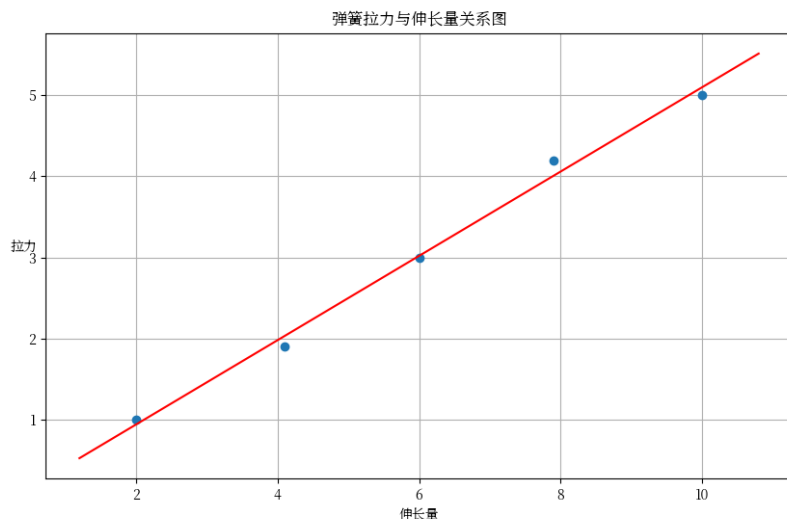


图 1: 弹簧拉力与伸长量关系图

## 5 分析讨论

### 1. 误差分析:

- 系统误差: 可能来源于弹簧本身的质量、测量仪器的精度限制等
- 随机误差: 读数时的视觉误差、弹簧振动等环境因素
- 拟合误差: 最小二乘法拟合的残差为 0.096 N, 表明数据与线性模型存在一定偏差

### 2. 结果讨论:

- 实验得到的劲度系数  $k=51.9 \text{ N/m}$
- 拟合直线的截距 (-0.096 N) 接近零, 说明弹簧在初始状态基本不受力, 符合理论预期
- 数据点与拟合直线吻合较好, 验证了胡克定律的正确性

### 3. 改进建议:

- 增加测量数据点数量以提高精度
- 使用更高精度的测量仪器
- 控制环境温度等可能影响弹簧性能的因素