Artificial Intelligence
人工智能实验

归结原理

中山大学计算机学院
2024年春季

实验2 归结（项目）

- 编写程序，实现一阶逻辑归结算法，并用于求解给出的两个逻辑推理问题
  - 输出格式如下（格式正确且过程正确即可）：

1. (P(x),Q(g(x)))
2. (R(a),Q(z),¬P(a))
3. R[1a,2c]{X=a} (Q(g(a)),R(a),Q(z))

… …

"R" 表示归结步骤.
"1a" 表示第一个子句(1-st)中的第一个 (a-st)个原子公式，即P(x).
"2c"表示第二个子句(2-ed)中的第三个 (c-th)个原子公式，即¬P(a).
"1a"和"2c"是冲突的，所以应用最小合一{X = a}.

- 命名为"E3_学号.zip"，更新版本则加_v1，_v2等。
- 截止日期：**2024-03-25 23:59**（两周时间）
- 提交邮箱：ai_course_2024@163.com

实验2 归结 问题1

- Alpine Club
  - A(tony)
  - A(mike)
  - A(john)
  - L(tony, rain)
  - L(tony, snow)
  - (¬A(x), S(x), C(x))
  - (¬C(y), ¬L(y, rain))
  - (L(z, snow), ¬S(z))
  - (¬L(tony, u), ¬L(mike, u))
  - (L(tony, v), L(mike, v))
  - (¬A(w), ¬C(w), S(w))

```
[sysu_hpcedu_302@cpn238 ~/scc22/lsr/mp_linpack/resoluation]$ python main.py
11
A(tony)
A(mike)
A(john)
L(tony, rain)
L(tony, snow)
(¬A(x), S(x), C(x))
(¬C(y), ¬L(y, rain))
(L(z, snow), ¬S(z))
(¬L(tony, u), ¬L(mike, u))
(L(tony, v), L(mike, v))
(¬A(w), ¬C(w), S(w))
R[2,11a](w=mike) = ¬C(mike),S(mike)
R[2,6a](x=mike) = S(mike),C(mike)
R[5,9a](u=snow) = ¬L(mike,snow)
R[12b,13a] = S(mike)
R[8a,14](z=mike) = ¬S(mike)
R[15,16] = []
```

实验2 归结 问题2

- Block World
  - On(aa,bb)
  - On(bb,cc)
  - Green(aa)
  - ¬Green(cc)
  - (¬On(x,y), ¬Green(x), Green(y))

```
[sysu_hpcedu_302@cpn238 ~/scc22/lsr/mp_linpack/resoluation]$ python main.py
5
On(aa,bb)
On(bb,cc)
Green(aa)
¬Green(cc)
(¬On(x,y), ¬Green(x), Green(y))
R[4,5c](y=cc) = ¬On(x,cc),¬Green(x)
R[3,5b](x=aa) = ¬On(aa,y),Green(y)
R[2,6a](x=bb) = ¬Green(bb)
R[1,7a](y=bb) = Green(bb)
R[8,9] = []
```

实验2 提示

- 怎么处理输入？
  - s.find('(')返回字符串中第一个左括号所在的位置
  - s.replace('(', ' (').replace(')', ') ').split()有什么效果？
- 存储归结过程的数据结构
  - 集合、列表：需要用别的方法记录推理过程的结构
  - 二叉树、DAG：反应了结构，但较为复杂
- 不要遗漏可以归结的子句对
  - 用搜索来遍历：深度优先搜索、广度优先搜索……
- 是否需要实现MGU算法？
  - 如果公式中没有函数，怎么计算最一般合一？
    和有函数时有什么区别？

实验2 附加题1

- （学有余力同学可做）
  - I(bb)
  - U(aa,bb)
  - ¬F(u)
  - (¬I(y),¬U(x,y), F(f(z)))
  - (¬I(v), ¬U(w,v),E(w,f(w)))
  - R[3,4c]{u=f(z)} (¬I(y),¬U(x,y))
  - R[1,6b]{y=bb} ¬U(x,bb)
  - R[2,7] {x=aa} [ ]

实验2 附加题2

- （学有余力同学可做）
  - ¬P(aa)
  - (P(z), ¬Q(f(z),f(u)))
  - (Q(x, f(g(y))), R(s))
  - ¬R(t)
  - R[1,2a]{z=aa} ¬Q(f(aa), f(u))
  - R[3,5]{x=f(aa)} (Q(f(aa), f(g(y))), R(s))
  - R[5,6a] {u=g(y)} R(s)
  - R[4,7] {s=t} []

目录

1 基本概念

以Alpine Club问题为例

- Tony, Mike, and John belong to the Alpine Club.
- Every member of the Alpine Club who is not a skier is a mountain climber.
- Mountain climbers do not like rain, and anyone who does not like snow is not a skier.
- Mike dislikes whatever Tony likes, and likes whatever Tony dislikes.
- Tony likes rain and snow.
- Is there a member of the Alpine Club who is a mountain climber but not a skier?

1 基本概念

- Alpine Club问题形式化为
  - 已知条件（知识库）
    - Facts
      - A(tony)
      - A(mike)
      - A(john)
      - L(tony,rain)
      - L(tony,snow)
    - Rules
      - $\forall x(A(x) \wedge \neg S(x)) \rightarrow C(x)$
      - $\forall x(C(x) \rightarrow \neg L(x,rain))$
      - $\forall x(\neg L(x,snow) \rightarrow \neg S(x))$
      - $\forall x(L(tony,x) \rightarrow \neg L(mike,x))$
      - $\forall x(\neg L(tony,x) \rightarrow L(mike,x))$
  - 提问
    - $\exists x(A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x))$是否成立

1 基本概念

相关概念

- 常量（constant）：任何类型的实体
  - 俱乐部成员：tony，mike，john
  - 天气类型：rain，snow
- 变量（variable）：如x，y这类未知量
- 项（term）：可以理解为谓词/变量的参数项，由递归定义
  - 变量是项（可以看成是0元函数）
  - t1，t2，t3……tn是项，f是n元函数，则f(t1,t2,…,tn)也是项

Tips: 一阶逻辑中谓词不是项，即不能作为函数/谓词的参数，也就是不存在f(P(x))这种复合方式，但是二阶逻辑中是可以的

1 基本概念

□ 相关概念

- 谓词（predicate）：谓词是对其参数（也叫做项，term）的
  - □ 零元谓词：退化为命题
  - □ 单元谓词（unary predicate）：只有一个参数，表示参数具备某种属性，如A(x)表示x属于Alpine俱乐部
  - □ 多元谓词：有多个参数，表示参数之间的关系，如L(x,y)表示x和y具有喜欢关系，即x喜欢y

1 基本概念

相关概念

- 事实（fact）：谓词中变量实例化后得到事实
  - S(tony)：tony是skier
  - L(tony, rain)：tony喜欢下雨天
- 规则（rule）：也叫做公式，通过递归定义
  - t1，t2，t3……tn是项，P是n元谓词，则P(t1,t2,...,tn)是原子公式
  - t1，t2是项，那么t1=t2是原子公式
  - 如果α和β是公式，那么¬α，α∧β，α∨β，∃α，∀α都是公式

Tips:由于 (α →β) 等价于 (¬α ∨β)，(α↔β) 等价于 (α →β) ∧(β →α), 所以在递归定义中我们没有加入→和↔，它们可以被已有符号替代

1 基本概念

相关概念

- 可满足性：
  - 以Alpine俱乐部为例，$\exists x(A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x))$是否成立就是在问，是否存在一组实例化（一组赋值），使得$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$成立，这就是一个可满足性问题。对于该可满足性问题，只要能够找到一组赋值（在这里对应$\{x\}$的赋值），使得$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$成立，那么“$A(x) \wedge C(x) \wedge \neg S(x)$”是可满足的
- 逻辑蕴含和逻辑推论：
  - 逻辑蕴含$S \models \alpha$指对于任意变量赋值，如果S正确，则α也正确
  - 逻辑推论$S \vdash \alpha$指存在一条推理路径，从S出发，推导证明α

2 命题逻辑归结算法

- 定理：
  - S $\vdash$ () 当且仅当 S $\models$ ()， S $\models$ () 当且仅当 S 是不可满足的
  - 通过该定理，我们可得KB $\models \alpha$ 当且仅当 KB $\wedge \neg\alpha$ 不可满足，于是可以通过反证法证明KB $\models \alpha$
- 归结算法：
  - 将α取否定，加入到KB当中
  - 将更新的KB转换为clausal form得到S
  - 反复调用单步归结
    - 如果得到空子句，即S$\vdash$ ()，说明KB $\wedge \neg\alpha$ 不可满足，算法终止，可得KB $\models \alpha$
    - 如果一直归结直到不产生新的子句，在这个过程中没有得到空子句，则KB $\models \alpha$不成立

2 命题逻辑归结算法

- 归结算法：
  - Clausal form (便于计算机处理的形式)
    - 每一个子句对应一个元组，元组每一个元素是一个原子公式/原子公式的否定，元素之间的关系是析取关系，表示只要一个原子成立，该子句成立
      - 如子句¬child∨¬male∨boy对应数据结构(¬child,¬male,boy)，空子句()对应False
    - 元组的集合组成子句集S，子句集中每个句子之间是合取关系，表示每一个子句都应该被满足
    - 由于本次实验重点是归结算法，所以问题输入是已经转换过的clausal form，关于具体转换方式感兴趣的同学可以参考理论课课件
  - 单步归结
    - 从两个子句中分别寻找相同的原子，及其对应的原子否定
    - 去掉该原子并将两个子句合为一个，加入到S子句集合中
    - 例如(¬child,¬female,girl)和(child)合并为(¬female,girl)

2 命题逻辑归结算法

- 例子

KB

FirstGrade

FirstGrade -> Child

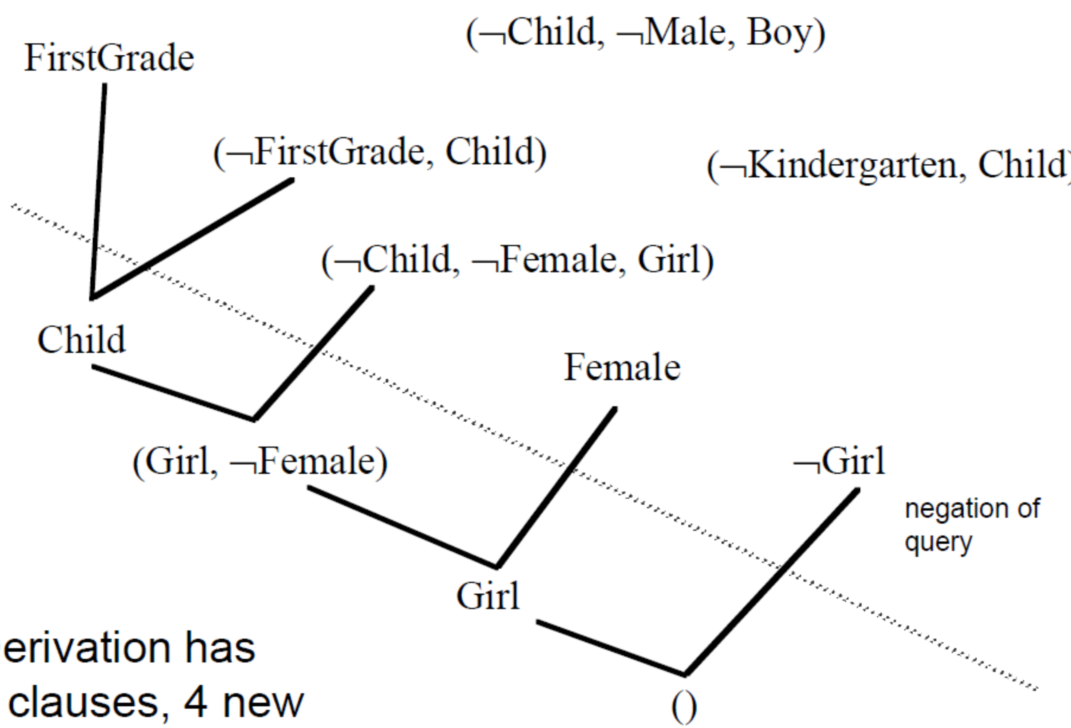
Child ∧ Male -> Boy

Kindergarten -> Child

Child ∧ Female -> Girl

Female

Show that KB $\models$ Girl



Derivation has
9 clauses, 4 new

3 Most general unifier算法

- 最一般合一算法：
  - 合一（unifier）：
    - 通过变量替换使得两个子句能够被归结（有相同的原子），所以合一也被定义为使得两个原子公式等价的一组变量替换/赋值
    - 由于一阶逻辑中存在变量，所以归结之前需要进行合一，如(P(john),Q(fred),R(x))和(¬P(y),R(susan),R(y))两个子句中，我们无法找到一样的原子及其对应的否定，但是不代表它们不能够归结
    - 通过将y替换为john，我们得到了(P(john),Q(fred),R(x))和(¬P(john),R(susan),R(john))，此时我们两个子句分别存在原子P(john)和它的否定¬P(john)，可以进行归结
  - 最一般合一：指使得两个原子公式等价，最简单的一组变量替换

3 Most general unifier算法

- 最一般合一算法：
  - 输入：两个原子公式，它们具有相同的谓词，不同的参数项和“¬”
  - 输出：一组变量替换/赋值
  - 算法流程：
    - $k = 0$; $\sigma_0 = \{\}$; $S_0 = \{f,g\}$
    - 如果S_k中的公式等价，返回σ_k作为最一般合一的结果
      - 否则找出S_k中的不匹配项$D_k = \{e1,e2\}$
    - 如果 e1=V 是变量，e2 = t是一个不包含变量V的项，将“V = t”添加到赋值集合$\sigma_{k+1} = \sigma_k \cup \{V = t\}$；并将$S_k$中的其它V变量也赋值为t，得到 S_{k+1} ；$k = k + 1$，转到第二步
      - 否则合一失败

Tips:变量替换是从两个原子公式中找到的，但是最后要施加给整个子句的

3 Most general unifier算法

- 例子：
  - P(f(a),g(x)) 和 P(y,y)无法合一
  - P(a,x,h(g(z))) 和 P(z,h(y),h(y))最一般合一为{z=a,x=h(g(a)),y=g(a)}
  - P(x,x) 和 P(y,f(y))无法合一

k	**σ_k**	**S_k**
0	{}	P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))
1	{z=a}	P(a, x, h(g(a))), P(a, h(y), h(y))
2	{z=a, x=h(y)}	P(a, h(y), h(g(a))), P(a, h(y), h(y))
3	{z=a, x=h(g(a)), y=g(a)}	P(a, h(g(a)), h(g(a))), P(a, h(g(a)), h(g(a)))

4 一阶逻辑归结算法

- 归结算法：
  - 将α取否定，加入到KB当中
  - 将更新的KB转换为clausal form得到S
  - 反复调用单步归结
    - 如果得到空子句，即S|– ()，说明KB ∧¬α 不可满足，算法终止，可得KB |= α
    - 如果一直归结直到不产生新的子句，在这个过程中没有得到空子句，则KB |= α不成立
  - 单步归结
    - 使用MGU算法从两个子句中得到相同的原子，及其对应的原子否定
    - 去掉该原子并将两个子句合为一个，加入到S子句集合中
    - 例如(¬Student(x),HardWorker(x))和(HardWorker(sue))合并为(¬Student(sue))