

Лабораторная работа 4

Дуденко Екатерина

1 мая 2023 г.

1 Условие

Рассматривается уравнение теплопроводности:

$$\begin{aligned} u_t - \operatorname{div}(a \operatorname{grad}(u)) &= 0 \\ (x, u) \in \Omega, \quad u &= u(x, y), \quad a = a(x, y), \quad f = f(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение (1) дополнено краевыми условиями:

$$\begin{aligned} u &= 0, \text{ на } D_1, D_2, D_3, D_4 \\ u_x &= 1, \text{ на } N_2 \\ u_y &= -1, \text{ на } N_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициент a равен 4000 в квадрате S и 500 вне его. Начальные условия – нулевые.

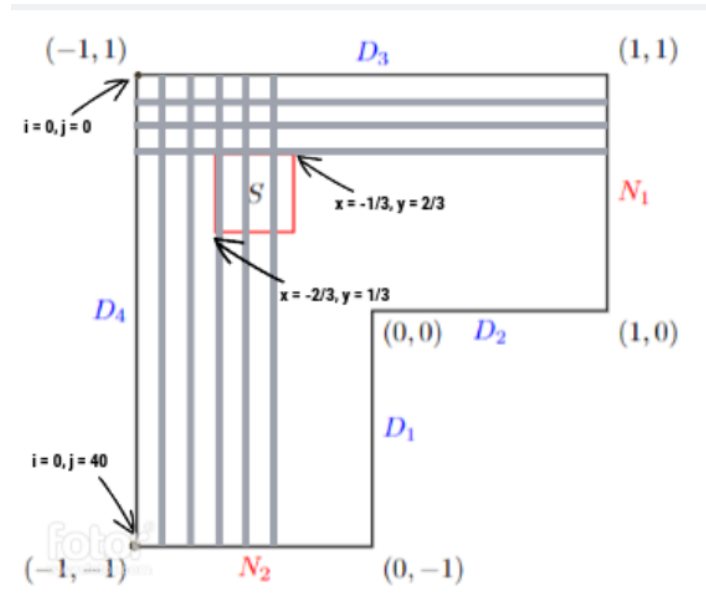


Рис. 1: Сетка

2 Выполнение

На каждом шаге строятся две матрицы A и B , B - для уже известного, с прошлого шага, вектора u_n , матрица A для нового вектора u_{n+1} . Также присутствуют векторы значений add_n и add_{n+1} , которые получаются из краевых условий, для u_{ij} , на границах сетки. u_0 - это u_{11} .

$$A * u_{n+1} + add_{n+1} = B * u_n + add_n \quad (3)$$

Получающаяся `sru` матрица:

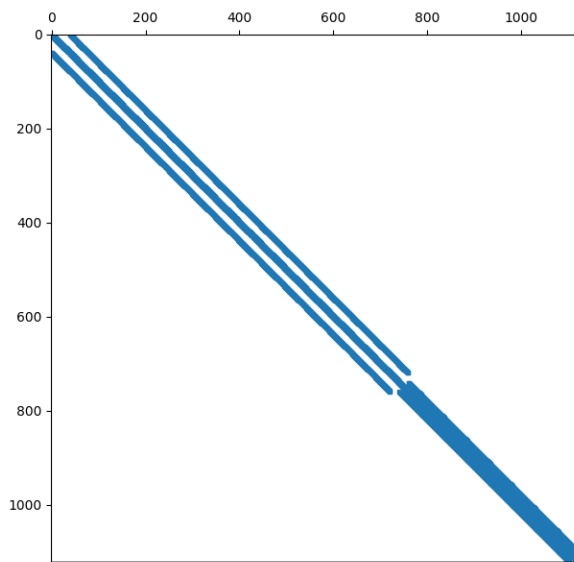


Рис. 2: Матрица на первом шаге

Итерации продолжаются до тех пор, пока разница L_1 норм векторов u_n и u_{n+1} не будет меньше установленной точности $\epsilon = 0.5$ (мне не хотелось долго ждать ответа).

3 Результат

В итоге можно получить матрицу значений узлах сетки:

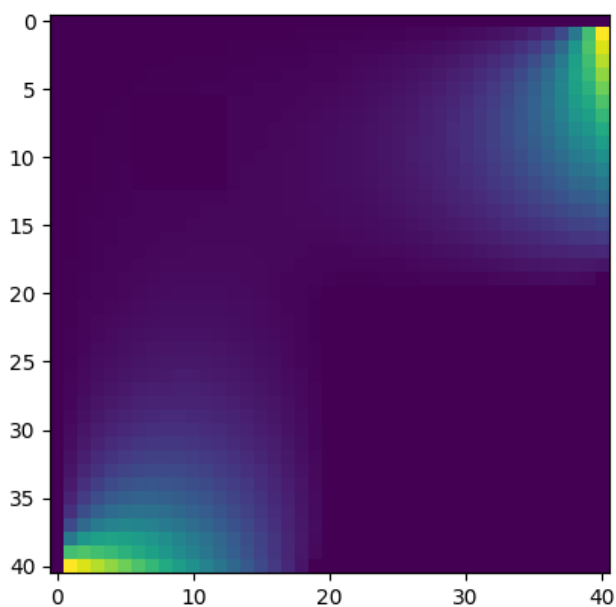


Рис. 3: Результат

Для такого $\epsilon = 0.5$ получается примерно 30 итераций. Тогда график схождения для нормы вектора будет выглядеть так:

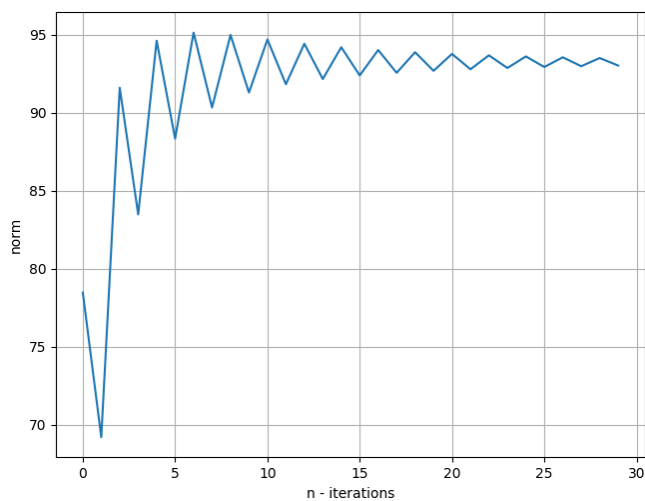


Рис. 4: Сходимость нормы