第一章　微分方程和其基本概念

数学语言可以间接的描述自然世界的变化规律，代数学足以解决许多静态的问题，但是自然世界中的物理现象往往是动态变化的，我们需要引入新的数学工具来解决此类问题。

在具体的向各位介绍微分方程之前，我们先从一个简单的例子开始:

例 1.0.1. 种群数量增长 在简单的情况下，我们认为出生率和死亡率不变，不考虑种群的迁入和迁出。在这种情况下，人口增长的比例 $k=(B-D)N$ 与种群数量 N 成正比，即:

$$\frac{dN}{dt}=kN$$

对于上面的例子，我们希望研究种群数量（dependent variable）和时间（independent variable）的关系，得到的方程带有他们和导数

定义 1.0.1. 包含一个或多个函数（因变量）对一个或多个自变量的导数的方程，被称为**微分方程**

注.

1. 因变量和自变量的选取并不是绝对的，在实际问题中可以根据需求而转化
2. 未知函数仅依赖于一个自变量的微分方程我们称之为**常微分方程 (ODE)**, 而依赖多个的称之为**偏微分方程（PDE）**

例 1.0.2 (types of differential equations)**.**

1. The equations:

$$\frac{dy}{dx}+2x=3y; \quad y''-2y'+xy=2e^x$$

are examples of ordinary differential equations.

2. The equations:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

are examples of partial differential equations