一、基础部分

字符转义

例题: C2 - A 立个flag

格式化输入输出

scanf(): 严格按照给定格式读入

```
scanf("%d:%d")
scanf("%4d:%2d:%2d") == 3 ?
```

printf(): 可规定格式输出

%5d: 打印五格,不足则左边补空格
 %-5d: 打印五格,不足则右边补空格
 %05d: 打印五格,不足则左边补 0

• %.5f: 保留小数点后五位

常用的八个数据类型:

• %c -> char

• %s -> char[]

• $\%d \rightarrow [int : [-2147483648, 2147483647]]$

• %u -> unsigned int

• %11d -> long long

• %11u -> unsigned long long

• %f -> float (读入、输出)

• %1f -> double (仅限读入)

字符、字符串输入输出

scanf("%s", str): 仅读入一般意义下的可见字符,遇到空格、换行、回车、制表符则会跳过。

注意 str 作为字符串不加取址符, 且谨防**定义陷阱**

gets(str):读行,且仅会覆盖读入。

注意如果上一行结尾的换行符没有处理,则仅会读入空串。能不使用则尽量不使用

gets 下多组数据的读法:

```
while(gets(str) != NULL){}
```

ch = getchar():按字符读入,等价于 scanf("%c", &ch),通常用来处理行末换行符

库函数

<string.h>

- strlen(str) : 获取字符串 str 的长度 (从头至第一个 '\0' 前的字符数量)
- sizeof(x): 返回元素 x 所占字节数 (x 可包括数组、结构体)
- strcmp(s1, s2) : 逐字符比较两字符串,返回 0, 1, -1 (字典序相等、后者大、后者小)
- strncmp(s1, s2, n) : 同上,但仅比较前 n 个字符,注意 $n \leq min(strlen(s1), strlen(s2))$
- strcpy(s1, s2) : 将 s2 整个复制到 s1 中, 自动补一位结束符 '\0'
- strncpy(s1, s2, n) : 复制 s2 前 n 个字符至 s1 中,仅做替换,不补结束符,注意 n 要求同上
- strchr(str, ch) : 返回 str 串中**第一次**出现字符 ch 的指针 (可能返回 NULL)
- strrchr(str, ch) : 返回 str 串中**最后一次**出现字符 ch 的指针 (可能返回 NULL)
- strstr(s1, s2) : 返回 s1 串中**第一次**出现 s2 串的**首位置**指针 (可能返回 NULL)
- strrstr(s1, s2) : 返回 s1 串中**最后一次**出现 s2 串的**首位置**指针 (可能返回 NULL)
- memset(a, 0, sizeof(a)) : 将数组 a + sizeof(a) 个元素置为 0 , 通常用于**初始化**

特别要求:不要使用这些常见函数之外的函数,否则可能出现 CE 的结果。

<math.h>

- abs(x) , llabs(x) , fabs(x) 分别计算 int , long long , double 型的绝对值
- log(x), log10(x) 分别计算 x 以自然常数 e 、10 为底的对数
- exp(x) 计算自然常数 e 的 x 次方
- pow(a, x) 计算给定数 a 的 x 次方
- sqrt(x) 计算 x 的平方根
- sin(x), cos(x), tan(x), asin(x), acos(x), atan(x), atan2(y, x) 以弧度制表示
- floor(x), celi(x)向下、向上取整,返回值为 double 型

```
//四舍五入
double x;
scanf("%lf", x);
printf("%d", (int)(x + 0.5));
```

<ctype.h> (不建议使用)

- isalnum(x): 检查 x 是否为字母或数字
- isalpha(x): 检查 x 是否为字母
- isdigit(x): 检查 *x* 是否为十进制数字
- islower(x): 检查 x 是否为**小**写字母
- [isupper(x]]: 检查 x 是否为**大**写字母
- tolower(x): 将大写字母转换为小写字母,注意参数 x 必须为字母,否则会出错(RE? OE?)
- toupper(x): 将**小**写字母转换为**大**写字母,注意参数 x 必须为**字母**,否则会出错(RE? OE?)

```
if(x >= 'a' \&\& x <= 'z')
```

#define宏定义: 二义性陷阱

```
#define pow(x) x * x//x
#define pow(x) (x) * (x)//x
#define pow(x) ((x) * (x))///

output pow(x) -> x * x

output pow(x + 1) -> x + 1 * x + 1 = 2x + 1

output pow(x + 1) / pow(x + 1)

-> (x + 1) * (x + 1) / (x + 1) * (x + 1)

-> (x + 1) * (x + 1)
```

位运算

- 按位与 &
- 按位或 |
- 按位取反 ~
- 按位异或 ^
- 按位左移、右移 << >> , 一边溢出抹除 , 另一边补 0

运算优先级: 括号最高, 其余无需全部记住, 所以打括号即可。

重定向

```
freopen("file_name", "r", stdin);
freopen("file_name", "w", stdout);
```

递归

• 定义:如果你不知道什么是递归,请再次阅读递归的定义。

• 必要要素: 终止条件

例: 汉诺塔

```
char s[4] = {' ', 'a', 'b', 'c'};
int cnt = 0;

void hanoi(int n, int a, int b, int c){
   if(n == 1){
      printf("step #%d : move %d from %c to %c\n", ++cnt, x, s[a], s[c]);
      return;
   }
   hanoi(n - 1, a, c, b);
   printf("step #%d : move %d from %c to %c\n", ++cnt, x, s[a], s[c]);
   hanoi(n - 1, b, a, c);
}
```

排序

• 冒泡排序: 复杂度 $O(n^2)$

```
for(int i = 1; i < n; i++){
    for(int j = n; j > i; j--){
        if(a[j] < a[j-1]){
            swap(a[j], a[j-1]);
        }
    }
}</pre>
```

快速排序:复杂度 O(nlogn)统一使用 stdlib.h 中的 qsort。函数原型及参数:

```
例: qsort(a + 1, n, sizeof(a[0]), cmp);
```

重点: cmp 函数。

```
int cmp(const void *a, const void *b){
   return *(int*)a - *(int*)b;
}
```

额外要点: (多关键字) 结构体排序

```
typedef struct node{
    int a, b, c;
    char d[233];
}s[233];

int cmp(const void *a, const void *b){
    node x = *(node*)a, y = *(node*)b;
    if(x.a != y.a) return x.a - y.a;
    if(x.b != y.b) return x.b - y.b;
    if(x.c != y.c) return x.c - y.c;//按关键字优先顺序列出
    return strcmp(x.d, y.d);
}
```

指针:无选择题,此处不讲,代码中能避免则避免。

二、常见操作汇总

时间复杂度概述

说法极其不严谨,仅仅让大家有个概念,为的是大家**不要**在考试时去浪费时间写必然 TLE 的程序!! 设题目中输入的数据范围大小为n,那么如果你的程序运算次数x和f(n)的增长速度同级,那么你的程序时间复杂度就是O(f(n))。

OJ 评测机每秒运算量在 10^8 到 10^9 数量级,我们可以反推出常见复杂度对应的适合的数据范围:

```
• O(\sqrt{n}), n \leq 10^{14}.
```

- O(n), $n < 10^7$.
- $O(n\log n)$, $n \leq 10^6$, 常见的是 $n = 10^5$, 看见这个数字基本就是告诉你, $O(n^2)$ 别想过了!!
- $O(n^2)$, $n \leq 5000$.
- $O(n^3)$, $n \le 500$.
- $O(2^n)$, $n \leq 24$.
- $O(n!), n \leq 11.$

多组数据读入

• 对于给定组数 t

```
int t; scanf("%d", &t);
for(int i = 1; i <= t; i++){scanf("...");}
或者
while(t--){scanf("...");}//此写法需保证 t 不参与运算</pre>
```

• 对于不定组数

```
while(scanf("...") != EOF){} 或者 while(~scanf("...")){}
```

最大公约数和最小公倍数

设 $\gcd(x,y)$ 是 x 和 y 的最大公约数, $\ker(x,y)$ 是 x 和 y 的最小公倍数,那么 $x\cdot y=\gcd(x,y)\cdot \ker(x,y)$ 。

上述公式对多个数不一定成立,例如 $x \cdot y \cdot z = \gcd(x, y, z) \cdot \operatorname{lcm}(x, y, z)$ 不一定成立。

 $O(\log n) \not \equiv \gcd(x, y)$:

```
int gcd(int x, int y){//精简版
    return y ? gcd(y, x % y) : x;
}
int gcd(int x, int y){
    if(y) return gcd(y, x % y);
    return x;
}
```

• 例题: C1-H。

补码

计算机中整数直接使用补码存储,没必要进行复杂的转换操作,直接判断每一位的值即可。

```
for(int i = 31;~i;i--) printf("%d", (x & (1 << i)) != 0);
```

• 例题: C3-D。

十进制正整数转换到 b 进制

十进制正整数 x 在 b 进制下的唯一表示法: (我们求的数是有限的,所以从某一个 i 开始 a_i 全为 0)

$$x=\sum_{i=0}^{+\infty}a_ib^i \ a_i=0,1,\cdots,b-1$$

```
int a[10086], cnt;
while(x){
    ++cnt;
    a[cnt] = x % b;
    x /= b;
}
for(int i = cnt;i;i--) printf("%d", a[i]);
```

• 例题: C3-H。

数位之和

同上, 我们求出了 a_i , 数位之和即为:

$$\sum_{i=0}^{+\infty} a_i$$

• 例题: C2-G。

分解质因数

n至多有一个质因子大于 \sqrt{n} 。

```
int x = n;
for(int i = 2;i * i <= n && x > 1;i++){
    while(x % i == 0){
        x /= i;
        printf("%d ", i);
    }
}
if(x > 1) printf("%d ", x);
```

• 例题: E5-A。

求全部因子

除完全平方数外,两两因子成一对,一个大于 \sqrt{n} ,一个小于 \sqrt{n} 。完全平方数额外有一个因子 \sqrt{n} 。

```
for(int i = 2;i * i <= n;i++){
    if(n % i) continue;
    printf("%d ", i);
    if(i * i != n) printf("%d ", n / i);
}</pre>
```

• 例题: E1-K。

记录字母/数字出现次数

开一个数组 a, 让 a[i] 表示第 i 个量的出现次数,下面以统计一个小写字母串中每个字母出现的次数为例:

```
for(int i = 0;i < len;i++) a[s[i] - 'a']++;
```

例题: E8-F。

二维画图题

先把每个位置的字符存到字符数组中,最后再统一输出。

```
char s[105][105];
/*
do something
*/
for(int i = 1;i <= n;i++) printf("%s\n", s[i]);</pre>
```

• 例题: E6-G。

高精度加法

原理是加法竖式:

```
int a[10086], b[10086], c[10086];
int x = 0;//进位标记
for(int i = 1;i <= n + 1;i++){//n为a和b位数的最大值
    c[i] = a[i] + b[i] + x;
    x = c[i] / 10;
    c[i] %= 10;
}
```

高精度减法

原理是减法竖式:

```
int a[10086], b[10086], c[10086];
int x = 0;//借位标记
for(int i = 1;i <= n;i++){//n为a和b位数的最大值
    c[i] = a[i] - x - b[i];
    if(c[i] < 0) c[i] += 10, x = 1;
    else x = 0;
}</pre>
```

高精度乘法

高精度乘低精度

$$x=\sum_{i=0}^{+\infty}a_i10^i \ a_i=0,1,\cdots,9 \ bx=\sum_{i=0}^{+\infty}a_ib10^i$$

因此只需将每一位上的数字乘以 b 再进位即可。

```
int a[10086], b;
int x = 0;
for(int i = 1;;i++){
    a[i] = a[i] * b + x;
    x = a[i] / 10;
    a[i] %= 10;
    if(i >= n && x == 0) break;//n为a的位数
}
```

高精度乘高精度

我们考虑 $a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0$ 和 $b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0$ 两个十进制的相乘。

• 乘法竖式:

可以观察到在不进位的情况下结果的每一位,有:

$$c_i = \sum_{j=0}^i a_j b_{i-j}$$

之后再处理进位即可。

• 多项式乘法:

高精度乘法相当于计算:

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i 10^i
ight) imes \left(\sum_{i=0}^m b_i 10^i
ight)$$

我们将 10 当作自变量 x,相当于计算两个多项式的乘积:

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i
ight) imes \left(\sum_{i=0}^m b_i x^i
ight)$$

结果多项式每一项的系数为:

$$c_i = \sum_{i=0}^i a_j b_{i-j}$$

之后再处理进位即可。

```
int a[10086], b[10086], c[20086];
for(int i = 0;i <= n + m;i++){
    c[i] = 0;
    for(int j = 0;j <= i;j++){
        c[i] += a[i] * b[i - j];
    }
}
int x = 0;
for(int i = 1;i <= n + m + 1;i++){
    c[i] += x;
    x = c[i] / 10;
    c[i] %= 10;
}</pre>
```

高精度除法

高精度除低精度

原理是除法竖式:

```
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 1 & 6 \\
\hline
2 & 2 & 3 & 3 \\
 & 2 & & \\
\hline
 & 3 & & \\
 & 2 & & \\
\hline
 & 1 & 3 & \\
 & 1 & 2 & \\
\hline
 & 1 & 1 & \\
\end{array}
```

```
int a[10086], b;
int x = 0;
for(int i = 1;i <= n;i++){
    a[i] += x * 10;
    x = a[i] % b;
    a[i] /= b;
}
//a为商, x为余数</pre>
```

高精度除高精度

可以看这里

模运算性质

```
(a+b) \bmod p = ((a \bmod p) + (b \bmod p)) \bmod p

(a-b) \bmod p = ((a \bmod p) - (b \bmod p)) \bmod p

(a \times b) \bmod p = ((a \bmod p) \times (b \bmod p)) \bmod p
```

注意减法可能会出现负数,C 语言中负数取模得到的是一个非正整数! $(a-b) \bmod p$ 可以使用如下写法:

```
x = (a \% p + p - b \% p) \% p;
```

乘法可能会爆 int , 我们可以选择运算过程中转换为 long long:

```
x = 111 * (a % p) * (b % p) % p;
```

当然,如果不熟练也可以直接全部用 long long, 省时省力!!

高精度取模

对于一个高精度数字,如果只想知道它对一个数取模的结果,不需要去进行高精度除法,可以利用模运 算性质快速得到,比如:

$$1234$$

$$= 10 \times 123 + 4$$

$$= 10 \times (10 \times 12 + 3) + 4$$

$$= 10 \times (10 \times (1 \times 10 + 2) + 3) + 4$$

```
int a[10086];
int ans = 0;
for(int i = 1;i <= n;i++){//n是a的位数 p是模数
    ans = (111 * ans * 10 + a[i]) % p;
}</pre>
```

二分查找

在一个单调递增数组中判断是否存在一个值,这里给出两个稳定的写法模板。

• 找到 x 第一次出现的位置 (如果存在)。

```
int a[10086];//a是有序的
int x;//x为要寻找的数
int l = 1, r = n, mid;//n为数组长度
while(1 < r){
    mid = (1 + r >> 1) + 1;
    if(a[i] <= x) l = mid;
    else r = mid - 1;
}
if(a[1] == x){//如果存在的话
    // do something
}</pre>
```

• 找到 x 最后一次出现的位置(如果存在)。

```
int a[10086];//a是有序的
int x;//x为要寻找的数
int l = 1, r = n, mid;//n为数组长度
while(l < r){
    mid = l + r >> 1;
    if(a[i] >= x) r = mid;
    else l = mid + 1;
}
if(a[l] == x){//如果存在的话
    // do something
}
```

二分求根

以函数仅有一个零点,零点左侧函数值小于0,右侧函数值大于0为例。

```
double l = -1e9, r = 1e9, mid;
while(r - l > 1e-7){//最终二分出来的精度
    mid = (l + r) / 2;
    if(cal(mid) < 0) l = mid;
    else r = mid;
}
printf("%.5f", l);</pre>
```

前缀和优化

给出一个序列 $[a_1,a_2,\cdots,a_n]$, m 次询问给出 l,r, 求:

$$\sum_{i=l}^{r} a_i$$

直接暴力复杂度为 O(nm) ,可能会超时,可以 O(n) 预处理出前缀和数组:

$$\mathit{sum}_i = \sum_{j=1}^i a_i$$

对于每次询问只需输出:

$$\sum_{i=l}^r a_i = sum_r - sum_{l-1}$$

总时间复杂度为O(n+m)。

```
int n, m, l, r;
int a[10086], sum[10086];
scanf("%d%d", &n, &m);
for(int i = 1;i <= n;i++) scanf("%d", &a[i]);
sum[0] = 0;
for(int i = 1;i <= n;i++) sum[i] = sum[i - 1] + a[i];
while(m--){
    scanf("%d%d", &l, &r);
    printf("%d\n", sum[r] - sum[l - 1]);
}</pre>
```

• 例题: E5-H, E6-E。

逆序对

逆序对的定义为:

$$\{(i,j)|i < j \text{ and } p_i > p_j\}$$

 $O(n^2)$ 求逆序对:

```
int a[10086], n, ans = 0;
for(int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j < i; j++) {
        ans += a[i] < a[j];
    }
}</pre>
```

冒泡排序交换元素个数的次数是一个序列的逆序对个数。

归并排序/树状数组可以 $O(n \log n)$ 求解逆序对数量。

• 例题: C2-J, E3-J。

三、题目选讲(含去年真题)

方阵旋转

• 题意:给定一个 $n \times n$ 的方阵,输出将其逆时针旋转 90° 后的方阵。

比如:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

• 题解:找规律可以发现第i行j列的数位置会变为n+1-j行i列。

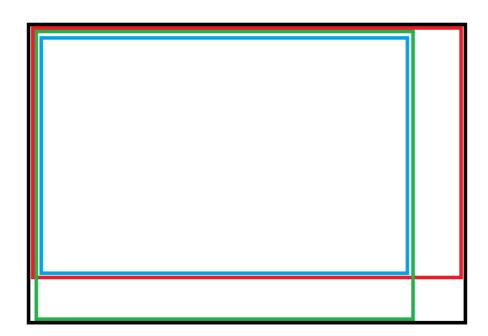
二维前缀和

- 题意:给定一个 $n \times m$ 的矩阵,多次询问某个子矩阵内所有元素的和,要求每次询问 O(1) 时间完成。
- 题解: 预处理出一个二维前缀和数组, 定义如下:

$$sum_{i,j} = \sum_{k=1}^{i} \sum_{l=1}^{j} a_{l,k}$$

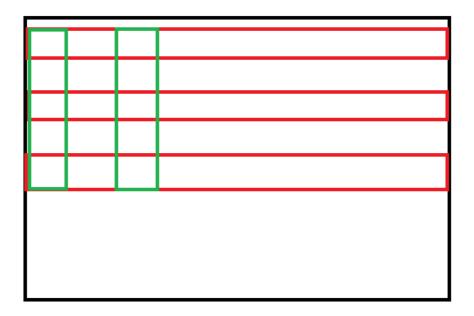
两种方式预处理:

。 容斥原理:



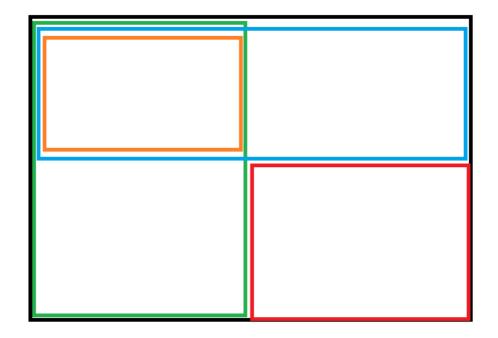
```
for(int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j <= m; j++) {
        sum[i][j] = sum[i - 1][j] + sum[i][j - 1] - sum[i - 1][j - 1]
+a[i][j];
    }
}</pre>
```

。 先求出每行的前缀和, 再求出二位前缀和:



```
for(int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j <= m; j++) {
        sum[i][j] = sum[i][j - 1] + a[i][j];
    }
}
for(int i = 1; i <= n; i++) {
    for(int j = 1; j <= m; j++) {
        sum[i][j] += sum[i - 1][j];
    }
}</pre>
```

对于每组询问,使用容斥原理得出答案,设询问的子矩阵左上角为 (x_1,y_1) ,右下角为 (x_2,y_2) ,那么答案为:



差分

- 题意: 一共有 n 个数, m 次操作第 l_i, l_i+1, \cdots, r_i 每个数增加 1,问最后每个数是多少,要求在 O(n+m) 时间内完成。
- 题解: 设 n 个数为 a₁, a₂, ···, aₙ, 定义:

$$b_i = \left\{egin{array}{ll} a_i, & i=1\ a_i-a_{i-1}, & i>1 \end{array}
ight.$$

那么每次操作 b_{l_i} 增加了 1 , b_{r_i+1} 减少了 1 , 可以 O(1) 修改 , 最后有 :

$$a_i = \sum_{j=1}^i a_j$$

求一次 b 数组的前缀和即可。

相同的数

- 题意: n 个 int 范围内的数,问有没有两个数相同的数。 $(2 \le n \le 10^5)$
- 题解:排序后检查相邻两个数是否相等。

递推题

- 题意: Intouchables 度过了一个很快乐的假期,他每天都在玩游戏。设游戏有 A,B,C 三种,每种游戏每天玩都会有不同的快乐值,第 i 天分别为 a_i,b_i,c_i ,Intouchables 每天只玩一种,且**相邻的两天内不会玩同一种游戏**,请你计算 n 天后总共能获得的**最大**快乐值。
- 题解:设 $f_{i,j}$ 是前 i 天在最后一天玩第 j 个游戏 (j=1,2,3 分别代表 A,B,C 三种游戏) 的情况下快乐值的最大值,有下列递推式:

$$f_{i,1} = egin{cases} a_1, & i = 1 \ a_i + \max(f_{i-1,2}, f_{i-1,3}), & i > 1 \end{cases} \ f_{i,2} = egin{cases} b_1, & i = 1 \ b_i + \max(f_{i-1,1}, f_{i-1,3}), & i > 1 \end{cases} \ f_{i,3} = egin{cases} c_1, & i = 1 \ c_i + \max(f_{i-1,1}, f_{i-1,2}), & i > 1 \end{cases}$$

```
for(int i = 1;i <= n;i++){
    if(i == 1){
        f[i][1] = a[1];
        f[i][2] = b[1];
        f[i][3] = c[1];
}else{
        f[i][1] = a[i] + max(f[i - 1][2], f[i - 1][3]);
        f[i][2] = b[i] + max(f[i - 1][1], f[i - 1][3]);
        f[i][3] = c[i] + max(f[i - 1][1], f[i - 1][2]);
}</pre>
```

贪心题

• 题意:选择一个 1 到 26 的排列 $[p_1, p_2, \dots, p_{26}]$,使得 $f(\mathbf{a}) = p_1, f(\mathbf{b}) = p_2, \dots, f(\mathbf{z}) = p_{26}$ 。 使得对给定的长度为 n 的字符串 s,下列值最小:

$$\sum_{i=1}^n f(s_i)$$

比如, $[p_1, p_2, \dots, p_{26}] = [1, 2, \dots, 26]$, 那么字符串 abca 的权值为 1 + 2 + 3 + 1 = 7。

• 题解:按照出现次数从小到大排序,分别赋值 26,25,…,1。

如果你想AK

(以去年为例)建议熟练掌握:

- DFS (全排列, 找连通块等)
- BFS (01最短路, 迷宫等)
- 基础 DP 递推

四、Debug技巧+易错点总结

- 1.理清逻辑、简化思维后再开始打码
- 2.断点调试 or 中间变量输出

※抓取错误码

Process exited after 2.675 seconds with return value 3221225477 请按任意键继续. . . 🗕

ACCESS_VIOLATION

内存非法访问 (scanf 不加 & , 数组越界等) 常见值: 322122 5 4 7 7

• STACK_OVERFLOW

栈空间溢出(定义过大局部变量、无穷递归等) 常见值: 322122 5 7 2 5

DIVIDE_BY_ZERO

除数为 0 常见值: 322122 5 6 1 4 , 322122 5 6 2 0

WA: 答案错误

- 题意读错?
- 代码逻辑错误?
- 细节不到位?

- eps 精度不够?
- 精度溢出?
- 多组数据未初始化?
- if else 语句使用单等号? 括号是否匹配? 句尾是否误加分号?
- 自造边界数据测试

PE: 格式错误

- 空格、换行、制表符是否正确输出?
- 输出 n 个以空格隔开的数据时的一般约定

TLE: 超出时间限制

- 程序陷入死循环?
- 未注意时间复杂度?

MLE: 超出内存限制

• 几乎不出现,唯一原因:数组过大 (65536kb 约为 1.6×10^7 个 int 型数据所占内存)

CE:编译错误

- 检查语法
- 避免非常用函数

RE: 运行时错误

- 数组越界访问(注意变量做下标时的数据范围,例:多项式加法)
- 函数 (递归) 调用过多导致爆栈
- 局部定义数组过大导致爆栈
- 除数、模数为 0

OE: 其他错误

• 很少出现,很难给出一致原因

[Error] Id returned 1 exit status

 $int mian(){...}$

五、应试技巧

1.模板准备

- 纸质资料
- 做题模板 (注意按要求妥善保存以防死机)

2.不要死磕一题

- 或许后面有对你来说更简单的题
- 3.注意每题时空限制,关注Hint
- 4.操作别太快,运行窗口别开太多,防止死机

六、考前复习建议

1.错题回顾

2.保持手感

每天保证 3 - 5 题