大物

目录

第一章 质点运动

质点运动描述

位置矢量

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

位矢余弦

$$cos\alpha = \frac{x}{|\vec{r}|} \quad cos\beta = \frac{y}{|\vec{r}|} \quad cos\gamma = \frac{z}{|\vec{r}|}$$

速度方程

$$\vec{r} \ = \ \vec{r}(t) \ = \ x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

分速度

$$\vec{v} \quad = \quad \overrightarrow{v_x} + \overrightarrow{v_y} + \overrightarrow{v_z} \quad = \quad v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

圆周运动

切向单位矢量

$$\vec{v} = v\overrightarrow{e_\tau} = \frac{ds}{dt}\overrightarrow{e_\tau} = |\vec{v}|\overrightarrow{e_\tau}$$

切向加速度

描述由速度大小变化快慢，方向为$\overrightarrow{e_t}$，与速度$\vec{v}$方向相同

$$\overrightarrow{a_\tau} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau} \qquad a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad \overrightarrow{\alpha_\tau} = r\alpha\overrightarrow{e_\tau}$$

法向单位矢量

$\Delta\overrightarrow{e_t}$ 与 $\overrightarrow{e_t}$ 的方向垂直，所以法向单位矢量指向圆心

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{e_\tau}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{e_\tau}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{e_n}$$

法向加速度

反映速度方向变化快慢

$$\overrightarrow{a_n} = v\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{e_n} = r\omega^2\overrightarrow{e_n} = \frac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n}$$

加速度

$$\vec{\alpha} = \overrightarrow{a_\tau} + \overrightarrow{a_n} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau} + \frac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n} = r\alpha\overrightarrow{e_\tau} + r\omega^2\overrightarrow{e_n}$$

变速圆周运动

$$\alpha = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \qquad tan\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$$

自然坐标系

以动点为原点，以切向单位矢量 $\overrightarrow{e_t}$ 和法向单位矢量 $\overrightarrow{e_n}$ 为坐标轴建立的坐标系。

匀加速运动

$\vec{\alpha}$ 为常矢量

$$\vec{\tau} = \overrightarrow{\tau_0} + \overrightarrow{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2$$

匀变速圆周运动

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha_\tau \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

相对运动

质点相对基本参考系的绝对速度 $\vec{v}$ ，等于运动参考系相对绝对参考系的牵连速度 $\vec{u}$ 与质点相对速度参考系的相对速度 $\overrightarrow{v'}$ 之和

例题

1. 质点沿X轴正向运动，加速度 $\vec{a} = k\vec{v}$，k 为常数。设从原点出发时速度为 $\overrightarrow{v_0}$，求运动方程 $\vec{x} = x(t)$。

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\vec{v}}{dt} = -k\vec{v} \\
&=> -\frac{d\vec{v}}{k\vec{v}} = dt \\
\text{两边积分：}\ &=> \frac{1}{k} ln(\frac{\vec{v}}{\overrightarrow{v_0}}) = t \\
&=> \vec{v} = \overrightarrow{v_0} e^{-kt} \\
\text{两边积分：}\ &=> \vec{x} = -\frac{\overrightarrow{v_0}}{k} e^{-kt} + C \\
\text{带入 } t=0\text{，}x=0 \text{ 解得：}\ &C = \frac{\overrightarrow{v_0}}{k} \\
&\vec{x} = \frac{\overrightarrow{v_0}}{k}(1-e^{-kt})
\end{aligned}
$$

2. 质点作曲线运动的方程为 $x=2t,\ y=4-t^2(SI)$，求 t 时刻质点的 a_τ 和 a_τ

$$
\begin{aligned}
&\vec{v} = 2\overrightarrow{e_x} - 2t\overrightarrow{e_y} \\
&\vec{a} = -2\overrightarrow{e_y}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{e_\tau} &= \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \\
&= \frac{2\overrightarrow{e_x} - 2t\overrightarrow{e_y}}{\sqrt{2^2+(2t)^2}} \\
&= \frac{\overrightarrow{e_x} - t\overrightarrow{e_y}}{\sqrt{1+t^2}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{a_\tau} &= \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau} \\
&= (-2\overrightarrow{e_y})\frac{(\overrightarrow{e_x} - t\overrightarrow{e_y})}{1+t^2} \\
&= \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{a_n} &= \sqrt{|\vec{a}|^2 - (\overrightarrow{a_\tau})^2} \\
&= \frac{2}{\sqrt{1+t^2}}
\end{aligned}
$$

第二章 牛顿定律

牛顿定律

牛顿第一定律

不受外力的物体，运动状态保持不变

如果物体炸裂成多个部分，动量保持不变

$$m\vec{v} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}$$

惯性系

参考系以**恒定速度**相对惯性系运动，惯性定律成立

非惯性系

参考系相对惯性系作加速运动，地球不是严格的惯性系

牛顿第二定律

动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合力

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

当 m 为常量：

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

牛顿第三定律

$$F = -F'$$

物理量的单位和量纲

国际单位制（SI）

物理量名称	物理量符号	物理量单位	单位的名称	单位的符号
长度	**L**	1m	米	m
质量	**m**	1kg	千克	kg
时间	**t**	1s	秒	s
电流	**I**	1A	安培	A
热力学温度	**T**	1K	开尔文	K
物质的量	**n（ν）**	1mol	摩尔	mol
发光强度	**I（Iv）**	1cd	坎德拉	cd

几种常见的力

万有引力

$$\vec{F} = -G\frac{m_1m_2}{r^2}\overrightarrow{e_r}$$

弹性力

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

牛顿定律的应用举例

隔离体法

将所研究的物体从与之联系的其他物体中隔离出来，标明力的方向

例题

例题-弹性力下的运动

$F_x = -kx$

$$\begin{aligned} F_x = ma_x = m\frac{dv_x}{dt} \\ -kx = m\frac{dv_x}{dt} \\ -kxdx = mv_x dv_x \\ \text{积分：} -kx^2 = mv_x^2 \end{aligned}$$

Ps: 对于力是**坐标函数**的情况，方程的两边要乘以**dx**

例题-阻尼力下的运动

$f = -kv$

$$\begin{aligned} -kv = m\frac{dv}{dt} \\ -\frac{k}{m}dt = \frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m}\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m}t = In(v) - In(v_0) \\ v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v = \frac{dx}{dt} \\ dx = vdt \\ x = x_0 + \frac{m}{k}v_0(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \end{aligned}$$

Ps: 对于力是**速度函数**的情况，要把**相同的变量移动到同一边**后积分

第三章 动量和能量

质点的动量定理

$$I=\int_{t_2}^{t_1}\vec{F}dt=\overrightarrow{p_2}-\overrightarrow{p_1}=m\overrightarrow{v_2}-m\overrightarrow{v_1}$$

动量守恒定律

$$\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}m_i\overrightarrow{v_i}=\text{常矢量}$$

动能定理

功

$$dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}=F|d\vec{r}|cos\theta$$
$$\theta=\text{位移与力的方向夹角}$$

$$W=\int dW=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_B^A(F_xdx+F_ydy+F_Zdz)$$

动能

$$E_k=\int_{v_1}^{v_2}Fcos\theta|d\vec{r}|=\int m\frac{dv}{dt}ds=\int_{v_1}^{v_2}mvdv=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$
$$E_k=\int mvdv=\int m\omega r\cdot d\omega r=mr^2\cdot\frac{1}{2}\omega^2=\frac{1}{2}J\omega^2$$

保守力&势能

保守力

做功只与质点**始末位置**有关的力

力的环量为0 $W=\oint_i\vec{F}\cdot d\vec{r}=0$

万有引力、弹性力

弹性势能

$$E_p=-\int_0^x\vec{F}_x\cdot d\vec{r}=-\int_0^x(-kx)\cdot dx=\frac{1}{2}kx^2+C$$

引力势能

$$E_p=-\int_0^r(G\frac{mm_0}{r^2}\overrightarrow{e_\tau})\cdot d\vec{r}=-G\int_0^r\frac{mm_0}{r^2}dr=-G\frac{mm_0}{r}+C$$

碰撞

完全弹性碰撞

$$\begin{cases}v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2\\ v_2'=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2+\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1\end{cases}$$

完全非弹性碰撞

$$v=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$$

第四章 刚体的转动

角动量

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=m\vec{v}\vec{r}=m\vec{\omega}\vec{r}^2=J\vec{\omega}$$

力矩

力的方向逆时针为正

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{M}=\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i\vec{R}_i)$$

转动惯量

$$J=mr^2\ (\text{末端物体})$$

$$\vec{M}=\frac{\vec{L}}{t}=J\vec{\alpha}$$

物体形状	转轴位置	转动惯量
细杆	通过一端垂直于杆	$\frac{1}{3}ml^2$
细杆	通过中心垂直于杆	$\frac{1}{12}ml^2$
薄圆环	通过环心垂直于环面	mR^2
薄圆环	通过环心平行于环面	$\frac{1}{2}mR^2$
圆环	通过环心垂直于环面	$\frac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$
圆盘	通过盘心垂直于盘面	$\frac{1}{2}mR^2$
薄球壳	直径	$\frac{2}{3}mR^2$
球体	直径	$\frac{2}{5}mR^2$

角动量守恒

系统所受力都**与转轴平行**或**经过转动中心**

$$\vec{L}=m\vec{r}_1\vec{v}_1(\text{质点})+J_1\vec{\omega}_1(\text{转动体})=m\vec{r}_2\vec{v}_2+J_2\vec{\omega}_2$$

力矩对刚体做的功

$$A=\int_{\theta_1}^{\theta_2}Md\theta$$

转动动能

$$E_k=\frac{1}{2}J\omega^2$$

第五章 机械振动与机械波

震动

震动的描述

文字描述求初相

1. 以振幅 A为半径做圆
2. 标出圆的方向 ω，统一为逆时针
3. 在图像中表示初始位置
4. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求 φ

图像描述求初相

1. 以振幅 A 为半径做圆
2. 标出圆的方向 ω，统一为逆时针
3. 在圆中表示初始位置
4. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求 φ

求简谐震动方程

将初相 φ 和振幅 A 代入方程求出 ω

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

求运动时间

1. 作图
2. 在圆中表示始末位置
3. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
4. $t=\theta/\omega$

根据弹簧参数求震动方程

1. 求出 A 和 ω

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\quad A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

2. 代入方程求出可能的 φ，作图表示出两个 φ
3. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点

简谐运动的能量

运动学特征

$$v=-\omega A sin(\omega t+\varphi) \quad v_{max}=\omega A$$

$$a=-\omega^2 A cos(\omega t+\varphi) \quad a=-\omega^2 x$$

机械能

$$E=\frac{1}{2}kA^2$$

动能

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega t+\varphi)$$

势能

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega t+\varphi)$$

平均动能和平均势能

$$\overline{E_k}=\overline{E_p}=\frac{1}{4}kA^2$$

震动的合成

$(\omega_1=\omega_2)$

$$A=\sqrt{{A_1}^2+{A_2}^2+2A_1A_2cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

$$\varphi=arctan\frac{A_1 sin\varphi_1+A_2 sin\varphi_2}{A_1 cos\varphi_1+A_2 cos\varphi_2}$$

震动的拍频

$$\Delta f=\frac{\omega_1}{2\pi}-\frac{\omega_2}{2\pi}$$

单摆频率

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}} \quad T=\frac{2\pi}{\omega} \quad f=\frac{\omega}{2\pi}$$

波动

波动的描述

图像描述求初相

1. y 对 t 求导，得到速度 v

2. 取图像上的特殊点，将 t、x 代入求得 v
3. 逆传播方向，判断 v 的正负取对应的 φ

文字描述求初相

1. y 对 t 求导，得到速度 v
2. 将 t、x 代入求 v
3. 判断 v 的正负取对应的 φ

图像描述求波动方程

$$\lambda = uT$$

波沿正方向传播

$$y = Acos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$y = Acos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

波沿负方向传播

$$y = Acos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$y = Acos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi]$$

波的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

波的能量

平均能量密度

媒介中单位体积内分布的能量

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

平均能流

波的辐射功率

$$\overline{P} = \overline{w}uS = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 uS$$

波的强度

平均能流密度，波在单位面积的辐射功率

$$I = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

波的干涉

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

开普勒效应

$$v_r = \frac{u \pm v_R}{u \mp v_S} v_S$$