大物

第一章 质点运动

1-1 质点运动描述

位置矢量

$$ec{r}=xec{i}+yec{j}+zec{k}$$

位矢余弦

$$coslpha = rac{x}{\mid ec{r}\mid} \quad coseta = rac{y}{\mid ec{r}\mid} \quad cos\gamma = rac{z}{\mid ec{r}\mid}$$

速度方程

$$ec{r} \; = \; ec{r}(t) \; = \; x(t)ec{i} + y(t)ec{j} + z(t)ec{k}$$

分速度

$$ec{v} \; = \; \overrightarrow{v_x} + \overrightarrow{v_y} + \overrightarrow{v_z} \; = \; v_x ec{i} + v_y ec{j} + v_z ec{k}$$

1-2 圆周运动

切向单位矢量

$$ec{v}=v\overrightarrow{e_{ au}}=rac{ds}{dt}\overrightarrow{e_{ au}}=|ec{v}|\overrightarrow{e_{ au}}$$

加速度

$$ec{lpha}=dec{v}=rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}}+vrac{d\overrightarrow{e_{ au}}}{dt}$$

切向加速度

描述由速度大小变化快慢,方向为 $\overrightarrow{e_t}$,与速度 \overrightarrow{v} 方向相同

$$\overrightarrow{a_{ au}}=rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}} \qquad a_{ au}=rac{dv}{dt}$$

角加速度

$$lpha = rac{d\omega}{dt} = rac{d^2 heta}{dt^2} \qquad \stackrel{
ightarrow}{lpha_ au} = rlpha \stackrel{
ightarrow}{e_ au}$$

法向单位矢量

 $\stackrel{---}{\Delta \overrightarrow{e_t}} \stackrel{---}{ ext{off}}$ 的方向垂直,所以法向单位<u>矢量指向圆心</u>

$$\lim_{\Delta t o 0} rac{\Delta \overrightarrow{e_{ au}}}{\Delta t} = rac{d \overrightarrow{e_{ au}}}{dt} = rac{d heta}{dt} \overrightarrow{e_n}$$

法向加速度

反映速度方向变化快慢

$$\overrightarrow{a_n} = v rac{d heta}{dt} \overrightarrow{e_n} = r \omega^2 \overrightarrow{e_n} = rac{v^2}{r} \overrightarrow{e_n}$$

加速度

$$ec{lpha}=\overrightarrow{a_{ au}}+\overrightarrow{a_{n}}=rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}}+rac{v^{2}}{r}\overrightarrow{e_{n}}=rlpha\overrightarrow{e_{ au}}+r\omega^{2}\overrightarrow{e_{n}}$$

变速圆周运动

$$lpha = \sqrt{a_n^2 + a_ au^2} \qquad tanarphi = rac{a_n}{a_ au}$$

自然坐标系

以动点为原点,以切向单位矢量 $\overrightarrow{e_t}$ 和法向单位矢量 $\overrightarrow{e_n}$ 为坐标轴建立的坐标系。

匀加速运动

 $\vec{\alpha}$ 为常矢量

$$ec{ au}=\overrightarrow{ au_0}+\overrightarrow{v_0}t+rac{1}{2}ec{lpha}t^2$$

匀变速圆周运动

$$\left\{egin{aligned} \omega &= \omega_0 + lpha_ au \ heta &= heta_0 + \omega_0 t + rac{1}{2}lpha t^2 \ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2lpha(heta - heta_0) \end{aligned}
ight.$$

1-3 相对运动

质点相对基本参考系的绝对速度 $ec{v}$,等于运动参考系相对绝对参考系的牵连速度 $ec{u}$ 与质点相对速度参考系的相对速度 $\overrightarrow{v'}$ 之和。

1-0 错题

1. 质点沿X轴正向运动,加速度 $ec{a}=kec{v},\ k$ 为常数。设从原点出发时速度为 $\overrightarrow{v_0}$,求运动方程 $ec{x}=x(t)$ 。

$$rac{dec{v}}{dt}=-kec{v}$$

$$=>-rac{dec{v}}{kec{v}}=dt$$
 两边积分: $=>rac{1}{k}ln(rac{ec{v}}{v_0})=t$
$$=>ec{v}=rac{ec{v}_0}{v_0}e^{-kt}$$
 两边积分: $=>ec{x}=-rac{ec{v}_0}{k}e^{-kt}+C$ 带入 $t=0$, $t=0$ 解得: $t=0$ 解得: $t=0$, $t=0$ 解得: $t=0$ 解说

2. 质点作曲线运动的方程为 $x=2t,\ y=4-t^2(SI)$,求 t 时刻质点的 $a_{ au}$ 和 $a_{ au}$

$$egin{aligned} ec{v} &= 2 \overrightarrow{e_x} - 2t \overrightarrow{e_y} \ ec{a} &= -2 \overrightarrow{e_y} \ \end{aligned} \ ec{e_ au} &= \dfrac{ec{v}}{|ec{v}|} \ = \dfrac{ec{v}}{|ec{v}|} \ &= \dfrac{2 \overrightarrow{e_x} - 2t \overrightarrow{e_y}}{\sqrt{2^2 + (2t)^2}} \ &= \dfrac{\overrightarrow{e_x} - t \overrightarrow{e_y}}{\sqrt{1 + t^2}} \ \overrightarrow{a_ au} &= \dfrac{dv}{dt} \overrightarrow{e_ au} \ &= (-2 \overrightarrow{e_y}) \dfrac{(\overrightarrow{e_x} - t \overrightarrow{e_y})}{1 + t^2} \ &= \dfrac{2t}{\sqrt{1 + t^2}} \ \end{aligned} \ \overrightarrow{a_n} &= \sqrt{|ec{a}|^2 - (\overrightarrow{a_ au})^2} \ &= \dfrac{2}{\sqrt{1 + t^2}} \ \end{aligned}$$