# 大物

## 目录

```
大物
  目录
  第一章 质点运动
    质点运动描述
      位置矢量
      位矢余弦
      速度方程
      分速度
    圆周运动
      切向单位矢量
      切向加速度
      角加速度
      法向单位矢量
      法向加速度
      加速度
      变速圆周运动
      自然坐标系
      匀加速运动
      匀变速圆周运动
    相对运动
    例题
  第二章 牛顿定律
    牛顿定律
      牛顿第一定律
        惯性系
        非惯性系
      牛顿第二定律
      牛顿第三定律
    物理量的单位和量纲
      国际单位制 (SI)
    几种常见的力
      万有引力
      弹性力
    牛顿定律的应用举例
      隔离体法
    例题
      例题-弹性力下的运动
      例题-阻尼力下的运动
  第三章 动量和能量
    质点的动量定理
    动量守恒定律
```

```
动能定理
    功
    动能
  保守力&势能
    保守力
    弹性势能
    引力势能
  碰撞
    完全弹性碰撞
    完全非弹性碰撞
第四章 刚体的转动
  角动量
  力矩
  转动惯量
  角动量守恒
  力矩对刚体做的功
  转动动能
第五章 机械振动与机械波
  震动
    震动的描述
      文字描述求初相
      图像描述求初相
      求简谐震动方程
      求运动时间
      根据弹簧参数求震动方程
    简谐运动的能量
      运动学特征
      机械能
      动能
      势能
      平均动能和平均势能
    震动的合成
      (\omega_1=\omega_2)
      震动的拍频
      单摆频率
  波动
    波动的描述
      波腹
      波节
      图像描述求初相
      文字描述求初相
      图像描述求波动方程
        波沿正方向传播
         波沿负方向传播
      波的相位差
    波的能量
      平均能量密度
      平均能流
      波的强度
```

## 第一章 质点运动

## 质点运动描述

位置矢量

$$ec{r} = xec{i} + yec{j} + zec{k}$$

位矢余弦

$$coslpha = rac{x}{\mid ec{r}\mid} \quad coseta = rac{y}{\mid ec{r}\mid} \quad cos\gamma = rac{z}{\mid ec{r}\mid}$$

速度方程

$$ec{r} \ = \ ec{r}(t) \ = \ x(t)ec{i} + y(t)ec{j} + z(t)ec{k}$$

分速度

$$ec{v} = \overrightarrow{v_x} + \overrightarrow{v_y} + \overrightarrow{v_z} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

## 圆周运动

切向单位矢量

$$ec{v}=v\overrightarrow{e_{ au}}=rac{ds}{dt}\overrightarrow{e_{ au}}=|ec{v}|\overrightarrow{e_{ au}}$$

## 切向加速度

描述由速度大小变化快慢,方向为 $\overrightarrow{e_t}$ ,与速度 $\overrightarrow{v}$ 方向相同

$$\overrightarrow{a_{ au}} = rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}} \qquad \overrightarrow{e_{ au}} = rac{\overrightarrow{v}}{|\overrightarrow{v}|}$$

角加速度

$$lpha = rac{d\omega}{dt} = rac{d^2 heta}{dt^2} \qquad \stackrel{
ightarrow}{lpha_ au} = rlpha \stackrel{
ightarrow}{
ho_ au}$$

## 法向单位矢量

 $\Delta \overrightarrow{e_t}$  与  $\overrightarrow{e_t}$  的方向垂直,所以法向单位矢量指向圆心

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{e_{\tau}}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{e_{\tau}}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \overrightarrow{e_{n}}$$

法向加速度

反映速度方向变化快慢

$$\overrightarrow{a_n} = v \frac{d\theta}{dt} \overrightarrow{e_n} = r\omega^2 \overrightarrow{e_n} = \frac{v^2}{r} \overrightarrow{e_n}$$

加速度

$$ec{lpha} = \overrightarrow{a_{ au}} + \overrightarrow{a_{n}} = rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}} + rac{v^{2}}{r}\overrightarrow{e_{n}} = rlpha\overrightarrow{e_{ au}} + r\omega^{2}\overrightarrow{e_{n}}$$

变速圆周运动

$$lpha = \sqrt{a_n^2 + a_ au^2} \qquad tanarphi = rac{a_n}{a_ au}$$

### 自然坐标系

以动点为原点,以**切向**单位矢量  $\overrightarrow{e_{ au}}$  和**法向**单位矢量  $\overrightarrow{e_{n}}$  为坐标轴建立的坐标系。

### 匀加速运动

*ਕ* 为常矢量

$$ec{ au}=\overrightarrow{ au_0}+\overrightarrow{v_0}t+rac{1}{2}ec{lpha}t^2$$

### 匀变速圆周运动

$$\left\{egin{aligned} \omega &= \omega_0 + lpha_ au \ heta &= heta_0 + \omega_0 t + rac{1}{2}lpha t^2 \ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2lpha( heta - heta_0) \end{aligned}
ight.$$

## 相对运动

质点相对基本参考系的绝对速度  $ec{v}$  ,等于运动参考系相对绝对参考系的牵连速度  $ec{u}$  与质点相对速度参考系的相对速度  $\overrightarrow{v'}$  之和

## 例题

1. 质点沿X轴正向运动,加速度  $ec{a}=kec{v},\;k$  为常数。设从原点出发时速度为  $\overrightarrow{v_0},\;$  求运动方程  $ec{x}=x(t)$ 。

$$\begin{split} \frac{d\vec{v}}{dt} &= -k\vec{v} \\ &= > -\frac{d\vec{v}}{k\vec{v}} = dt \\ & \text{ 两边积分}: \ = > \frac{1}{k}ln(\frac{\vec{v}}{\overrightarrow{v_0}}) = t \\ &= > \vec{v} = \overrightarrow{v_0}e^{-kt} \\ & \text{ 两边积分}: \ = > \vec{x} = -\frac{\overrightarrow{v_0}}{k}e^{-kt} + C \end{split}$$
 带入  $t = 0$  ,  $x = 0$  解得 :  $C = \frac{\overrightarrow{v_0}}{k}$  
$$\vec{x} = \frac{\overrightarrow{v_0}}{k}(1 - e^{-kt})$$

2. 质点作曲线运动的方程为  $x=2t,\ y=4-t^2(SI)$  ,求 t 时刻质点的  $a_{ au}$  和  $a_n$ 

$$egin{aligned} ec{v} &= 2 \overrightarrow{e_x} - 2t \overrightarrow{e_y} \ ec{a} &= -2 \overrightarrow{e_y} \end{aligned} \ ec{e_ au} &= rac{ec{v}}{|ec{v}|} \ &= rac{2 \overrightarrow{e_x} - 2t \overrightarrow{e_y}}{\sqrt{2^2 + (2t)^2}} \ &= rac{\overrightarrow{e_x} - t \overrightarrow{e_y}}{\sqrt{1 + t^2}} \end{aligned}$$

$$egin{aligned} \overrightarrow{a_{ au}} &= rac{dv}{dt}\overrightarrow{e_{ au}} \ &= (-2\overrightarrow{e_{y}})rac{(\overrightarrow{e_{x}}-t\overrightarrow{e_{y}})}{1+t^{2}} \ &= rac{2t}{\sqrt{1+t^{2}}} \end{aligned}$$

$$egin{aligned} \overrightarrow{a_n} &= \sqrt{\left| ec{a} 
ight|^2 - (\overrightarrow{a_ au})^2} \ &= rac{2}{\sqrt{1+t^2}} \end{aligned}$$

## 第二章 牛顿定律

## 牛顿定律

## 牛顿第一定律

不受外力的物体,运动状态保持不变 如果物体炸裂成多个部分,动量保持不变

$$mec{v}=m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}$$

惯性系

参考系以**恒定速度**相对惯性系运动,惯性定律成立

非惯性系

参考系相对惯性系作加速运动,地球不是严格的惯性系

牛顿第二定律

动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合力

$$ec{F}=rac{dec{p}}{dt}=rac{d(mec{v})}{dt}$$

当 m 为常量:

$$rac{d(mec{v})}{dt}=mrac{dec{v}}{dt}=mec{a}$$

牛顿第三定律

$$F = -F'$$

## 物理量的单位和量纲

### 国际单位制(SI)

物理量名称	物理量符号	物理量单位	单位的名称	单位的符号
<u>长度</u>	L	1m	米	m
<u>质量</u>	m	1kg	<u> </u>	kg
<u>时间</u>	t	1s	<u>秒</u>	S
<u>电流</u>	I	1A	<u>安培</u>	А
热力学温度	Т	1K	开尔文	K
物质的量	n (ν)	1mol	<u>摩尔</u>	mol
<u>发光强度</u>	I (Iv)	1cd	<u>坎德拉</u>	cd

## 几种常见的力

万有引力

$$ec{F}=-Grac{m_1m_2}{r^2}\overrightarrow{e_r}$$

弹性力

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

## 牛顿定律的应用举例

### 隔离体法

将所研究的物体从与之联系的其他物体中隔离出来,标明力的方向

## 例题

### 例题-弹性力下的运动

 $F_x = -kx$ 

$$egin{aligned} F_x &= m a_x = m rac{dv_x}{dt} \ -kx &= m rac{dv_x}{dt} \ -kx dx &= m v_x dv_x \end{aligned}$$
 R  $rac{\partial v_x}{\partial t} = m v_x^2$ 

Ps: 对于力是坐标函数的情况,方程的两边要乘以dx

### 例题-阻尼力下的运动

f = -kv

$$-kv=mrac{dv}{dt} \ -rac{k}{m}dt=rac{dv}{v} \ -rac{k}{m}\int_0^t dt = \int_{v_0}^v rac{dv}{v} \ -rac{k}{m}t=In(v)-In(v_0) \ v=v_0e^{-rac{k}{m}t}$$

$$egin{aligned} v &= rac{dx}{dt} \ dx &= vdt \ x &= x_0 + rac{m}{k} v_0 (1 - e^{-rac{k}{m}t}) \end{aligned}$$

**Ps:** 对于力是**速度函数**的情况,要把**相同的变量移动到同一边**后积分

## 第三章 动量和能量

## 质点的动量定理

$$I=\int_{t_2}^{t_1} ec{F} dt = \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1} = m\overrightarrow{v_2} - m\overrightarrow{v_1}$$

## 动量守恒定律

$$ec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{v_i} =$$
常矢量

## 动能定理

功

$$W=ec F\cdotec r=F_xr_x+F_yr_y+F_zr_z$$
  $dW=ec F\cdot dec r=F|dec r|cos heta$   $heta=$  位移与力的方向夹角 $W=\int_A^Bec F\cdot dec r=\int_B^A(F_xdx+F_ydy+F_Zdz)$ 

动能

$$egin{aligned} E_k &= \int_{v_1}^{v_2} F cos heta |dec{r}| = \int m rac{dv}{dt} ds = \int_{v_1}^{v_2} mv dv = rac{1}{2} mv_2^2 - rac{1}{2} mv_1^2 \ E_k &= \int mv dv = \int m\omega r \cdot d\omega r = mr^2 \cdot rac{1}{2} \omega^2 = rac{1}{2} J\omega^2 \end{aligned}$$

## 保守力&势能

### 保守力

做功只与质点**始末位置**有关的力

力的环量为0 $W=\oint_{i}ec{F}\cdot dec{r}=0$ 

万有引力、弹性力

### 弹性势能

$$E_p = -\int_0^x ec{F}_x \cdot dec{r} = -\int_0^x (-kx) \cdot dx = rac{1}{2} kx^2 + C$$

### 引力势能

$$E_p = -\int_0^r (Grac{mm_0}{r^2}\overrightarrow{e_ au})\cdot dec{ au} = -G\int_0^r rac{mm_0}{r^2}dr = -Grac{mm_0}{r} + C$$

## 碰撞

## 完全弹性碰撞

$$\left\{egin{array}{l} v_1' = rac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + rac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \ v_2' = rac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + rac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{array}
ight.$$

### 完全非弹性碰撞

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

## 第四章 刚体的转动

## 角动量

$$ec{L}=ec{r} imesec{p}=mec{v}ec{r}=mec{\omega}ec{r}^2=Jec{\omega}$$

## 力矩

力的方向逆时针为正

$$ec{M}=ec{r} imesec{F}=rac{dec{L}}{dt}$$

$$ec{M} = \sum_{i=1}^n (ec{F}_i ec{R}_i)$$

## 转动惯量

$$J=mr^2 \ ($$
末端物体 $)$ 

$$ec{M}=rac{ec{L}}{t}=Jec{lpha}$$

物体形状	转轴位置	转动惯量
细杆	通过一端垂直于杆	$rac{1}{3}ml^2$
细杆	通过中心垂直于杆	$rac{1}{12}ml^2$
薄圆环	通过环心垂直于环面	$mR^2$
薄圆环	通过环心平行于环面	$rac{1}{2}mR^2$
圆环	通过环心垂直于环面	$rac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$
圆盘	通过盘心垂直于盘面	$rac{1}{2}mR^2$
薄球壳	直径	$rac{2}{3}mR^2$
球体	直径	$rac{2}{5}mR^2$

## 角动量守恒

#### 系统所受力都**与转轴平行**或**经过转动中心**

$$ec{L}=mec{r}_1ec{v}_1$$
(质点 $)+J_1ec{\omega}_1($ 转动体 $)=mec{r}_2ec{v}_2+J_2ec{\omega}_2$ 

## 力矩对刚体做的功

$$A=\int_{ heta_1}^{ heta_2}Md heta$$

## 转动动能

$$E_k=rac{1}{2}J\omega^2$$

## 第五章 机械振动与机械波

### 震动

### 震动的描述

$$x = Acos(\omega t + \varphi)$$

#### 文字描述求初相

- 1. 以振幅 A为半径做圆
- 2. 标出圆的方向  $\omega$ , 统一为逆时针
- 3. 在图像中表示初始位置
- 4. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
- 5. 连接圆心,求  $\varphi$

#### 图像描述求初相

- 1. 以振幅 A 为半径做圆
- 2. 标出圆的方向  $\omega$ , 统一为逆时针
- 3. 在圆中表示初始位置
- 4. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
- 5. 连接圆心、求 $\varphi$

#### 求简谐震动方程

将初相  $\varphi$  和振幅 A 代入方程求出  $\omega$ 

$$\omega=rac{2\pi}{T}=2\pi f$$

#### 求运动时间

- 1. 作图
- 2. 在圆中表示始末位置
- 3. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
- 4.  $t = \theta/\omega$

#### 根据弹簧参数求震动方程

1. 求出 A 和  $\omega$ 

$$\omega = \sqrt{rac{k}{m}} \quad A = \sqrt{x_0^2 + rac{v_0^2}{\omega^2}}$$

- 2. 代入方程求出可能的  $\varphi$ ,作图表示出两个  $\varphi$
- 3. 根据运动方向和圆的方向确定待求点

### 简谐运动的能量

运动学特征

$$egin{aligned} x &= Acos(\omega t + arphi) \ v &= -\omega Asin(\omega t + arphi) \quad v_{max} = \omega A \ a &= -\omega^2 Acos(\omega t + arphi) \quad a = -\omega^2 x \ a &= rac{d^2 x}{dt^2} = -\omega x \end{aligned}$$

机械能

$$E=rac{1}{2}kA^{2}=rac{1}{2}mv^{2}+rac{1}{2}kx^{2}$$

动能

$$E_k=rac{1}{2}mv^2=rac{1}{2}kA^2sin^2(\omega t+arphi)$$

势能

$$E_p=rac{1}{2}kx^2=rac{1}{2}kA^2cos^2(\omega t+arphi)$$

平均动能和平均势能

$$\overline{E_k}=\overline{E_p}=rac{1}{4}kA^2$$

### 震动的合成

$$(\omega_1 = \omega_2)$$

$$A=\sqrt{{A_1}^2+{A_2}^2+2A_1A_2cos(arphi_2-arphi_1)} \ arphi=arctanrac{A_1sinarphi_1+A_2sinarphi_2}{A_1cosarphi_1+A_2cosarphi_2}$$

震动的拍频

$$\Delta f = rac{\omega_1}{2\pi} - rac{\omega_2}{2\pi}$$

单摆频率

$$\omega = \sqrt{rac{g}{l}} \quad T = rac{2\pi}{\omega} \quad f = rac{\omega}{2\pi}$$

## 波动

### 波动的描述

### 波腹

波腹是驻波场中的**振幅**最大的点、线或曲面

### 波节

波节是驻波场中的**振幅**为零的点、线或曲面

#### 图像描述求初相

- 1. y对t求导,得到速度v
- 2. 取图像上的特殊点,将 t、x 代入求得 v
- 3. 逆传播方向,判断  ${\bf v}$  的正负取对应的  ${\bf \varphi}$

### 文字描述求初相

- 1. y对t求导,得到速度 v
- 2. 将 t、x 代入求 v
- 3. 判断 v 的正负取对应的  $\varphi$

#### 图像描述求波动方程

$$\lambda = uT$$

波沿正方向传播

$$y=Acos[2\pi(rac{t}{T}-rac{x}{\lambda})+arphi]$$
 ( 注意方向 ) $y=Acos[\omega(t-rac{x}{u})+arphi]$  ( 注意方向 )

波沿负方向传播

$$y=Acos[2\pi(rac{t}{T}+rac{x}{\lambda})+arphi]$$
(注意方向) $y=Acos[\omega(t+rac{x}{u})+arphi]$ (注意方向)

#### 波的相位差

$$\Delta arphi = rac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

### 波的能量

#### 平均能量密度

媒介中单位体积内分布的能量

$$\overline{w}=rac{1}{2}
ho A^2\omega^2$$

### 平均能流

波的辐射功率

$$\overline{P}=\overline{w}uS=rac{1}{2}
ho A^2\omega^2 uS$$

### 波的强度

平均能流密度,波在单位面积的辐射功率

$$I=\overline{w}u=rac{1}{2}
ho A^2\omega^2 u$$

## 波的干涉

$$\Delta arphi = arphi_1 - arphi_2 - rac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

### 开普勒效应

$$f' = rac{v \pm v_R}{v \mp v_S} f$$

 $v_R$ 为观察者速度  $v_S$ 为发射源速度 v为波速