

# 大物

## 目录

### 大物

#### 目录

#### 第一章 质点运动

##### 质点运动描述

##### 位置矢量

##### 位矢余弦

##### 速度方程

##### 分速度

##### 圆周运动

##### 切向单位矢量

##### 切向加速度

##### 角加速度

##### 法向单位矢量

##### 法向加速度

##### 加速度

##### 变速圆周运动

##### 自然坐标系

##### 匀加速运动

##### 匀变速圆周运动

##### 相对运动

##### 例题

#### 第二章 牛顿定律

##### 牛顿定律

##### 牛顿第一定律

##### 惯性系

##### 非惯性系

##### 牛顿第二定律

##### 牛顿第三定律

##### 物理量的单位和量纲

##### 国际单位制 (SI)

##### 几种常见的力

##### 万有引力

##### 弹性力

##### 牛顿定律的应用举例

##### 隔离体法

##### 例题

##### 例题-弹性力下的运动

##### 例题-阻尼力下的运动

#### 第三章 动量和能量

##### 质点的动量定理

##### 动量守恒定律

动能定理

功

动能

保守力&势能

保守力

弹性势能

引力势能

碰撞

完全弹性碰撞

完全非弹性碰撞

#### 第四章 刚体的转动

角动量

力矩

转动惯量

角动量守恒

力矩对刚体做的功

转动动能

#### 第五章 机械振动与机械波

震动

震动的描述

文字描述求初相

图像描述求初相

求简谐震动方程

求运动时间

根据弹簧参数求震动方程

简谐运动的能量

运动学特征

机械能

动能

势能

平均动能和平均势能

震动的合成

$(\omega_1 = \omega_2)$

震动的拍频

单摆频率

波动

波动的描述

图像描述求初相

文字描述求初相

图像描述求波动方程

波沿正方向传播

波沿负方向传播

波的相位差

波的能量

平均能量密度

平均能流

波的强度

波的干涉

开普勒效应

# 第一章 质点运动

## 质点运动描述

### 位置矢量

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

### 位矢余弦

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\vec{r}|} \quad \cos\beta = \frac{y}{|\vec{r}|} \quad \cos\gamma = \frac{z}{|\vec{r}|}$$

### 速度方程

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

### 分速度

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

## 圆周运动

### 切向单位矢量

$$\vec{v} = v\vec{e}_\tau = \frac{ds}{dt}\vec{e}_\tau = |\vec{v}|\vec{e}_\tau$$

### 切向加速度

描述由速度大小变化快慢，方向为 $\vec{e}_t$ ，与速度 $\vec{v}$ 方向相同

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{e}_\tau \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

### 角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \vec{\alpha}_\tau = r\alpha\vec{e}_\tau$$

### 法向单位矢量

$\Delta\vec{e}_t$  与  $\vec{e}_t$  的方向垂直，所以法向单位矢量指向圆心

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{e}_\tau}{\Delta t} = \frac{d\vec{e}_\tau}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_n$$

### 法向加速度

反映速度方向变化快慢

$$\vec{a}_n = v \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_n = r\omega^2 \vec{e}_n = \frac{v^2}{r} \vec{e}_n$$

## 加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt} \vec{e}_\tau + \frac{v^2}{r} \vec{e}_n = r\alpha \vec{e}_\tau + r\omega^2 \vec{e}_n$$

## 变速圆周运动

$$\alpha = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad \tan\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$$

## 自然坐标系

以动点为原点，以切向单位矢量  $\vec{e}_t$  和法向单位矢量  $\vec{e}_n$  为坐标轴建立的坐标系。

## 匀加速运动

$\vec{a}$  为常矢量

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

## 匀变速圆周运动

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha_\tau \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

## 相对运动

质点相对基本参考系的绝对速度  $\vec{v}$ ，等于运动参考系相对绝对参考系的牵连速度  $\vec{u}$  与质点相对速度参考系的相对速度  $\vec{v}'$  之和

## 例题

1. 质点沿  $X$  轴正向运动，加速度  $\vec{a} = k\vec{v}$ ， $k$  为常数。设从原点出发时速度为  $\vec{v}_0$ ，求运动方程  $\vec{x} = x(t)$ 。

$$\begin{aligned}
\frac{d\vec{v}}{dt} &= -k\vec{v} \\
\Rightarrow -\frac{d\vec{v}}{k\vec{v}} &= dt \\
\text{两边积分：} \Rightarrow \frac{1}{k} \ln\left(\frac{\vec{v}}{v_0}\right) &= t \\
\Rightarrow \vec{v} &= \vec{v}_0 e^{-kt} \\
\text{两边积分：} \Rightarrow \vec{x} &= -\frac{\vec{v}_0}{k} e^{-kt} + C \\
\text{带入 } t=0, x=0 \text{ 解得：} C &= \frac{\vec{v}_0}{k} \\
\vec{x} &= \frac{\vec{v}_0}{k} (1 - e^{-kt})
\end{aligned}$$

2. 质点作曲线运动的方程为  $x = 2t, y = 4 - t^2 (SI)$ ，求  $t$  时刻质点的  $a_\tau$  和  $a_n$

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= 2\vec{e}_x - 2t\vec{e}_y \\
\vec{a} &= -2\vec{e}_y
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{e}_\tau &= \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \\
&= \frac{2\vec{e}_x - 2t\vec{e}_y}{\sqrt{2^2 + (2t)^2}} \\
&= \frac{\vec{e}_x - t\vec{e}_y}{\sqrt{1 + t^2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{a}_\tau &= \frac{dv}{dt} \vec{e}_\tau \\
&= (-2\vec{e}_y) \frac{(\vec{e}_x - t\vec{e}_y)}{1 + t^2} \\
&= \frac{2t}{\sqrt{1 + t^2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{a}_n &= \sqrt{|\vec{a}|^2 - (\vec{a}_\tau)^2} \\
&= \frac{2}{\sqrt{1 + t^2}}
\end{aligned}$$

## 第二章 牛顿定律

### 牛顿定律

#### 牛顿第一定律

不受外力的物体，运动状态保持不变

如果物体炸裂成多个部分，动量保持不变

$$m\vec{v} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$$

惯性系

参考系以恒定速度相对惯性系运动，惯性定律成立

非惯性系

参考系相对惯性系作加速运动，地球不是严格的惯性系

牛顿第二定律

动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合力

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

当  $m$  为常量：

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

牛顿第三定律

$$F = -F'$$

物理量的单位和量纲

国际单位制（SI）

物理量名称	物理量符号	物理量单位	单位的名称	单位的符号
长度	L	1m	米	m
质量	m	1kg	千克	kg
时间	t	1s	秒	s
电流	I	1A	安培	A
热力学温度	T	1K	开尔文	K
物质的量	n (v)	1mol	摩尔	mol
发光强度	I (Iv)	1cd	坎德拉	cd

几种常见的力

万有引力

$$\vec{F} = -G\frac{m_1m_2}{r^2}\vec{e_r}$$

弹性力

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

## 牛顿定律的应用举例

### 隔离体法

将所研究的物体从与之联系的其他物体中隔离出来，标明力的方向

### 例题

#### 例题-弹性力下的运动

$$F_x = -kx$$

$$\begin{aligned} F_x &= ma_x = m \frac{dv_x}{dt} \\ -kx &= m \frac{dv_x}{dt} \\ -kx dx &= mv_x dv_x \\ \text{积分: } -kx^2 &= mv_x^2 \end{aligned}$$

**Ps:** 对于力是坐标函数的情况，方程的两边要乘以 $dx$

#### 例题-阻尼力下的运动

$$f = -kv$$

$$\begin{aligned} -kv &= m \frac{dv}{dt} \\ -\frac{k}{m} dt &= \frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m} \int_0^t dt &= \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m} t &= \ln(v) - \ln(v_0) \\ v &= v_0 e^{-\frac{k}{m} t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} \\ dx &= v dt \\ x &= x_0 + \frac{m}{k} v_0 (1 - e^{-\frac{k}{m} t}) \end{aligned}$$

**Ps:** 对于力是速度函数的情况，要把相同的变量移动到同一边后积分

## 第三章 动量和能量

### 质点的动量定理

$$I = \int_{t_2}^{t_1} \vec{F} dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

## 动量守恒定律

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{常矢量}$$

## 动能定理

### 功

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F|d\vec{r}|\cos\theta$$

$\theta$  = 位移与力的方向夹角

$$W = \int dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_B^A (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

### 动能

$$E_k = \int_{v_1}^{v_2} F \cos\theta |d\vec{r}| = \int m \frac{dv}{dt} ds = \int_{v_1}^{v_2} mv dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_k = \int mv dv = \int m\omega r \cdot d\omega r = mr^2 \cdot \frac{1}{2}\omega^2 = \frac{1}{2}J\omega^2$$

## 保守力&势能

### 保守力

做功只与质点始末位置有关的力

力的环量为0  $W = \oint_i \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

万有引力、弹性力

### 弹性势能

$$E_p = - \int_0^x \vec{F}_x \cdot d\vec{r} = - \int_0^x (-kx) \cdot dx = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

### 引力势能

$$E_p = - \int_0^r (G \frac{mm_0}{r^2} \vec{e}_r) \cdot d\vec{r} = -G \int_0^r \frac{mm_0}{r^2} dr = -G \frac{mm_0}{r} + C$$

## 碰撞

### 完全弹性碰撞

$$\begin{cases} v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \\ v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{cases}$$



完全非弹性碰撞

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

第四章 刚体的转动

角动量

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{v}\vec{r} = m\vec{\omega}\vec{r}^2 = J\vec{\omega}$$

力矩

力的方向逆时针为正

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n (\vec{F}_i \vec{R}_i)$$

转动惯量

$$J = mr^2 \text{ (末端物体)}$$

$$\vec{M} = \frac{\vec{L}}{t} = J\vec{\alpha}$$

物体形状	转轴位置	转动惯量
细杆	通过一端垂直于杆	$\frac{1}{3}ml^2$
细杆	通过中心垂直于杆	$\frac{1}{12}ml^2$
薄圆环	通过环心垂直于环面	$mR^2$
薄圆环	通过环心平行于环面	$\frac{1}{2}mR^2$
圆环	通过环心垂直于环面	$\frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$
圆盘	通过盘心垂直于盘面	$\frac{1}{2}mR^2$
薄球壳	直径	$\frac{2}{3}mR^2$
球体	直径	$\frac{2}{5}mR^2$

角动量守恒

系统所受力都与转轴平行或经过转动中心

$$\vec{L} = m\vec{r}_1\vec{v}_1 \text{ (质点)} + J_1\vec{\omega}_1 \text{ (转动体)} = m\vec{r}_2\vec{v}_2 + J_2\vec{\omega}_2$$

## 力矩对刚体做的功

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$

## 转动动能

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

## 第五章 机械振动与机械波

---

### 震动

#### 震动的描述

##### 文字描述求初相

1. 以振幅  $A$  为半径做圆
2. 标出圆的方向  $\omega$ ，统一为逆时针
3. 在图像中表示初始位置
4. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求  $\varphi$

##### 图像描述求初相

1. 以振幅  $A$  为半径做圆
2. 标出圆的方向  $\omega$ ，统一为逆时针
3. 在圆中表示初始位置
4. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求  $\varphi$

##### 求简谐震动方程

将初相  $\varphi$  和振幅  $A$  代入方程求出  $\omega$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

##### 求运动时间

1. 作图
2. 在圆中表示始末位置
3. 根据运动方向和圆的方向确定待求点
4.  $t = \theta / \omega$

##### 根据弹簧参数求震动方程

1. 求出  $A$  和  $\omega$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

2. 代入方程求出可能的  $\varphi$ ，作图表示出两个  $\varphi$
3. 根据运动方向和圆的方向确定待求点

## 简谐运动的能量

### 运动学特征

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad v_{max} = \omega A$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \quad a = -\omega^2 x$$

### 机械能

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

### 动能

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

### 势能

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

### 平均动能和平均势能

$$\overline{E_k} = \overline{E_p} = \frac{1}{4} k A^2$$

## 震动的合成

$$(\omega_1 = \omega_2)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\varphi = \arctan \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

### 震动的拍频

$$\Delta f = \frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi}$$

### 单摆频率

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

## 波动

### 波动的描述

#### 图像描述求初相

1.  $y$  对  $t$  求导，得到速度  $v$

2. 取图像上的特殊点，将  $t$ 、 $x$  代入求得  $v$
3. 逆传播方向，判断  $v$  的正负取对应的  $\varphi$

### 文字描述求初相

1.  $y$  对  $t$  求导，得到速度  $v$
2. 将  $t$ 、 $x$  代入求  $v$
3. 判断  $v$  的正负取对应的  $\varphi$

### 图像描述求波动方程

$$\lambda = uT$$

#### 波沿正方向传播

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

#### 波沿负方向传播

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi]$$

### 波的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

## 波的能量

### 平均能量密度

媒介中单位体积内分布的能量

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

### 平均能流

波的辐射功率

$$\bar{P} = \bar{w}uS = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 uS$$

### 波的强度

平均能流密度，波在单位面积的辐射功率

$$I = \bar{w}u = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u$$

## 波的干涉

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2-\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)$$

开普勒效应

$$v_r=\frac{u\pm v_R}{u\mp v_S}v_S$$