# 大物

## 目录

# 第一章 质点运动

## 质点运动描述

### 位置矢量

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

### 位矢余弦

$$cos\alpha=\frac{x}{|\vec{r}|}\quad cos\beta=\frac{y}{|\vec{r}|}\quad cos\gamma=\frac{z}{|\vec{r}|}$$

### 速度方程

$$\vec{r}\ =\ \vec{r}(t)\ =\ x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

### 分速度

$$\vec{v}\ =\ \overrightarrow{v_x}+\overrightarrow{v_y}+\overrightarrow{v_z}\ =\ v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$

## 圆周运动

### 切向单位矢量

$$\vec{v}=v\overrightarrow{e_\tau}=\frac{ds}{dt}\overrightarrow{e_\tau}=|\vec{v}|\overrightarrow{e_\tau}$$

### 切向加速度

描述由速度大小变化快慢，方向为$\overrightarrow{e_t}$，与速度$\vec{v}$方向相同

$$\overrightarrow{a_\tau}=\frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau}\qquad \overrightarrow{e_\tau}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

### 角加速度

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}\qquad \overrightarrow{\alpha_\tau}=r\alpha\overrightarrow{e_\tau}$$

### 法向单位矢量

$\Delta\overrightarrow{e_t}$ 与 $\overrightarrow{e_t}$ 的方向垂直，所以法向单位矢量指向圆心

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\overrightarrow{e_\tau}}{\Delta t}=\frac{d\overrightarrow{e_\tau}}{dt}=\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{e_n}$$

### 法向加速度

反映速度方向变化快慢

$$\overrightarrow{a_n} = v\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{e_n} = r\omega^2\overrightarrow{e_n} = \frac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n}$$

### 加速度

$$\vec{\alpha} = \overrightarrow{a_\tau} + \overrightarrow{a_n} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{e_\tau} + \frac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n} = r\alpha\overrightarrow{e_\tau} + r\omega^2\overrightarrow{e_n}$$

### 变速圆周运动

$$\alpha = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \qquad tan\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$$

### 自然坐标系

以动点为原点，以**切向**单位矢量 $\overrightarrow{e_\tau}$ 和**法向**单位矢量 $\overrightarrow{e_n}$ 为坐标轴建立的坐标系。

### 匀加速运动

$\vec{\alpha}$ 为常矢量

$$\vec{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2$$

### 匀变速圆周运动

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha_\tau \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

## 相对运动

质点相对基本参考系的绝对速度 $\vec{v}$， 等于运动参考系相对绝对参考系的牵连速度 $\vec{u}$ 与质点相对速度参考系的相对速度 $\overrightarrow{v'}$ 之和

## 例题

1. 质点沿$X$轴正向运动，加速度 $\vec{a} = k\vec{v}$，$k$ 为常数。设从原点出发时速度为 $\overrightarrow{v_0}$，求运动方程 $\vec{x} = x(t)$。

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -k\vec{v}$$

$$=> -\frac{d\vec{v}}{k\vec{v}} = dt$$

两边积分： $$=> \frac{1}{k}ln(\frac{\vec{v}}{\vec{v_0}}) = t$$

$$=> \vec{v} = \vec{v_0}e^{-kt}$$

两边积分： $$=> \vec{x} = -\frac{\vec{v_0}}{k}e^{-kt} + C$$

带入 $t=0$，$x=0$ 解得： $$C = \frac{\vec{v_0}}{k}$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{v_0}}{k}(1-e^{-kt})$$

2. 质点作曲线运动的方程为 $x=2t,\ y=4-t^2(SI)$，求 $t$ 时刻质点的 $a_\tau$ 和 $a_n$

$$\vec{v} = 2\vec{e_x} - 2t\vec{e_y}$$
$$\vec{a} = -2\vec{e_y}$$

$$\vec{e_\tau} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{2\vec{e_x} - 2t\vec{e_y}}{\sqrt{2^2+(2t)^2}} = \frac{\vec{e_x} - t\vec{e_y}}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\vec{a_\tau} = \frac{dv}{dt}\vec{e_\tau} = (-2\vec{e_y})\frac{(\vec{e_x} - t\vec{e_y})}{1+t^2} = \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\vec{a_n} = \sqrt{|\vec{a}|^2 - (\vec{a_\tau})^2} = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}}$$

# 第二章 牛顿定律

## 牛顿定律

### 牛顿第一定律

不受外力的物体，运动状态保持不变

如果物体炸裂成多个部分，动量保持不变

$$m\vec{v}=m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}$$

**惯性系**

参考系以**恒定速度**相对惯性系运动，惯性定律成立

**非惯性系**

参考系相对惯性系作加速运动，地球不是严格的惯性系

### 牛顿第二定律

动量随时间的变化率应当等于作用于物体的合力

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

当 $m$ 为常量：

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{a}$$

### 牛顿第三定律

$$F=-F'$$

## 物理量的单位和量纲

### 国际单位制（SI）

| 物理量名称 | 物理量符号 | 物理量单位 | 单位的名称 | 单位的符号 |
|---|---|---|---|---|
| 长度 | **L** | 1m | 米 | m |
| 质量 | **m** | 1kg | 千克 | kg |
| 时间 | **t** | 1s | 秒 | s |
| 电流 | **I** | 1A | 安培 | A |
| 热力学温度 | **T** | 1K | 开尔文 | K |
| 物质的量 | **n（ν）** | 1mol | 摩尔 | mol |
| 发光强度 | **I（Iv）** | 1cd | 坎德拉 | cd |

## 几种常见的力

### 万有引力

$$\vec{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^2}\overrightarrow{e_r}$$

### 弹性力

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

## 牛顿定律的应用举例

### 隔离体法

将所研究的物体从与之联系的其他物体中隔离出来，标明力的方向

## 例题

### 例题-弹性力下的运动

$F_x = -kx$

$$\begin{aligned} F_x = ma_x &= m\frac{dv_x}{dt} \\ -kx &= m\frac{dv_x}{dt} \\ -kxdx &= mv_x dv_x \\ \text{积分：} -kx^2 &= mv_x^2 \end{aligned}$$

**Ps**: 对于力是**坐标函数**的情况，方程的两边要乘以**dx**

### 例题-阻尼力下的运动

$f = -kv$

$$\begin{aligned} -kv &= m\frac{dv}{dt} \\ -\frac{k}{m}dt &= \frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m}\int_0^t dt &= \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} \\ -\frac{k}{m}t &= In(v) - In(v_0) \\ v &= v_0 e^{-\frac{k}{m}t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} \\ dx &= vdt \\ x &= x_0 + \frac{m}{k}v_0(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \end{aligned}$$

**Ps:** 对于力是**速度函数**的情况，要把**相同的变量移动到同一边**后积分

# 第三章 动量和能量

## 质点的动量定理

$$I=\int_{t_2}^{t_1}\vec{F}dt=\overrightarrow{p_2}-\overrightarrow{p_1}=m\overrightarrow{v_2}-m\overrightarrow{v_1}$$

## 动量守恒定律

$$\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}m_i\overrightarrow{v_i}=\text{常矢量}$$

## 动能定理

### 功

$$W=\vec{F}\cdot\vec{r}=F_xr_x+F_yr_y+F_zr_z$$

$$dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}=F|d\vec{r}|cos\theta$$

$$\theta=\text{位移与力的方向夹角}$$

$$W=\int dW=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_B^A(F_xdx+F_ydy+F_Zdz)$$

### 动能

$$E_k=\int_{v_1}^{v_2}Fcos\theta|d\vec{r}|=\int m\frac{dv}{dt}ds=\int_{v_1}^{v_2}mvdv=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_k=\int mvdv=\int m\omega r\cdot d\omega r=mr^2\cdot\frac{1}{2}\omega^2=\frac{1}{2}J\omega^2$$

## 保守力&势能

### 保守力

做功只与质点**始末位置**有关的力

力的环量为0 $W=\oint_i\vec{F}\cdot d\vec{r}=0$

万有引力、弹性力

### 弹性势能

$$E_p=-\int_0^x\vec{F}_x\cdot d\vec{r}=-\int_0^x(-kx)\cdot dx=\frac{1}{2}kx^2+C$$

### 引力势能

$$E_p=-\int_0^r(G\frac{mm_0}{r^2}\overrightarrow{e_\tau})\cdot d\vec{\tau}=-G\int_0^r\frac{mm_0}{r^2}dr=-G\frac{mm_0}{r}+C$$

## 碰撞

### 完全弹性碰撞

$$
\begin{cases} v_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2 \\ v_2' = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2 + \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1 \end{cases}
$$

#### 完全非弹性碰撞

$$
v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}
$$

# 第四章 刚体的转动

## 角动量

$$
\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{v}\vec{r} = m\vec{\omega}\vec{r}^2 = J\vec{\omega}
$$

## 力矩

力的方向逆时针为正

$$
\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}
$$

$$
\vec{M} = \sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i\vec{R}_i)
$$

## 转动惯量

$$
J = mr^2 \ (\text{末端物体})
$$

$$
\vec{M} = \frac{\vec{L}}{t} = J\vec{\alpha}
$$

| 物体形状 | 转轴位置 | 转动惯量 |
|---|---|---|
| 细杆 | 通过一端垂直于杆 | $\frac{1}{3}ml^2$ |
| 细杆 | 通过中心垂直于杆 | $\frac{1}{12}ml^2$ |
| 薄圆环 | 通过环心垂直于环面 | $mR^2$ |
| 薄圆环 | 通过环心平行于环面 | $\frac{1}{2}mR^2$ |
| 圆环 | 通过环心垂直于环面 | $\frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$ |
| 圆盘 | 通过盘心垂直于盘面 | $\frac{1}{2}mR^2$ |
| 薄球壳 | 直径 | $\frac{2}{3}mR^2$ |
| 球体 | 直径 | $\frac{2}{5}mR^2$ |

## 角动量守恒

系统所受力都**与转轴平行**或**经过转动中心**

$$\vec{L} = m\vec{r}_1\vec{v}_1(\text{质点}) + J_1\vec{\omega}_1(\text{转动体}) = m\vec{r}_2\vec{v}_2 + J_2\vec{\omega}_2$$

## 力矩对刚体做的功

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} Md\theta$$

## 转动动能

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$

# 第五章 机械振动与机械波

## 震动

### 震动的描述

$$x = Acos(\omega t + \varphi)$$

#### 文字描述求初相

1. 以振幅 $A$为半径做圆
2. 标出圆的方向 $\omega$，统一为逆时针
3. 在图像中表示初始位置
4. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求 $\varphi$

#### 图像描述求初相

1. 以振幅 $A$ 为半径做圆
2. 标出圆的方向 $\omega$，统一为逆时针
3. 在圆中表示初始位置
4. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
5. 连接圆心，求 $\varphi$

#### 求简谐震动方程

将初相 $\varphi$ 和振幅 $A$ 代入方程求出 $\omega$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

#### 求运动时间

1. 作图
2. 在圆中表示始末位置
3. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点
4. $t = \theta/\omega$

#### 根据弹簧参数求震动方程

1. 求出 $A$ 和 $\omega$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\quad A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

2. 代入方程求出可能的 $\varphi$，作图表示出两个 $\varphi$
3. 根据**运动方向**和圆的方向确定待求点

## 简谐运动的能量

### 运动学特征

$$x=Acos(\omega t+\varphi)$$

$$v=-\omega Asin(\omega t+\varphi)\quad v_{max}=\omega A$$

$$a=-\omega^2Acos(\omega t+\varphi)\quad a=-\omega^2x$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega x$$

### 机械能

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

### 动能

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2sin^2(\omega t+\varphi)$$

### 势能

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2cos^2(\omega t+\varphi)$$

### 平均动能和平均势能

$$\overline{E_k}=\overline{E_p}=\frac{1}{4}kA^2$$

## 震动的合成

$(\omega_1=\omega_2)$

$$A=\sqrt{{A_1}^2+{A_2}^2+2A_1A_2cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

$$\varphi=arctan\frac{A_1sin\varphi_1+A_2sin\varphi_2}{A_1cos\varphi_1+A_2cos\varphi_2}$$

### 震动的拍频

$$\Delta f=\frac{\omega_1}{2\pi}-\frac{\omega_2}{2\pi}$$

### 单摆频率

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

# 波动

## 波动的描述

### 波腹

波腹是驻波场中的**振幅**最大的点、线或曲面

### 波节

波节是驻波场中的**振幅**为零的点、线或曲面

### 图像描述求初相

1. y 对 t 求导，得到速度 v
2. 取图像上的特殊点，将 t、x 代入求得 v
3. 逆传播方向，判断 v 的正负取对应的 $\varphi$

### 文字描述求初相

1. y 对 t 求导，得到速度 v
2. 将 t、x 代入求 v
3. 判断 v 的正负取对应的 $\varphi$

### 图像描述求波动方程

$$\lambda = uT$$

#### 波沿正方向传播

$$y = Acos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi] \text{（注意方向）}$$

$$y = Acos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] \text{（注意方向）}$$

#### 波沿负方向传播

$$y = Acos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \varphi] \text{（注意方向）}$$

$$y = Acos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi] \text{（注意方向）}$$

### 波的相位差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

## 波的能量

### 平均能量密度

媒介中单位体积内分布的能量

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

**平均能流**

波的辐射功率

$$\overline{P} = \overline{w}uS = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 uS$$

**波的强度**

平均能流密度，波在单位面积的辐射功率

$$I = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

## 波的干涉

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

## 开普勒效应

$$f' = \frac{v \pm v_R}{v \mp v_S} f$$

$$v_R\text{为 观 察 者 速 度}\quad v_S\text{为 发 射 源 速 度}\quad v\text{为 波 速}$$