数据结构

目录

第一章 概论

数据的逻辑结构

数据元素

数据元素是数据的基本单位

数据结构的3个内容

1. **逻辑结构**： 数据元素之间的逻辑关系
2. **存储结构**： 数据元素及其关系在计算机存储器内的表示
3. **数据运算**： 对数据施加的操作

逻辑结构分类

1. **集合**： 最简单的数据结构，数据之间只有相似性。
2. **线性结构**："一对一"的关系。
3. **树形结构**："一对多"的关系。
4. **图形结构**："多对多"的关系。

数据的存储结构

顺序存储结构

借助元素在存储器中的**对应位置**表示数据元素之间的逻辑关系。

- 可实现对各数据元素的随机访问
- 不利于修改

链式存储结构

借助指示元素存储位置的**指针**表示元素之间的逻辑关系。

- 利于修改
- 不能随机访问

索引存储结构

在原有的存储结构的基础上，附加建立一个索引表，索引表中的每一项都由**关键字和地址**组成

索引表反映了按某一个关键字递增或递减排列的逻辑次序

采取索引存储的主要作用是为了提高数据的**检索**速度

散列存储结构

通过构造散列函数来确定数据存储地址或查找地址

算法和算法分析

算法的特性

1. **有穷性**： 没有死循环
2. **确定性**： 无歧义
3. **可行性**： 操作可实现
4. **输入**： >=0
5. **输出**： >=1

算法的效率评价

$T(n) = n + n^2 = O(n^2)$

第二章 List(线性表)

线性表的基本概念

线性表的定义

线性表是具有相同数据类型的n(n≥0)个数据元素的有限序列

线性表的基本操作

初始化、求长度、按地址搜索、按值搜索、插入、删除、显示

线性表的顺序存储

顺序表的存储特点

- 逻辑结构和物理结构是一致的
- 任意数据元素都可以随机存取

顺序表插入 ⚠️

1. 检查顺序表是否塞满,防溢出
2. 插入位置应在`a[0] + l`之内
3. 移动必须从最后一个节点开始

线性表的链式存储

头节点和head

头节点不属于数据元素

动态申请一个结点空间，链表第一个结点的地址放到了指针变量head中

```
head = (LinkList *) malloc (sizeof(LinkList)) ;
```

循环链表

最后一个结点的指针域为head

第三章 Stack(栈)

它的插入、 删除等操作只能在表的一端进行。固定操作的一端叫**栈顶(top)**，而另一端称为**栈底(bottom)**。

顺序栈

表头`a[0]`的一端作为栈底，指针`top=length-1`

上溢与下溢

上溢(overflow)

栈满的情况下还入栈。对顺序栈进行插入元素之前，需要判断是否“栈满”，否则上溢

下溢(underflow)

栈空的情况下还出栈。对顺序栈进行删除元素之前，需要判断是否“栈空”，否则下溢

多栈共享空间

即两个栈栈底位置为两端，两个栈顶在中间不断变化，由两边往中间延伸。

链栈

链栈的**栈顶指针**就是单链表的**头指针**

唯一的约束条件是头指针的操作在头部执行

链栈一般不需要判定栈满，只需要判定栈是否为空。

栈空判定条件是: `S = NULL`

进栈操作

```
bool Push_L(LinkStack &S, ElemType e) {
    LinkStack p;
    if((p=(LNode *)malloc(sizeof(LNode)))==NULL)
        return false;                 // 存储分配失败
    p->data=e;
    p->next=S;                        // 插入新的栈顶元素
    S=p;                              // 修改栈顶指针
    return true;
    }// Push_L
```

出栈操作

```
bool Pop_L( LinkStack &S, ElemType &e) {
    LinkStack p;
    if(S) {                     // 栈非空
        p=S;
        S=S->next;              // 修改栈顶指针
    e=p->data;                  // 元素e返回其值
    free(p);                    // 释放结点空间
    return true;
    }
   else return false;           // 栈空，出栈失败
 }// Pop_L
```

中缀表达式 => 后缀表达式

1. 读入操作数，直接送入输出符号栈
2. 读入运算符
    - 后进运算符优先级高于先进的，则继续进栈
    - 后进运算符优先级不高于先进的，则将运算符号栈内高于或等于后进运算符级 别的运算符依次弹出后进栈
3. 读入括号
    - 遇到开括号 (，进运算符号栈
    - 遇到闭括号)， 则把最靠近的开括号 (以及其后进栈的运算符依次弹出到符号栈
4. 遇到结束符 “#”，则把运算符号栈内的所有运算符号依次弹出并压入输出符号栈
5. 若输入为+、-单目运算符，改为 0 与运算对象在前，运算符在后

第四章 Queue(队列)

定义

- 允许插入的一端叫**队尾(rear)**
- 允许删除的一端叫**队首(front)**

顺序队列

假溢出

队首前还有空间的入队溢出

判断条件

`rear >= maxsize && front > 0`

解决方法

1. 修改出队算法：使每次出队列后都把队列中剩余的元素向front方向移动一个位置。O(n)
2. 修改进队算法：当假溢出时，把队列中的所有元素向front方向移动一个位置。O(n)
3. 顺序循环队列

顺序循环队列

顺序循环队列定义

- 把顺序队列改造成一个头尾相连的循环表
- 入队时，把元素插到rear指示位置，然后rear++
- 出队时，把front指示位置元素删除，然后front++

判空和判满

1.队尾留一个单元

判满：`(rear+1) mod maxsize = front`

判空：`rear == front`

2.标志位

判满：`(rear==front) && (tag==1)`

判空：`(rear==front) && (tag==0)`

3.计数器

判满条件：`(rear==front) && count>0`

判空条件：`count == 0`

元素个数

`N = (rear - front + maxsize) % maxsize`

入队操作

```
int inQueue (seqQueue *Q, dataType x){

    if((Q->rear+1) % MAXSIZE == Q->front){
    return 0;
    }

    else if((Q->rear+1) % MAXSIZE != Q->front){
    Q->rear = (Q->rear+1) % MAXSIZE;
    Q->data[Q->rear] = x;
    reutn 1;
    }
}
```

链队

出链队操作

```
bool deQueue_L(kinkQueue &Q, ElemType &e){
    QueuePtr p;
```

```
    if(Q.front==NULL)
        return false;

    p=Q.front;                  // 暂存队首指针以便回收队首结点
    e=p->data;                  // e返回队首元素的值
    Q.front = p->next;
    if(Q.front==NULL)           // 若删除后队列为空，则使队尾指针为空
        Q.rear = NULL;

    free(p);
    return true;
}
```

入队操作

```
bool enQueue_L(likQueue &Q, ElemType e){
    queuePtr s;
    if((s=(LNode *)malloc(sizeof(LNode)))==NUll)
        return false;                   // 存储分配失败

    s->data = e;
    s->next = NULL;

    if(Q.rear==NULL){
        Q.front = Q.rear = s;           // 若链队为空,则新结点既是队首结点又是队尾结点
    }else if(Q.rear!=NULL){
        Q.rear = Q.rear->next = s;      // 若链队非空，则新结点被链接到队尾并修改队尾指针
    }
}
```

第五章 String(串)

串

定义

子串

串中任意个连续的字符组成的子序列称为该串的子串

一个串也可以看成是自身的子串

子串个数公式

`n(n+1)/2+1`

真子串个数公式

`n(n+1)/2`

串的比较

从左开始，第一个差异字符的大小关系

ASCII码

由**8bit**组成一个字符，共可形成2^8=256个字符（仅英语）

Unicode码

由**16bit**组成一个字符，共可表示2^{16}=65536个字符（全世界的字符）

串和线性表的不同点

- 串的数据元素是字符，即每个数据元素都是**一个**字符
- 线性表的主要操作对象是某个**数据元素**
- 串的操作主要操作对象是**整体或某一部分子串**

顺序串

静态存储分配的顺序串

用**定长**字符数组存储串值

由于串值空间的大小已经确定，所以对串的插入、连接等不利

```
typedef struct{
    char str[MaxStrSize];    //顺序串的最大容量
    int length;              //顺序串的当前长度
}SSqString;                  //静态顺序串类型
```

动态存储分配的顺序串

串值空间的大小是在**程序执行时动态分配**而得

在串处理的应用程序中也常被选用

Ps：动态分配的顺序串完全可用动态存储分配的顺序表SqList来表示

```
typedef struct {
    char  *str;  // 先存放非空串的首地址，不分配内存
    int length;  // 存放串的当前长度
}DSqString;      //待到程序执行时，再根据插入、删除等操作动态增补空间
```

串比较

```
int StrCompare_Sq(DSqString S,DSqString T){

    int i=0;
    while(i<S.length&&i<T.length){            // 串S和串T对应字符进行比较
        if(S.str[i]>T.str[i]) return 1;
```

```
        else if(S.str[i]<T.str[i]) return -1;
        i++;
    }

    if(i<S.length) return 1;
    else if(i<T.length) return -1;

    return 0;
}// StrCompare_Sq
```

取子串

在顺序串S中从第POS个位置开始，取长度为len的子串sub。

```
bool SubString_Sq(DSqString S,DSqString &Sub,int pos,int len){
    int i;
    if(pos<0||pos>S.length-1||len<0||len>S.length-pos)
    return false;                           // 取子串的位置或子串的长度不合理

    if(Sub.str)   free(Sub.str);                // 释放Sub原有空间

    if(len!=0) { Sub.str=NULL; Sub.length=0; } // 置Sub为空子串
    else {
        if(!(Sub.str=(char *)malloc(len*sizeof(char))))
            return false;
        for(i=0;i<len;i++)                      // 将串S中的len个字符复制到Sub中
        Sub.str[i]=S.str[pos+i];
        Sub.length=len;                         // 子串Sub的串长为len
    }
    return true;
}// SubString_Sq
```

链式串

定义

一个节点可以存放多个字符

单链结构：结点大小为1的链式串

块链结构：结点大小大于1的链式串

在块链结构中最后一个结点通常填不满，则用#号把串值填满。

块链数据结构

```
typedef struct Chunk{       //可由用户定义的节点大小
      char str[Number];     //一个节点存放Number个字符
      struct Chunk  *next;
}Chunk;                     //定义结点类型

typedef struct{
   Chunk  *head, *tail;     //串的头尾指针
   int length;              //串的当前长度
}
```

KMP算法

KMP

Next的求法

前缀后缀的最大公共元素长度

第六章 Array(数组)

数组

注意事项

元素推广性：元素本身可以具有某种结构，而不限定是单个的数据元素。

元素同一性：元素具有相同的数据类型。

关系确定性：每个元素均受n（n≥1）个线性关系的约束，元素个数和元素之间的关系一般不发生变动。

数组与线性表的区别

- 数组是线性表的推广
- 线性表：元素的线性排列（有序），其元素为**原子类型**
- 数组：将线性表中数据元素的**类型扩充**为线性表
- 数组的操作只能是**存取和修改**， 而线性表除此之外还可以做**插入与删除**等操作

矩阵的压缩存储

压缩存储一般是针对矩阵中包含了**大量值相同的元素**或**零元素**的矩阵

基本思想是

- **同值压1**：为多个值相同的元素只分配一个存储空间；
- **零值不分**：对零元素不分配存储空间。

矩阵的分类

- **特殊矩阵**：矩阵中有许多值相同的元素且它们的分布有一定规律。
- **稀疏矩阵**：矩阵中有许多零元素并且零元素的分布没有规律。

广义表

定义

- 广义表是线性表的推广
- 线性表中的元素都是原子的**单元素**
- 广义表中的元素也可以是一个**子广义表**
- 广义表的定义是递归的，广义表是线性表的**递归**数据结构

广义表的深度

所有子表中表的最大深度加1

若为原子，其深度为0

广义表的长度

在广义表中，**同一层次**的每个节点是通过link域链接起来的

所以可把它看做是由link域链接起来的单链表

求广义表的长度就是求单链表的长度

广义表的存储

由于广义表中既可存储原子也可以存储子表

通常情况下广义表结构采用**链表**实现

头尾表

```
typedef struct GLNode{
    int tag;         //标志域, 原子节点为0
    union{
        char atom;   //原子结点的值域
        struct{
            struct GLNode * hp, *tp;
        }ptr;        // hp指向本子表结点, tp指向广义表结点
    };
}*Glist;
```

左孩子右兄弟

```
typedef struct GLNode{
    int tag;                //标志域
    union{
        int atom;
        struct GLNode *hp;  //hp指向本表子节点
    };
    struct GLNode * tp;     //tp指向广义表下一级
}*Glist;
```

混合表示

第七章 Tree(树)

- 递归方法是树结构算法的基本特点

定义

结点

数据元素的别名

根结点

树有且只有的特殊结点称，根结点没有前驱结点

集合

线性表对应的是**序列**，**树对应的是集合**

结点的度

树中结点所拥有的**子树**的个数

树的度

树中各结点度的最大值

二叉树

度为2的树

层数

根结点的层数为1，其余结点的层数等于它的父结点的层数+1

深度

所有结点的最大层次

叶子结点

终端结点

度为0的结点

分枝结点

非终端结点

度不为0的结点

子结点

一个结点的子树的根结点

父结点

一个子结点的上层结点（唯一）

兄弟

具有相同父结点的结点

子孙

一个结点的**所有子树**中的结点

祖先

从根结点到该结点所经分支上的所有结点

堂兄弟

父节点在同一层但不同

有序树

树中结点的各子树从左到右是有次序的

森林

m(m≥0)棵不相交的树的集合称为森林

任何一棵树，删去根结点就变成了森林

树的基本性质

- 树中的结点数等于所有结点的度数加1
- 度为 d 的树中第 i 层上至多d^{i-1}个结点
- 具有 n 个结点的 d 叉树的最小深度为 $log_d[n(d-1)+1]$

树的存储结构

双亲表示法

用指针表示出每个结点的**双亲**在存储空间的位置信息

容易寻找双亲，不容易找孩子，也不能反映各**兄弟间的关系**

双亲数组法

用**一维结构体数组**依次存储树中的各结点

数组元素中包括结点本身的信息和**双亲在数组中的下标**

```
struct {
    TElemType data;
    int parent;
}PTreeNode;

PTreeNode PTree[MAX_TREE_SIZE];
```

双亲链表法

用**一组任意的存储单元**存储树中各结点

结点中包括结点本身的信息和指向该结点的**双亲的指针**

```
struct PTNode{
    TElemType data;
    struct PTreeNode* parent;
}PTNode,PTNode*;
```

孩子表示法

又称为**多重链表表示法**

用指针表示出每个结点的**孩子**在存储空间的位置信息

容易寻找孩子结点，不容易找双亲结点

孩子数组法

用**一维结构体数组**依次存储树中的各结点

数组元素中包括结点本身的信息以及结点的**孩子在数组中的下标**

```
struct {
    TElemType data;
    int child[MAX_SON_SIZE];
}CTreeNode;

CTreeNode CTree[MAX_TREE_SIZE];
```

孩子链表法

用**一组任意的存储单元**存储树中各结点

结点中包括结点本身的信息和指向该结点的**所有孩子的指针**

```
struct CTNode {
    TElemType data;
    struct CTNode *child[MAX_SON_SIZE];
}CTNode,*CTree;
```

双亲儿子表示法

数组法

```
struct {
    TElemType data;
    int parent;
    int child[MAX_SON_SIZE];
}PCTreeNode;

PCTreeNode PCTree[MAX_TREE_SIZE];
```

链表法

```
struct PCTNode{
    TElemType data;
    struct PCTNode *parent;
    struct PCTNode *child[MAX_SON_SIZE];
}PCTNode,*PCTree;
```

树的基本操作

树的创建

在树的生成算法中，需要设置两个栈

一个用来存储**指向根结点**的指针，以便孩子结点向双亲结点链接之用

一个用来存储待**链接的孩子结点**的序号，以便能正确地链接到双亲结点的指针域

若这两个栈分别用stack和d表示，stack和d栈的深度不会大于整个树的深度

```
# define MS 10   // 栈空间的大小
void CreateTree(CTree &T,char *S){
    CTree stack[MS],p;
    int i=0,d[MS],top=-1;
    T=NULL;

    while(S[i]){
        switch(S[i]){
            case ' ': break;
            case '(': top++;stack[top]=p; d[top]=0;break;
            case ')': top--;break;
            case ',': d[top]++;break;

        default: if(!(p=(CTree)malloc(sizeof(CTNode)))) exit(1);

        p->data=S[i];

        for(int i=0; i<MAX_SON_SIZE; i++)
            p->child[i]=NULL;

        if(!T) T=p;
```

```
        else stack[top]->child[d[top]]=p;
        }
    i++;
    }
}// CreateTree
```

树的遍历

遍历的类型

- 先序遍历 DLR： **先根再左后右**
- 中序遍历 LDR： **先左再根后右**
- 后序遍历 LRD： **先左再右后根**
- 层序遍历：从根结点开始，从上至下逐层遍历

遍历的实现

```
void PreOrderTree(CTree T,void Visit(TElemType)){
    if(T) {
        Visit(T->data);
        for(int i=0;i<MAX_SON_SIZE;i++)
            PreOrderTree(T->child[i],Visit);
    }
}// PreOrderTree
```

```
void PostOrderTree(CTree T,void Visit(TElemType)) {
    if(T) {
        for(int i=0;i<MAX_SON_SIZE;i++)
            PostOrderTree(T->child[i],Visit);
        Visit(T->data);
     }
}// PostOrderTree
```

```
void LevelOrderTree(CTree T,void Visit(TElemType)) {
    SqQueue Q;
    CTree p;
    InitQueue_Sq(Q,MAX_TREE_SIZE,10);

    if(T) EnQueue_Sq(Q,T);

    while(!QueueEmpty_Sq(Q)) {
        DeQueue_Sq(Q,p);
        Visit(p->data);
        for(int i=0;i<MAX_SON_SIZE;i++)
            if(p->child[i]) EnQueue_Sq(Q,p->child[i]);
     }
}// LevelOrderTree
```

二叉树

满二叉树

一棵深度为 k 且有 2^{k-1} 个结点的二叉树

完全二叉树

前n-1层是满的， 但允许在**最底层右边缺少**连续若干个结点

序列确定树

由二叉树的**前序序列**和**中序序列**，或**后序序列**和**中序序列**均能唯一地确定一棵二叉树

1. 后序序列的最后为根节点
2. 中序序列根节点的左边为左子孙，右边同理
3. 在后序序列中找到左右子孙的根节点，递归

二叉链表

```
typedef struct BiTNode {
    TElemType data;
    struct BiTNode *lchild;
    struct BiTNode *rchild;
}BiTNode,*BiTree;
```

中序遍历

```
void InOrderBiTree(BiTree BT,void Visit(TElemType)) {
    if(BT) {
        InOrderBiTree(BT->lchild,Visit);
        Visit(BT->data);
        InOrderBiTree(BT->rchild,Visit);
    }
}// InOrderBiTree
```

线索二叉树

在n个结点的二叉链表中，必定存在n+1个空指针域

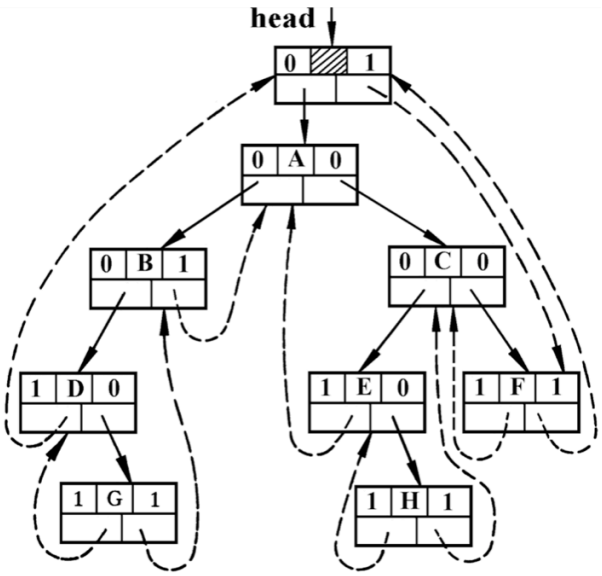
如果能利用这n+1个空链域，使它们分别指向某种遍历次序的前驱或后续

这种指向结点前驱和后继的指针叫做**线索**

结点实现

```
typedef struct BiThrNode {
    TElemType data;
    BiThrNode *lchild,*rchild;
    unsigned short LTag:1;
    unsigned short RTag:1;
}BiThrNode, *BiThrTree;
```

若 LTag=0, lchild域指向左孩子；若 LTag=1, lchild域指向其前驱



树和二叉树的转换

树 => 二叉树

1. **连兄**：在兄弟结点间添加虚线
2. **去子**：任一结点仅除保留它与最左孩子的连线
3. **实顺虚逆**：实线向左转45°，虚线向右转45°

二叉树 => 树

1. **连子**：连接右孩子的右孩子及其递归
2. **去右**：删去所有右链
3. **规整**

森林 => 二叉树

1. 先将森林中的每棵树转化成二叉树
2. 将后一棵树当作前一棵树的根节点的**右子树**粘接

霍夫曼树

编码类型

等长编码

所有编码长度相同

变长编码

用最短的编码来表示出现频率最高的字符

无前缀编码

若使用不等长编码，则要求所有字符编码与所有前缀不同

也就是任一叶子结点都不可能是其他叶子结点的父节点

霍夫曼编码

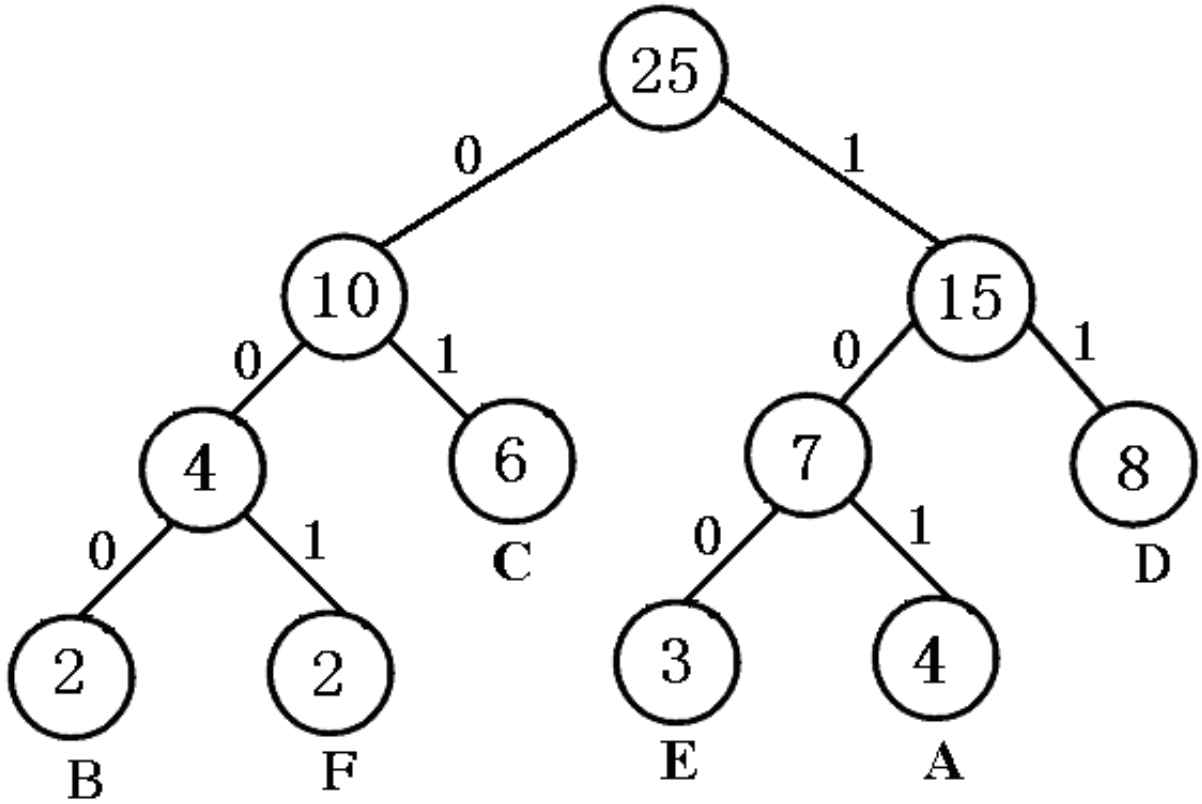
将字符集中的每一个字符当作叶子节点编码的二叉树

将字符出现的频率作为权重构造**霍夫曼树**

将左右分支分别用 0 和 1 编码得到**霍夫曼编码**

WPL

树中所有叶子结点的**带权路径长度**之和



WPL = 2 * (6+8) + 3 * (2+2+3+4)

霍夫曼树的结点结构

```
typedef struct {
    int flag;                //上树标记
    int weight;              //结点的权值
    int parent, lch, rch;
}HTNode,*huffTree;
```

霍夫曼编码的数据元素结构

```
struct Code {
    int bit[MaxBit];     //叶结点的哈夫曼编码
    int start;           //编码的起始下标
    int weight;          //字符的权值
};
```

霍夫曼树的创建

1. 找出目前权值最小的两个节点
2. 合并节点形成新根，为新根赋权
3. 递归到1

```
void creatHaffman(int weight[], int n, HTNode haffTree[]) {
//建立叶结点个数为n权值为weight的哈夫曼树haffTree

    int j, m1, m2, p1, p2;

    for (int i = 0; i<2 * n - 1; i++){
    //哈夫曼树haffTree初始化。n个叶结点的哈夫曼树共有2n-1个结点

        if (i<n)     //叶结点
            haffTree[i].weight = weight[i];
        else         //父节点
            haffTree[i].weight = 0;

        haffTree[i].parent = 0;
        haffTree[i].flag = 0;
        haffTree[i].lch = -1;
        haffTree[i].rch = -1;
    }

    for (int i = 0; i < n-1; i++) {
    //构造哈夫曼树haffTree的n-1个非叶结点

        m1 = m2 = MaxValue; //Maxvalue=10e8;(正无穷)
        p1 = p2 = 0;         //保存最小的两个值对应的下标

        for (j = 0; j < n+i; j++) {
        //找出最小的二个值
```

```
            if (haffTree[j].weight < m1 && haffTree[j].flag == 0) {

                m2 = m1;
                m1 = haffTree[j].weight;
                p2 = p1;
                p1 = j;
            }
            else if(haffTree[j].weight < m2 && haffTree[j].flag == 0) {

                m2 = haffTree[j].weight;
                p2 = j;
            }
        }

        //将找出的两棵权值最小的子树合并为一棵子树
        haffTree[p1].parent = n + i;
        haffTree[p2].parent = n + i;
        haffTree[n + i].lch = p1;
        haffTree[n + i].rch = p2;
        haffTree[p1].flag = 1;
        haffTree[p2].flag = 1;
        haffTree[n + i].weight = haffTree[p1].weight + haffTree[p2].weight;
    }
}
```

哈夫曼编码的创建

```
void HaffmanCode(HTNode haffTree[], int n, Code haffCode[]) {
//由n个结点的哈夫曼树haffTree构造哈夫曼编码haffCode

    Code *cd = new Code;
    int child, parent;

    for (int i = 0; i<n; i++) {
    //求n个叶结点的哈夫曼编码

        cd->start = 0;                          //修改从0开始计数
        cd->weight = haffTree[i].weight;        //取得编码对应权值的字符
        child = i;
        parent = haffTree[child].parent;


        while (parent != 0) {
        //由叶结点向上直到根结点

            if (haffTree[parent].lch == child)
                cd->bit[cd->start] = 0;//左孩子结点编码0
            else (haffTree[parent].rch == child)
                cd->bit[cd->start] = 1;//右孩子结点编码1
```

```
            cd->start++;    //编码自增
            child = parent;
            parent = haffTree[child].parent;
        }

        //保存叶结点的编码和不等长编码的起始位
        for (int j = cd->start - 1; j >= 0; j--)

            //重新修改编码，从根节点开始计数
            haffCode[i].bit[cd->start - j - 1] = cd->bit[j];

        haffCode[i].start = cd->start;
        haffCode[i].weight = cd->weight;//保存编码对应的权值
    }
}
```

第八章 Graph(图)

图的定义

回路或环

第一个顶点和最后一个顶点相同的路径

网络

带权值的图

稀疏图

顶点很多而边很少的图

稠密图

顶点多边也多的图

完全图

对于给定的一组顶点，顶点间都存在边

连通图

任意两顶点之间都是连通的

简单路径

V 到 W 之间所有顶点都不同（没有形成回路）

连通分量

极大连通子图

1. 极大顶点数：再加任何1个顶点都不再连通
2. 极大边数：包含子图中所有顶点的所有边

强连通

有向图两顶点之间存在双向路径

生成树

极小连通子图。包含图的所有n个结点，但只含图的n-1条边。在生成树中添加一条边之后，必定会形成回路或环

图的储存

邻接矩阵

邻接矩阵 `G[N][N]`——N 个顶点从 0 到 N-1 编号

出(入)度

从改点发出的边数

无向图的度：对应行或列非零元素个数

有向图的出度：对应行非零元素个数

有向图的入度：对应列非零元素个数

优点

直观、简单、好理解

方便检查任意一对顶点间是否存在边

方便找任一顶点的所有邻接点

方便计算任一顶点的度

缺点

浪费空间——存稀疏图

浪费时间——统计稀疏图的边

邻接表

邻接表：G[N] 为指针数组，对应矩阵每行一个链表，只存非 0 元素

特点

方便找任一顶点的所有邻接顶点

节省稀疏图的空间

需要 N 个头指针 + 2E 个结点（每个结点至少 2 个域）

对于是否方便计算任一顶点的度

有向图：只能计算出度

不方便检查任意一对顶点间是否存在边

图的遍历

DFS

```
void DFS ( Vertex V ){
    visited[ V ] = true;
    for ( V 的每个邻接点 W )
        if( !visited[ W ])
            DFS( W );
}
```

BFS

```
void BFS( Vertex V ){
    queue<Vertex> q;
    visited[V] = true;
    q.push(V);

    while(!q.empty()){
        V = q.front();
        q.pop();

    for( V 的每个邻接点 W ) {
        if( !visited[ W ]) {
            visited[W] = true;
            q.push(W);
            }
        }
    }
}
```

最短路径

定义

最短路径（ShorttestPath）

在网络（带权图）中，两个不同顶点之间的所有路径中，**边的权值**之和最小的那一条路径

最短路径问题

从某固定源点出发，求其到**所有其他顶点**的最短路径

多源最短路径问题

求**任意两顶点**间的最短路径

无权图的单源最短路

BFS

```
void Unweighted(Vertex s){
    queue<Vertex> q;
    q.push(s);  //压入源点
    while(!q.empty()){

        v = q.pop();
        for( v 的每个邻接点 W){

            dist[W] = dist[v] + 1;  // 当前距离上一距离 + 1
            path[W] = v;            // s 到 w 的必经顶点就是前一个顶点 v
            q.push(W);
        }
    }
}
```

T = O (V+E)

有权图的单源最短路

Dijkstra

1. 令 S = 源点 + 已经确定了最短路径的顶点 vi
2. 对任一未收录的顶点 v，定义 `dist[v]` 为仅经过 **S 中的顶点**到 v 的最短路径长度
3. 如果 v 的加入减小了 S 中 `dist[w]` 的值，则：
    - v 和 w之间有边
    - v 到 w 的间接路径未被 S 收入
    - v 只能影响邻接点的 dist

具体步骤：

1. 标记集 `cllc[u]=true`
2. 距离集 `dist[u]=0，其他为 10e10`
3. 找出 `dist` 最小的 V，`cllc[V]=true`
4. 改善 V 的邻接点到 u 的 `dist`
5. 循环到3

```
dist[V] = 10e8;
path[V] = -1;
collected[V] = false;

void Dijkstra( Vertex s ){
    while(1){
        V = 未收录顶点中dist最小值;
        if( 这样的v不存在 ) break;
```

```
        collected[V] = true;

        for( V 的每个邻接点 W )
            if( collected[W] == false )
                if(dist[V] + E[V,W] < dist[W]){
                    dist[W] = dist[V] + E[V,W];
                    path[W] = V;
         }
    }
}
```

时间复杂度

T = T(扫描未收录顶点中 `dist` 最小值) + T(更新 `dist[W]`)

1. 直接扫描所有未收录顶点
    - $T = O(V^2 + E)$
    - 稠密图效果更好
2. 将 dist 存在最小堆中
    - $T = O(V * logV + E * logV)$
    - 稀疏图效果更好

多源源最短路

比较

1. 直接将单源最短路算法调用|V|遍
    - $T = O(|V|^3 + |E||V|)$
    - 稀疏图效果好
2. Floyd 算法
    - $T = O(|V|^3)$
    - 稠密图效果好

Floyd

逐步缩减每条最短路径

1. $D^k[i][j]$ = 路径 { i -> { l <= k } -> j }
2. D^{-1} 全为0的邻接矩阵
3. D^{k-1} => D^k
    - $D^k[i][j] = D^{k-1}[i][k] + D^{k-1}[k][j]$

```
void Floyd(){
    for( i = 0; i < N; i++ )
        for( j = 0; j < N; j++ ){
            D[i][j] = G[i][j];
```

```
            path[i][j] = -1;
        }

    for( k = 0; k < N; k++ )
        for( i = 0; i< N; i++)
            for( j = 0; j < N; j++ )
                if( D[i][k] + D[k][j] < D[i][j] ) {
                    D[i][j] = D[i][k] + D[k][j];
                    path[i][j] = k;
                }
}
```

最小生成树 MST

定义

- 树
  - 无回路
  - |V|个顶点则有|V|-1条边
- 生成树
  - 包含|V|-1条边
  - 任加一条边都会形成回路
- 边的权重最小

Prim

让一棵小树慢慢长大，**归并顶点**

T = O($|V|^2$)

稠密图合算

```
void Prim(){
    MST = {s};          // parent[s] = -1
    while(1){
        V = 未收录顶点中dist最小者;
        if ( 这样的v不存在 ) break;

        dist[V] = 0;    // 将v收录进MST

        for ( V 的每个邻接点 W )
            if ( dist[W]!= 0)   // W没收录
                if ( E<V,W> < dist[w] ){
                    dist[W] = E<V,W>;
                    parent[W] = V;
                }
    }
    if ( MST 中收的顶点不到|V|个)
        Error ( "图不连通" );
```

```
}
```

Kruskal

将森林合并成树，**归并边**

T = O(|E|log|E|)

稀疏图合算

```
void Kruskal ( Graph G ){
    MST = { };
    while ( MST 中不到|V|-1条边 && E中还有边 ) {
        从 E 中取一条权重最小的边 E<V,W>;       /* 最小堆 */
        将 E<V,W> 从 E 中删除;
        if ( E<V,W> 不在 MST 中构成回路 )      /* 并查集 */
            将 E<V,W> 加入MST;
        else
            彻底无视 E<V,W>;
    }

    if ( MST 中不到|V|-1条边 )
        Error("图不连通");
}
```

拓扑排序

定义

拓扑排序

在用邻接表表示图时，对有n个顶点和e条弧的有向图而言时间复杂度为O(n+e)

一个有向图能被拓扑排序的充要条件就是它是一个**有向无环图**

拓扑序列唯一**不能唯一确定有向图**

AOV (Activity On Vertex)

用顶点表示活动，**边表示优先关系**的**有向无环图**

拓扑有序序列

把AOV网络中各顶点按照它们相互之间的优先关系排列一个线性序列

若 i 是 j 前驱，则 i 一定在 j 之前；对于没有优先关系的点，顺序任意。

拓扑排序方法

1. 在有向图中选一个**没有前驱**的顶点且输出
2. 从图中删除该顶点和所有它的出度
3. 重复上述两步

算法

回路检测

采用**DFS**或**拓扑排序**算法可以判断出一个有向图中是否有环(回路)

BFS过程中如果访问到一个已经访问过的节点，可能是多个节点指向这个节点，**不一定**是存在环。

拓扑排序算法描述

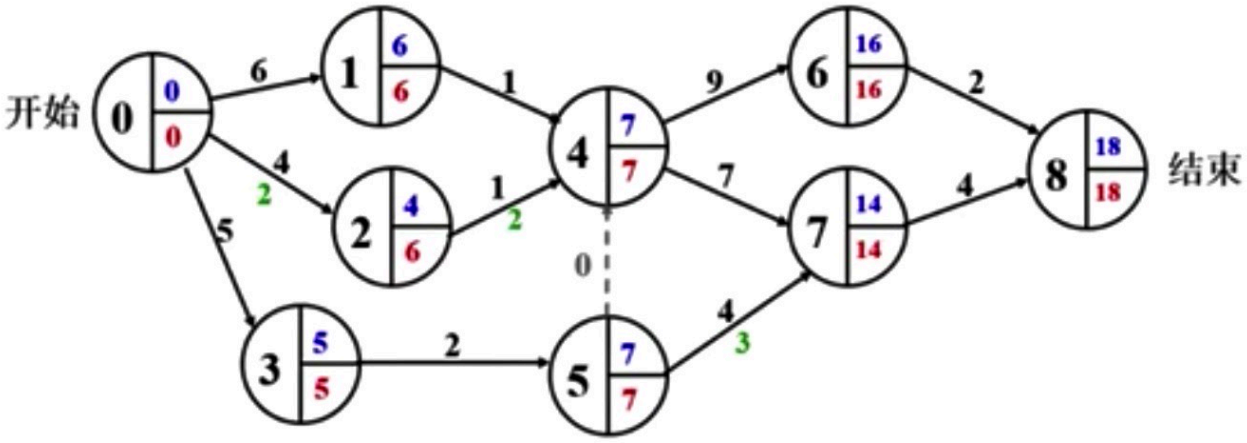
1. 把邻接表中**入度为0**的顶点依次进**栈**
2. 若栈不空，则
    - 栈顶元素 j 出栈并输出
    - 在邻接表中查找 j 的直接后继 k，把 k 的入度减1
    - k 的入度为0则进栈
3. 若栈空时输出的顶点个数不是n，则有向图有环

关键路径问题

AOE(Activity On Edge)

在工程上常用来表示工程进度计划

顶点表示事件，**边表示活动**，**权表示活动持续时间**的**有向无环图**，



最早发生时间

从源点到结点的最短的路径，意味着事件最早能够发生的时间

最迟发生时间

后序节点中最早开工的，事件必须发生的时间。

机动时间

最迟发生时间 - 最迟发生时间

关键活动

机动时间为0的活动（边）

关键路径

从源点到汇点的最长的一条路径，或者全部由关键活动构成的路径

关键活动一定位于关键路径上

第九章 排序

排序比较

排序方法	平均时间复杂度	最坏时间复杂度	空间复杂度	稳定性
冒泡	逆序列对数	$O(N^2)$	O(1)	Y
插入	逆序列对数	$O(N^2)$	O(1)	Y
选择	$O(N^2)$	$O(N^2)$	O(1)	N
Hibbard希尔	$O(N^{5/4})$	$O(N^{3/2})$	O(1)	N
堆	O(NlogN)	O(NlogN)	O(1)	N
快排	O(NlogN)	$O(N^2)$	O(1)	N
归并	O(NlogN)	O(NlogN)	O(N)	Y
基数	O(P(N+B))	O(P(N+B))	O(N+B)	Y

冒泡排序

利于链表

```
void Bubble_sort(long A[],int N){
    for(int i=0; i<N-1; i++) {       // N-1次冒泡
        bool flag = false;       // 验证是否交互过
        for(int j=0; j<N-i-1; j++){
            if(A[j+1] < A[j]){
                flag = true;
                swap(A[j],A[j+1]);
            }
        }
        // 已经有序
        if(flag == false) break;
    }
}
```

插入排序

将当前的数插入前方的正确位置

```
void Insertion_sort(long A[],int N){
    for(int i=1; i<N; i++) {
        long tmp = A[i];         // 摸一张新牌
        int j = 0;
        for(j=i; tmp<A[j-1] && j>0; j--)
            A[j] = A[j-1];       // 移出空位
        A[j] = tmp;
    }
}
```

选择排序

选出最小的数放到最前面

希尔排序

```
// 原始希尔排序
void shell_sort(long A[],int N){
    for(int D=N/2; D>0; D/=2){       // D间隔插入排序，间隔递减
        for(int p=D; p<N; p++){
            int tmp = A[p];

            for(int k=p; k>=D && tmp<A[k-D]; k-=D) // j>=D 在前，因为也许 A[k-D] 已经越界
                A[k] = A[k-D];
            A[k] = tmp;
        }
    }
}
```

Hibbard增量序列

D[k] = 2^k - 1 相邻元素互质

`int p[]={32767,16383,8191,4095,2047,1023,511,255,127,63,31,15,7,3,1,0};`

Sedgewick增量序列

D[k] = 9 * 4^k - 9 * 2^k + 1 OR 4^k - 3 * 2^k + 1

`int p[]= {260609,146305,64769,36289,16001,8929,3905,2161,929,505,209,109,41,19,5,1,0};`

堆排序

```
public static void sort(int arr[]) {

    int length = arr.length;
```

```
    buildHeap(arr, length); //构建堆

    for (int i = length - 1; i > 0; i-- ) {

        swap(arr[0], arr[i]);   //将堆顶元素与末位元素调换

        length--;   //隐藏堆尾元素

        sink(arr, 0, length);   //将堆顶元素下沉
    }
}

private static void buildHeap(int arr[],  int length) {
    for (int i = length / 2; i >= 0; i--) { //最下一层不用排
        sink(arr,  i,  length);
    }
}

private static void sink(int arr[],  int index,  int length) {
    int leftChild = 2 * index + 1;//左子节点下标
    int rightChild = 2 * index + 2;//右子节点下标
    int present = index;//要调整的节点下标

    //下沉左边
    if (leftChild < length && arr[leftChild] > arr[present]) {
        present = leftChild;
    }

    //下沉右边
    if (rightChild < length && arr[rightChild] > arr[present]) {
        present = rightChild;
    }

    //如果下标不相等 证明调换过了
    if (present != index) {
        //交换值
        swap(arr[index, arr[present])

        //继续下沉
        sink(arr, present, length);
    }
}
```

归并排序

```
// MARK: - 合并数组
```

```
void merge(int arr[], int left, int right, int _left, int _right, int
tmp_arr[]) {

    int p = left;
    int _p = _left; // 两指向数组的指针
    int tp = 0;     // 新数组的指针

    while (p <= right && _p <= _right) {    // 如果两个数组都不为空

        // 对比数组第一个数的大小 将较小的一个数放入新数组
        if (arr[p] < arr[_p]) tmp_arr[tp++] = arr[p++];

        else if (arr[_p] <= arr[p]) tmp_arr[tp++] = arr[_p++];
    }

    while (p <= right) tmp_arr[tp++] = arr[p++];    // 当一个数组为空时
    while (_p <= _right) tmp_arr[tp++] = arr[_p++]; // 将另一个数组的所剩的数放入新
数组

    for (int i = 0; i < tp; i++)    // 将排好的新数组导入旧数组中
        arr[left+i] = tmp_arr[i];
}

// MARK: - 分割数组
void mergeSort(int arr[], int tmp_arr[], int left, int right){

    if(left == right) return;   // 只剩下也个数字时

    int mid = (left + right) / 2;   // 平均分成两份
    mergeSort(arr, tmp_arr, left, mid); // 递归分割
    mergeSort(arr, tmp_arr, mid+1, right);

    merge(arr, left, mid, mid+1, right, tmp_arr);   // 每一次切割对应一次合并
}

// MARK: - 归并排序
void merge_sort(int arr[], int N){

    int tmp_arr[N];

    mergeSort(arr, tmp_arr, 0, N-1);
}
```

快速排序

```
// 选主元
long getPivot(long A[],int L,int R){
    int center = (L+R)/2;
```

```
    if(A[R] < A[center])
        swap(A[R],A[center]);
    if(A[R] < A[L])
        swap(A[R],A[L]);
    if(A[center] < A[L])
        swap(A[center],A[L]);
    swap(A[center],A[R-1]);
    return A[R-1];
}

void QucikSort(long A[],int Left,int Right){
    int cutoff = 50;
    if( cutoff <= Right - Left ){  // 如果规模大用快排
        int pivot = getPivot(A,Left,Right);
        int i = Left;
        int j = Right-1;
        while (1) {
            // 从前往后找比 pivot 小的
            while(A[++i] < pivot);
            // 从后往前找比 pivot 大的
            while(A[--j] > pivot);
            if(j <= i)
                break;
            swap(A[i],A[j]);
        }
        // 将主元放在合适位置
        swap(A[i],A[Right-1]);
        QucikSort(A,Left,i-1);
        QucikSort(A,i+1,Right);
    }else   // 否则用插入排序
        Insertion_sort(A+Left,Right-Left+1);
}

void Quick_sort(long A[],int N){
    QucikSort(A,0,N-1);
}
```

基数排序

根据多种关键字，将数据分成不同的链表集

```
/* 获取数组的数量级 */
int GetMaxDigit(int*a, int size) {

    int base = 10;  //标识数量级
    int digit = 1;  //统计最大数据的位数

    for (int i = 0; i < size; i++) {
        while (a[i] >= base) {
```

```
            digit++;
            base *= 10;
        }
    }
    return digit;
}

void RadixSort(int* a,int size) {

    int base = 1;
    int digit = GetMaxDigit(a, size);
    int* count = new int[10];
    int* start = new int[10];
    int* tmp = new int[size];

    // 从低位到高位
    while (digit--) {

        //统计数字出现的次数
        memset(count, 0, sizeof(int)* 10);
        for (int i = 0; i < size; i++)
            count[(a[i] / base) % 10]++;

        //求每组数据的起始位置
        start[0] = 0;
        for (int i = 1; i < 10; i++)
            start[i] = start[i - 1] + count[i - 1];

        //将数据写入tmp中
        for (int i = 0; i < size; i++) {

            int num = (a[i] / base) % 10;
            tmp[start[num]] = a[i];
            start[num]++;
        }

        //将tmp中的内容写入a中
        for (int i = 0; i < size; i++)
            a[i] = tmp[i];

        base *=10;
    }
    delete[]tmp;
}
```

第十章 查找

散列查表（哈希表）

基本工作

计算位置

构造**散列函数**确定关键词存储的位置

解除冲突

应用**策略**解决关键字相同的冲突

时间复杂度

T = O(1) **空间换时间**

散列函数

线性定址法

构造线性函数

除留余数法🌟

h(key) = key mod p

数字分析法

分析关键字的变化情况，取相对**随机的位**作为散列地址

折叠法

把关键字分割成位数相同的几部分，然后相加

平方取中法

关键字的平方取中间几位作为散列地址

冲突策略

链地址法🌟

将全部具有同样哈希地址的而不同keyword的数据元素连接到同一个单链表中

树表查找

平衡二叉树 AVL

任一节点的平衡因子不超过1的二叉排序树

二叉排序树

左子孙节点永远大于右子孙节点

平衡因子

某节点左右节点的高度差

节点结构

```
typedef struct AVLNode *Tree;

typedef int ElementType;

struct AVLNode{

    int depth;      //深度，这里计算每个节点的深度，通过深度的比较可得出是否平衡

    Tree parent;    //该节点的父节点

    ElementType val;//节点值

    Tree lchild;

    Tree rchild;

    AVLNode(int val=0) {
        parent = NULL;
        depth = 0;
        lchild = rchild = NULL;
        this->val=val;
    }
};
```

失衡与调整

最小失衡子树

由新插入节点向上查找，以第一个平衡因子超过1的节点为根节点的子树

左旋

1. 右子树替代其父节点
2. 右子树的左子树成为父节点的右子树
3. 父节点成为左子树

右旋

1. 左子树替代其父节点
2. 左子树的右子树成为父节点的左子树
3. 父节点成为右子树

四种插入

LL 左孩子的左子树被插入

一次右旋

RR 右孩子的右子树被插入

一次左旋

LR 左孩子的右子树被插入

孩子左旋父右旋

RL 右孩子的左子树被插入

孩子右旋父左旋

删除二度节点

1. 用 **BLR** 代替节点 B
2. 用 **BLRL** 代替 BLR
3. 调整失衡