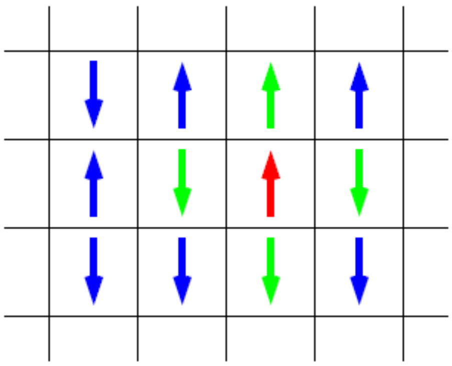
Trabajo Transiciones de Fase

Determinación de los Exponentes Críticos por Monte Carlo



Considere un modelo de Ising bidimensional con condiciones de frontera periódicas y sin campo externo, con energía

$$\mathcal{H} = -\sum_{<ij>} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j$$

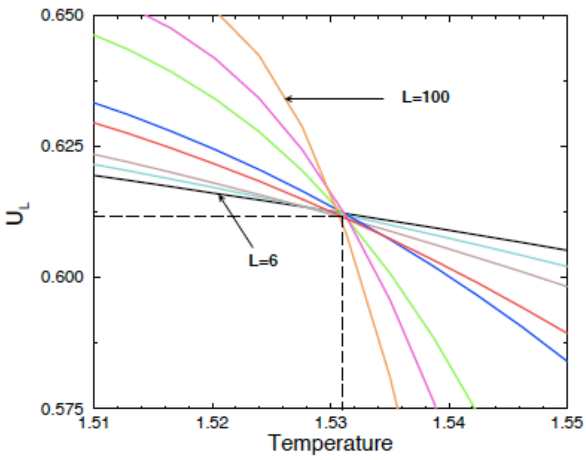
y parámetro de orden global

$$M := \left| \sum_{i=1} \sigma_i \right|$$

El algoritmo de Wolff voltea un cluster cada vez que se ejecuta. Para iniciar el cluster, el algoritmo escoge un sitio al azar, y luego va probando uno por uno todos los primeros vecinos a sitios del cluster, añadiendo con probabilidad $p = 1 - \exp\left(-2/kT\right)$ los que apuntan en la misma dirección que el sitio inicial. El programa Ising2DWolff2016II.cpp anexo implementa el algoritmo.

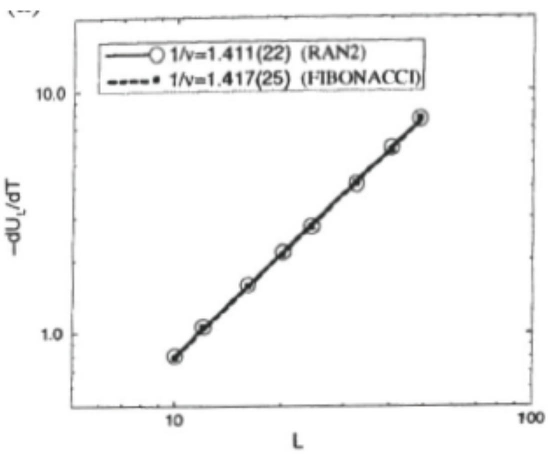
a) Con ese programa, realice dos grupos de simulaciones: una con los parámetros de GRUPO1 y otra con los parámetros de GRUPO2, para tamaños de sistema de L=8,10,12,16, 20 y 24.

b)Con los resultados de GRUPO1, identifique la temperatura crítica Tc como el punto donde se cortan las curvas del cumulante de Binder, Ubinder (se muestra un ejemplo para otro sistema):



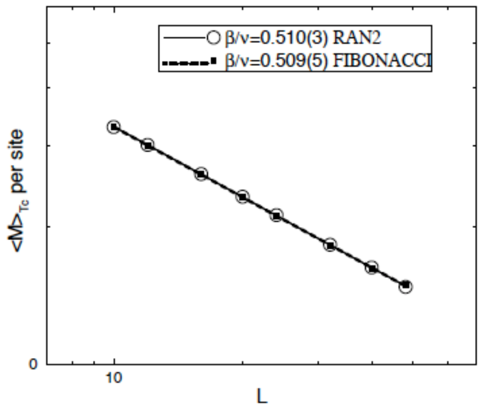
$$U_B(T) = 1 - \frac{1}{3} \frac{\langle M^4 \rangle_T}{\langle M^2 \rangle_T^2}$$

c) A partir de esta gráfica, y utilizando una regla, estime la pendiente de Ubinder en función de la temperatura en el punto de corte y, a partir de esos valores, estime el valor del exponente crítico ν.



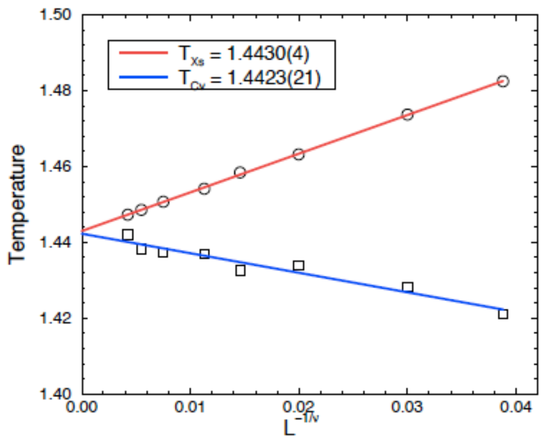
$$-\left.\frac{\partial U_B}{\partial T}\right|_{T_C} \sim L^{1/\nu}$$

d) Ya identificada la temperatura crítica, grafique en un diagrama log-log la magnetización por sitio a Tc en función del tamaño del sistema, y calcule la pendiente como el exponente crítico β/ν,



$$\frac{1}{L^d}\langle M\rangle_{T_C} \sim L^{-\beta/\nu}$$

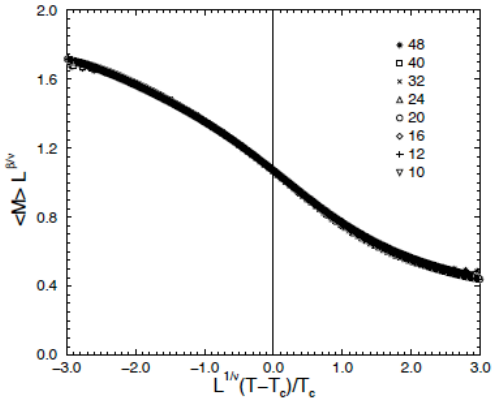
e) Con los valores de Tc y ν, compruebe que los valores de temperatura a los que aparecen el máximo de susceptibilidad y el máximo de capacidad calorífica tienden a Tc a medida que el sistema se hace cada vez más grande, graficando este valor de temperatura en función de $L^{-1/\nu}$:



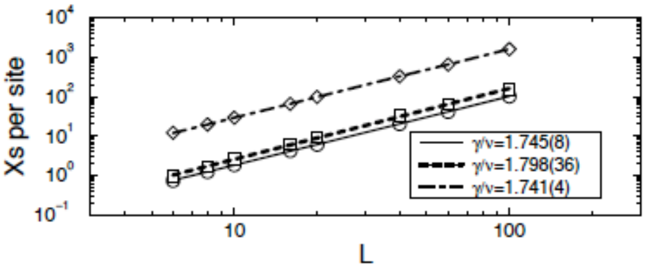
$$T_{Xs_{\max}} \sim T_C + aL^{-1/\nu}$$

$$T_{C_{\mathrm{v}\ \max}} \sim T_C + bL^{-1/\nu}$$

f) Con estos dos exponentes en mano, reescale las curvas de magnetización en función de la temperatura de los resultados del GRUPO2 de parámetros y muestre que todas colapsan en una sola curva:



f) De forma similar al punto d), grafique en un diagrama log-log tres cantidades: la susceptibilidad a Tc, la magnetización cuadrada media a Tc y la susceptibilidad máxima, en función de L, y de las pendientes lea el valor del exponente crítico γ/ν de tres maneras diferentes, y promedie los tres valores.

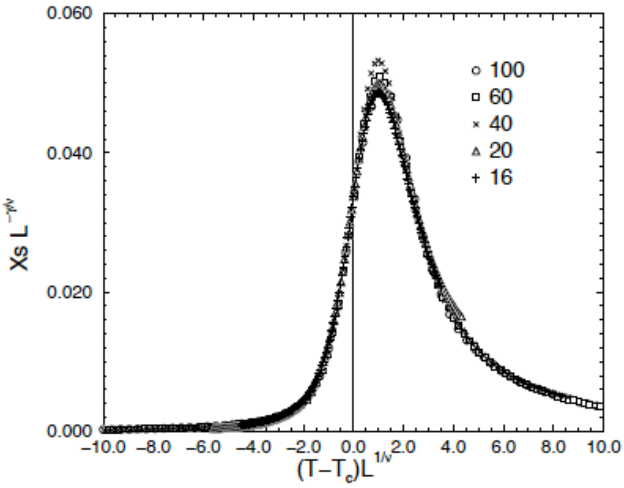


$$\frac{1}{L^d} Xs(T_C) \sim L^{\gamma/\nu}$$

$$\frac{1}{L^d} Xs_{\max} \sim L^{\gamma/\nu}$$

$$\frac{1}{L^d} \left\langle M^2 \right\rangle_{T_C} \sim L^{\gamma/\nu}$$

g) Con los valores de γ y ν, muestre que las curvas de susceptibilidad obtenidas con GRUPO2 colapsan en una sola curva cuando se reescalan,



h) Identifique si los tres exponentes encontrados cumplen la relación

$$2\beta + \gamma = 2\nu$$