Matemática 3

<u>Practica Nº 1</u>: Espacios muestrales y eventos - Asignación de probabilidades.

1) Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S

a) por extensión

b) por comprensión

2) Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación 4C, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y 3CS para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después por una ceca. Construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S.

3) Se seleccionan al azar cuatro estudiantes de una clase de química y se clasifican como femenino o masculino.

a) Liste los elementos del espacio muestras S_1 usando la letra F para femenino y la letra M para masculino.

b) Defina un segundo espacio muestral S_2 donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.

4) Para el espacio muestral del ejercicio 1) liste los elementos del eventos:

a) A: “la suma de los números es mayor que 8”

b) B: “ocurre un dos en cualquiera de los dos dados”

c) C: “sale un número mayor que cuatro en el dado verde”

d) A B

e) A f) B

C C

5) Para el espacio muestral del ejercicio 2) liste los elementos del eventos:

a) A: “en el dado sale un número menor que 3”

b) B: “ocurren dos cecas”

c) A^C

d) A^C e) A

B B

6) Suponga que los dos dados del ejercicio 1) son normales. Entonces cada resultado del espacio muestral S tienen la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable). Encuentre las siguientes probabilidades:

a) P(A) ; b) P(B) ; C)

P(C) ; P(A

7) Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que

a) se seleccione el diccionario?

b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?

8) Un dado octaedro (de ocho caras) tiene el número 1 pintado en dos de sus caras, el 2 en tres de sus caras, el 3 en dos de sus caras y el 4 en una cara. Se lanza el dado. Su-

ponga que cada cara tiene la misma probabilidad de salir.
a) Determine el espacio muestral de este experimento.

b) Calcular la probabilidad de que salga número par.
c) Si el dado estuviera cargado de tal forma que la cara con el número 4 tuviera el doble de probabilidad de salir que cada una de las otras siete caras c1) ¿cambiaría esto el espacio muestral? Explique.
c2) ¿cambiaría esto la probabilidad de que salga número par? Explique.
9) Se lanzan un dado normal 5 veces. Encuentre la probabilidad de obtener 4 números iguales.

10) Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas de 1 a 50.
Hallar la probabilidad de que el número de la carta sea:
i) divisible por 5, ii) termine en 2.

11) Tres parejas de casados han comprado boletos para el teatro y se sientan en una fila formada por solo seis asientos. Si toman sus asientos de un modo totalmente aleato- rio
a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María (marido y mujer), se sienten en los dos asientos de la extrema izquierda?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que Pablo y María terminen sentados uno junto a otro?

12) De acuerdo con un trabajo de investigación, la ubicación probable de las PC en una casa son:
Dormitorio de adultos: 0.03
Dormitorio de niños: 0.15
Otro dormitorio: 0.14
Oficina o estudio: 0.40
Otra habitación: 0.28
a) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio? b) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC no esté en un dormitorio?

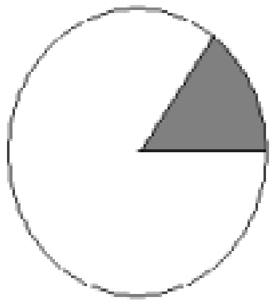
13) El interés se enfoca en la vida de un componente electrónico. Suponga que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0.42. Suponga además que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0.04.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?
c) Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que el componente se deforma pero no falla. Supongamos que P(A) = 0.20 y P(B) = 0.35
c1) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba? c2) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente (no se deforma ni falla en la prueba)?
c3) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prue ba?

14) Sean A y B eventos con $P(A \cup B) = 3/4$, $P(A^C) = 2/3$, y $P(A \cap B) = 1/4$.
Hallar $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B^C)$.

15) Se escoge al azar un punto interior a un triángulo equilátero de lado 3. hallar la probabilidad de que su distancia a un vértice sea mayor que 1.

(Recordar que:
Si la circunferencia tiene radio r y el sector sombreado A tiene un ángulo de abertura α A entonces el área del sector sombreado es

$$^{2}\pi\ r\ \alpha)\ 360$$



Matemática 3

<u>Práctica 2</u>: Probabilidad condicional – Independencia

1) Se lanza un par de dados normales. Hallar la probabilidad de que la suma de sus números sea 10 o mayor si
a) aparece un 5 en el primer dado
b) aparece un 5 en uno de los dos dados por lo menos.

2) Se lanzan 3 monedas normales. Hallar la probabilidad de que sean todas caras si
a) la primera de las monedas es cara
b) una de las monedas es cara

3) Se escogen dos dígitos al azar del 1 al 9. si la suma es par, hallar la probabilidad de que ambos números sean impares.

4) Sean los eventos A y B con P(A) = ½ , P(B) = 1/3 y P(A ∩ B) = ¼. Hallar:
a) P(A/B) ; b) P(B/A) ; c) P(A ∪ B) ; d) $P(A^C / B^C)$; e) $P(B^C / A^C)$

5) Una clase tiene 12 niños y 4 niñas. Si se escogen 3 estudiantes de la clase al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sean todos niños?

6) Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 blancas. Se saca una bola de la urna y se reemplaza por una del otro color. Se saca de la urna una segunda bola. a) Hallar la probabilidad de que la segunda bola sea roja

b) Si ambas bolas son del mismo color, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?

7) Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan en forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se lo necesite es 0.96. a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se les necesite? b) ¿Cuál es la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?

8) Una caja contiene 2 caramelos de coco y 3 de chocolate. Una segunda caja contiene 3 caramelos de coco, 2 caramelos de chocolate y 1 de dulce de leche. Si se saca un caramelo al azar de cada caja, encuentre la probabilidad de que

a) ambos caramelos sean de coco.

b) ningún caramelo sea de coco.

c) los dos caramelos sean diferentes.

9) En una prueba de opción múltiple, un estudiante contesta una pregunta que ofrece cuatro posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Suponga que la probabilidad de que el estudiante sepa la respuesta a la pregunta es 0.8 y que conteste al azar es 0.2

a) Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente la pregunta? b) Si contesta correctamente la pregunta. Cuál es la probabilidad de que realmente sepa la respuesta correcta?

10) Se lanza cinco veces un dado normal. Hallar la probabilidad de que: a) en ninguna tirada salga el 1

b) salga el 1 una sola vez.

c) salga el 1 al menos una vez.

11) a) Si P(A / B) = 0.4, P(B) = 0.8 y P(A) = 0.6, ¿puede decirse que los eventos A y B son independientes?

b) Si, P(A / B) = 0.3 , P(B) = 0.8 y P(A) = 0.3, ¿puede decirse que los eventos A^C y B son independientes?

12) En una cierta estación de servicio, el 40% de los clientes utilizan nafta normal sin plomo, 35% utilizan nafta extra sin plomo, y el 25% utilizan nafta premium sin plomo. De los clientes que consumen nafta normal, solo 30% llenan sus tanques, de los que consumen nafta extra, 60% llenan sus tanques, en tanto que de los que usan premium, 50% llenan sus tanques.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene su tanque?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque? c) Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad de que pida nafta normal?.

d) ¿Qué propiedades utiliza para resolver los incisos a), b) y c)?

13) El 10% de los chips informáticos vendidos en el mercado son producidos por una empresa "pirata".
Para un chip "pirata" la probabilidad de que sea defectuosos es del 50% mientras que si el chip no es "pirata" la probabilidad de que sea defectuoso desciende al 5%. **a)** Definir los sucesos convenientes, junto con sus probabilidades. **b**) Determinar el porcentaje total de chips defectuosos que salen al mercado. **c)** Se compra un chip y resulta ser defectuoso. Calcular la probabilidad de que proce- da de la empresa "pirata".

14) Se utilizan dos líneas de producción para empaquetar azúcar en bolsas de 5 kg. La línea 1 produce el doble de bolsas que la línea 2. Uno por ciento de las bolsas de la línea 1 están defectuosas ya que no cumplen con una especificación de calidad, mientras que 3% de las bolsas de la línea 2 están defectuosas. Se elige aleatoriamen- te una bolsa para inspeccionarla.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la línea 1?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuosa?
c) Si la bolsa está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?

d) Si la bolsa no está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que venga de la línea 1?

Matemática 3

<u>Práctica 3</u>: Variables aleatorias discretas. Funciones de distribución Binomial, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson.

1) Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas: a) X: "el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata" b) Y: "el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita"
c) Z: "la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente" d) W: "el número de huevos que una gallina pone mensualmente" e) N: "el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad" f) Q: "el peso del grano producido por acre"

2) Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea X: "nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura". a) Hallar la f.d.p. de X
b) Determine $P(X = 0)$; $P(X = 2)$; $P(X \leq 2)$; $P(X \geq 2)$

3) El espesor de un entablado de madera (en pulgadas) que algún cliente ordena, es una v.a. X que tiene la siguiente F.d.a. :

probabilidades:
0, 1/ 8
Determine las siguientes
⌈ < a) $P(X \leq 1/8)$
x

$F\,x(\ )$ | 1/ 4 ≤ <3/ 8 ≤ < 1, 3/8 4) $P(X$
{ | ≤ 5/16)
= | x b) c)
| 0.2, 1/8 0.9, 1/4 x $P(X$ ≤1/

⌊ ≥ de distribución de X.
x d) Hallar la función

4) La distribución de probabilidad de X: "nº de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por:

a) Hallar la función de distribución acumula- da de X

b) Determine F(2) y F(3.1)

f(x)	0.4 1	0.3 7	0.1 6	0.0 5	0.0 1

x	0	1	2	3	4

5) Para las variables aleatorias de los ejercicios 2) y 4) hallar E(X), E(X^2), V(X).

6) Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de 10 galones. Sea X: "número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente". Suponga que X tiene la f.d.p.

a) Hallar E(X), V(X) y desviación estándar de X. b) Sea Y: "número de galones ordenados" b1) hallar la f.d.p. de Y

	4	2	2	1	1

x	1	2	3	4	5
p(x)	0.	0.	0.	0.	0.

b2) hallar E(Y) , V(Y) y la desviación estándar de Y

7) En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0.75. Suponga que las llamadas son independientes. a) Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

b) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?

c) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?

8) Un amigo que trabaja en una gran ciudad tiene dos automóviles, uno pequeño y uno grande. Tres cuartas partes del tiempo utiliza el automóvil pequeño para trabajar, y la cuarta parte restante usa el automóvil grande. Si utiliza el automóvil pequeño, por lo general no tiene problemas para estacionarse y, por lo tanto, llega a su trabajo tiempo con una probabilidad de 0.9. Si utiliza el automóvil grande, llega a tiempo su trabajo con una probabilidad de 0.6.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo al trabajo en 6 de 10 mañanas, suponiendo que hay independencia entre un día y otro?

9) De un lote de 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar.

Sea X: "el número de artículos defectuosos entre los elegidos".
a) Obtener la función de distribución de probabilidad de X si los artículos se eligen con sustitución.
b) ¿Cuál es la E(X) y la V(X)?.

10) Con los datos del ejercicio 7), sea Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos"
a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos?
b) ¿Cuál es el número promedio de llamadas que hay que hacer hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos?

11) La probabilidad de que una computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es 0.1. Determine la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día, después de la instalación del sistema operativo, asumiendo independencia entre los días. Determine la media y la varianza del número de días hasta que el sistema operativo se descompone.

12) El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa c=4 por hora.
a) Calcule la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs. b) Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 min. Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese perío- do?

13) El número de visitas realizadas en un día entre semana en una determinada página web se decide modelizar por una variable de Poisson de media 8. **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas? Y ¿entre 7 y 10 visitas (ambos incluidos)?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas?
(Sugerencia: considerar X: "nº de días en la semana laboral con más de 4 visitas")

14) En un lote de 10 microcircuitos, 3 están defectuosos. Se elige aleatoriamente cuatro microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".
a) Determine P(X = 2)
b) Determine E(X) y V(X).

15) En referencia al ejercicio anterior, suponga que el lote tiene 1000 microcircuitos, 300 defectuosos. Se elige aleatoriamente 4 microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".
a) Determine P(X = 2)
b) Considere que hay independencia entre las extracciones, vuelva a calcular P(X = 2) usando distribución binomial, ¿qué observa?