MATEMATICA 3 - 1º CUATRIMESTRE 2024
1º PARCIAL - 1º FECHA – TURNO MAÑANA - 16/05/2024)

1) En un curso el 30% de los alumnos hacen deportes y el 40% estudian inglés en su tiempo libre. El 10 % hacen ambas actividades. Se elige un alumno al azar-
   a) ¿Cuál es la probabilidad de queel alumno no realice ninguna de las actividades?
   b) Sabiendo que estudia inglés¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte?

2).Elnúmero de clientes que son atendidos por una heladería del centro de La Plata tiene distribución Poisson con tasa de 8 clientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en 3 horas se atiendan exactamente 20 clientes? ¿y que en 2 horas sean atendidos a lo sumo 13clientes? Modelice y justifique

3) Sea X una variable aleatoria discreta con función de distribución de probabilidad

x	0	1	2
p(x)	0,7	0,2	0,1

Hallar la **E(-5X +8)** y la **V(-5X+8)** paso a paso y justificando propiedades

4) El peso de un tornillo en gramos es unav.a. normal con media 30 gramos y desvío de un gramo. Se toma una muestraaleatoria de10 tornillos
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso total de los diez tornillos sea a lo sumo 305 gramos? Modelice y justifique paso a paso
   b) Cuál es la probabilidad de que el peso promedio de los diez tornillos sea a lo sumo 30,5 gramos? Modelice y justifique paso a paso

5) El tiempo de vida (en meses) de un foco tiene distribución exponencial con lamba 1.Se toma una muestra de 100 focos
   a) ¿Cuál es la **distribución**aproximada del promedio del tiempo de vida de los 100 focos?¿Cuáles son sus parámetros?¿Qué teorema utiliza?.
   b) ¿Cuál es la probabilidad **aproximada** de que el tiempo de vida promedio sea deal menos 1,3 meses? Justifique paso a paso

Mate III   Jueves 16/5

1) D = El alumno hace deportes $P(D)=0,3$ $P(D\cap I)=0,1$
I = " " estudia inglés $P(I)=0,4$

a) $P(D^c \cap I^c) = P[(D\cup I)^c] = 1 - P(D\cup I) = 1 - [P(D)+P(I) - P(D\cap I)] = 1 - [0,3+0,4-0,1] = 1 - 0,6 = \boxed{0,4}$

b) $P(D \mid I) = \dfrac{P(D\cap I)}{P(I)} = \dfrac{0,1}{0,4} = \dfrac{1}{4} = \boxed{0,25}$

---

2) X_t = "n° de clientes que entran a una heladería en t hs"
$X_t \sim P(\lambda)$ $c = 8/h$ $\lambda = c.t$

a) $P(X_3 = 20) = f(20) = \dfrac{e^{-24}\, 24^{20}}{20!} \underset{\uparrow \text{app}}{=} \boxed{0,06238}$ • $X_3 \sim P(24)$

b) $P(X_2 \leq 13) = \sum_{x=0}^{13} f(x) \underset{\uparrow \text{app}}{=} \boxed{0,2745}$ • $X_2 \sim P(16)$

---

3) X v.a discreta $R_X = \{0,1,2\}$

• $E(X) = \sum_{x=0}^{2} x.f(x) = 1.0,2 + 2.0,1 = \boxed{0,4}$

• $V(X) = \underbrace{E(X^2)}_{0,2+0,4} - (E(X))^2 = 0,6 - (0,4)^2 = \boxed{0,44}$

$E(-5X+8) \underset{\uparrow \text{linealidad}}{=} -5.E(X) + 8 = -5.0,4 + 8 = \boxed{6}$

$V(-5X+8) \underset{\uparrow \text{prop de varianza}}{=} (-5)^2 V(X) = 25.V(X) = 25.0,44 = \boxed{11}$

---

4) X_i = "peso del tornillo i" (grs) $X_i \sim N(\mu;\sigma^2)$
$\mu = E(X_i) = 30$ $\sigma = dt(X_i) = 1$ $m = 10$ $i = 1,\dots,m$

a) $P\left(\sum_{i=1}^{m} X_i \leq 305\right) \underset{\uparrow \text{estandarizo}}{=} P\Bigg(\underbrace{\dfrac{\sum_{i=1}^{m} X_i - m\mu}{\sqrt{m}\,\sigma}}_{Z\sim N(0,1)} \leq \dfrac{305 - 10.30}{\sqrt{10}.1}\Bigg) =$

por ser combinación lineal de v.a normales indep.

$= P(Z \leq 1,58) \underset{\uparrow \text{app}}{=} \boxed{0,94295}$

b) $P(\overline{X} \leq 30,5) \underset{\uparrow \text{estandarizo}}{=} P\Bigg(\underbrace{\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{m}}}_{Z\sim N(0,1)} \leq \dfrac{30,5 - 30}{1/\sqrt{10}}\Bigg) =$

$= P(Z \leq 1{,}58) \underset{\uparrow \text{app}}{=} \boxed{0{,}94295}$

Mate III
jueves 16/5

5) X_i = "tiempo de vida (en meses) de un foco i"

$i = 1, \dots, n$ $\quad X_i \sim \mathcal{E}(\lambda)$ $\quad \lambda = 1$ $\quad n = 100$

$E(X_i) = \frac{1}{\lambda} = 1 = \mu$ $\quad V(X_i) = \frac{1}{\lambda^2} = 1 = \sigma^2$

a) $\overline{X} \overset{TCL}{\approx} N\left(\mu; \frac{\sigma^2}{n}\right)$

$\overline{X} \approx N\left(1; \frac{1}{100}\right)$

Por $\boxed{TCL}$.
$n \geq 30$
son v.a. independientes e idénticamente distribuidas

b) $P(\overline{X} \geq 1{,}3) \underset{\text{prop complemento}}{=}$

$= 1 - P(\overline{X} \leq 1{,}3) \underset{\uparrow \text{estandarizo}}{=} 1 - P\Big(\underbrace{\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}_{Z \approx N(0,1)} \leq \frac{1{,}3 - 1}{1/\sqrt{100}}\Big)$

$\underset{TCL}{\approx} 1 - \underbrace{\Phi(3)}_{0{,}99865} \underset{\uparrow \text{app}}{=} \boxed{0{,}00135}$