

Teoría 1

Fundamentos de Teoría de la Computación 2025 - Clase 1

Tags: #TeoríaDeLaComputación #MáquinaDeTuring #Computabilidad #ComplejidadComputacional

Parte 1: Teoría de la Computación

Profesor: Ricardo Rosenfeld

Temas clave:

- **Computabilidad** (años 1930): Qué problemas pueden resolverse con algoritmos.
 - **Complejidad Computacional** (años 1960): Eficiencia de algoritmos (tiempo y espacio).
 - **Verificación de Programas** (años 1970): Correctitud formal de programas.
-

Repaso de Conceptos Matemáticos

1. Conjuntos:

- Operaciones: intersección, unión, diferencia.
- Ejemplo: $\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$.

2. Funciones:

- Definición: conjunto de pares ordenados (dominio y codominio).

3. Alfabetos y Lenguajes:

- Alfabeto (Σ): conjunto finito de símbolos.
- Lenguaje ($L \subseteq \Sigma^*$): conjunto de cadenas.
- Ejemplo: $L1 = \{aa, ab\}$, $L2 = \{ab, bb\}$, entonces $L1 \cap L2 = \{ab\}$.

4. Grafos:

- Definición: par (V, E) de vértices y arcos.

5. Fórmulas Booleanas:

- Combinación de variables con operadores lógicos (**and**, **or**, **not**).
 - Ejemplo: $\psi = (x1 \vee x2) \wedge (\neg x1 \vee \neg x2)$.
-

Máquina de Turing (MT)

Generalidades

- Modelo universal de computación.
- Resuelve problemas de **búsqueda** y **decisión** (respuesta "sí" o "no").
- Lenguaje aceptado: $L(M)$ = cadenas para las que la MT responde "sí".

Componentes de una MT

- **6-tupla:** $(Q, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R)$.
 - Q : Estados.
 - Γ : Alfabeto de la cinta (incluye B = blanco).
 - δ : Función de transición.
 - q_0 : Estado inicial.
 - q_A : Estado de aceptación.
 - q_R : Estado de rechazo.

Problemas Clásicos

6. **Problema de la Parada (Halting Problem) :**
 - No existe una MT que pare siempre.
 7. **Problema de la Equivalencia de Programas :**
 - No existe una MT que resuelva todos los casos.
-

Tesis de Church-Turing

- **Postulado:**
 - "Todo dispositivo computacional físicamente realizable puede ser simulado por una MT."
-

Variantes de MT

8. **MT con Varias Cintas :**
 - Teorema: Toda MT con varias cintas tiene una MT equivalente de una cinta.
 - Retardo cuadrático en la simulación.
9. **MT No Determinística (MTN) :**
 - Múltiples transiciones posibles para un mismo estado y símbolo.
 - Acepta una cadena si al menos una computación la acepta.
 - Simulación con MTD puede tener retardo exponencial.

Otras Visiones de MT

10. MT Calculadora:

- Resultado = contenido final de la cinta.
- Ejemplo: resta de números unarios.

11. MT Generadora:

- Genera cadenas de un lenguaje.
- Ejemplo: generación de `anbn`.

Clase Práctica 1: Ejemplo de MT con Varias Cintas

- **Problema:** Decidir si una cadena es un palíndromo.
- **Solución:** MT con dos cintas y función de transición.

Principales Conclusiones

12. La **MT** es el modelo universal de computación.
13. Existen problemas **computables pero no decidibles** y problemas **no computables**.
14. Las variantes de MT (varias cintas, no determinísticas) son equivalentes en poder computacional.
15. Conceptos matemáticos básicos (**Conjuntos**, **Funciones**, **Lenguajes**, **Grafos**, **Lógica Booleana**) son fundamentales.

Tags adicionales:

`#ChurchTuring`

`#MTNoDeterminística`

`#ProblemasNoComputables`

`#Palíndromo`

Preguntas teóricas de la practica

1.1. ¿En qué se diferencia un problema de búsqueda de un problema de decisión?

Los problemas de búsqueda intentan encontrar una solución al problema dado mientras que los de decisión sólo determinan si es posible resolverlo.

1.2. ¿Por qué en el caso de los problemas de decisión, podemos referirnos indistintamente a problemas y lenguajes?

En problemas de decisión, una Máquina de Turing (MT) responde sí o no, lo que permite asociar cada problema con un lenguaje: el conjunto de entradas que la MT acepta (respuesta "sí"). Por ejemplo:

- En grafos, el lenguaje son todos los grafos con un camino entre dos vértices.
- En fórmulas booleanas, el lenguaje son todas las fórmulas satisfacibles.

Por esto, problema y lenguaje se usan indistintamente: resolver un problema de decisión equivale a reconocer el lenguaje de sus instancias positivas.

1.6. ¿Cuándo dos MT son equivalentes? ¿Y cuándo dos modelos de MT son equivalentes?

- Dos MTs son equivalentes si aceptan el mismo lenguaje.
- Dos modelos de MT son equivalentes si cualquier MT de un modelo puede ser simulada por una MT equivalente en el otro modelo.