Trabajo Práctico Nro 8 Lógica Proposicional

Ejercicio 1. Dada la siguiente información:

"Si el unicornio es mítico, entonces es inmortal, pero si no es mítico, entonces es un mamífero mortal. Si el unicornio es o inmortal o un mamífero, entonces tiene un cuerno. El unicornio es mágico sí tiene un cuerno." Simbolizar en el Cálculo de Enunciados y responder:

Descomposición de proposiciones:
Unicornio es mítico. p
Unicornio es inmortal. s
Unicornio es mamífero. r
Unicornio tiene un cuerno. t
Unicornio es mágico. o
Premisas:
A1: p -> s {Si es mítico entonces es inmortal}
A2: (¬p) -> (r ∧ (¬ s)) {Si no es mítico entonces es un mamífero mortal}
A3: (s ∨ r) -> t {Si es inmortal o mamífero entonces tiene cuerno}
A4: t -> o {Si tiene cuerno es mágico}

I. El unicornio es mítico?. Fundamentar.

Nuestra conclusión es: p.
si p es falsa, podemos crear una distribución de valores de verdad para el resto de proposiciones que nos de verdadera en todas las premisas.

p -> s	(¬p) -> (r ∧ (¬ s))	(s ∨ r) -> t	t -> o	p
F F	V -> V V	F V -> V	V V	F
V	V	V	V	

O sea si p es falso y: s= F, r= V, t = V, y o = V entonces las premisas se cumplen y falla la conclusión.
No se presentan pruebas suficientes para garantizar que el unicornio es mítico

II. El unicornio no es mítico?. Fundamentar.

Conclusión: ¬p

p -> s	(¬p) -> (r ∧ (¬ s))	(s ∨ r) -> t	t -> o	¬p
V -> V	F ->F ∧ F	V ∨ F -> V	V V	F
V	V	V	V	

No se presentan pruebas suficientes para garantizar que el unicornio no es mítico

III. El unicornio es mágico?. Fundamentar.

Conclusión: o

p -> s	(¬p) -> (r ∧ (¬ s))	(s ∨ r) -> t	t -> o	o
F -> F	V -> V ∧ V	F ∨ V -> V	V -> F	F
V	V	V	F	

El enunciado parecería valido ya que es si F es válido no puedo encontrar una asignación de variables que haga verdadera todas las premisas y mientras la conclusión es falsa.

Por lo tanto, se presentan pruebas suficientes para garantizar que el unicornio es mágico.

Sabiendo ahora que el unicornio es inmortal, responder:

4. El unicornio no es mágico?. Fundamentar.

Sabiendo que s = V:

p -> s	(¬p) -> (r ∧ (¬ s))	(s ∨ r) -> t	t -> o	¬o
V -> V	F -> V ∧ F	V ∨ V -> V	V -> V	F
V	V	V	V	

La forma argumentativa es inválida ya que es posible asignar valores de verdad a las variables de enunciado que aparecen en ella, de tal manera que A1, ..., A4 tomen el valor V y A tome el valor F. Por lo tanto, no se presentan pruebas suficientes para garantizar que el unicornio no es mágico sabiendo que el unicornio es inmortal.

Ejercicio 2. Para cada una de las siguientes argumentaciones, escribir una forma argumentativa que se corresponda con ella y determinar si es válida o inválida.

I. Si la función f no es continua, entonces la función g no es diferenciable. g es diferenciable. Por lo tanto, f no es continua.

c: función f es continua

d: función g es diferenciable

A1: ¬f -> ¬g
A2: g

A: ¬f
No hay pruebas suficientes para garantizar que f no es continua:

¬f -> ¬g	g	¬f
F -> F	V	F
V	V	F

II. Sí Juan ha instalado la calefacción central, entonces ha vendido su coche o ha pedido dinero prestado al banco. Juan no ha vendido su coche ni ha pedido dinero prestado al banco. Por lo tanto, Juan no ha instalado la calefacción central.

c: Juan ha instalado calefacción central
v: Juan ha vendido su coche
p: Juan ha pedido dinero prestado al banco

A1: c -> v ∨ p
A2: ¬v ∧ ¬p

A: ¬c

c -> v ∨ p	¬v ∧ ¬p	¬c
V -> F V F	V ∧ V	F
F	V	F

o

c -> v ∨ p	¬v ∧ ¬p	¬c
V -> F V V	V ∧ F	F
V -> V	F	
V	F	F

Mismo caso si v = V, esto quiere decir que la forma argumentativa es válida ya que es posible asignar valores de verdad a las variables de enunciado que aparecen en ella, de tal manera que alguna A1, A2 tome el valor F y A tome el valor F. Por lo tanto, se presentan pruebas suficientes para garantizar que Juan no ha instalado la calefacción central.

Ejercicio 3. Una fórmula booleana es satisfactible si existe al menos una combinación de valores de verdad (una asignación de verdadero o falso a las variables) que hace que la fórmula sea verdadera. Dados los siguientes enunciados, determinar cuales son verdaderos y cuáles son falsos. Justificar en cada caso.

I. Una fórmula que es una tautología es satisfactible.

I. **Verdadero**. Una tautología siempre es verdadera para todas las asignaciones de valores de verdad (página 4: "siempre toma el valor de verdad V"). Por lo tanto, existe al menos una combinación (de hecho, todas) que la hace verdadera, cumpliendo la definición de satisfactible.

II. Una fórmula que es satisfactible es una tautología.

II. **Falso**. Una fórmula satisfactible solo requiere que *alguna* asignación la haga verdadera (página 4), pero no necesariamente todas (como exige una tautología). Por ejemplo, p∨qp∨q es satisfactible (ejemplo en página 4: "no es ni tautología ni contradicción"), pero no es tautología.

III. Una fórmula que no es satisfactibles es una contradicción.

III. **Verdadero**. Una fórmula no satisfactible siempre es falsa para todas las asignaciones (página 4: "contradicción... siempre toma el valor de verdad F"). Esto coincide con la definición de contradicción.

IV. Una fórmula que es una contradicción no puede ser satisfactibles.

IV. **Verdadero**. Una contradicción nunca es verdadera (página 4: "siempre toma el valor de verdad F"), por lo que no existe asignación que la satisfaga.

Ejercicio 4. Un conjunto de fórmulas es satisfactible si existe al menos una asignación de valores de verdad (una interpretación) que hace que todas las fórmulas del conjunto sean verdaderas al mismo tiempo. Determinar si los siguientes conjuntos son satisfactibles:

I. {p, (p→q), r}
Si, ya que si p, q y r tienen asignados valor V, entonces todas las formulas son verdaderas.
II. {p, q, (p ∧ ¬p)}
No, es imposible satisfacer el conjunto, ya que es imposible satisfacer (p ∧ ¬p) con cualquier asignación de p.

Ejercicio 5. Sean A, B fbfs que cumplen que (¬A ∨ B) es tautología. Sea C una fbf cualquiera. Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes fbfs son tautologías y cuales contradicciones. Justificar las respuestas.

(¬A ∨ B) -> Todas las posibles asignaciones de valores de verdad siempre dan verdaderos para esa formula, no sabemos que es A ni B. C no sabemos que es, en resumen hay que poder traducir combinaciones de A y B a la forma (¬A ∨ B) y además verificar si C afectaría para que sea una Taut o Nosat.

I. ((¬(A → B))→ C)

¬A∨B es **lógicamente equivalente** a A→B, es decir en esta formula hay una tautologia negada que siempre es falso.
Entonces te queda falso -> C, siempre es verdadero.

II. (C → ((¬A) ∨ B))

C -> Taut, siempre es verdadero.

III. ((¬A) → B)

Esto **no** es equivalente a la fórmula original, pero vamos a analizarla.

No sabemos nada nuevo sobre esta fórmula, pero veamos si **es una tautología, contradicción o depende.**

- (A→B) es tautología.
- Pero eso no implica que $(\neg A \rightarrow B)$ sea tautología.
  No sabemos que es.

Ejercicio 6 Responder y justificar:

I. ¿“(p → q)” es lógicamente equivalente a “(p ∨ ¬q)” ? }

p	q	p→q	p∨¬q
V	V	V	V
V	F	F	V ❌
F	V	V	F ❌
F	F	V	T ❌

No es.

II. ¿“$(p \leftrightarrow q)$” es lógicamente equivalente a “$((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p))$” ?

Sí, esta es una equivalencia fundamental de la lógica proposicional.

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$
Esto se cumple porque:

- La bicondicional es verdadera cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor.
- Y eso ocurre exactamente cuando $q \rightarrow p$ y $p \rightarrow q$ son verdaderas al mismo tiempo.

✅ Sí son lógicamente equivalentes.

III. ¿“$(\neg(p \land q))$” es lógicamente equivalente a "$(\neg p \lor \neg q)$” ?

Si, por ley de De Morgan.

IV. ¿“$(\neg(p \lor q))$” es lógicamente equivalente a “$(p \land q)$” ?

No no es equivalente, por ley de De Morgan te quedaría $\neg p \land \neg q$.