FUNDAMENTOS DE TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN 2025 Trabajo Práctico Nro 1 La máquina de Turing (MT)

Ejercicio 1. Responder breve y claramente los siguientes incisos:

1. ¿En qué se diferencia un problema de búsqueda de un problema de decisión?

Los problemas de búsqueda intentan encontrar una solución al problema dado mientras que los de decisión sólo determinan si es posible resolverlo.

2. ¿Por qué en el caso de los problemas de decisión, podemos referirnos indistintamente a problemas y lenguajes?

En problemas de decisión, una Máquina de Turing (MT) responde sí o no, lo que permite asociar cada problema con un lenguaje: el conjunto de entradas que la MT acepta (respuesta "sí"). Por ejemplo:
- En grafos, el lenguaje son todos los grafos con un camino entre dos vértices.
- En fórmulas booleanas, el lenguaje son todas las fórmulas satisfactorias.

Por esto, problema y lenguaje se usan indistintamente: resolver un problema de decisión equivale a reconocer el lenguaje de sus instancias positivas.

3. El problema de la satisfacibilidad de las fórmulas booleanas, en su forma de decisión, es: “Dada una fórmula φ, ¿existe una asignación A de valores de verdad que la hace verdadera?”

Enunciar el problema de búsqueda asociado.

Dado una fórmula booleana φ, encontrar, si existe, una asignación de valores de verdad a sus variables que haga que la fórmula φ sea verdadera. Si no existe tal asignación, indicar que la fórmula es insatisfacible.

4. Otra visión de MT es la que genera un lenguaje (visión generadora). En el caso del problema del inciso anterior, ¿qué lenguaje generaría la MT de visión generadora que resuelve el problema?

$(x1 \lor \neg x1)$

5. ¿Qué postula la Tesis de Church-Turing?

La Tesis de Church-Turing postula que todo dispositivo computacional físicamente realizable puede ser simulado por una Máquina de Turing (MT)

6. ¿Cuándo dos MT son equivalentes? ¿Y cuándo dos modelos de MT son equivalentes?

- Dos MTs son equivalentes si aceptan el mismo lenguaje.
- Dos modelos de MT son equivalentes si cualquier MT de un modelo puede ser simulada por una MT equivalente en el otro modelo.

Ejercicio 2. Dado el alfabeto Σ = {0, 1}:

1. Obtener el conjunto Σ* y el lenguaje incluido en Σ* con cadenas de a lo sumo 2 símbolos.

L={ϵ,0,1,00,01,10,11}

2. Sea el lenguaje L = {0^n1^n | n ≥ 0}. Obtener los lenguajes Σ* ∩ L, Σ* ∪ L y L C respecto de Σ*

Σ* ∩ L = L
Σ* ∪ L = Σ*
LC = Σ* - L

Ejercicio 3. En clase se mostró una MT no determinística (MTN) que acepta las cadenas de la forma ha n o hbn , con n ≥ 0. Construir (describir la función de transición) una MT determinística (MTD) equivalente.

Solución propuesta:

- 1. Δ(q0 , h) = {(qa , h, R), (qb , h, R)}
- 2. Δ(qa , a) = {(qa , a, R)}
- 3. Δ(qa , B) = {(qA , B, S)}
- 4. Δ(qb , b) = {(qb , b, R)}
- 5. Δ(qb , B) = {(qA , B, S)}

Solución determinística:

- δ(q0, h) = (qs,h,R)
- δ(qs, a) = (qa, a, R)
- δ(qs, b) = (qb, a, R)
- δ(qa , a) = (qa , a, R)

- δ(qa , B) = (qA , B, S)
- δ(qb , b) = (qb , b, R)
- δ(qb , B) = (qA , B, S)

Ejercicio 4. Describir la idea general de una MT con varias cintas que acepte, de la manera más eficiente posible (menor cantidad de pasos), el lenguaje L = {a^nb^nc^n | n ≥ 0}.

Plan: Esta máquina va a hacer uso de una cinta contadora, en la misma se van a contar todas las iteraciones de "a" primero, al llegar a las b, vamos a ir hacia la izquierda en esta cinta contadora, si en esta se encuentra un blanco o no termino la cinta contadora pero si los b hay un problema, al llegar al blanco en la cinta contadora y las C, en la cinta contadora vamos a ir hacia la derecha de la misma forma.
MT = { Q, Σ, δ, q0, qA, qR}
Q={q0, qA, qR, qa, qb, qc}
Σ={a,b,c,B}

	a,B	b,B	c,B	a,a	a,b	a,c	b,a	b,b	b,c	c,a	c,b	c,c	B,B
q0	qa,a, R,a,R												
qa	qa,a, R,a,R	qb,b,S ,B,L											
qb		qR,b,S ,B,S	qc,c,S ,B,R				qb,b, R,b,L						
qc			qR,c,S ,B,S								qc,c,R ,c,R		qA,B, S,B,S

Lógica:

- Al inicio el único estado posible válido es si es a en la primera cinta y luego Blanco en la otra, así que ese estado empieza a copiar las a en la cinta 2, y pasa a qa que sigue el laburo.
- En qa sigue copiando a en la cinta 2 hasta que llega una b, en este caso pasa al estado qb, preparando los cabezales para comenzar, dejando el de la primera cinta en lugar y el de la segunda en la izquierda así tiene a en el.
- En qb tenemos el primer caso de error por invalidación de la cinta y no por casos imposibles, SI encuentra un blanco en la cinta 2 y hay b en la cinta 1, significa que hay menos a que b.
    - Por otro lado mientras tengamos "b,a" copiamos b en la cinta 2 y estamos bien.
    - Si hay un c,B cubrimos el caso de transición de a qc.

- En qc es lo mismo que qb pero para la derecha y chequeamos que haya b en la cinta 2 en vez de a.

Ejercicio 5. Explicar cómo una MT sin el movimiento S (el no movimiento) puede simular (ejecutar) otra que sí lo tiene.

Debe ir para izquierda y luego para la derecha, cambiando de estado cuando va para la izquierda que garantice ir para la derecha después.

Ejercicio 6. En clase se construyó una MT con 2 cintas que acepta L = {w | w ∈ {a, b}* y w es un palíndromo}. Construir una MT equivalente con 1 cinta. Ayuda: la solución que vimos para aceptar el lenguaje de las cadenas a^nb^n, con n ≥ 1, puede ser un buen punto de partida.

MT = { Q, Σ, δ, q0, qA, qR}
Q={q0, qA, qR, qa, qb, qa′,qb′,qr, qs}

- qr es reset vuelve al incio (hasta un marcado), qs es selección de "a" o "b" como q0
- qa busca la última "a" antes de llegar un blanco o marcado, qb lo mismo que qa,
- qa′ se volvió uno para atrás en la anterior estado y si coincide con la letra entonces está bien y qb′ es lo mismo.

Σ={a,b,a′,b′,B}

	a	b	a′	b′	B
q0	qa, a′, R	qb, b′, R			
qa	qa, a, R	qb, b, R	qa′, a′, L	qa′, b′, L	qa′, B, L
qb	qb, a, R	qb, b, R	qb′,a′,L	qb′,b′,L	qb′,B,L
qa′	qr,a′,L		qA,a′,S		
qb′		qr,b′,L		qA,b′,S	
qr	qr, a, L	qr, b, L	qs,a′,R	qs,b′,R	
qs	qa,a′,R	qb, b′,R			

Ejercicio 7. Construir una MT que calcule la resta de dos números. Ayuda: se puede considerar la idea de solución propuesta en clase.

MT = { Q, Σ, δ, q0, qA, qR}
Q={q0, qA, qR, qcopy, qsubtr }
Σ={1,0,B}

	1,B	0,B	1,1	0,1	B,B	B, 1
q0	qcopy, 1,R, 1, R					
qcopy	qcopy, 1, R, 1, R	qsubtr, 0, R, B, L				
qsubtr			qsubtr, 1, R, 0, L		qA, B, S, B, S	qA, B, S, 1, S

Ejercicio 8. Construir una MT que genere todas las cadenas de la forma a^nb^n , con n ≥ 1. Ayuda: se puede considerar la idea de solución propuesta en clase.

MT = { Q, Σ, δ, q0, qA, qR}
Q={q0, qA, qR, qa, qb}
Σ={a,b,B}

	B,B	B,a
q0	qa,B,S,a,S	
qa	qb,B,S,a,L	qa,a,R,a,R
qb	qa,B,R,B,R	qb,b,R,a,L

Lógica, cuando inicia se pone un a y pasa a generar a:

- En qa, mientras haya “a” en la segunda cinta genera a arriba, si se encuentra con un doble blanco, aumenta el tamaño del contador de la segunda cinta y el cabezal se empezará a mover hacia la izquierda con qb.
- En qb, genera b mientras encuentre a en el contador solo que moviéndose para la derecha, cuando se encuentra con doble B pasa a qa, NO aumenta el contador y se mueve para derecha en ambos para resetear el contador a la posición inicial y separar esta nueva secuencia.