Ejercicio 4:

a) 3^n es de $O(2^n)$ / Falso: Por definición

$3^n \leq c.2^n$
$\left(\frac{3}{2}\right)^n \leq c$

} Absurdo, no existe constante que cresca más que una función ascendente.

b) $n+\log_2(n)$ es de $O(n)$ / verdadero: Analizamos por términos

$n \leq O(n)$
$n \leq n$
$1.n \leq 1.n$
} $c=1$, $n \geq 0$

$\log_2(n) \leq n$
$1.\log_2(n) \leq 1.n$
} $c=1$, $n \geq 1$

$n.\log_2(n) \leq c_1.n + c_2.n \Rightarrow T(n) \leq n.(c_1+c_2) \Rightarrow$

$T(n) \leq n.(1+1) \Rightarrow T(n) \leq 2n$

Entonces: $T(n) \leq O(n)$ Con $c=2$, $\forall n \geq n_0$, $n_0=1$

c) $n^{1/2}+10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$ / Verdadero: Por términos

$n^{1/2} \leq n^{1/2}$
$1.n^{1/2} \leq 1.n^{1/2}$
} $c=1$, $n \geq 0$

$10^{20} \leq n$
$10^{20} \leq 10^{20}.n$
} $c=10^{20}$, $n \geq 1$

$n^{1/2}+10^{20} \leq n^{1/2}.(c_1+c_2)$

$T(n) \leq n^{1/2}(10^{20}+1)$

$T(n) \leq O(n^{1/2})$ Con $c=10^{20}+1$, $\forall n \geq n_0$, $n_0=1$

d) $\begin{cases} 3n+17, & n<100 \\ 317, & n \geq 100 \end{cases}$ es de $O(n)$ / Verdadero: Analizamos por términos

$n \leq n$
$3n \leq 3n$
} $n \geq 0$, $c=3$

$17 \leq n$
$17. \leq 17n$
} $n \geq 1$, $c=17$

$T(n) \leq n.20$
$T(n) \leq n.c$

$T(n) \leq O(n)$ con $c=20$, $\forall n \geq n_0$, $n_0=1$

$317 \leq n$ } $n_0 = 1$

$317 \leq 317 \cdot n$ } $c = 317$

$T(n) \leq O(n)$ con $c = 317$, $n \geq n_0$, $n_0 = 1$

e) $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$ es $O(n^5)$ | Verdadera: Regla del polinomio

$K \Rightarrow T(n) = O(n^K)$, Por tanto $p(n)$ es de $O(n^5)$

↓

grado

del polinomio

f) Ver Regla del polinomio

E) a) El 1/4 ... dependen de que salga aleatoriamente los números