



**Universidade de Pernambuco  
Escola Politécnica de Pernambuco  
Engenharia de Computação**

## **Hidden Markov Model (HMM)**

**Professor:** Mêuser Valença  
**Disciplina:** Modelagem Analítica  
**Equipe:** Daniel Almeida, Estyvison Linhares,  
Guilherme Teixeira e Kelly Bezerra

## **1. Introdução**

HMM foi descrito pela primeira vez no final dos anos 60 e início dos anos 70. A aplicação desses modelos em reconhecimento de palavras começou a ser utilizada em meados dos anos 70.

Durante os últimos anos, HMM tem sido largamente aplicado em várias áreas, incluindo reconhecimento de voz, modelagem de linguagem, reconhecimento de palavras manuscritas, verificação on-line de assinatura, aprendizado de ações humanas, detecção de falhas em sistemas dinâmicos e reconhecimento de moving light displays.

## **2. Definição de HMM**

O HMM trata-se de um formalismo Markoviano usado para modelar situações nas quais a fonte geradora dos sinais observados está oculta do observador. Esse formalismo pode ser usado tanto para estudar a natureza dessa fonte quanto para ajudar a prever observações futuras.

Para entendermos o seu funcionamento, precisamos entender o conceito de processos estocásticos.

Frequentemente, consideram-se situações em que são feitas observações quanto a um período de tempo, situações essas influenciadas por efeitos aleatórios, não só em um único instante, mas por todo o intervalo de tempo ou sequência de tempos que se está a considerar. Essa situação é denominada um Processo Estocástico.

Os exemplos são muitos diversos. A variação de tráfego em certo cruzamento que envolve a formação e a dissipação de congestionamento de tráfego constitui um processo estocástico. Outro exemplo poderia ser o da variação diária no tamanho de estoque de uma determinada companhia.

O HMM é considerado um processo duplamente estocástico. Isto quer dizer que ele contém um processo estocástico não visível (ou não observável) que pode ser observado através de outro processo estocástico que produz a sequência de observações.

Os processos escondidos consistem de um conjunto de estados conectados por transições com probabilidades (autômato finito), enquanto que os processos observáveis (não escondidos) consistem em um conjunto de saídas ou observações, no qual podem ser emitidas por cada estado através da função de densidade de probabilidade (fdp).

Dependendo de sua fdp, várias classes de HMMs podem ser distinguidas, a seguir:

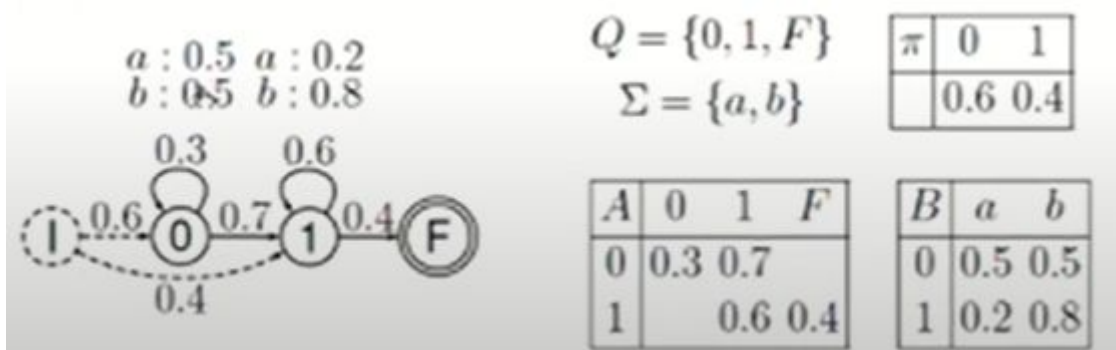
- Discreta - observação discreta por natureza ou discretizada por vetor quantizado produzindo assim um alfabeto ou codebook.
- Contínuo - observação contínua, com sua fdp contínua usualmente aproximada para uma mistura de distribuição normal.
- Semi-contínuo - entre o discreto e o contínuo (híbrido).

O HMM tem se tornado recentemente a abordagem predominante para reconhecimento da fala. Esses modelos estocásticos têm sido mostrados particularmente bem adaptados para caracterizar a variabilidade envolvida em sinais que variam no tempo. A maior vantagem do HMM situa-se na sua natureza probabilística, apropriada para sinais corrompidos por ruídos tal como fala ou escrita, e na sua fundação teórica devido a existência de algoritmos poderosos para ajustar automaticamente os parâmetros do modelo através de procedimentos iterativos.

Um HMM é um modelo  $M = \{Q, \Sigma, \pi, A, B\}$ , onde:

- $Q$  é um conjunto finito de estados (que inclui um estado final  $F$ );
- $\Sigma$  é um conjunto finito de símbolos do alfabeto;
- $\pi \in [0, 1]^Q$  é um vetor de probabilidades iniciais;
- $A \in [0, 1]^{Q \times Q}$  é uma matriz de probabilidade de transição;
- $B \in [0, 1]^{Q \times \Sigma}$  é uma matriz de probabilidade de emissão.

Exemplo:



### 3. Probabilidade de uma cadeia

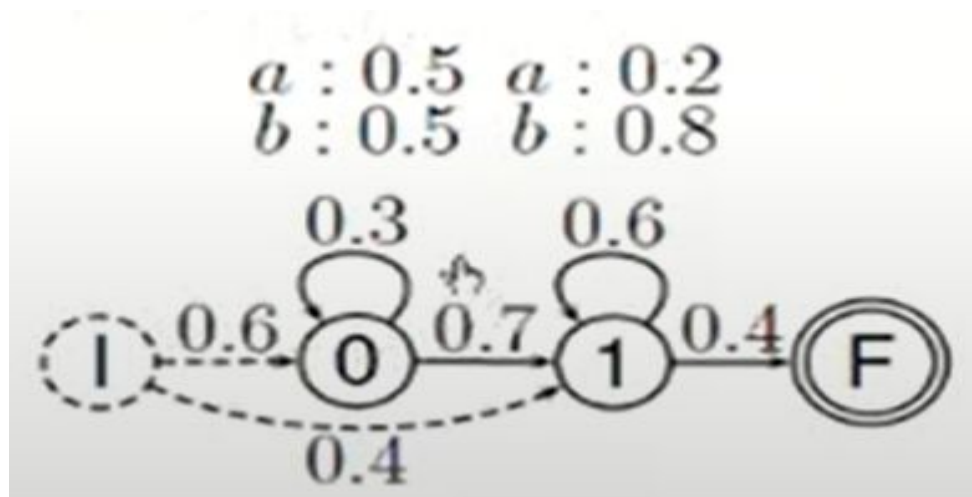
A probabilidade de que  $M$  gere  $x = x_1 x_2 \cdots x_T$  é:

$$P_M(x, q) = \sum_{q=q_1 q_2 \dots q_T} P_M(x, q)$$

Onde:

$$P_M(x, q) = [\pi_{q_1} B_{x_1}] \cdot [A_{q_1, q_2} B_{q_2, x_2}] \cdot \dots \cdot [A_{q_{T-1}, q_T} B_{q_T, x_T}] \cdot A_{q_T, F}$$

Exemplo (cont.): Tomemos  $x = ab$



$$\begin{aligned} P_M(ab) &= P_M(01F, ab) + P_M(11F, ab) \\ &= [0.6 \cdot 0.5] + [0.7 \cdot 0.8] \cdot 0.4 \\ &\quad + [0.4 \cdot 0.2] + [0.6 \cdot 0.8] \cdot 0.4 \\ &= 0.06720 + 0.01536 = 0.08256 \end{aligned}$$

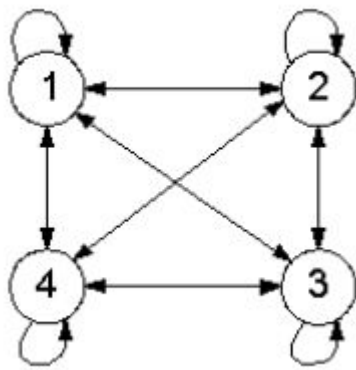
#### 4. Principais arquiteturas de HMM

A estrutura do modelo e o número de estados escolhidos são fatores fundamentais para a determinação do HMM ótimo.

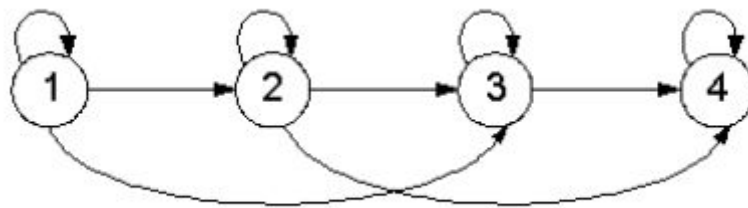
Em geral existem dois tipos de estruturas para os HMM, a seguir:

- Modelos sem restrições ou ergóticos;
- Modelos esquerda-direita;

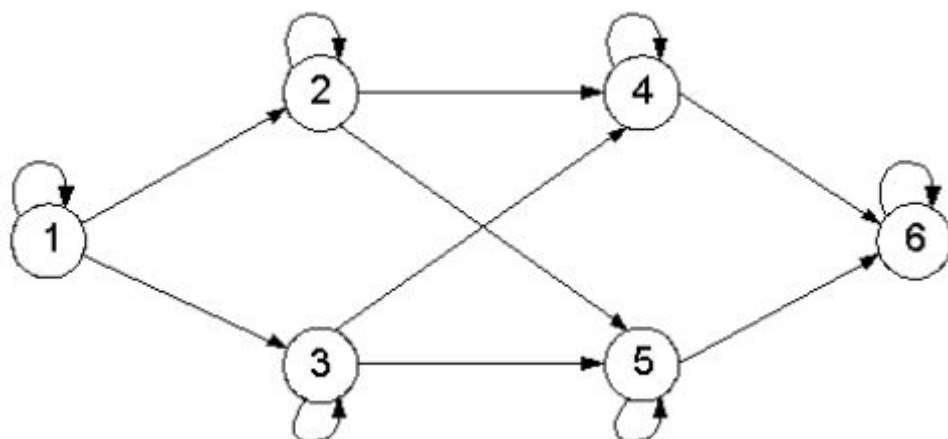
Nos modelos ergóticos todas as transições possíveis entre os estados da cadeia são autorizados. Exemplo:



Os modelos sequenciais e paralelos fazem parte dos modelos esquerda-direita. Para esses modelos, a matriz de transição entre estados é triangular superior. Exemplo:



Os modelos sequenciais funcionam segundo uma evolução em série do modelo através de seus estados, mesmo que qualquer um desses estados possam ser saltados no curso do processo. Para os modelos paralelos muitos caminhos através da rede de Markov são permitidos, sabendo que cada um desses caminhos salte um ou vários estados do modelo. Exemplo:



Cada uma dessas estruturas apresentadas podem ser generalizadas por incluir um número de estados arbitrário. Entretanto, o número de parâmetros a serem estimados em um modelo de Markov é da ordem de  $N^2$  para a matriz  $A$ , mais  $NM$  para a matriz  $B$ . Assim, se  $N$  é muito grande, uma determinação coerente e precisa das matrizes  $A$  e  $B$  ótimas vem a ser muito difícil de realizar por uma base de aprendizagem de tamanho fixado.

Não existe meios teóricos para determinar de maneira precisa o número de estados necessários no modelo devido aos estados não estarem sempre fisicamente ligados aos fenômenos observáveis.

## 5. Limitações e principais vantagens do HMM

Embora o uso da tecnologia de HMM tenha contribuído grandemente para avanços recentes no reconhecimento da fala, há algumas limitações herdadas do tipo de modelo estatístico para a fala. A maior limitação é a hipótese que as observações sucessivas são independentes, e entretanto a probabilidade da sequência de observações  $P(o_1, o_2, \dots, o_T)$  pode ser escrita como produto da probabilidade de observações individuais, por exemplo:

$$P(o_1, o_2, \dots, o_T) = \prod_{i=1}^T P(O_i)$$

Além disso, os processos sequenciais reais são não como Markovianos. Esta limitação é de todos os processos e não somente de Markov.

Quanto às vantagens na utilização de HMM, são muitas, em relação às suas limitações, a seguir:

HMM apresenta uma rica representação, ou seja, as probabilidades de saída ( $B = \{b_j(k)\}$ ) representam a variabilidade dos frames ou segmentos (distorções de caracteres na escrita) e as probabilidades de transição ( $A = \{a_{ij}\}$ ) representam o relacionamento temporal entre os frames ou segmentos.

HMM possui uma base matemática sólida, devido a garantia de convergência para um ótimo ponto. A existência de um treinamento eficiente que automaticamente otimiza os parâmetros dos dados e a decodificação de técnicas que descrevem uma string de entrada em termos da melhor sequência de estados.

HMM requer supervisão mínima, pois não necessita de segmentação preliminar em unidades básicas.

HMM permite a integração de vários níveis de conhecimento em um framework unificado, ou seja, toda fonte de conhecimento (linguístico, sintático, semântico ...) participa simultaneamente em cada decisão.

## Referências

[https://www.inf.pucrs.br/peg/pub/tr/TI1\\_Luciana.pdf](https://www.inf.pucrs.br/peg/pub/tr/TI1_Luciana.pdf)

<http://www.inf.ufpr.br/lesoliveira/download/intro-hmm.pdf>

<https://www.youtube.com/watch?v=lnOkyvWcAtQ>

[https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/10\\_CBM\\_75\\_03.pdf](https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/10_CBM_75_03.pdf)

Aplicações no mundo real:

<http://repositorio.upf.br/bitstream/riupf/1592/1/PF2018Daniela%20Kuinchner.pdf>

<https://medium.com/@leandrocruvinel/cadeias-de-markov-com-python-e-f27b3f21fc7>