Построение точных макроэкономических прогнозов является ключевым условием проведения верной политики центральными банком. В настоящее время широкое распространение для прогнозирования основных макроэкономических индикаторов получила модель векторной авторегрессии (VAR). Впервые предложенная в работе Sims (1980), она покорила исследователей своей относительной простотой, сочетающейся с неплохими прогнозными способностями. Примерами использования этого класса моделей для макропрогнозирования являются работы Funke (1990), Arino and Franses (2000), Cheong and Lee (2014) и многие другие[[1]](#footnote-1). При этом использование неограниченной VAR таит в себе опасность излишней параметризации, появляющейся из-за того, что количество оцениваемых параметров растет нелинейно с увеличением размерности модели и числа включаемых лагов. Поэтому, с одной стороны, желание исследователя получить точный прогноз требует сокращения размерности модели (Simkins, 1995)), c другой – возможное исключение существенной переменной ведет к неверной спецификации модели и может отражаться в получении смещенных оценок и некорректным выводам как относительно прогнозируемых значений, так относительно функций импульсного отклика (если строится VAR в структурной форме). Немаловажным фактором, требующим отражения в макромоделях, является то, что центральные банки развитых государств опираются на большое число макроиндикаторов при проведении политики (Bernanke and Boivin, 2003). Распространенные методы анализа наборов данных большой размерности – это использование динамических факторов (DF) и Байсовских VAR (BVAR).

Динамические факторы были предложены в работах Forni et al (2000) и Stock and Watson (2002). В указанных работах предполагается, что дисперсия большого количества временных рядов может быть описана с помощью нескольких общих факторов, искусственно построенных с помощью метода главных компонент. Расширением метода Stock and Watson (2002) служит дополненная факторами векторная авторегрессия (FAVAR), предложенная в статье (Bernanke et al, 2005). В рамках FAVAR несколько динамических факторов добавляются как дополнительные переменные в обычную VAR.

Цель данной работы состоит в построении прогноза основных макроиндикаторов (прежде всего, выпуска и инфляции и др.) для российской экономики. Задача осложняется отсутствием большого количества длинных временных рядов, что не позволяет провести построение DFM. Для достижения поставленной цели в работе были построены BVAR c эндогенным выбором параметра, отвечающего за относительный вес априорного распределения.

С технической точки зрения наложение априорных распределений на параметры означает появление дополнительных ограничений, что делает проблему избыточной параметризации менее выраженной. С практической точки зрения, выбор модели BVAR для анализа обусловлен их потенциально более высокой точностью прогноза в сравнении с обычной неограниченной VAR. В частности, в работе Doan et al (1984) показано, что BVAR обеспечивают более точные прогноз и чем неограниченные VAR, и чем одномерные модели. Статья Litterman (1986), демонстрирует, что прогнозы BVAR-модели успешно конкурируют с прогнозами структурных моделями большой размерности. В работе Clark and McCracken (2006) было построено 86 различных прогнозов для 18 моделей трехмерной регрессии (выпуск, инфляция и процентная ставка). Одним из наиболее точных методов авторы признают именно байесовское оценивание. Указанные работы – это лишь несколько примеров из большого числа работ, демонстрирующих преимущества BVAR. Однако, насколько известно авторам данной работы, байесовские VAR прежде не применялись для прогноза российских макропоказателей.

Методология.

Пусть вектор случайных переменных. Векторная авторегрессия в сокращенной форме имеет вид:

,

где – гауссовский белый шум размерности с ковариационной матрицей , – вектор констант размерности и – матрицы параметров размерности состоящие из элементов , где – номер уравнения, – номер переменной, – номер лага,

Оценка неограниченной VAR может быть проведена последовательным применением МНК к каждому из уравнений системы. Байесовская оценка основана на идее о том, что апостериорная плотность распределения параметров пропорциональна произведению априорного распределения и функции правдоподобия[[2]](#footnote-2):

*,*

где – апостериорное распределение параметров модели, обозначаемых , при условии имеющихся данных , – функция правдоподобия, – априорное распределение параметров.

Одним из наиболее известных и часто используемых для макроэкономического анализа априорных распределений является т.н априорное Миннесота-распределение, предложенное в работах Doan et al (1984) и Litterman (1986). Распределение, представленное в работе Litterman (1986), не было построено ни на какой теоретической экономической модели, но отражало предположение, что макроэкономические ряды представляют собой случайное блуждание (возможно с трендом или со сдвигом). Таким образом, указанное априорное распределение предполагает, что диагональные элементы матрицы имеют математическое ожидание, равное единице, а остальные элементы все элементы матриц равны нулю[[3]](#footnote-3). Априорное распределение, предложенное в работе Doan et al (1984), представляет собой модификацию Litterman (1986). Для BVAR небольшой размерности регулярзации, обеспечиваемой Миннесота-распределением было достаточно для улучшения прогнозной силы модели. Однако до последнего времени считалось, что для выборок с большим числом временных рядов наложения только лишь априорного распределения не достаточно и необходимо применять дополнительные ограничения. Ключевую роль в развитии подхода сыграла статья (De Mol et al, 2008), в которой было показано, что при увеличении размерности выборки достаточно наложения более узких априорных распределений. На первый взгляд может показаться, что сужение априорного распределения приведет к потере необходимой информации, но в реальности этого не происходит. В указанной работе авторы делают вывод, что если данные характеризуются высокой мультиколлинеарностью (что свойственно для выборок макрорядов большой размерности), то сужение априорных распределений при увеличении числа переменных дает больший вес нескольким первым главным компонентам. Другими словами, для данных с факторной структурой наложение более узких априорных распределений с увеличением размерности модели не приводит к потере важной информации, т.к. для описания данных достаточно небольшого количества первых факторов.

Эта точка зрения была подтверждена и развита в статье Banbura et al.(2010), в которой авторы строят VAR модели для 3, 7, 20 и 131 переменных и показывают, что модели с большей размерностью демонстрируют лучшие прогнозные способности, чем модели малой размерности и даже FAVAR. Интересно отметить, что хорошая прогнозная способность достигается уже в модели с 20 переменными, поэтому как для прогнозирования, так и для структурного анализа достаточно сконцентрироваться на агрегированных данных. Важность полученного в данной работе вывода трудно переоценить. Он означает, что BVAR могут успешно применяться для анализа выборок высокой размерности, т.е. в области, в которой традиционно доминировали факторные модели. Дополнительным преимуществом BVAR по сравнению с факторными моделями в рамках структурного анализа (которого мы не касаемся в данной работе) является то, что функции отклика на импульс (IRF) обладают более простой интерпретацией для BVAR, чем для DFM или FAVAR.

Аналогичная модель для Новой Зеландии была построена в работе Bloor and Matheson (2010), в которой они использовали метод условного прогнозного оценивания (Waggoner and Zha, 1999). Авторы строят три BVAR модели (с 9, 13 и 35 переменными), делают вывод, что BVAR обладает более высокой предсказательной способностью, чем несколько одномерных и векторных авторегрессионных моделей. При этом, хотя результаты варьируют по разным переменным, в общем и целом, BVAR c большим числом переменных характеризуется более высокой точностью прогноза.

Отталкиваясь от вывода, полученного в работе Banbura et al (2010) о том, что модель BVAR на большой выборке продемонстрировала более точный прогноз, чем FAVAR, автор статьи (Koop, 2010) проанализировал прогнозные способности BVAR с другими априорными распределениями по отношению к факторным моделям и сделал вывод в пользу BVAR, хотя нельзя утверждать, что для любых выборок доминирует какой-то определенный вид априорного распределения.

В этом же ключе написана работа Beauchemin and Zaman (2011). Авторы используют такое же априорное распределение, как Bannbura et al (2010) и Bloor and Matheson (2010) для оценки BVAR для 16 переменным по американским данным, однако выбор показателя жесткости априорного распределения происходит несколько по-иному, чем в указанных работах. В работе показано, что для всех переменных, кроме ставки по федеральным фондам, BVAR обеспечивает значительно более точный прогноз, чем случайное блуждание со смещением.

Методология.

В нашей работе мы следуем описанным выше работам и выбираем априорное Миннесота распределение. Незначительная модификация по отношению к Litterman (1986) выражается в том, что часть рядов предполагаются стационарными, что отражается в априорном распределении параметров матрица Моменты априорного распределения параметров матриц записываются следующим образом:

Диагональные элементы матрицы :

Недиагональные элементы матрицы :

Диагональные элементы матриц (т. е. :

*,*

Недиагональные элементы матриц (т. е. ::

Все параметры предполагаются априорно независимыми. Ковариационная матрица остатков предполагается диагональной и известной: :

Априорное распределение параметра при единичном векторе предполагается неинформативным.

Мы следуем Banbura et al. (2010) и устанавливаем для всех нестационарных рядов и для всех остальных. Ключевым параметром, отвечающим за «жесткость» априорного распределения (и, как следствие, за относительный вес априорного распределения при формировании апостериорного), является . Чем ближе к 0, тем меньшее влияние на апостериорное распределение оказывают фактические данные и тем ближе оно к априорному. При стремлении к бесконечности, наоборот, влияние априорного распределения на апостериорное сводится на нет. Ключевой результат работы DeMol et al. (2008), подтвержденный Banbura et al. (2010) состоял в том, что должно зависеть от размерности выборки, т. е. от С увеличением должно происходить сокращение , для того чтобы не происходило излишней параметризации модели.

Функция показывает, насколько быстро сокращается дисперсия параметров при увеличении номера лага. Это означает, что для лагов высоких порядков априорное распределение параметров становится более «сконцентрированным» вокруг нулевого значения и отражает предпосылку о том, что влияние более далеких лагов на сегодняшние значения менее вероятно, чем влияние более близких.

Соотношение дисперсий необходимо учесть при определении априорной дисперсии, т. к. разные ряды могут иметь разные единицы измерения и разную изменчивость.

Параметр показывает, насколько информация о лагах других переменных менее важна, чем информация о собственных лагах переменной.

Во всех подробно описанных выше работах (Banbura et al (2010), Bloor and Matheson (2010), Koop (2010), Beauchemin and Zaman(2011) авторы используют естественно-сопряженную версию Миннесоты-распределения (Kadiyala and Karlsson (1997), Robertson and Tallman (1999)). Это объясняется тем, что в указанных работах авторы дополняют прогнозирование структурным анализом, для которого не подходит предпосылка о фиксированной диагональной ковариационной матрице. При этом искусственные наблюдения вводятся таким образом, чтобы априорные матожидания и дисперсии параметров совпадали с указанными в формулах (3)-(6). Т.к. структурный анализ мы оставляем за рамками данной работы, мы оцениваем модель с априорным Миннесота-распределением напрямую.

Основная выборка состоит из 14 временных рядов с сентября 1995 г. по май 2014г. (подробное описание рядов см. в следующем разделе), исходная выборка содержит 225 наблюдений. После устранения сезонности в рядах, демонстрирующих сезонные колебания, мы проводим к логарифмам для всех рядов кроме процентной ставки. Далее происходит проверка на стационарность, для чего используются ADF и KPSS тесты. Такая проверка необходима, для того чтобы определить матожидание априорного распределения для параметров . Следуя методологии базовой работы, мы назначаем = 1 для нестационарных рядов и = 0 для стационарных.

На втором этапе мы оцениваем три обычных VAR модели в сокращенной форме для разного набора переменных и строим по ним прогнозы. Базовый период оценивания составляет 201 месяц (с сентября 1995 г. по май 2012 г.), период прогноза составляет 24 месяца (с июня 2012г. по май 2014 г.). Мы строим VAR для 5 и 6 переменных по аналогии со многими монетарными моделями, использовавшимися для структурного анализа различных экономик (Sims, 1992; Kim and Roubini (2000); Bjornland (2008); Uhlig and Scholl (2008)). В модель с 5 переменными мы включаем показатель деловой активности (индекс промышленного производства), индекс цен (подсчитанной с помощью ИПЦ), инструмента монетарной политики (в качестве прокси для которого мы берем процентную ставку межбанковского рынка), валютный курс и денежный агрегат М2. В модель с 6 переменными мы включаем дополнительно цены на нефть. Количество лагов определяется путем минимизации информационных критериев. Прогноз строится на 1, 3, 6 и 12 месяцев.

Для определения и относительного качества прогноза мы используем обычную для такого рода моделей схему (Banbura et al, 2010), предполагающей, что референтной моделью является та, для которой апостериорное распределение не зависит от функции правдоподобия, т. е. для которой . Это означает, что дисперсии всех параметров , равны нулю, т. е. те переменные, которые были признаны стационарными, описываются моделью белого шума (WN) с константой ), а те переменные, которые были признаны нестационарными, описываются моделью случайного блуждания (RW) со смещением ). Мы будем называть эту модель (т.к. ). Выборка делится на обучающую (с сентября 1995 по август 2004) и оценивающую (с сентября 2004 по май 2014).

Схема выбора и оценки качества прогноза состоит из следующих этапов:

1. На первом этапе строятся внутривыборочные однопериодные прогнозы на обучающей выборке и рассчитывается среднеквадратичная ошибка прогноза для показателя деловой активности ), инфляции () и процентной ставки ).
2. Затем на обучающей выборке оценивается обычная (не байесовская) VAR-модель для трех переменных. Т.к. оценки байесовской VAR совпадают с оценками метода наименьших квадратов при , то среднеквадратичные ошибки прогноза по этой модели для показателя деловой активности, инфляции и процентной ставки мы будем обозначать как , и соответственно.
3. Далее рассчитываются показатели и .

В отличие от работ Banbura et al(2010) и Bloor and Matheson (2011), где показатели соответствия рассчитывались только для трех переменных, мы хотим понять, насколько сильно изменятся результаты, если при нахождении оптимального не принимать во внимание процентную ставку.

1. На следующем этапе на обучающей выборке оцениваются BVAR модели для 5,6 и 14 переменных (обозначаем их индексом ) и для большого числа различных рассчитываются среднеквадратичные ошибки прогноза для показателя деловой активности и инфляции и показателя
2. Оптимальное рассчитывается как значение, при котором минимизируется отклонение от :

После того как выбрано оптимальное значение для каждой модели, происходит построение вневыборочных прогнозов на оценивающей выборке.

1. Будем строить прогнозы на 1, 3 и 6 месяцев . Тогда максимальная длина прогноза равна 6, Обозначим начало прогнозной выборки (июнь 2012 г.) как и ее окончание (май 2014г.) за . Вневыборочные прогнозы строятся для каждого , Оценка байесовских VAR с заданным происходит с «rolling window» по 120 наблюдениям (момент и 119 наблюдений, предшествующих
2. Для каждой модели и каждого прогнозного окна рассчитываются вневыборочные среднеквадратичные ошибки прогноза для индикатора деловой активности ( , инфляции и процентной ставки :

где и - реализованные значения в момент индекса промышленного производства и инфляции соответственно и

и – прогноз, построенный в момент на периодов вперед по модели с использованием параметра для индекса промышленного производства и инфляции соответственно.

1. По аналогии с предыдущим пунктом рассчитываются средеквадратичные ошибки вневыборочного прогноза для индикатора деловой активности ), инфляции и процентной ставки ) по модели RWWN и по обычной VAR-модели (, и ) соответственно.
2. Качество прогноза BVAR для индекса промышленного производства измеряется с помощью показателей и , где в первом случае среднеквадратичная ошибка прогноза по BVAR соотносится с ошибкой по RWWN, а во втором случае, с ошибкой по VAR. Аналогично рассчитываются показатели качества прогноза для индекса потребительских цен и ) и процентной (ставки ( и

Изменение и с изменением числа переменных в модели и прогнозного окна помогает сделать выводы о качестве прогноза BVAR по отношению к RWWN и обычной VAR.

Данные.

Для оценки модели и построения прогнозов использовалось 14 российских макроэкономических временных рядов. Источником данных послужили базы Федеральной службы государственной статистики (ФСГС), Центрального банка РФ, IFS Международного валютного фонда и Центра анализа данных НИУ-ВШЭ. [[4]](#footnote-4) Все ряды изначально не содержали сезонной корректировки. Начало и конец выборки определялись доступностью данных.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название макроиндикатора | Тип данных | База (если есть) | Источник |
| Индекс промышленного производства | базисный индекс | 2010 | IFS |
| Индекс потребительских цен | базисный индекс | 2010 | IFS |
| Индекс занятости в промышленности | базисный индекс | 2010 | IFS |
| Процентная ставка межбанковского рынка | в процентах годовых |  | IFS |
| Индекс реальных денежных доходов | базисный индекс | Январь 1992 г. | ФСГС |
| Уровень безработицы | в процентах |  | IFS |
| Индекс цен на нефть марки Brent | базисный индекс | 2010 | IFS |
| Индекс цен производителей | цепной индекс |  | IFS |
| Ввод в действие новых жилых домов | в тыс. кв. м. |  | ФСГС |
| Индекс реальных инвестиций в основной капитал | базисный индекс | Январь 1994 г. | ЦАД |
| Индекс реальных зарплат | базисный индекс | Январь 1993 г. | ФСГС |
| Денежный агрегат М2 | в млрд. руб |  | ЦБ |
| Индекс РТС | в пунктах | Сентябрь 1995 г. |  |
| Реальный эффективный валютный курс | базисный индекс | 2010 | IFS |

Таблица 1. Источники данных.

Цепной индекс цен производителей был для дальнейших расчетов превращен в базисный.

Результаты.

Прежде всего, мы берем логарифмы всех рядов, которые не выражены в процентах, т.е. всех, кроме процентной ставки и уровня безработицы. Далее проводится сезонная корректировка всех рядов, которые потенциально могут испытывать сезонные колебания (индекс промышленного производства, индекс потребительских цен, индекс занятости в промышленности, индекс реальных денежных доходов, индекс цен производителей, ввод в действие новых жилых домов, индекс реальных инвестиций в основной капитал и индекс реальных заработных плат). Корректировка производится программой X13-ARIMA-SEATS, т. е. наиболее современным из всех существующих методов сезонной корректировки, разработанным в Банке Испании и поддерживаемом сейчас бюро Census (U. S. Census Bureau, 2006).

Далее все ряды проверяются на нестационарность, для чего используются KPSS и ADF–тесты. В обоих случаях уровень значимости фиксируется на 5%. В случае несоответствия выводов указанных тестов мы ориентируемся на ADF-тест и получаем, что все ряды можно считать нестационарными, кроме межбанковской процентной ставки. Это означает, что при формировании вектора мы присваиваем значения = 1 всем переменным, кроме процентной ставки, тогда как для процентной ставки = 0.

На следующем этапе на обучающей выборке мы строим модель RW-WN и считаем среднеквадратичную ошибку прогноза для индекса промышленного производства ), индекса потребительских цен () и процентной ставки (). Затем мы строим модели векторной авторегрессии на обучающей выборке и также считаем соответствующие ошибки прогноза , и В отличие от научных работ, на которые мы опираемся, мы считаем () не только для различных моделей (содержащих 3, 5 и 6 переменных), но и для разного количества лагов (от 1 до 5). Максимальное количество лагов (5) было определено в соответствии с информационными критериями. Для моделей с тремя переменными в соответствии с критериями SC и HQ следовало выбрать 5 лагов, а в соответствии с AIC оптимальный выбор был равен 10 лагам. Мы ориентируемся на HQ и SQ критерии, т. к. известно, что при небольшой размерности VAR модели AIC выбирает слишком большое число лагов с положительной вероятностью (Lutkepohl, 2005, стр. 150). Далее мы рассчитываем показатели и по формуле () для модели с тремя переменными и для каждого количества лагов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Лаг | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0,928 | 0,857 | 0,808 | 0,676 | 0,524 |
|  | 0,736 | 0,683 | 0,629 | 0,521 | 0,419 |

Таблица 2. Переменная

Полученные величины показывают, во сколько раз прогноз, построенный по VAR, оказывается точнее (если мерой точности прогноза выступает ). Мы получили не противоречащие логике результаты: с увеличением количества лагов в модели происходит увеличение количества оцениваемых параметров, и точность прогноза возрастает. Для дальнейших расчетов мы используем количество лагов, равное 5.

Далее на обучающей выборке мы оцениваем BVAR модели для 5,6 и 14 переменных[[5]](#footnote-5) для каждого возможного из промежутка от 0 до 2 с шагом 0,01 и для каждой модели рассчитываем , , , , . Таким образом мы получаем 603 значения и столько же . Наконец, для каждой модели мы выбираем такие значения , которое минимизирует отклонение от и от . Полученные результаты показаны в таблице.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  | 0,62 | 0,34 | 0,14 |
|  |  | 0,58 | 0,34 | 0,14 |

Таблица 3. Оптимальные значения

Далее мы переходим к шагам 6 – 8 из описанной выше схемы и с помощью rolling vector autoregression по 120 наблюдениям строим прогнозы на оценивающую выборку. Например, если прогнозное окно равно 6, то для построения предсказания на 202-е наблюдение, оценивается BVAR по наблюдениям с 77 по 196, для построения предсказания на 203-е наблюдение, оценивается BVAR по наблюдениям с 78 по 197 и т. д. Таким образом, для каждой модели мы получаем по 25 прогнозов каждой переменной на один, три и шесть месяцев вперед.

На последнем этапе мы строим среднеквадратичные ошибки прогноза для каждой из 3 переменной, для каждого прогнозного окна и каждой модели. Эта процедура для каждой модели повторяется для оптимального , для (RWWN) и для (обычная VAR).

Наконец, для каждого прогнозного окна и каждой переменной мы находим соотношения среднеквадратичной ошибки прогноза для BVAR к среднеквадратичной ошибке прогноза для RWWN и обычной VAR соответственно. Полученные значения показаны в таблицах.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | h |  |  |  |  |
| Индекс потребительских цен | 1 | 0.7333 | 0.5625 | 0.625 | 0.8 |
| Индекс потребительских цен | 3 | 0.8646 | 0.6947 | 0.6875 | 0.7684 |
| Индекс потребительских цен | 6 | 0.7607 | 0.6036 | 0.5571 | 0.6429 |
| Процентная ставка | 1 | 0.1464 | 0.2672 | 0.2159 | 0.1576 |
| Процентная ставка | 3 | 0.1981 | 0.3963 | 0.4679 | 0.3607 |
| Процентная ставка | 6 | 0.2585 | 0.3685 | 0.465 | 0.4187 |
| Индекс промышленного производства | 1 | 1.514 | 1.781 | 1.72 | 1.351 |
| Индекс промышленного производства | 3 | 1.326 | 1.853 | 1.885 | 2.408 |
| Индекс промышленного производства | 6 | 0.7477 | 1.282 | 0.8462 | 2.424 |

Таблица 4. Отношение среднеквадратичных ошибок BVAR к RWWN

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменная | h |  |  |  |  |
| Индекс потребительских цен | 1 | 1 | 0.9 | 1 | 0.4444 |
| Индекс потребительских цен | 3 | 1 | 0.9565 | 0.9296 | 0471 |
| Индекс потребительских цен | 6 | 1 | 0.9389 | 0.9231 | 0.4467 |
| Процентная ставка | 1 | 1 | 0.8091 | 0.5749 | 0.1865 |
| Процентная ставка | 3 | 1 | 0.9386 | 0.7885 | 0.3805 |
| Процентная ставка | 6 | 1 | 0.9032 | 0.788 | 0.3799 |
| Индекс промышленного производства | 1 | 1 | 0.7975 | 0.7914 | 0.2597 |
| Индекс промышленного производства | 3 | 1 | 0.7788 | 0.6805 | 0.4148 |
| Индекс промышленного производства | 6 | 1 | 0.7684 | 0.3996 | 0.2912 |

Таблица 5. Отношение среднеквадратичных ошибок BVAR к VAR

Таблица 5 показывает отношение среднеквадратичных ошибок прогноза для BVAR к RWWN. Для процентной ставки и индекса потребительских цен отношение для всех моделей и всех горизонтов прогнозирования меньше единицы, что свидетельствует о том, что для указанных переменных BVAR обеспечивает более высокую точность прогноза. Следует при этом отметить, что ни для одной переменной не прослеживается монотонного снижения относительной ошибки с увеличением количества включенных в модель переменных. Аналогично не прослеживается никакого монотонного изменения относительной ошибки ни с увеличением, ни с сокращением прогнозного окна. Что касается, индекса промышленного производства, то практически во всех ячейках таблицы стоят величины больше единицы, что говорит о том, что предложенная модель не может улучшить качество прогноза этого показателя по сравнению с моделью случайного блуждания со сдвигом.

В Таблице 6. Показано отношение среднеквадратичных ошибок прогноза для BVAR к VAR. Здесь результаты более обнадеживающие. Для всех моделей с количеством переменных выше трех и всех прогнозных окон (за единственным исключением прогноза индекса потребительских цен на один период по модели с 6 переменными) полученное соотношение меньше единицы, что говорит о лучшей предсказательной способности модели с байесовской регуляризацией, чем без нее. Что касается прогноза индекса потребительских цен на один период по модели с 6 переменными, то соотношение ошибок прогноза равно единице, что говорит о том, что BVAR не уступает в качестве прогноза VAR. Важным результатом работы является то, что соотношение ошибок монотонно снижается с ростом переменных модели, при этом имеет место резкое снижение относительных ошибок прогноза для модели с 14 переменными по отношению к моделям с 5 и 6 переменными, что подтверждает на российских данных идею о привлекательности для прогноза моделей с большим количеством переменных.

Заключение.

Данный раздел исследования посвящен прогнозированию макроэкономических индикаторов для российской экономики в модели байесовской векторной авторегрессии. Мы отталкивались от утверждения, высказанного в работе De Mol et al. (2008) и эмпирически проверенного в работе (Banbura et al, 2010) о том, что точность прогнозов возрастает с увеличением числа входящих в модель переменных при условии сокращения параметра, отвечающего за байесовскую регуляризацию, то есть при условии сужения априорного распределения параметров.

Работа была построена на ежемесячных данных 1995 – 2014гг. Для определения оптимального параметра регуляризации был использован тот же механизм, описанный в работах (Banbura et al, 2010 и Bloor and Matheson, 2011). Интересный результат расчетов заключаются в том, что в моделях с 6 и 14 переменными оптимальный параметр реуляризации не меняется (с точностью до одной сотой) в зависимости от того, ориентируемся ли мы на 2 (индекс промышленного производства и индекс потребительских цен) или 3 переменных (дополнительно добавляется процентная ставка межбанковского рынка). В модели с 5 переменными разница составляет всего 0,04.

Окончательные результаты данной работы мы расцениваем как смешанные. По отношению к обыкновенной векторной авторегрессии модель BVAR дает устойчиво лучшие прогнозы при числе переменных в модели не менее пяти. Более того, отношение среднеквадратичных ошибок прогноза уменьшается с ростом числа переменных в модели и значительно меньше для модели с 14, чем для модели с 5 и 6 переменными для трех рассматриваемых переменных и всех анализируемых прогнозных окон. Этот результат свидетельствует о высоком потенциале использования моделей с большим числом переменных.

Кроме того, BVAR обеспечивает более точный прогноз по сравнению с моделью случного блуждания (белого шума для межбанковской процентной ставки) для процентной ставки и индекса потребительских цен. Этот результат верен для всех рассмотренных в работе моделей (с 3, 5,6 и 14 переменными) и для всех прогнозных окон. При этом уменьшение среднеквадратичной ошибки прогноза может быть весьма значительным. К примеру, соотношение для BVAR к RWWN для прогноза на 1 период составляет 0,15 для модели с тремя переменными, что свидетельствует о значительном повышении точности прогнозирования. Однако в данном случае не прослеживается монотонное снижение относительных ошибок прогноза с увеличением числа переменных в модели. Кроме того, для индекса промышленного производства модель BVAR дает устойчиво худший прогноз, чем модель случайного блуждания.

Продолжение данной работы может состоять в проверке робастности результатов по отношению к другим параметрам Миннесоты-распределения, другим априорным распределениям, числу включенных в модель лагов и т.д.

Список литературы

1. Arino and Franses (2000) “Forecasting the Level of Vector Autoregressions of Log Transformed,” *International Journal of Forecasting*, 16, 111–116.
2. Banbura, Giannone and Reichlin (2010) “Large Bayesian vector auto regressions”, *Journal of Applied Econometrics,* vol. 25, issue 1, 71-92
3. Beaucheman, Zaman (2011) “A medium scale forecasting model for monetary policy”, *Federal Reserve Bank of Cleveland working paper No 1128*
4. Bernanke and Boivin (2003) Monetary policy in a data-rich environment, *Journal of Monetary Economics,* vol. 50, issue 3, 525-546
5. Bernanke B., Boivin J., Eliasz P.(2005) “Measuring the Effects of Monetary Policy: A Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Approach”, *Quarterly Journal of Economics*, Volume 120, issue 1, p. 387-422
6. Bjornland, H. (2008) “Monetary Policy and Exchange Rate Interactions in Small Open Economy, *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 110, issue 1, 197 -221.
7. Bloor and Matheson (2010) “Real-time conditional forecasts with Bayesian VARs: An application to New Zealand”, *The North American Journal of Economics and Finance,* vol. 22, issue 1, 26-42
8. Cheong and Lee (2014) “Forecasting with a parsimonious subset VAR model”, *Economics Letters*, vol. 125, issue 2, 167-170
9. Clark and McCracken (2006) “Forecasting with small macroeconomic VARs in the presence of instabilities”, *Finance and Economic Discussion Series from Board of Governors of Federal Reserve System*
10. De Gooijer and Hyndman (2006) “25 years of time series forecasting”, *International Journal of Forecasting*, vol. 22, issue 3, 443-473.
11. De Mol, Giannone and Reichlin (2008) “Forecasting using a large number of predictors: is Bayesian regression a valid alternative to principal components?” *Journal of Econometrics,* 146, 318-328
12. Doan, Litterman and Sims(1984) “Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions, *NBER Working paper No 1202*
13. Forni, Hallin, Lippi and Reichlin (2000) “The Generalized dynamic-Factor Model: Identification and Estimation, *The Review of Economics and Statistics,* vol. 82, issue 4, 540-554
14. Funke (1990) “Assessing the forecasting accuracy of monthly vector autoregressive models: The case of five OECD countries”,   
    *International Journal of Forecasting*, 1990, 6, (3), 363-378
15. Kadiyala, Karlsson S. (1997) “Numerical methods for estimation and inference in Bayesian VAR-models”, *Journal of Applied Econometrics,* 12(2), 99–132.
16. Kim, S and Roubini N. (2000) “Exchange rate anomalies in the industrial countries: A solution with a Structural VAR Approach”, *Journal of Monetary Economics*, 45, 561-586
17. Koop (2010) “Forecasting with Medium and Large Bayesian VARS*”, Journal of Applied Econometrics,* 2013, vol. 28, issue 2, 177-203
18. Litterman (1986) “Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions: five years of experience”,  *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, 25-38
19. Lutkepohl (2005) New Introduction to Multiple Time Series Analysis, Springer-Verlag, 764p.
20. Robertson, Tallman (1999) “Vector autoregressions: forecasting and reality”, *Economic Review,* Q1, 4-18
21. Scholl, Uhlig (2008) New evidence on the puzzles: Results from agnostic identification on monetary policy and exchange rates, *Journal of International Economics,* vol. 76, issue 1, 1-13
22. Simkins (1995) Forecasting with vector autoregressive (VAR) models subject to business cycle restrictions, *International Journal of Forecasting,* vol. 11, issue 4, 569-583
23. Sims, C (1980) “Macroeconomics and Reality”/*Econometrica,* vol. 48, issue 1, p1-48.
24. Sims, C.(1992) Interpreting the macroeconomic time series facts, *European Economic Review,* 36, 975-1011
25. Stock, J. and M. Watson (2002) Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes, *Journal of Business and Economic Statistics,* vol. 20, No 2, 147-162.
26. U. S. Census Bureau (2006). X–13 A–S Reference Manual version 0.3. Statistical Research Division, Washington
27. Waggoner and Zha (1999) “A Gibbs sampler for structural vector autoregressions”, *Journal of Economic Dynamics and Control,* 28, 349-366

1. Описание других методов прогнозирования временных рядов, используемых в экономике и финансах, можно найти в обзорной работе De Gooijer and Hyndman (2006). [↑](#footnote-ref-1)
2. Концептуальное отличие байесовской эконометрики от обычной заключается в том, что сами параметры модели предполагаются случайными величинами. [↑](#footnote-ref-2)
3. [↑](#footnote-ref-3)
4. Скачивание происходило из IFS и ЦАД НИУ ВШЭ, однако, если данные был взяты из ЦАД, то в таблице указан первоначальный источник, т. е. либо Центральный банк, либо ФСГС. Индекс реальных инвестиций рассчитан ЦАД по данным ФСГС. [↑](#footnote-ref-4)
5. Мы не проводим описанную далее процедуру поиска оптимального для модели по трем переменным, т. к. для нее по построению следует, что оптимальное равно бесконечности. [↑](#footnote-ref-5)