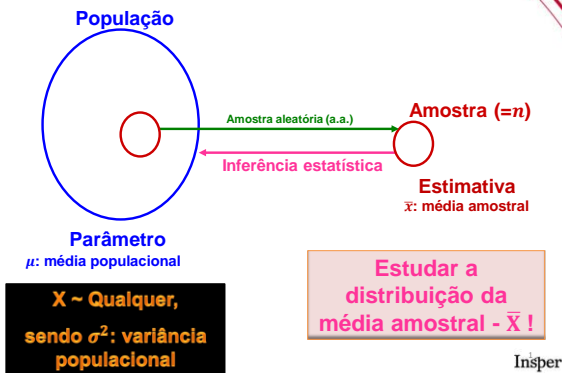


Introdução



Insper

Distribuição da média amostral quando variável de interesse é normal

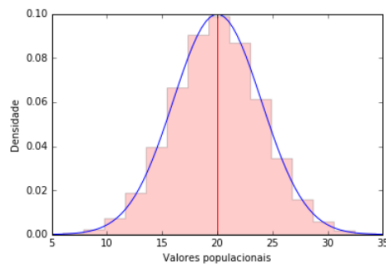
Se $X \sim \text{Normal} \rightarrow \bar{X} \sim \text{Normal}$

SIMULAÇÃO

2

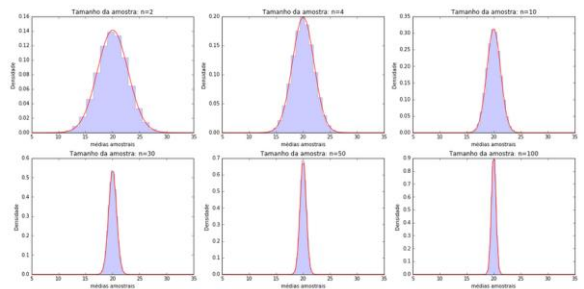
Distribuição da variável de interesse - X

X segue uma distribuição Normal
Média de X ==> Valor de $\mu = 20.006$
Variância de X ==> Valor de $\sigma^2 = 15.982$



Insper

Distribuição das médias amostrais - \bar{X}



Insper

Insper

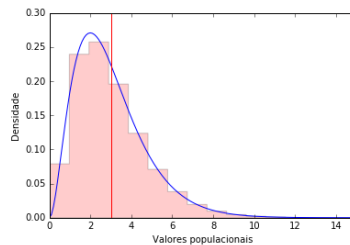
Distribuição da média amostral quando variável de interesse **não é** normal

Se $X \sim \text{Qualquer} \rightarrow \bar{X} \sim \text{Normal}$

SIMULAÇÃO

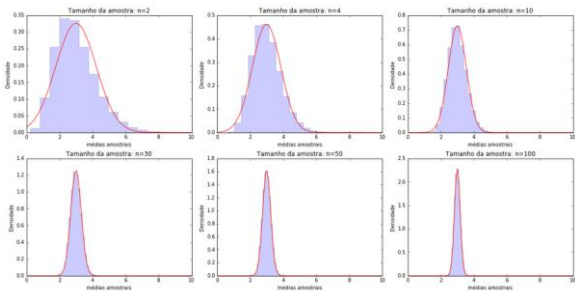
Distribuição da variável de interesse - X

X segue uma distribuição Gamma
Média de X ==> Valor de $\mu = 3.000$
Variância de X ==> Valor de $\sigma^2 = 2.998$



Insper

Distribuição das médias amostrais - \bar{X}



Insper

Insper

Distribuição da média amostral

TEORIA

Distribuição da média amostral

Teorema do Limite Central (T.L.C.) –

Para uma AAS $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ retirada de uma população com média μ e variância σ^2 , a distribuição de

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

aproxima-se de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2/n , quando n tende ao infinito (suficientemente grande).

Insper

Distribuição da média amostral

Corolário 1 – Seja $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ AAS da v.a. X com média μ ($E(X) = \mu$) e variância σ^2 ($\text{Var}(X) = \sigma^2$) e seja a média amostral

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n},$$

então

$$Z = \frac{\bar{X} - E(\bar{X})}{\sqrt{\text{Var}(\bar{X})}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad n \rightarrow \infty \quad N(0; 1)$$

Insper

Exemplo 1

Assuma que a variável de interesse *Grau de satisfação de um passageiro com a experiência proporcionada ao longo da viagem no navio de cruzeiro* tenha média populacional igual a 0,705 e variância populacional igual a 0,1050.

- Descreva a distribuição do *Grau médio de satisfação*, para uma amostra aleatória de 50 passageiros.
- Qual a probabilidade de se ter uma média amostral abaixo de 0,65 a partir de uma amostra aleatória de 50 passageiros?
- Qual deve ser o tamanho amostral para a probabilidade acima valer exatamente 5%?
- Fixando em 99% a probabilidade da média amostral não se afastar, para mais ou para menos, da média populacional, calcule essa distância (margem de erro - denotada por ϵ) para uma amostra de 50 passageiros.

11

Distribuição Normal : Valores de $P(Z \leq z) = A(z)$

	Segunda decimal de z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000