

**Ciência dos Dados**

**Dúvidas e Revisão**

# Exercício 1

Um cientista formulou as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 9 \\ H_A: \mu = 11 \end{cases}$$

O cientista sabe que a variância populacional é igual a 16. Além disso, o cientista definiu a seguinte região crítica para o teste:

$$RC = ]10, +\infty[,$$

baseada numa amostra aleatória de tamanho 16, que será coletada da população de interesse, cuja variável de interesse é normalmente distribuída.

Qual a probabilidade da amostra fornecer evidências contrárias à hipótese nula, sabendo que a hipótese nula é verdadeira?  $\alpha = 15,87\%$

Baseando-se no resultado encontrado, critique, positiva ou negativamente, a regra de decisão definida pelo cientista. Justifique adequadamente as suas respostas.

## Exercício 2

O diretor de uma seguradora está interessado em estudar o custo médio por sinistro ocorrido em decorrência de roubo na cidade de São Paulo por veículos segurados contra roubo, a fim de avaliar o preço que deve ser cobrado pelo seguro contra roubo na cidade de São Paulo. Acredita-se que o custo médio seja igual a R\$55.000,00 e, para verificar a veracidade desse fato, a seguradora decidiu coletar uma amostra de carros segurados contra roubo em 2013 na cidade de São Paulo.

- Qual deve ser o tamanho de amostra investigada para que em 95% da vezes que a seguradora fizer esse tipo de pesquisa a diferença mínima aceitável entre os custos seja, no máximo, 10% do verdadeiro desvio padrão dos custos, para mais ou para menos?  **$n \geq 385$**
- Considerando uma amostra de 25 clientes da seguradora que tiveram seus carros roubados em 2013 na cidade de São Paulo, obteve-se média de R\$ 61.000,00. Assuma desvio padrão populacional do custo igual a R\$17.500,00. Construa uma regra de decisão com 92% de confiança para a média do custo e tome uma decisão.

**$RC = \{\bar{x} < 52.950,46 \text{ ou } \bar{x} > 57.049,54\} \rightarrow \text{Como 61 mil pertence a RC, rejeita } H_0. \text{ Logo, desconfiança não é válida, com 92\% de confiança.}$**

# 11 dicas para reduzir o tempo médio de atendimento (TMA) no call center

## Exercício 3

Posted on April 24, 2014



O TMA, ou Tempo Médio de Atendimento, é um dos principais indicadores de performance em praticamente todas as operações de call center do mundo. Ele é um indicador importante, pois o seu resultado tem um impacto direto nos custos da operação, mas também indica necessidades de treinamentos e melhores desempenhos dentro das equipes.

Fonte: <http://www.dds.com.br/blog/index.php/11-dicas-para-reduzir-o-tempo-medio-de-atendimento-tma-call-center/>

A empresa *CallForMe* especifica que seu TMA deve ser menor do que 170 segundos para indicar que esse está dentro das especificações de performance de um *call center*.

Para checar se esse indicador está dentro das especificações, Jolie realizou uma análise descritiva da variável *Tempo de Atendimento* (em segundos) mensurada para uma amostra de  $n$  ligações, cujas medidas-resumo estão descritas na Tabela 1.

# Exercício 3

**Tabela 1.** Medidas descritivas para o *Tempo de Atendimento* (em segundos).

|                        |        |
|------------------------|--------|
| Média                  | 159,43 |
| Mediana                | 157,51 |
| Desvio padrão amostral | 21,60  |
| Excesso de curtose     | -0,06  |
| Assimetria             | 0,34   |

Posteriormente, Jolie entregou o seguinte relatório ao seu chefe:

## Relatório TMA

*Hipóteses:*  $H_0: \mu \geq 170 \Leftrightarrow$  Indicador TMA fora das especificações

$H_A: \mu < 170 \Leftrightarrow$  Indicador TMA dentro das especificações

*Teste realizado:* Teste para uma média com variância conhecida

*Região crítica:*  $\{\bar{x}_{obs} < 160,49\}$

*Nível de significância:* 1%

*Conclusão:* Indicador TMA dentro das especificações!

## Exercício 3

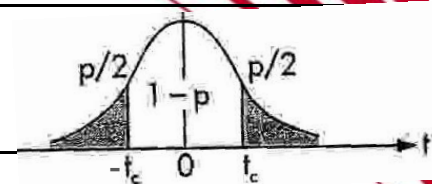
- a) No lugar de Jolie, você teria optado por conduzir o mesmo teste (Teste para uma média com variância conhecida)? Em caso afirmativo, traga razões que sustentem a sua escolha? Em caso negativo, explique os danos que tal abordagem inferencial pode trazer para a tomada de decisão.
- b) Qual tamanho de amostra foi utilizado por Rose Jolie para conduzir o teste? Justifique adequadamente a sua resposta.  **$n \cong 28$**
- c) Independentemente das respostas que você tenha dado nos itens anteriores, assuma  $n = 30$  e conduza um teste t para verificar se o indicador TMA está dentro das especificações. Interprete os resultados obtidos, em termos do problema.  **$t_c = -2,462 \rightarrow RC = \{t_{obs} < -2,462\}$   
 $t_{obs} = -2,68 \in RC \rightarrow$  há evidências para concluir que TMA está dentro das especificações, com 99% de confiança.**



# Distribuição Normal : Valores de $P( Z \leq z ) = A(z)$

|     | Segunda decimal de z |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|     | 0                    | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
| 0.0 | 0.5000               | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398               | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793               | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179               | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554               | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915               | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257               | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580               | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881               | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159               | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413               | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643               | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849               | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032               | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192               | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332               | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452               | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554               | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641               | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713               | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772               | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821               | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861               | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893               | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918               | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938               | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953               | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965               | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974               | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981               | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987               | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990               | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993               | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995               | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997               | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998               | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998               | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999               | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999               | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000               | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

## Distribuição t-Student

Corpo da tabela fornece os valores  $t_c$  tais que  $P(-t_c < t < t_c) = 1 - p$ 

Probabilidade (p)

| graus de liberdade: | 90%   | 80%   | 70%   | 60%   | 50%   | 40%   | 30%   | 20%   | 10%   | 5%     | 4%     | 3%     | 2%     | 1%     | 0,50%   | 0,25%   | 0,10%   |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 1                   | 0,158 | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 15,895 | 21,205 | 31,821 | 63,657 | 127,321 | 254,647 | 636,619 |
| 2                   | 0,142 | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303  | 4,849  | 5,643  | 6,965  | 9,925  | 14,089  | 19,962  | 31,599  |
| 3                   | 0,137 | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182  | 3,482  | 3,896  | 4,541  | 5,841  | 7,453   | 9,465   | 12,924  |
| 4                   | 0,134 | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776  | 2,999  | 3,298  | 3,747  | 4,604  | 5,598   | 6,758   | 8,610   |
| 5                   | 0,132 | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571  | 2,757  | 3,003  | 3,365  | 4,032  | 4,773   | 5,604   | 6,869   |
| 6                   | 0,131 | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447  | 2,612  | 2,829  | 3,143  | 3,707  | 4,317   | 4,981   | 5,959   |
| 7                   | 0,130 | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365  | 2,517  | 2,715  | 2,998  | 3,499  | 4,029   | 4,595   | 5,408   |
| 8                   | 0,130 | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306  | 2,449  | 2,634  | 2,896  | 3,355  | 3,833   | 4,334   | 5,041   |
| 9                   | 0,129 | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262  | 2,398  | 2,574  | 2,821  | 3,250  | 3,690   | 4,146   | 4,781   |
| 10                  | 0,129 | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228  | 2,359  | 2,527  | 2,764  | 3,169  | 3,581   | 4,005   | 4,587   |
| 11                  | 0,129 | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201  | 2,328  | 2,491  | 2,718  | 3,106  | 3,497   | 3,895   | 4,437   |
| 12                  | 0,128 | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179  | 2,303  | 2,461  | 2,681  | 3,055  | 3,428   | 3,807   | 4,318   |
| 13                  | 0,128 | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160  | 2,282  | 2,436  | 2,650  | 3,012  | 3,372   | 3,735   | 4,221   |
| 14                  | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145  | 2,264  | 2,415  | 2,624  | 2,977  | 3,326   | 3,675   | 4,140   |
| 15                  | 0,128 | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131  | 2,249  | 2,397  | 2,602  | 2,947  | 3,286   | 3,624   | 4,073   |
| 16                  | 0,128 | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120  | 2,235  | 2,382  | 2,583  | 2,921  | 3,252   | 3,581   | 4,015   |
| 17                  | 0,128 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110  | 2,224  | 2,368  | 2,567  | 2,898  | 3,222   | 3,543   | 3,965   |
| 18                  | 0,127 | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101  | 2,214  | 2,356  | 2,552  | 2,878  | 3,197   | 3,510   | 3,922   |
| 19                  | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093  | 2,205  | 2,346  | 2,539  | 2,861  | 3,174   | 3,481   | 3,883   |
| 20                  | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086  | 2,197  | 2,336  | 2,528  | 2,845  | 3,153   | 3,455   | 3,850   |
| 21                  | 0,127 | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080  | 2,189  | 2,328  | 2,518  | 2,831  | 3,135   | 3,432   | 3,819   |
| 22                  | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074  | 2,183  | 2,320  | 2,508  | 2,819  | 3,119   | 3,412   | 3,792   |
| 23                  | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,069  | 2,177  | 2,313  | 2,500  | 2,807  | 3,104   | 3,393   | 3,768   |
| 24                  | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064  | 2,172  | 2,307  | 2,492  | 2,797  | 3,091   | 3,376   | 3,745   |
| 25                  | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060  | 2,167  | 2,301  | 2,485  | 2,787  | 3,078   | 3,361   | 3,725   |
| 26                  | 0,127 | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056  | 2,162  | 2,296  | 2,479  | 2,779  | 3,067   | 3,346   | 3,707   |
| 27                  | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052  | 2,158  | 2,291  | 2,473  | 2,771  | 3,057   | 3,333   | 3,690   |
| 28                  | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048  | 2,154  | 2,286  | 2,467  | 2,763  | 3,047   | 3,321   | 3,674   |
| 29                  | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045  | 2,150  | 2,282  | 2,462  | 2,756  | 3,038   | 3,310   | 3,659   |
| 30                  | 0,127 | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042  | 2,147  | 2,278  | 2,457  | 2,750  | 3,030   | 3,300   | 3,646   |