
APS5: MODELOS PROBABILÍSTICOS CONTÍNUOS

Aula 13 e Aula 16

Preparo Prévio:

1. Leitura prévia necessária: Magalhães e Lima (7ª. Edição): Seções 6.1.
2. Leitura prévia necessária: Magalhães e Lima (7ª. Edição): Seção 6.2.

Hoje:

1. Explicar a utilização de modelos probabilísticos no contexto da literatura estatística.
2. Calcular e interpretar probabilidades considerando variáveis aleatórias contínuas.
3. Obter a fda (ou cdf) a partir de um modelo probabilístico contínuo.
4. Contrastar resultados teóricos e empíricos.
5. Fechamento do conteúdo.

Entrega:

1. Início da aula do dia 17/04.
2. Feito a mão.
3. Individual ou em dupla.

EXERCÍCIO 1 – MODELAGEM DO TEMPO PARA RESOLVER UMA PROVA DE MATVAR

Um grupo de alunos de cada uma das três turmas que cursam Ciência dos Dados estava discutindo com intuito de modelar o tempo, em horas, que um aluno irá levar para fazer uma prova de Matemática da Variação. Após cada grupo de alunos chegar a um consenso, foi escolhido um modelo probabilístico contínuo diferente para cada turma A, B e C.

De qualquer forma, os três modelos têm o intuito de descrever o comportamento da variável X: tempo, em horas, que um aluno irá levar para entregar uma prova de Matemática da Variação. Lembrando que um aluno tem até duas horas para fazê-la.

Esses três modelos são dados por:

TURMA A:

$$f(x) = \begin{cases} 0,4 - 0,8x, & \text{se } 0 < x < 0,5 \\ -0,4 + 0,8x, & \text{se } 0,5 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

TURMA B:

$$f(x) = \begin{cases} c x(2 - x), & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

TURMA C:

$X \sim \text{Uniforme}(a; b)$ sendo $a = 0$ e $b = 2$ hora.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Admitindo que os alunos façam suas provas de forma independente uns dos outros, responda:

- Estudando o comportamento da função densidade de probabilidade de cada modelo probabilístico, qual você entende ser o mais adequado para descrever o comportamento da variável X? E qual você entende ser o menos adequado? Justifique suas respostas usando, claro, o comportamento das fdp's escolhidas por cada turma.
- Qual a probabilidade de um aluno da turma B demorar mais do que 1 hora e meia para entregar a PF de Matemática da Variação?
- Atualmente, 34% dos alunos estão na turma A, 34% na B e 32% na C. Qual a probabilidade de um aluno qualquer (ou seja, um aluno de qualquer uma dessas três turmas) demorar mais do que uma hora e meia para entregar a prova final dessa disciplina?
- Encontre a fda (ou cdf) de cada modelo probabilístico contínuo.
- Qual o tempo mediano de entrega da prova de acordo com o modelo proposto pela turma A? E pela turma B? E pela turma C? Interprete os resultados
- Calcule o tempo médio que um aluno da turma A irá levar para entregar uma prova de Matemática da Variação. E respectivo desvio padrão.

EXERCÍCIO 2 – O QUE AJUDA E O QUE ATRAPALHA AS VENDAS PELA INTERNET

Assim como no desenho animado da Warner em que o Coiote persegue o Papa-Léguas, na internet o mais rápido leva a melhor. Um levantamento recente da consultoria americana Aberdeen Group mostra que, a cada segundo que uma página de uma loja online demora para carregar, há uma queda de 7% na conversão de vendas.

Fonte: <http://exame.abril.com.br/revista-exame-pme/edicoes/75/noticias/venda-muito-mais-pela-internet>

Considere a variável T : tempo, em segundos, para abertura de um site de loja virtual de domínio brasileiro com média igual a 1,03 segundos e que essa variável seja modelada por uma distribuição Exponencial $T \sim \text{Exp}(1,03)$, cuja função densidade de probabilidade é dada por $f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$. Responda: .

- Obtenha a função de distribuição acumulada (fda) dessa variável $\rightarrow P(T \leq t)$.
- Sabendo que o site de uma loja virtual de domínio brasileiro já demorou mais do que um segundo, qual a probabilidade de demorar no máximo mais um?
- Assuma que os resultados da Tabela 1 representem as frequências relativas para algumas faixas de tempo para abertura de um site de loja virtual de domínio brasileiro. Com base em resultados numéricos, critique, positiva ou negativamente, o modelo probabilístico atribuído para essa variável. *Dica: Uma maneira de resolver este item é calcular as probabilidades teóricas para cada faixa de tempo usando o modelo probabilístico adotado.*

Tabela 1. Frequências dos tempos de abertura de um site observados em uma amostra.

Tempo (em segundos)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa (em %)	Densidade
0 -- 1	59	59%	0,59
1 -- 2	32	32%	0,32
2 -- 3	5	5%	0,05
3 -- 4	1	1%	0,01
4 -- 5	1	1%	0,01
5 -- 6	2	2%	0,02

- O Gráfico 1 apresenta o histograma dos dados apresentados na Tabela 1. Desenhe no histograma a função densidade de probabilidade (f.d.p.) da distribuição Exponencial com parâmetro $\beta = 1,03$, com $\beta > 0$, definida por: $f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$ e verifique se, descritivamente, há indícios de que esse modelo probabilístico adere aos dados. *Dica: Calcule a $f(x)$ para alguns valores x e construa no gráfico abaixo.*

Gráfico 1. Histograma dos tempos de abertura de um site observados em uma amostra.

