

## คณะสถิติประยุกต์

### สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

Final Examination 2020/01  
BAD56007 Optimization Models

2021-05-23  
13:00-16:00

#### คำชี้แจงและคำสั่ง

- การทุจริตถือเป็นความผิดทางวินัยอย่างร้ายแรง
  - ห้ามปรึกษาหรือติดต่อสื่อสารกับบุคคลอื่น
  - ห้าม search internet
- ข้อสอบเป็น open book
  - อนุญาตให้เปิดเอกสาร และ/หรือตำราได้
  - อนุญาตให้ใช้คอมพิวเตอร์ หรือใช้เครื่องคิดเลขส่วนตัว
- การทำข้อสอบ
  - สามารถเขียนใส่กระดาษแล้วถ่ายรูป หรือเขียนใน computer/tablet ก็ได้
  - หนึ่งไฟล์ต่อหนึ่งข้อเท่านั้น ส่งในรูปแบบ pdf (หากข้อนั้นมีหลายหน้าให้ save เป็น pdf ไฟล์เดียว)
- การส่งข้อสอบ
  - ส่งใน assignment แต่ละข้อตามช่วงเวลาส่งที่ระบุในตาราง. หากในข้อใด, ส่ง late หรือส่งไม่ตรงตาม assignment, จะไม่ตรวจข้อนั้น และถือว่าคะแนนข้อนั้นเป็น 0 (ศูนย์)
  - ตั้งชื่อตาม Filename สำหรับแต่ละข้อดังในตาราง.

Problem	ช่วงเวลาส่ง (อย่าลืมกดส่ง)	Filename
Problem 1	13:00-13:30	Problem1-SID6XXXXXXXXXX
Problem 2	13:30-14:00	Problem2-SID6XXXXXXXXXX
Problem 3	14:00-14:30	Problem3-SID6XXXXXXXXXX
Problem 4	14:30-15:00	Problem4-SID6XXXXXXXXXX
Problem 5	15:00-15:30	Problem5-SID6XXXXXXXXXX
Problem 6	15:30-16:00	Problem6-SID6XXXXXXXXXX

- ข้อสอบมีทั้งหมด 6 แผ่น ไม่รวมคำชี้แจง
- ข้อสอบคะแนนเต็ม 100 คะแนน

ใช้โจทย์ต่อไปนี้ตอบปัญหาทุกข้อ (หากไม่มีคำสั่งเพิ่มเติม ให้ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง ให้ 1 ปี = 12 เดือน = 48 สัปดาห์)

บริษัทแห่งหนึ่งมีโรงงานสองแห่ง เรียก A และ B. สำหรับเครื่องจักรที่โรงงาน A และ B, หากมีการพัง จะต้องใช้อะไหล่ SKU123 ในการซ่อม. ในการซ่อมหนึ่งเครื่องหนึ่งครั้ง, ช่างซ่อมของโรงงานจะใช้อะไหล่หนึ่งชุด. ในการสั่งซื้ออะไหล่ SKU123, แต่ละครั้งมีค่าใช้จ่ายคงที่ในการสั่งซื้อ (fixed ordering cost) เท่ากับ 555 บาทต่อครั้ง. บริษัทใช้อะไหล่ SKU123 มาชุดละ 50 บาท. อัตราค่าถือครอง (holding cost) คิดอยู่ที่ร้อยละ 32 ต่อปี. อะไหล่จะมาถึงหนึ่งไตรมาส (quarter) หลังจากสั่งไปแล้ว.

หากอะไหล่ไม่เพียงพอ, จะต้องสั่งแบบด่วนผ่านทางขนส่งทางอากาศ (air cargo) ได้รับของภายในวันเดียวกันแต่มีค่าใช้จ่ายแพงมาก ๆ โดยมีราคาต่อชุดจาก 50 บาท เพิ่มขึ้นเป็น 777 บาทต่อชุด (ซึ่งได้รวมค่า fixed ordering cost ของการสั่งแบบด่วนไปแล้ว) เช่น หากสั่งสองชุด เสียค่าใช้จ่ายแบบด่วน =  $2 \times 777$  บาทเป็นต้น

ในปัจจุบัน แต่ละโรงงานมีนโยบายสินค้าคงคลัง (inventory policy) สำหรับควบคุมอะไหล่ที่โรงงานนั้นๆเอง โดยมีต้นทุนสินค้าคงคลังตามข้างต้น. แต่ละโรงงานใช้ continuous review system (s,Q) โดยที่ s=reorder point (ROP), Q=order quantity

- โรงงาน A มีเครื่องจักร 5 เครื่องซึ่งใช้อะไหล่ SKU123. อายุการใช้งาน (lifetime) ของเครื่องจักรแต่ละเครื่องเป็นอิสระ (independent) ต่อกัน. แต่ละเครื่อง มี lifetime เป็น exponential distribution โดยมีอัตราการเสีย 3.5 ต่อเดือน. ให้  $D_A$  แทนปริมาณความต้องการอะไหล่ต่อเดือน (monthly demand) ของโรงงาน A.
- โรงงาน B มีเครื่องจักรเป็นจำนวนมากซึ่งใช้อะไหล่ SKU123. จากการวิเคราะห์ปริมาณการใช้ในอดีต พบว่า monthly demand ของโรงงาน B แทนด้วย  $D_B$  แจกแจง normal โดยมี mean 123.4 เครื่องต่อเดือน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) 35.7 ชิ้นต่อเดือน.

### Problem 1 (20 คะแนน)

หากโรงงาน B สมมติว่าอัตราการใช้อะไหล่คงที่ (constant demand) และใช้ตัวแบบ EOQ ในการคำนวณปริมาณอะไหล่ที่สั่งในแต่ละครั้ง (ในแบบสมมติว่าไม่มีการสั่งด่วนเลย) จงคำนวณ

1.1 EOQ (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

1.2 จากปริมาณการสั่งซื้อในข้อ 1.1 จงคำนวณ (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

1.2.1 จำนวนครั้งเฉลี่ยที่สั่งซื้อต่อปี

1.2.2 ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยรวมต่อปี (average total cost per year) ไม่ต้องคำนวณค่าใช้จ่ายจากการสั่งด่วน

Order Quantity (ชุด)	Avg. Holding Cost Per Year (บาทต่อปี)	Avg. Setup Cost Per Year (บาทต่อปี)	Avg. Total Cost Per Year (บาทต่อปี)

Problem 2 (20 คะแนน)

สำหรับโรงงาน B

- 2.1 จงหา mean และ standard deviation ของปริมาณความต้องการในช่วง lead time (demand during lead time)
- 2.2 จงหาความน่าจะเป็นที่อะไหล่จะไม่พอ (stock-out) ซึ่งทำให้ต้องสั่งแบบด่วน หากโรงงาน B ใช้  $ROP = 400$  ชุด.
- 2.3 หากโรงงาน B ต้องการให้โอกาส stock-out ไม่เกิน 5%, ควรใช้  $ROP$  เท่าใด (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

### Problem 3 (15 คะแนน)

หากโรงงาน B ใช้  $ROP = 400$  ชุด. จงใช้ simulation เพื่อประมาณ 3.1) จำนวนอะไหล่คงเหลือเฉลี่ย (average inventory) และ 3.2) จำนวนอะไหล่เฉลี่ยที่ stock-out ซึ่งต้องจัดซื้อแบบด่วน ณ เวลาสิ้นสุดรอบ (end of cycle). ทำซ้ำ 100 รอบ.

3.1 Average inventory at end of cycle

3.2 Average stock-out quantity at end of cycle

3.3 จงสร้าง 95% confidence interval ของค่าใช้จ่ายจัดซื้อแบบด่วนในแต่ละรอบ

Problem 4 (15 คะแนน)

พิจารณาโรงงาน A

4.1 จงระบุชื่อการแจกแจง (distribution) ของ

4.1 (a) เวลาจนมีการใช้อะไหล่ (นั่นคือเวลากระทั่งเครื่องจักรเครื่องใดเครื่องหนึ่งพัง)

4.1 (b) ปริมาณความต้องการอะไหล่ต่อเดือน  $D_A$

4.2 จงหา mean และ standard deviation ของปริมาณความต้องการในช่วง lead time (demand during lead time)

4.3 หากโรงงาน A ใช้  $ROP = 60$  ชุด จงหาความน่าจะเป็นที่อะไหล่จะ stock out ทำให้ต้องจัดซื้อแบบด่วน

Problem 5 (15 คะแนน)

โรงงาน A มีช่างซ่อมเครื่องจักร 3 คน. จากข้อมูลในอดีตพบว่า เวลาที่ช่างซ่อมเครื่องจักรเสร็จหนึ่งเครื่องเป็น exponential distribution โดยมี rate = 7.5 ต่อเดือน.

5.1 จงเขียน rate diagram (ระบุ birth rate และ death rate ลงไปใน diagram ด้วย)

5.2 จงเขียน balance equation

5.3 จงหา steady-state distribution และใส่คำตอบในตาราง

$\pi_0$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$\pi_5$

5.4 จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องจักรทั้งหมดทำงาน

### Problem 6 (15 คะแนน)

บริษัทต้องการพิจารณาเก็บบะโหลงของทั้งโรงงาน A และ B ที่คลังเดียว แทนที่จะเก็บแยกในแต่ละโรงงาน. จะได้ว่า ปริมาณความต้องการรวมต่อเดือน (total monthly demand) ของคลังเดียวนี้คือ  $D_T = D_A + D_B$ . บริษัทพิจารณาจะใช้นโยบาย periodic review system โดยมีรอบสั่งซื้อคือทุก 6 เดือน.

เพื่อกระจายความเสี่ยงหากมี disruption ที่คาดไม่ถึง, บริษัทหา supplier มาเพิ่มอีกหนึ่งราย ทำให้มีสองราย โดย supplier 1 มี fixed ordering cost = 555 บาท และ supplier 2 มี fixed ordering cost = 444 บาท.

ในการสั่งแต่ละครั้ง บริษัทใช้ supplier รายเดียว. หากรอบนี้ใช้ supplier 1, รอบหน้าจะใช้ supplier เดิมด้วยความน่าจะเป็น 0.78. หากรอบนี้ใช้ supplier 2, รอบหน้าจะใช้ supplier เดิมด้วยความน่าจะเป็น 0.81. ให้  $X_n$  แทน supplier ที่ใช้ในรอบที่  $n$ .

5.1 จงคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (conditional probability)

$$\Pr(X_1 = 2, X_2 = 2, X_3 = 1 | X_0 = 1)$$

5.2 เมื่อผ่านไปนานหลายๆ ปีและเข้าสู่ steady state แล้ว, จงหาว่าสัดส่วนของรอบที่ใช้ supplier 1 เป็นเท่าใด

5.3 จงหาค่าคาดหวัง (expectation) และ standard deviation ของ fixed ordering cost ต่อปี

5.4 หากต้องการให้ in-stock probability เป็น 95%, ควรใช้ order-up-to level ของคลังเป็นเท่าใด? ระบุข้อจำกัด หรือ assumptions ที่ใช้ในการคำนวณ