

Yet Another Math for DS Course

Домашка №6

Оптимизация (классная группа)

Добро пожаловать в очередную домашку. За неё можно набрать 10 баллов. Стоимость каждой задачи указана в скобочках. Баллы между пунктами внутри задачи распределяются равномерно, если около них не указано иного.

Решение работы нужно сдать в виде pdf-файла. Решения должны быть оформлены на листочке аккуратным почерком либо затеханы на компьютере. Если у вас плохой почерк, домашка должна быть затехана. Затехать домашку можно в overleaf, typora, colab или другом любом удобном для вас сервисе.

Задача 1 (2 балла). Бывший технический директор Open AI Мира выписала на листочке функцию $f(x) = x \cdot \ln x$ и просит вас найти её минимум. Помогите ей.

Задача 2 (2 балла). Бывший президент гугла Сергей подзабыл матанализ. Исследуйте за него на экстремум функцию

$$f(x, y) = y^2 + 2xy - 4x - 2y - 3.$$

Задача 3 (2 балла). Бывший директор Яндекса Аркадий выписал на листочек функцию $f(x, y) = (1 + 2x + 3y)^{2023}$ и просит вас найти её разложение в ряд Тэйлора до второго члена в окрестности точки $x = 0, y = 0$. Сделайте это.

Задача 4 (2 балла). Бывший директор отдела по искусственному интеллекту Теслы Андрей ищет минимум функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a > 0$, методом градиентного спуска. Андрей стартует из точки x_0 и настолько ленив, что не хочет делать больше одного шага. При каком значении длины шага γ Андрей за один шаг окажется точно в точке минимума?

Задача 5 (2 балла). Бывший директор исследовательского отдела Microsoft Research Asia, Ли не доверяет пакетным реализациям алгоритмов машинного обучения. Поэтому он написал свой собственный градиентный спуск. Для того, чтобы делать шаг градиентного спуска, он использовал следующие формулы.

$$w_t = w_{t-1} + (\nabla Q(w_t))^2$$

Какие ошибки вы тут видите? Для каждой объясните, к каким последствиям и почему она приведёт, а также как это исправить.

Задача 6 (1 балл). Запишите фамилии Миры, Сергея, Аркадия, Андрея и Ли.