

Yet Another Math for DS Course

Домашка №9

Дискретные случайные величины (классная группа)

Добро пожаловать в очередную домашку. За неё можно набрать 10 баллов. Стоимость каждой задачи указана в скобочках. Баллы между пунктами внутри задачи распределяются равномерно, если около них не указано иного.

Решение работы нужно сдать в виде pdf-файла. Решения должны быть оформлены на листочке аккуратным почерком либо затеканы на компьютере. Если у вас плохой почерк, домашка должна быть затекана. Затекать домашку можно в overleaf, typora, colab или другом любом удобном для вас сервисе.

Задача 1 (1 балл). Математическое ожидание случайной величины X равно 2, а дисперсия 3. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $5 \cdot X + 2$.

Задача 2 (1 балл). Пусть $\text{Var}(X) = 1$ и $Y = 2X - 3$, а $Z = 6 - 3X$. Найдите $\text{Corr}(Y, Z)$.

Задача 3 (3 балла). Тётя Зина и баба Маша режут Оливье и смотрят праздничный выпуск «Угадай мелодию». Баба Маша угадывает мелодию с 3-х, 4-х или 5-ти нот с вероятностями $1/4$, $1/2$ и $1/4$ соответственно. Функция распределения числа нот, необходимых тёте Зине для отгадывания, такова

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4 \\ 1/4, & x \in [4; 5) \\ 1/2, & x \in [5, 6) \\ 3/4, & x \in [6, 7) \\ 1, & x \geq 7. \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что одновременно тётя Зина отгадает мелодию ровно с 5 нот, а баба Маша с 4-х и более.

Задача 4 (5 балла). Миша стащил с новогоднего стола пирожок. Миша знает, что совместное распределение случайных величин: X – изюминок в пирожке и Y – орехов в нем, задано следующим образом:

	$X = 0$	$X = 5$	$X = 10$
$Y = 5$	0,1	0,1	0,1
$Y = 7$	0,2	0,2	0,3

- а) Определите, сколько изюминок в среднем попадает в пирожок.
- б) Найдите $\text{Cov}(X, Y)$.
- в) Правда ли, что изюм и орехи кладут в пиражок независимо друг от друга?
- г) Найдите распределение случайной величины Y и запишите его.
- д) Найдите $\text{Var}(Y)$