

# Yet Another Math for DS Course

## Домашка №4

### Разложение по строке и ранг матрицы (классная группа)

Добро пожаловать в очередную домашку. За неё можно набрать 10 баллов. Стоимость каждой задачи указана в скобочках. Баллы между пунктами внутри задачи распределяются равномерно, если около них не указано иного.

Решение работы нужно сдать в виде pdf-файла. Решения должны быть оформлены на листочке аккуратным почерком либо затеканы на компьютере. Если у вас плохой почерк, домашка должна быть затекана. Затекать домашку можно в overleaf, typora, colab или другом любом удобном для вас сервисе.

**Задача 1 (2 балла).** Для матрицы  $A$  найдите определитель с помощью разложения по второй строке:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

**Задача 2 (4 балла).** Рассмотрим матрицу размера  $4 \times 3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Найдите строковый ранг матрицы  $A$ . Покажите при его поиске все промежуточные преобразования строк.
- б) Найдите столбцовый ранг матрицы  $A$ . Явно покажите, какие столбцы линейно выражаются через другие.
- в) Найдите минорный ранг матрицы (наибольший порядок ненулевого минора) матрицы  $A$ . При его поиске вычислите все требуемые миноры.
- г) Найдите скелетное разложение матрицы  $A$ . Вычислите её факторный и тензорный ранг. В явном виде запишите перемножаемые векторы и матрицы.

**Задача 3 (2 балла).** В задаче классификации категориальный признак с  $k$  значениями закодирован при помощи  $k$  дамми-признаков, так что каждая строка матрицы  $X \in \mathbb{R}^{n \times k}$  имеет ровно одну единицу и остальные нули.

- а) Найдите ранг матрицы  $X$ .
- б) Объясните, почему использование всех  $k$  дамми-признаков в регрессионной модели приводит к мультиколлинеарности (*дамми-ловушке*).
- в) Предложите корректный способ кодирования признака, чтобы избежать дамми-ловушки, и объясните, как изменится ранг матрицы.

**Задача 4 (2 балла).** У Морфеуса есть матрица  $A$ . Он построил матрицу алгебраических дополнений  $\hat{A}$  и хочет найти её определитель  $\det \hat{A}$  и ранг  $\text{rk}(\hat{A})$ .

Помогите ему. Выразите их через  $\det A$  и  $\text{rk}(A)$ .