Multidimensional Scaling

Ejercicios propuestos

1. Supongamos que las observaciones pueden ser clasificadas en k categoras excluyentes $M_1, ..., M_k$. Supongamos que las probabilidades de estas categorías en la población Π_1 son $\mathbf{p} = (p_1, ..., p_k)$ mientras que en la población Π_2 son $\mathbf{q} = (q_1, ..., q_k)$. La distancia de Bhattacharyya entre estas dos poblaciones viene dada como

$$d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \arccos(\sum_{i=1}^{k} \sqrt{p_i q_i}).$$

- (a) Crea una función que calcule la distancia de Bhattacharyya entre varias poblaciones.
- (b) La siguiente tabla contiene las frecuencias relativas de 4 categorías excluyentes que se han observado en 5 poblaciones diferentes. Calcula la matriz de distancias Bhattacharyya entre ellas. ¿Qué poblaciones son las más similares?

| Población | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.36 | 0.21 | 0.23 | 0.20 |
| 2 | 0.66 | 0.18 | 0.11 | 0.05 |
| 3 | 0.01 | 0.24 | 0.62 | 0.13 |
| 4 | 0.43 | 0.38 | 0.08 | 0.11 |
| 5 | 0.16 | 0.07 | 0.09 | 0.68 |
| 6 | 0.22 | 0.37 | 0.25 | 0.16 |

(c) ¿Es una matriz de distancias euclídea? Obtén una representación gráfica de las poblaciones.

2. Se han encontrado 5 herramientas arqueológicas en un yacimiemto. Éstas estaban hechas con *piedra*, *bronce* y *hierro* según la siguiente matriz de incidencias:

| ω_i | Piedra | Bronce | Hierro |
|------------|--------|--------|--------|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 0 |

- (a) Calcula la matriz de distancias adecuada para utilizando la función dist().
- (b) Obtén una representación euclídea de estas herramientas. Interpreta los resultados.
- 3. Se han considerado 28 tipos de drogas y se ha preguntado a 68 personas acerca del consumo que hacen y se ha construido una matriz de similaridades con las frecuencias del consumo simultaneo dos a dos de estas sustancias. La matriz de similaridades se ha recogido en el fichero drogas.dat.

Estudia como se podrían representar los consumos de estas sustancias en una configuración euclídea.