



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Брянский государственный технический университет

Утверждаю
Ректор университета

_____ О.Н.Федонин

«_____» _____ 2017 г.

**ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ**

Методические указания
к выполнению лабораторной работы №1
для студентов очной формы обучения
по направлениям подготовки 09.03.01 «Информатика и
вычислительная техника», 02.03.03 «Математическое обеспечение и
администрирование компьютерных систем», 09.03.04 «Программная
инженерия», 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»

Брянск 2017

УДК 519.654

Обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению лабораторной работы №1 для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки 090301 «Информатика и вычислительная техника», 020303 «Математическое обеспечение и администрирование компьютерных систем», 090304 «Программная инженерия», 130301 «Теплоэнергетика и теплотехника». – Брянск: БГТУ, 2017. – 8 с.

Разработал:

Л.И.Пугач,

канд. физ.-матем. наук, доц.

Рекомендовано кафедрой «Информатика и программное обеспечение» БГТУ (протокол №7 от 01.06.17)

Методические издания публикуются в авторской редакции

Цель работы

Целью лабораторной работы является получение практических навыков в применении линейного и квадратичного вариантов метода наименьших квадратов по заданной таблице данных.

Продолжительность лабораторной работы – 2 часа.

Краткие сведения

Метод наименьших квадратов (далее МНК) – наиболее популярный метод обработки экспериментальных данных. Он позволяет по заданной таблице числовых данных вида

X	x_1	x_2	\dots	x_n
Y	y_1	y_2	\dots	y_n

получить функциональную зависимость $y=f(x)$, которая наиболее точно соответствует этим данным. Говоря языком графиков, мы находим график, который проходит наиболее близко ко всем заданным точкам.

Ясно, что практическая реализация метода сильно зависит от конкретного вида функции $y=f(x)$.

Например, если потребовать, чтобы функция $y=f(x)$ была линейной, то есть имела вид $y=ax+b$, то мы получаем линейную задачу МНК. Она наиболее проста, и даже имеются готовые встроенные функции в MS Excel: =НАКЛОН() для нахождения коэффициента a и функция =ОТРЕЗОК() для нахождения коэффициента b .

Если же потребовать, чтобы функция $y=f(x)$ была квадратичной, то есть имела вид $y=ax^2+bx+c$, то мы получаем квадратичную задачу МНК. Она намного сложнее, и для нахождения коэффициентов a, b, c

обычно составляют систему уравнений:

$$\begin{cases} a \cdot \sum x_i^4 + b \cdot \sum x_i^3 + c \cdot \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i \\ a \cdot \sum x_i^3 + b \cdot \sum x_i^2 + c \cdot \sum x_i = \sum x_i y_i \\ a \cdot \sum x_i^2 + b \cdot \sum x_i + c \cdot n = \sum y_i \end{cases}$$

Видим, что нужно вычислить все суммы (от $\sum x_i^4$ до $\sum y_i$), а затем решить полученную систему (например, по правилу Крамера) и тем самым найти коэффициенты a, b, c .

Задание к лабораторной работе

Создайте книгу MS Excel:

X					
Y					
L					
Q					

В строках X и Y занесите указанные в Вашем варианте числовые данные (см. ниже Задания к вариантам).

А) Найдите линейную зависимость вида $L=aX+b$, которая наиболее точно соответствует заданной таблице. Для вычисления коэффициента a используйте функцию Excel НАКЛОН(), а для вычисления b функцию ОТРЕЗОК(). При вводе данных следите внимательно за подсказками Excel, в каком порядке вводить данные в эти функции.

Затем в строке L вычислите значения найденной линейной функции $L=aX+b$ при заданных значениях X. Найдите среднее квадра-

точное отклонение $d = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - L_i)^2}{n}}$ (в нашей лабораторной работе $n=5$). Оно характеризует точность построенной линейной модели.

Постройте диаграмму в виде графика, на которой ОДНОВРЕМЕННО изображены заданные 5 значений Y и вычисленные Вами 5 значений линейной функции L .

Подписи оси X должны быть равны заданным пяти значениям X .

Б) Прodelайте всё то же самое для квадратичной зависимости $Q=aX^2+bX+c$, но уже не с помощью встроенных функций Excel, которых в данном случае нет, а с помощью составления приведенной в Кратких сведениях системы уравнений.

Сначала вычислите с помощью формул Excel все коэффициенты указанной системы уравнений, а потом решите её в Excel по правилу Крамера. Используйте формулу Excel для вычисления определителя матрицы =МОПРЕД().

Затем в строке Q вычислите значения найденной квадратичной функции $Q=aX^2+bX+c$ при заданных значениях X . Найдите среднее

квадратичное отклонение $d_2 = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - Q_i)^2}{n}}$ (в нашей лабораторной работе $n=5$). Оно показывает точность квадратичной модели.

Постройте диаграмму в виде графика, на которой ОДНОВРЕМЕННО изображены заданные 5 значений Y и вычисленные Вами 5 значений квадратичной функции Q .

При желании можете построить вместо двух диаграмм одну общую диаграмму с Y , L , Q .

Задания к вариантам

Вариант 1	X	1	2	3	4	5
	Y	3	6	7	5	2
Вариант 2	X	2	3	4	5	6
	Y	1	3	2	4	3
Вариант 3	X	3	4	5	6	7
	Y	2	4	5	3	4
Вариант 4	X	4	5	6	7	8
	Y	3	5	6	5	4
Вариант 5	X	5	6	7	8	9
	Y	3	6	5	4	3
Вариант 6	X	1	2	3	4	5
	Y	3	4	5	7	4
Вариант 7	X	2	3	4	5	6
	Y	4	2	1	2	3
Вариант 8	X	3	4	5	6	7
	Y	3	2	4	3	2
Вариант 9	X	4	5	6	7	8
	Y	4	3	5	4	3
Вариант 10	X	5	6	7	8	9
	Y	2	5	4	3	4
Вариант 11	X	1	2	3	4	5
	Y	6	7	5	4	2
Вариант 12	X	2	3	4	5	6
	Y	7	4	3	5	7
Вариант 13	X	3	4	5	6	7
	Y	1	3	5	4	3
Вариант 14	X	4	5	6	7	8
	Y	3	5	4	7	6
Вариант 15	X	5	6	7	8	9
	Y	2	4	3	5	3
Вариант 16	X	1	2	3	4	5
	Y	4	3	1	3	5

Вариант 17	X	2	3	4	5	6
	Y	3	2	3	2	4
Вариант 18	X	3	4	5	6	7
	Y	4	2	4	2	3
Вариант 19	X	4	5	6	7	8
	Y	5	4	5	3	6
Вариант 20	X	5	6	7	8	9
	Y	7	5	6	5	3

Контрольные вопросы

1. Что такое метод наименьших квадратов (МНК)?
2. Что такое линейная задача МНК?
3. Как решить практически линейную задачу МНК?
4. Что такое квадратичная задача МНК?
5. Как решить практически квадратичную задачу МНК?
6. Какая величина характеризует точность построенной модели?

Список рекомендуемой литературы

1. Овсеевич, И.А. Алгоритмы обработки экспериментальных данных/
И.А.Овсеевич, – М.: Оникс, 2012. – 185 с.

Обработка экспериментальных данных. Метод наименьших квадратов [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению лабораторной работы №1 для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование компьютерных систем», 09.03.04 «Программная инженерия», 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника». – Брянск: БГТУ, 2017. – 8 с.

ПУГАЧ ЛЕОНИД ИЗРАИЛЕВИЧ

Научный редактор А.А.Азарченков

Компьютерный набор Л.И.Пугач

Темплан 2017 г., п.

Подписано в печать Формат 60х84 1/16 Бумага офсетная. Офсетная печать.
Усл.печ.л. 0,46 Уч.-изд.л. 0,46 Тираж 1 экз Заказ Бесплатно.

Брянский государственный технический университет

Кафедра «Информатика и программное обеспечение», тел. 56-09-84

241035, Брянск, бульвар 50 лет Октября, 7 БГТУ