

מבחן 3

מרוכבים:

ספר:

10. הביעו כל אחד מהמספרים הבאים בצורה קוטבית:

$$\begin{array}{ll} 10.1 & 1 + \sqrt{3}i \\ 10.2 & -2 + 2i \\ 10.3 & -4i \\ 10.4 & -1 - \sqrt{3}i \end{array}$$

דף מאגר שאלות:

9. א. חשבו את מכפלת כל שורשי היחידה מסדר 3.

(כלומר, חשבו את הערך של $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2$ כאשר z_0, z_1, z_2 הם שורשי המשוואה $z^3 = 1$)
ב. (רשות) חשבו את מכפלת כל שורשי היחידה מסדר m (m טבעי). הפרידו למקרים m זוגי ו- m אי-זוגי. $z^m = 1$

10. רשמו הצגה קוטבית ($re^{i\theta}$) למספרים המרוכבים הבאים:

$$\text{א. } 2i \quad \text{ב. } -4 \quad \text{ג. } 5+5i \quad \text{ד. } -3-3i \quad \text{ה. } 2\sqrt{3}-2i \quad \text{ו. } 4+3i$$

11. רשמו הצגה קרטזית למספרים המרוכבים הבאים: א. $(1+i)^{12}$ ב. $(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)^{-6}$

12. מצאו את כל הפתרונות למשוואות הבאות ותארו אותם כוקטורים במישור המרוכב:

$$\text{א. } z^2 = -i \quad \text{ב. } z^3 = -27 \quad \text{ג. } z^3 = 1 + (\sqrt{3})i$$

13. א. מצאו את הפתרונות של המשוואה $z^2 = 1-i$, רשמו אותם בצורה קרטזית ($a+bi$).

ב. פתרו את המשוואה הבאה באמצעות הנוסחה לפתרון משוואה ריבועית: $z^2 + 4z + 4i = 0$

מאגר שאלות 2:

שאלה 2:

$$\text{ב. מצאו את כל הפתרונות המרוכבים של המשוואה: } z^2 + 2\bar{z} = -\operatorname{Re}(z)$$

נמקו בפרוט את תשובותיכם.

שאלה 3:

$$\text{מצאו את כל הפתרונות המרוכבים של המשוואה: } (1 + \sqrt{3}i)z^4 = -2$$

הציגו את הפתרונות בצורה אלגברית.

25.1. האם הישר דרך $(2, -1)$ ו- $(4, 0)$ מקביל לישר דרך $(2, 3)$ ו- $(6, 5)$?

25.2. האם הישר דרך $(3, 4, 5)$ ובכיוון $(1, 2, -1)$ מאונך לישר דרך $(1, -1, 5)$ ובכיוון $(2, 0, 1)$?

25.3. האם הישר שמשוואתו $4x - 6y = 0$ מאונך לישר שמשוואתו $3x + 2y = 2$?

25.4. האם הישר דרך $(1, 1)$ ו- $(-1, -1)$ חותך את הישר דרך $(3, -4)$ ו- $(-3, 2)$? אם כן, בכמה נקודות הישרים הנ"ל נחתכים? מצאו את נקודת/ות החיתוך.

25.5. האם הישר דרך $(2, 4, 5)$ ו- $(1, 8, 8)$ חותך את הישר דרך $(-1, 8, 6)$ ו- $(0, 4, 3)$?

25.6. מצאו ישר שעובר דרך $(1, 2, -3)$ ומאונך לישר $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 5x + z = 2 \end{cases}$.

25.7. מצאו וקטור יחידה על הישר: $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$.

26. מצאו הצגה פרמטרית למישורים הבאים:

26.1. המישור הנפרש על ידי הוקטורים $(2, 1, 3)$ ו- $(-1, 1, 0)$.

מהי משוואת המישור? האם הוקטור $(0, 3, 3)$ נמצא במישור זה?

26.2. המישור: $x + 3y - z = 0$.

26.3. המישור: $2x - 3y + 4z = 1$.

26.4. המישור: $y + 4z = 3$.

מאגר שאלות נוספות:

שאלה 10:

יהיו $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורים ב- R^n השונים מווקטור האפס, ו- k סקלר ממשי.

איזו טענה איננה נכונה?

- אם $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורי יחידה האורתוגונליים זה לזה, ו- k מספר ממשי שונה מאפס כך שמתקיים: $\|\underline{u} + k\underline{v}\| = 2k - 1$, אז $k = 4$.
- אם $\|\underline{u} - k\underline{v}\| = \|\underline{u} + k\underline{v}\|$, אז $\underline{u}, \underline{v}$ אורתוגונליים זה לזה לכל $k \neq 0$.
- אם $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורי יחידה האורתוגונליים זה לזה, אז קיימים בדיוק שני ערכי k שונים עבורם מתקיים: $\|\underline{u} + (1 - k)\underline{v}\| = \sqrt{5}$.
- אם $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$, וקטור יחידה, ו- k מספר ממשי כך שמתקיים: $d(\underline{u}, k\underline{v}) = 2$, אז $\|\underline{u}\| \leq 2$.
- אם $\underline{u}, \underline{v}$ אורתוגונליים זה לזה ובעלי אותה נורמה, ומתקיים: $\|\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}\| = \sqrt{5}$, אז: $\|\underline{u}\| = \|\underline{v}\| = \sqrt{10}$.

תתי מרחב:

ספר עמוד 126:
שאלה 5:

יהיו $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורים ב- R^n השונים מווקטור האפס, ו- k סקלר ממשי.

איזו טענה איננה נכונה?

- אם $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורי יחידה האורתוגונליים זה לזה, ו- k מספר ממשי שונה מאפס כך שמתקיים: $\|\underline{u} + k\underline{v}\| = 2k - 1$, אז $k = 4$.
- אם $\|\underline{u} - k\underline{v}\| = \|\underline{u} + k\underline{v}\|$, אז $\underline{u}, \underline{v}$ אורתוגונליים זה לזה לכל $k \neq 0$.
- אם $\underline{u}, \underline{v}$ וקטורי יחידה האורתוגונליים זה לזה, אז קיימים בדיוק שני ערכי k שונים עבורם מתקיים: $\|\underline{u} + (1 - k)\underline{v}\| = \sqrt{5}$.
- אם $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$, וקטור יחידה, ו- k מספר ממשי כך שמתקיים: $d(\underline{u}, k\underline{v}) = 2$, אז $\|\underline{u}\| \leq 2$.
- אם $\underline{u}, \underline{v}$ אורתוגונליים זה לזה ובעלי אותה נורמה, ומתקיים: $\|\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}\| = \sqrt{5}$, אז: $\|\underline{u}\| = \|\underline{v}\| = \sqrt{10}$.

מאגר שאלות נוספות:

שאלה 12:

נגדיר על R^3 פעולות חיבור וכפל:

$$(a, b, c) \oplus (d, e, f) = (a + d, b + e, c + f)$$

$$(a, b, c) \otimes (d, e, f) = (ad - be, ae + bd, cf)$$

לכל $(a, b, c), (d, e, f) \in R^3$.

איזו טענה איננה נכונה?

- מתקיימת סגירות בכפל.
- פעולת הכפל שהוגדרה היא פעולה קומוטטיבית (חילופית).
- מתקיימת דיסטרिבוטיביות (פילוג) ב- R^3 עם פעולות החיבור והכפל האלה.
- קיים איבר ניטרלי לכפל (איבר יחידה).
- לכל איבר ב- R^3 השונה מ- $(0, 0, 0)$ קיים הפכי ב- R^3 .

פתרון שאלה 12: ה'