

# Grundpraktikum 2: Radioaktivität

Gregor Weihs

13. April 2022

## Ziel des Versuchs

Radioaktive Substanzen zerfallen unter Aussendung verschiedener Fragmente und von Gammastrahlung. Es soll untersucht werden inwieweit der radioaktive Zerfall ein zufälliger Vorgang ist. Für einen kurzlebigen Zerfall soll dann die Halbwertszeit bestimmt werden. Die Absorption von Gammastrahlung in verschiedenen Materialien soll ebenfalls untersucht werden.

## Aufgaben

- Statistik radioaktiver Zerfälle
- Messung der Zählrohrcharakteristik
- Messung der Hintergrundstrahlung
- Bestimmung der Halbwertszeit von Barium 137
- Absorption von Gammastrahlen

## Stichworte

Radioaktivität, Zerfallsarten ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ), Massendefekt, Strahlungsintensität, Reichweite, Geigerzähler: Aufbau, Funktion und Verwendung

## 1 Grundlagen und Inhalt der Versuche

### 1.1 Radioaktiver Zerfall

Alle Atomkerne bestehen aus Protonen und Neutronen in einem bestimmten Zahlenverhältnis, das normalerweise durch Angabe von  $A$ , der Zahl der Nukleonen oder Massenzahl, also der Summe der Zahl der Protonen und Neutronen, und der Kernladungszahl  $Z$ , die mit der Zahl der Protonen übereinstimmt, klassifiziert wird. Ein beliebiger Kern  $X$  wird also als  ${}^A_ZX$  notiert. Der Ursprung der Radioaktivität ist die Tatsache, dass nicht alle Kombinationen von  $A$  und  $Z$  stabil sind. Instabile Kerne zerfallen in einer für sie typischen mittleren Zeit, der genaue Zerfallszeitpunkt kann aber nicht vorhergesagt werden. Ein solcher Zerfall ist ein Spezialfall einer *Kernreaktion* und läuft in den meisten Fällen unter der Abspaltung eines oder mehrerer Kernteilchen ab. Wir wollen uns hier auf die häufigsten Zerfallsarten beschränken, die man als Alpha-, Beta- und Gamma-Zerfall bezeichnet.

### 1.1.1 Alpha-Zerfall

Beim  $\alpha$ -Zerfall emittiert ein schwerer Kern<sup>1</sup> spontan einen Heliumkern ( ${}^4_2\text{He}$ , 2 Protonen, 2 Neutronen). Dabei wandelt er sich in einen neuen Kern um, dessen Massenzahl  $A$  um 4 und dessen Kernladungszahl um 2 niedriger ist als die des ursprünglichen Kerns.



Eine Erklärung aus dem Jahr 1928 für diesen Vorgang stammt von den Physikern Gamow, Condon und Henry: In einem bis zur Energie  $E_{\max}$  mit Protonen und Neutronen besetzten Kern kann sich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit  $W_0$  ein angeregtes  $\alpha$ -Teilchen bilden. Klassisch könnte es den Kern nicht verlassen, da seine Energie immer noch unter der zur Überwindung des aus Coulomb- und Kernpotential gebildeten Potentials notwendigen Energie liegt. Doch quantenmechanisch kann das  $\alpha$ -Teilchen durchtunneln und den Kern verlassen, was wiederum nur probabilistisch geschieht. Die quantitative Berechnung dieser Wahrscheinlichkeiten soll uns hier nicht interessieren, wichtig ist lediglich, dass keine deterministische Beschreibung für die Emission eines  $\alpha$ -Teilchens gegeben werden kann.

Das Energiespektrum der  $\alpha$ -Strahlung ist diskret, gegeben durch den Massendefekt zwischen Mutter- und Tochterkern ( $+\alpha$ ) und die möglichen angeregten Zustände des Tochterkerns, die dann i.d.R. unter Aussendung von (ebenfalls diskreter)  $\gamma$ -Strahlung in ihren Grundzustand zerfallen.

Im Prinzip kann man  $\alpha$ -Teilchen mit einem Geiger-Zähler nachweisen. Allerdings ist die mittlere freie Weglänge in Luft nur einige Zentimeter, sodass sie im vorliegenden Experiment nur schwer nachgewiesen werden können.

### 1.1.2 Betazerfall

Beim  $\beta$ -Zerfall emittiert ein Kern entweder ein Elektron ( $\beta^-$  - Emission) oder ein Positron ( $\beta^+$  - Emission). Beim  $\beta^-$ -Zerfall zerfällt ein Neutron des Kerns in ein Proton und ein Elektron, dabei wird Energie frei. Beim  $\beta^+$ -Zerfall wird im zunächst angeregten Kern aus der Anregungsenergie ein Elektron-Positron-Paar gebildet. Das Elektron verbindet sich mit einem Proton zu einem Neutron, das Positron wird emittiert. Erste Untersuchungen dieser Zerfallsform schienen die Erhaltungssätze für Energie, Impuls und Drehimpuls in Frage zu stellen. Wolfgang Pauli konnte 1930 diese Diskrepanz erklären indem er kurzerhand ein neues Teilchen, das Neutrino  $\nu$  (das zugehörige Antiteilchen heißt Antineutrino  $\bar{\nu}$ ), postulierte. Erst 26 Jahre später konnte das Neutrino 1956 von Reines und Cowan nachgewiesen werden. Die Reaktionsgleichung für einen  $\beta^-$ -Zerfall lautet zum Beispiel



die für  $\beta^+$



Das Neutrino sorgt dafür, dass beim Betazerfall nicht nur die klassischen Erhaltungssätze für Impuls und Energie gelten, sondern auch die für Baryonen- und Leptonenzahl, die erst im Rahmen der Elementarteilchentheorie auftauchen. Protonen und Neutronen gehören zur Familie der Baryonen (von griechisch „schwer“). Da  $A$  sich nicht verändert bleibt die Baryonenzahl erhalten. Elektron, Positron und Neutrinos zählen zu den Leptonen. Da Antiteilchen in diesen Erhaltungssätzen als  $-1$  zählen hat man auf der linken Seite 0 Leptonen, auf der rechten  $1 - 1 = 0$  und

---

<sup>1</sup>Der leichteste natürliche  $\alpha$ -Strahler ist  ${}^{144}\text{Nd}$

die Leptonenzahl ist erhalten. Erneut beruht der Zerfall auf einem zufälligen Übergang, dessen genauer Zeitpunkt nicht vorherzusagen ist.

Da sich die beim  $\beta$ -Zerfall freiwerdende Energie praktisch beliebig auf Elektron und Neutrino aufteilen kann, ist das Energiespektrum der Elektronen kontinuierlich bis zu einer Maximalenergie.  $\beta$ -Teilchen haben eine etwas größere Reichweite als  $\alpha$ -Teilchen, trotzdem sind auch sie in einem nicht evakuierten Aufbau nur schwer nachzuweisen.

### 1.1.3 Gammastrahlung

Der bei Kernreaktionen beobachtete Massendefekt wird oft nicht nur in kinetische Energie der Zerfallsprodukte, sondern auch in innere Energie des Tochterkerns umgesetzt. Dieser fällt dann – ganz analog einem angeregten Atom – nach einer mittleren Lebensdauer dieses Zustands unter Aussendung charakteristischer elektromagnetischer Strahlung der Frequenz  $\nu = \frac{\Delta E}{h}$  in seinen Grundzustand. Die Energien (und Frequenzen) sind allerdings millionenmal größer als bei Anregungen der Valenzelektronen eines Atoms.  $\gamma$ -Strahlung ist diese hochenergetische Strahlung.

Die Wechselwirkung der hochenergetischen Photonen mit Materie ist außerordentlich gering, so dass die Reichweite selbst in sehr kompakten Materialien noch beträchtlich ist. Durch Luft können sie sich im Gegensatz zu  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung fast ungehindert ausbreiten und stellen daher den Hauptteil der in unseren Versuchen nachgewiesenen Strahlung.

## 1.2 Zerfallsgesetz, Zerfallsrate und Halbwertszeit

Wie schon oben erwähnt wandeln sich instabile Atomkerne nach einer endlichen Lebenszeit in andere Kerne um. Dabei emittieren sie bestimmte Teilchen oder zerfallen in zwei leichtere Kerne (Spaltung). Der genau Zeitpunkt des Zerfalles ist dabei unbestimmt, sodass man nur über mittlere Zerfallszeiten sprechen kann. Diese Situation spiegelt sich in der Beschreibung der Radioaktivität einer größeren Ansammlung von instabilen Kernen wider. Man kann lediglich eine Rate  $\lambda$  angeben, welcher Bruchteil der  $N$  instabilen Kerne pro Zeit *im Mittel* zerfällt. Der Bruchteil  $dN$  der Teilchen die in  $dt$  zerfallen ist dann

$$dN = -\lambda N dt = -A(t) dt. \quad (4)$$

Die Größe  $A(t) = \lambda N$  steht hier für die Aktivität. Sie ist ein Maß für die Häufigkeit der zum Zeitpunkt  $t$  pro Zeit stattfindenden Zerfälle. Einheiten für  $A$  sind Curie oder Becquerel ( $1 \text{ nCi} = 37 \text{ Bq}$ ;  $1 \text{ Bq} = 1 \text{ Zerfall/s}$ ). Ein Geigerzähler, der in der Umgebung einer Ansammlung radioaktiver Teilchen aufgestellt wird, misst eine Zählrate die zur Aktivität proportional ist.

Integration von Gleichung (4) mit den Anfangsbedingungen  $N(t=0) = N_0$ , führt auf

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Nach Multiplikation mit  $\lambda$  auf beiden Seiten erhält man die entsprechende Gleichung für die Aktivität,

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (6)$$

wobei  $A_0 = \lambda N_0$  für  $A(t=0)$  steht.

Aus einer Messung der zeitlichen Abnahme der Aktivität kann man die Zerfallskonstante  $\lambda$  bestimmen. Logarithmiert man Gleichung (6), so ergibt sich

$$\ln(A(t)) = \ln(A_0) - \lambda t. \quad (7)$$

Trägt man also  $\ln(A(t))$  gegen  $t$  auf, so ist die Steigung der sich ergebenden Geraden gleich  $-\lambda$ . Die Zerfallsrate  $\lambda$  steht im direkten Zusammenhang mit der mittleren Lebensdauer  $\tau$  eines instabilen Kerns. Berechnet man die mittlere Lebensdauer mithilfe von Gleichung (6) so ergibt sich

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N(t) dt = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (8)$$

Die Rate  $\lambda$  ist also genau der Kehrwert der mittleren Zerfallszeit  $\tau$  und  $t = \tau$  ist gerade die Zeit in der die Anzahl der unzerfallenen Kerne auf  $1/e$  ihres ursprünglichen Wertes gesunken ist. Dies ist nicht identisch mit der oft angegebenen Halbwertszeit, also derjenigen Zeit, zu der die ursprüngliche Zahl von Kernen auf die Hälfte gesunken ist. Der Zusammenhang mit  $\tau$  ergibt sich unmittelbar aus der Bedingung  $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$  zu

$$t_{1/2} = \ln(2)\tau. \quad (9)$$

Die Halbwertszeit natürlicher instabiler Kerne liegt zwischen ca.  $1 \times 10^{-7}$  s und  $1 \times 10^{17}$  a. Viele Kerne zerfallen nicht in stabile, sondern in ihrerseits instabile Kerne, die weiter zerfallen. So ergeben sich ganze Zerfallsreihen auf die aber hier nicht näher eingegangen wird.

### 1.3 Statistik des Zerfalls

Da der Zerfall eines radioaktiven Teilchens keinerlei Einfluss auf den eines anderen hat, sind die Zerfälle statistisch unabhängig. Die Zerfälle selbst sind zeitlich extrem kurze Ereignisse zwischen denen nichts passiert. Daher kann man bei gegebener Aktivität  $A$  für ein sehr kurzes Intervall  $dt$  die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Ereignis passiert als  $p_1(dt) = A dt$  schreiben. Dies gilt nur, wenn  $A dt \ll 1$ . Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass im selben Intervall kein Ereignis passiert  $p_0(dt) = 1 - p_1(dt) = 1 - A dt$ .

Nachdem die Ereignisse unabhängig sind, ist die Wahrscheinlichkeit nichts zu detektieren, unabhängig davon, ob davor schon etwas passiert ist, oder nicht. Damit können wir die Wahrscheinlichkeit im Zeitintervall  $[0, t]$  also bis zum Zeitpunkt  $t$  nichts zu detektieren und auch nichts im darauf folgenden Intervall  $dt$  schreiben als

$$p_0(t + dt) = p_0(t)p_0(dt) = p_0(t)(1 - A dt)$$

und daraus

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = \frac{p_0(t + dt) - p_0(t)}{dt} = -Ap_0(t)$$

mit der Lösung

$$p_0(t) = e^{-At}$$

unter der Anfangsbedingung, dass  $p_0(0) = 1$ .

Die Wahrscheinlichkeit genau  $n$  Ereignisse zu erhalten ist äquivalent

$$p_n(t + dt) = p_n(t)p_0(dt) + p_{n-1}(t)p_1(dt) = p_n(t)(1 - A dt) + p_{n-1}(t)(1 - 1 + A dt)$$

bzw.

$$p'_n(t) = -Ap_n(t) + Ap_{n-1}(t)$$

Diese Differentialgleichung hat die Lösung (durch Induktion beginnend bei  $n = 0$ ):

$$p_n(t) = \frac{e^{-At}(At)^n}{n!}$$

Der Erwartungswert muss  $\bar{n} = At$  sein, was man wie folgt leicht zeigen kann:

$$\begin{aligned} E(n) &= \sum_{n=0}^{\infty} n p_n(t) = e^{-\bar{n}} \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\bar{n}^n}{n!} = e^{-\bar{n}} \bar{n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{n}^{n-1}}{(n-1)!} = e^{-\bar{n}} \bar{n} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^n}{n!} = e^{-\bar{n}} \bar{n} e^{\bar{n}} \\ &= \bar{n}. \end{aligned} \quad (10)$$

Interessant ist aber vor allem die Varianz der Verteilung

$$\Delta n = E((n - \bar{n})^2) = E(n^2) - 2\bar{n}E(n) + \bar{n}^2 = E(n^2) - \bar{n}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 p_n(t) - \bar{n}^2 = \bar{n}, \quad (11)$$

wobei das letzte Gleichheitszeichen analog zu Gl. (10) gelöst werden kann. Daraus ergibt sich die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\Delta n} = \sqrt{\bar{n}}. \quad (12)$$

Die Poissonverteilung hat also nur einen einzigen Parameter, nämlich den Erwartungswert. Dies geht auch aus der Tatsache hervor, dass die Poissonverteilung als Grenzwert der Binomialverteilung ( $N$  Wiederholungen eines Bernoulli-Experiments mit Wahrscheinlichkeit  $p$ ) für  $N \rightarrow \infty, Np = \bar{n} = \text{const.}$  gesehen werden kann. Weiters geht die Poissonverteilung für Werte von  $\bar{n} \gg 10$  in eine Normalverteilung mit  $\mu = \sigma^2 = \bar{n}$  über. Die charakteristische, asymmetrische Form der Poissonverteilung kann also nur für kleine Erwartungswert  $\bar{n} \leq 10$  beobachtet werden.

## 1.4 Absorption von Gammastrahlen in Medien

Gammastrahlen können auf verschiedene Weise in Medien gestreut und absorbiert werden. Die wichtigsten drei Prozesse sind:

1. *Photoelektrischer Effekt* (dominant bis 50 keV), also die Ionisation von Atomen durch die Gammaquanten, wobei die Energie des Photons vollkommen in potentielle und kinetische Energie des Elektrons übergeht.
2. *Compton Streuung* an atomaren Elektronen, wodurch auch das Atom ionisiert wird, aber das Photon nur einen Teil seiner Energie an das Elektron abgibt (dominant zwischen 100 keV und 10 MeV).
3. *Paarbildung*, also die Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares ab der Schwelle von  $2 \times 511 \text{ keV} = 1022 \text{ MeV}$ .

Die genaue Weglänge, die von einem  $\gamma$ -Quant in einem Medium zurückgelegt wird, bis es gestreut oder absorbiert wird, kann nicht vorhergesagt werden. Erneut muss man sich mit einer statistisch schwankenden mittleren Absorptionslänge begnügen. Analog zur Halbwertszeit beim Zerfall definiert man die Halbwertsdicke  $\eta$  eines Materials. Dies ist die Dicke nach der die  $\gamma$ -Intensität auf die Hälfte abgefallen ist <sup>2</sup>. Die Halbwertsdicke hängt von der Energie der  $\gamma$ -Quanten und von den

<sup>2</sup>Im Gegensatz dazu hat  $\alpha$ -Strahlung eine von der kinetischen Energie abhängige, scharf definierte Reichweite, deren Standardabweichung nur typ. 1% der mittleren Reichweite ist. Die Energiedeposition im Material erfolgt quasikontinuierlich durch Anregung / Ionisation von Elektronen entlang des Weges.

Materialeigenschaften des Absorbers ab, durch den diese sich bewegen. Im Experiment soll die Halbwertsdicke für  $\gamma$ -Strahlung der Energie 1332 keV (Zerfall von  $^{60}\text{Co}$ ) in Blei und Aluminium bestimmt werden.

In jeder Schicht der Dicke  $dx$  soll ein Bruchteil  $\mu dx$  der  $\gamma$ -Strahlungs-Intensität absorbiert oder gestreut werden. Dann nimmt die Intensität exponentiell mit der Dicke  $x$  des absorbierenden Mediums ab, also

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (13)$$

wobei  $I_0$  die Intensität vor dem Auftreffen auf den Absorber ist.  $\mu$  ist der Absorptionskoeffizient des Materials, die Halbwertsdicke kann leicht durch Auswerten der Gleichung  $I(\eta) = I(0)/2$  bestimmt werden:

$$\eta = \frac{\ln 2}{\mu} . \quad (14)$$

## 1.5 Geigerzähler

Kurz nach der Entdeckung der Radioaktivität begann man bereits erste Detektoren zu ersinnen. So benützte bereits Becquerel einen gasgefüllten Ionisationsdetektor, um radioaktive Strahlung nachzuweisen. Später setzte sich der von Hans Geiger erfundene Geigerzähler allgemein durch. Das Prinzip derartiger Geräte ist relativ einfach. In einer Kammer, die mit Gas gefüllt ist, befinden sich zwei Elektroden, zwischen denen ein elektrisches Feld angelegt wird. Ein einfallendes hochenergetisches Teilchen (oder Photon), das durch die Kammer fliegt, kann Gasatome ionisieren. Die entstehenden Ionen bzw. Elektronen werden jeweils zu einer Elektrode hin beschleunigt. Auf ihrem Weg können sie, je nach angelegter Spannung, weitere Atome ionisieren. Schließlich erreichen die Lawinen der ionisierten Teilchen die jeweiligen Elektroden. Der so erzeugte Strompuls kann an einem Widerstand zwischen den Elektroden in einen Spannungspuls umgewandelt werden, der durch eine nachfolgende Schaltung verstärkt, diskriminiert und schließlich elektronisch gezählt wird.

Ein Geigerzähler besteht aus einem mit Edelgas gefüllten zylindrischen Rohr, das man auf Erdpotential legt, und einem konzentrischen, dünnen Draht, der auf ein hohes positives Potential gelegt wird (je nach Modell zwischen 300 V und einigen kV, für den im Versuch benutzten Zähler etwa 900 V). Eine Stirnseite des Rohres ist mit einer dünnen Membran verschlossen, um möglichst wenige Teilchen beim Durchtritt zu verlieren.

Nur ein Bruchteil der auf den Zähler einfallenden  $\gamma$ -Teilchen wird von diesem tatsächlich nachgewiesen, je nachdem wie wahrscheinlich es ist, dass die Teilchen ein Gasatom ionisieren können. Wie groß der Bruchteil der nachgewiesenen Teilchen ist, hängt aber auch von der im Zähler angelegten Beschleunigungsspannung ab. Zunächst steigt mit der Spannung auch die Anzahl der nachgewiesenen Teilchen an (siehe Abbildung 1). Sobald die Spannung groß genug ist, dass Elektronen in ihrer mittleren freien Weglänge genügend Energie erreichen um eine Lawine auszulösen erreicht der Geigerzähler sein sogenanntes „Plateau“ auf dem die Zahl der nachgewiesenen Teilchen fast unabhängig von der angelegten Spannung ist. In diesem Bereich genügt schon sehr wenig Energie der einfallenden Teilchen um den Puls auszulösen. Für noch höhere Spannungen verlässt man das Plateau, und die Zahl der Spannungspulse steigt weiter an. Tatsächlich passieren in diesem Spannungsbereich aber spontane elektrische Durchbrüche im Gas, die nicht von den nachzuweisenden Teilchen abhängen, sodass man nur einen von der Strahlungsintensität unabhängigen Untergrund gewonnen hat. Das beste Verhältnis von Signal zu Rauschen hat man also auf dem Plateau, zusätzlich ist die Zählrate weitgehend unabhängig von der Teilchenenergie und kleinen Schwankungen der Zählrohrspannung.

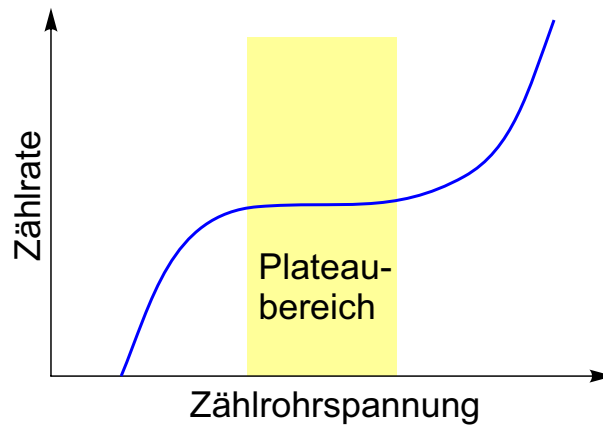


Abbildung 1: Typischer Verlauf der Signal-Spannungs-Charakteristik eines Geigerzählers.

## 2 Versuchsdurchführung und Ausarbeitung

### 2.1 Versuchszubehör

Geiger-Müller-Zählrohr, Geiger-Müller-Nachweiselektronik mit Computer-Interface, Computer, radioaktive Proben, Halter für das Zählrohr, Stativ.

### 2.2 Messung der Geigerzähler-Charakteristik

Zur Vorbereitung bitte den Computer einschalten (login durch Tutor unter c7041080!), dann den Geigerzähler und schließlich das Programm Geiger (Verknüpfung auf Desktop) starten.

Der Geigerzähler hat verschiedene Betriebsarten. Die Betriebsarten „100“, „1000“, und „4000“ zählen jeweils so lange bis die entsprechende Zahl an Ereignissen registriert wurde. Die Betriebsarten „15 s“, und „60 s“ zählen jeweils für die entsprechende Zeit. **In jedem Fall zeigt der Zähler aber die Rate in Ereignissen pro Minute.** Die Computersoftware kann den Geigerzähler so einstellen, dass kontinuierlich gezählt wird. Sie kann allerdings auch manuell durch die Taste „Reset“ ausgelöste Zählungen registrieren.

Das Geigerzählrohr sollte wenn immer möglich mit Schutzkappe betrieben werden. Bei der Messung von Gammastrahlung macht das keinen Unterschied. Für Alpha- und Betastrahlung muss die Schutzkappe entfernt werden. **ACHTUNG!**  
**Vermeiden Sie sorgfältig, die sehr empfindliche Membran zu berühren! Das ist der irreparable Tod des Geigerzählers!**

Das Zählrohr wird über einer radioaktiven Probe so aufgestellt, dass es möglichst viele Ereignisse registriert. Bei einer Zählrohrspannung von 900 V sollten es wenigstens etwa 1000 Zählungen pro Minute sein. Dann variiert man die Zählrohrspannung (rechter Knopf) von 0 V auf 1200 V (MAXIMUM!) in sinnvollen Schritten und misst die Zählrate. Die Software kann die Werte als Textdatei ausgeben, wobei die Spannung händisch mitgeschrieben werden muss. Eine graphische Auftragung von Zählrate gegen Spannung sollte ein Plateau ähnlich Abbildung 1 zeigen. Man diskutiere, in welchem Spannungsbereich man sinnvollerweise Zähl-Messungen vornehmen sollte.

## 2.3 Statistik radioaktiver Zerfälle

### Durchführung

Nun soll der Geigerzähler auf eine Spannung von ca. 900 V eingestellt werden, je nachdem, was die vorige Messung als günstig ergeben hat. Stecken Sie den Geigerzähler in seine weiße Halterung und platzieren Sie darunter mit Hilfe eine radioaktive Probe. Als Proben stehen  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{60}\text{Co}$  oder  $^{210}\text{Po}$  zur Verfügung. Die Halbwertszeiten dieser Proben sind groß im Vergleich zur Dauer des Versuchs, weshalb sich die Intensität der abgegebenen Strahlung während des Versuchsablaufs nicht signifikant ändert. Damit wir die Charakteristik der Poissonverteilung sehen können empfiehlt es sich eine eher niedrige Zählrate zu wählen etwa unter  $50 \text{ min}^{-1}$ . Es ist auch möglich nur die Hintergrundstrahlung als Quelle zu verwenden.

Für die Messung der Statistik muss der Geigerzähler in einem Modus sein, welcher für ein fixes Zeitintervall  $\Delta t$  misst, z.B. „15 s“. Mithilfe der Software kann man eine kontinuierliche Messung starten und eine große Zahl  $N$  an solchen Zeitintervallen aufzeichnen. Die Software zeigt zur Kontrolle auf der dritten Registerkarte ein einfaches Histogramm, welches automatisiert dimensioniert wird.

### Ausarbeitung

Berechnen Sie vorerst folgende Größen:

- Mittelwert  $\bar{n}$  der Ereigniszahl im gewählten Messintervall  $\Delta t$  und dessen Unsicherheit. Achtung: Nicht die Ereignisrate ( $\text{min}^{-1}$ ) angeben!
- Standardabweichung  $\sigma$  der Stichprobe (also der Messwerte) und deren Unsicherheit, üblicherweise als  $\sigma/\sqrt{2(N-1)}$  geschätzt.
- Standardabweichung  $\sigma_P$  einer Poisson-Verteilung mit Erwartungswert gleich dem gemessenen Mittelwert  $\bar{n}$ .
- Gesamte Zahl der Ereignisse  $n_N$ , also die Summe der Ereigniszahlen aller  $N$  Zeitintervalle (ohne Unsicherheit).
- Standardabweichung  $\sigma_N$  einer Poissonverteilung mit Erwartungswert  $\bar{n}_N = n_N$  (ohne Unsicherheit).

Diskutieren Sie die Verbindung zwischen diesen verschiedenen Kenngrößen, vergleichen Sie insbesondere  $\sigma_N/N$ ,  $\sigma$  und  $\sigma_P$ . Was kann man daraus schließen?

Zeichnen Sie ein Histogramm der Ereigniszahlen ( $x$ -Achse) mit der *relativen Häufigkeit* auf der  $y$ -Achse. Weil der Geigerzähler immer die Rate pro Minute anzeigt und speichert, **müssen Sie hier die Zahl der Ereignisse durch vier dividieren um die tatsächlich Zahl von Ereignissen zu erhalten!** In das Histogramm sollen noch gezeichnet werden:

- Eine Poissonverteilung mit Erwartungswert gleich dem  $\bar{n}$  der Messdaten. Die Poisson-Verteilung ist eine diskrete Verteilung, das sollte also keine durchgezogene Kurve sein.
- Eine Normalverteilung mit Erwartungswert  $\mu$  gleich  $\bar{n}$  und  $\sigma$  gleich dem  $\sigma$  der Messdaten (kein Fit!). Die Normalverteilung kann auch diskretisiert werden, indem man die Dichte beim jeweiligen Ganzzahlwert nimmt.

Kommentieren Sie zu welcher Verteilung die Daten am besten passen. Achten Sie darauf, dass die Histogramm-Balken auf die jeweilige Ereigniszahl zentriert sind. Wenn Ihnen das Schwierigkeiten bereitet, können Sie alternativ einfach einen Punkt-Plot anfertigen. Das Histogramm muss nicht notwendigerweise Fehlerbalken haben, das wird meist zu unübersichtlich.



## 2.4 Halbwertszeit von Barium 137

### Durchführung

Aufgrund der kosmischen Strahlung, die die Erde vom Weltall her erreicht, und schwach radioaktiver Substanzen in unserer Umwelt ist immer eine geringe Hintergrundstrahlung (HGS) vorhanden. Diese wird in der Geigerzählröhre zusammen mit den Emissionen der radioaktiven Probe registriert. Deshalb muss bei genaueren Messungen die Zählrate der HGS vorher bestimmt und von den jeweiligen Messungen an radioaktiven Proben abgezogen werden. Dazu wird das Geigerzählrohr vertikal auf der Plastikhalterung (in der Position, in welcher sie sich normalerweise bei den Messungen befindet) befestigt. **Dazu alle radioaktiven Substanzen aus der Nähe des Zählrohres entfernen** und eine längere Zählung, z.B. über mehrere 60 s Intervalle, durchführen. Aus diesen Werten sollten Sie die mittlere Zahl der Ereignisse und deren Standardabweichung berechnen. Die Zählrate der HGS ist dann

$$R_{\text{HGS}} = \frac{N}{t} \quad (15)$$

wobei  $N$  die Anzahl der Ereignisse und  $t$  die gesamte Messzeit ist. Diese Zählrate  $R_{\text{HGS}}$  wird nun von den Zählraten  $R'$  aller Messungen abgezogen, um die tatsächliche Zählrate  $R$  der radioaktiven Substanz zu bestimmen. Die korrigierten Zählraten haben also die Form

$$R = R' - R_{\text{HGS}} \quad (16)$$

Die Standardabweichung von  $R$  setzt sich wie üblich aus den Fehlern von  $R'$  und  $R_{\text{HGS}}$  zusammen:

$$\sigma_R = \sqrt{(\sigma_{R'})^2 + (\sigma_{R_{\text{HGS}}})^2} \quad (17)$$

Nach der Bestimmung der Hintergrundrate kann nun die eigentliche Bestimmung der Halbwertszeit von  $^{137}\text{Ba}$  beginnen. Die Anzahl  $N$  der Kerne in einer Probe kann nicht leicht gemessen werden, aber der Geigerzähler liefert ein Signal das proportional zur Aktivität  $A(t)$  (siehe Vorbereitungsteil) ist. Halbsoviel Kerne werden im Mittel halbsoviel Aktivität zeigen und daher wird sich im Mittel auch die Zählrate des Geigerzählers halbiert haben.

Die  $^{137}\text{Ba}$  Probe für das Experiment wird mit einem sogenannten Isotopengenerator gewonnen. Er funktioniert nach dem gleichen Prinzip wie Generatoren, die in Krankenhäusern verwendet werden, um kurzlebige Isotope (wie  $^{99}\text{Tc}^m$ ) für die Radiomedizin herzustellen. Ein langlebiges Mutterisotop wird in einem Substrat eingebettet, zu dem es eine große chemische Affinität hat. Das Mutterisotop zerfällt zu einem kurzlebigen Tochterisotop, dessen Bindung an das Substrat schwächer ist, sodass das Tochterisotop mit einer geeigneten chemischen Lösung herausgefiltert werden kann.

Der  $^{137}\text{Cs}/^{137}\text{Ba}$  - Generator besteht aus  $^{137}\text{Cs}$ , das in einem  $\beta$  - Prozess mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren zum stabilen  $^{137}\text{Ba}$  zerfällt. Aber nur 4% dieser Zerfälle enden direkt im  $^{137}\text{Ba}$  - Grundzustand. Die restlichen 96% zerfallen zuerst zu  $^{137}\text{Ba}^m$ , einem angeregten Zustand von  $^{137}\text{Ba}$ .  $^{137}\text{Ba}^m$  zerfällt zum  $^{137}\text{Ba}$  - Grundzustand durch Emission eines  $\gamma$ -Quants, das man in diesem Versuch mit dem Geigerzähler registriert. Der hier vorliegende angeregte Zustand hat eine außerordentlich lange Halbwertszeit (2,5 min), weshalb  $^{137}\text{Ba}^m$  als eigenständiges Radionuklid angesehen werden kann. Der hochgestellte Index „ $m$ “ bedeutet, dass es sich hier um einen metastabilen oder langlebigen angeregten Zustand von  $^{137}\text{Ba}$  handelt. Der Betreuer stellt eine Probe von  $^{137}\text{Ba}^m$  für den Versuch her, indem er eine verdünnte NaCl-HCl-Lösung durch den  $^{137}\text{Cs}/^{137}\text{Ba}$  - Generator laufen lässt und so isoliertes  $^{137}\text{Ba}^m$  auswäscht.

Zur Bestimmung der Halbwertszeit wird das Geigerzählrohr am Stativ etwa 6 cm oberhalb des Tisches befestigt. Den Geigerzähler auf 15 s Intervalle einstellen und einen kurzen Probelauf durchführen. Das Experiment sollte möglichst schnell nach der Gewinnung der Probe durchgeführt werden um die höchstmöglichen Zählraten zu erhalten, daher ist es vorteilhaft wenn man sich vorher überzeugt, dass alles bereit ist und funktioniert.

Bitten Sie jetzt den Betreuer, dass er eine Probe  $^{137}\text{Ba}$  aus dem Isotopengenerator auswäscht, stellen Sie die Probe unter das Zählrohr und beginnen Sie sofort mit der Zählung. In der Auswertung müssen Sie die Werte dann mit der HGS korrigieren sie und den Fehler nach Gleichung (17) berechnen.

### Ausarbeitung

Tragen Sie den Logarithmus der korrigierten Zählrate gegen die Zeit auf (Fehlerbalken nicht vergessen!). Nach Gleichung (7) sollte sich eine Gerade ergeben. Aus der Steigung lässt sich die Halbwertszeit  $t_{1/2}$  bestimmen.

## 2.5 Absorption von Gammastrahlen in Medien

### Durchführung

Das Geigerzählrohr wird in der Plastikhalterung befestigt. Stellen Sie den Zähler auf einen geeigneten Betriebsmodus, z. B. 60 s oder „1000“ Ereignisse (was ist besser?). Führen Sie die erste Messung mit einem Bleiplättchen im untersten Raster der Plastikhalterung durch, um eine Verfälschung der Messung durch die von anderen Zerfällen hervorgerufenen Impulse auszuschließen. Nun führen Sie die Messung der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4, 5 zusätzlich abschirmenden Blei- bzw. Aluminiumplättchen durch.

### Ausarbeitung

Begründen Sie rechnerisch die Gültigkeit von Gleichung (13). Dies kann analog zur Berechnung der Halbwertszeit erfolgen.

Stellen Sie für Blei und Aluminium je eine Tabelle der Messdaten zusammen: Zählrate, korrigierte Zählrate (d.h. abzüglich der Hintergrundstrahlung), Fehler der korrigierten Zählrate, Logarithmus der korrigierten Zählrate mit dessen Fehler und Gesamtdicke der Bleiplättchen mit Fehler. Tragen Sie dann für beide Materialien den Logarithmus der korrigierten Zählrate gegen die Gesamtdicke der Bleiplättchen auf und bestimmen Sie  $\mu$  aus der Steigung der besten Geraden durch die Messpunkte (mit Fehler). Bestimmen Sie daraus die Halbwertsdicke  $\eta$  und ihre Unsicherheit.

## 3 Fragen zur Vorbereitung

- Welche Art von radioaktiver Strahlung gibt es?
- Nach welchem Gesetz verläuft der radioaktive Zerfall?
- Erklären Sie die Begriffe Halbwertszeit, mittlere Lebensdauer, Aktivität.
- Welche Eigenschaften hat die Poissonverteilung, wo könnte diese noch eine Rolle spielen?
- Beweisen Sie das letzte Gleichheitszeichen in Gl. (11)
- Wie funktioniert ein Geigerzähler, warum gibt es bei einer gewissen Spannung einen starken Anstieg der Nachweiswahrscheinlichkeit?

- Weshalb hat der Geigerzähler eine so dünne Membran? Schätze die Absorption von  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -Strahlung in 100  $\mu\text{m}$  Blei ab. Welches Material wird für solche Membranen verwendet?
- Warum sollten während einer Messung keine radioaktiven Materialien in der Nähe des Geigerzählers liegen?
- Durch welche Effekte wird radioaktive Strahlung in Materialien abgeschwächt?
- Warum kann ein  $\gamma$ -Photon im Vakuum nicht in ein Elektron-Positron Paar umgewandelt werden, im Material aber schon?
- Warum ist die Halbwertsdicke eines Materials abhängig von den Materialeigenschaften, warum von der Energie der Gammaquanten? Welche Materialeigenschaften spielen dabei eine Rolle?

### **Literatur:**

1. Hänsel / Neumann: Physik (Bd.3, Atome, Atomkerne, Elementarteilchen) Spektrum 1995, Kap. 11.1 und 12.2
2. Mayer-Kuckuck: Kernphysik, Teubner
3. R.D. Evans: The Atomic Nucleus (1955)
4. Musiol, Ranft, Reif, Seeliger: Kern- und Elementarteilchenphysik (1988)
5. Hering, W. T.: Angewandte Kernphysik, Teubner, Stuttgart (1999)