

Grundpraktikum 2: Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen mit Hilfe des Fadenstrahlrohres

20. April 2021

1 Aufgaben

1. Messung des Radius der Kreisbahn eines Elektronenstrahles in Abhängigkeit von Beschleunigungsspannung und Magnetfeldstärke. Darstellung der Messergebnisse in einem Diagramm und Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons.
2. Analyse der relevanten systematischen und zufälligen Fehler.

2 Erklärungen

2.1 Prinzip des Fadenstrahlrohres

Das Fadenstrahlrohr dient zur Erzeugung und zur Sichtbarmachung eines fadenförmigen Elektronenstrahles. Es besteht aus einem kugelförmigen Glaskolben, der exzentrisch die Elektronenstrahlquelle („electron-gun“) E enthält. Der Elektronenstrahl tritt aus einer Glühkathode aus und ist durch Fluoreszenz der Gasreste in der nicht völlig evakuierten Röhre (Wasserstofffüllung, ca. 1 Pa) auf seinem ganzen Wege sichtbar. Das Elektrodensystem (Abb. 1) besteht aus:

- (a) Glühkathode mit indirekter Heizung
- (b) Wehneltzylinder zur Bündelung des Elektronenstrahles
- (c) Kegelförmige Anode (Beschleunigungsspannung U)
- (d) Ablenkplatten, der Anode vorgelagert (werden bei diesem Versuch nicht benötigt).

Das Rohr kann jetzt in ein homogenes Magnetfeld gebracht werden, durch das der Strahl zu einer vollen, gut erkennbaren Kreisbahn gekrümmt wird. Da eine große Zylinderspule die Sichtbarkeit des Versuches beeinträchtigen würde, verwendet man sogenannte Helmholtzspulen. Das sind zwei Spulen mit enggebündelten Wicklungen, die symmetrisch zum Fadenstrahlrohr angebracht werden. Ist der Abstand der beiden Spulen gleich dem Spulenradius, so ist das Magnetfeld über einen größeren Bereich homogen.

Die magnetische Feldstärke der Helmholtz-Spulen lässt sich mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes berechnen (bitte selbstständig nachvollziehen, siehe dazu z.B. Demtröder Experimentalphysik 2). Wenn der Abstand der beiden Spulen gleich ihrem Radius ist, erhält man folgende Endformel für die Magnetfeldstärke im Zentrum der Anordnung:

$$H = \frac{8NI}{\sqrt{125}R},$$

mit Wicklungszahl N und Spulenradius R .

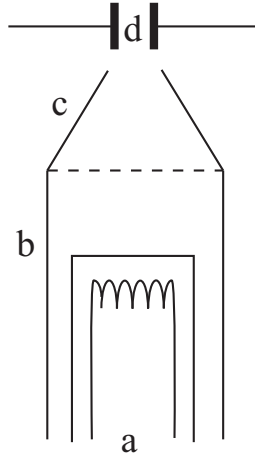


Abbildung 1: Elektrodensystem bestehend aus (a) Glühkathode, (b) Wehneltzylinder, (c) Anode und (d) Ablenkplatten.

2.2 Das Elektron im elektrischen und magnetischen Feld

Elektrisches Feld

Die Elektronen erhalten ihre Geschwindigkeit v , abgesehen von einer relativ geringen thermischen Anfangsgeschwindigkeit beim Austritt aus der Glühkathode, beim Durchlaufen eines elektrischen Feldes. Die Berechnung der Endgeschwindigkeit erfolgt aus

$$eU = \frac{m}{2}v^2,$$

wobei e die Elementarladung und U die Beschleunigungsspannung zwischen Glühkathode und Anode ist. Hieraus ergibt sich für die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (1)$$

Magnetisches Feld

Ein Elektron mit der Ladung $q = -e$, das mit einer Geschwindigkeit \vec{v} durch ein Magnetfeld \vec{H} fliegt, erfährt eine Kraft senkrecht zur Bewegungs- und Feldrichtung (Lorentzkraft). Diese ist gegeben durch

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -\mu_0 e \vec{v} \times \vec{H}$$

und bewirkt eine Impulsänderung des Elektrons

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F}. \quad (2)$$

Gleichung (2) stellt ein System von gekoppelten Differentialgleichungen dar: Wird die Richtung des homogenen Magnetfeldes \vec{H} in die z -Richtung des Koordinatensystems gelegt, also $\vec{H} = (0, 0, H_z)$, so lautet Gleichung (2)

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= -\mu_0 H_z v_y \frac{e}{m} \\ \dot{v}_y &= +\mu_0 H_z v_x \frac{e}{m} \\ \dot{v}_z &= 0. \end{aligned}$$

Zweimalige Integration dieser Gleichungen führt zur Bahngleichung

$$\begin{aligned}x &= \frac{v_0}{\beta} \sin[\beta(t - t_0)] + x_0 \\y &= -\frac{v_0}{\beta} \cos[\beta(t - t_0)] + y_0 \\z &= v_z t + z_0 \\ \text{mit } \beta &= \mu_0 H_z \frac{e}{m} .\end{aligned}\tag{3}$$

Dabei wurde die x -Achse des Koordinatensystems so gelegt, dass beim Eintreten des Teilchens in das Feld ($t = t_0$) gilt: $v_y = 0$. v_0 ist somit der Betrag der Eintrittsgeschwindigkeit in die $z = z_0$ - Ebene. Die Gleichungen (3) stellen eine Zylinderschraube dar. Ist $v_z = 0$, so bewegen sich die Elektronen auf einem Kreis mit Radius

$$r = \frac{v_0}{\mu_0 H_z} \frac{m}{e} ,$$

mit $v_0 = v_x$. Zusammen mit Gleichung (1) folgt damit für die spezifische Elektronenladung e/m :

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{\mu_0^2 r^2 H_z^2} .\tag{4}$$

3 Geräte

- Fadenstrahlrohr mit externer Messskala
- Helmholtzspulen mit $R = 14\text{ cm}$ (ältere Versuche) bzw. $R = 15\text{ cm}$ (neuere Versuche). Die Wicklungszahl ist jeweils auf den Geräten angeschrieben.
- Netzgerät für Beschleunigungsspannung (bis 300 V) und Heizung (6,3 V)
- Netzgerät für Spulenstrom
- Vielfachmessinstrumente

4 Vorsichtsmaßnahmen

In diesem Versuch werden hohe Gleichspannungen (bis zu 300 V) verwendet: Lebensgefahr! Die Netzgeräte dürfen erst angeschaltet werden, nachdem die Verkabelung überprüft wurde. Änderungen der Schaltung dürfen nur bei ausgeschalteten Netzgeräten durchgeführt werden.

Das Fadenstrahlrohr besteht aus Glas und beinhaltet eine Wasserstofffüllung bei niedrigem Druck. Ein Bruch des Rohres würde zu einer Implosion führen!

Die Glühkathode des Fadenstrahlrohres hat, wie bei allen gasgefüllten Röhren, eine begrenzte Lebensdauer, da die vom Emissionsstrom erzeugten positiven Ionen die Kathodenoberfläche bombardieren und schädigen. Deshalb sollte das Rohr nicht länger eingeschaltet werden, als es für den Versuch erforderlich ist.

5 Ausführung der Aufgaben

- zu 1) Messung des Radius der Kreisbahn eines Elektronenstrahles bei mindestens zwei konstanten Beschleunigungsspannung (z.B. 250 V und 300 V) in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Darstellung der Messergebnisse in einem Diagramm und Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons nach Gleichung (4).
- zu 2) Angabe der zufälligen und systematischen Messfehler für die spezifische Ladung des Elektrons. Ermittlung des Steigungsfehlers der Geraden und Anwendung der Fehlerfortpflanzung für e/m . Man berechne den systematischen Fehler, der infolge der Lichtbrechung an der Glaswand (selbstgewählte Annahmen) und infolge einer nicht exakten Visur senkrecht auf die Ebene der Elektronenbahn entsteht.

6 Vorbereitende Fragen

- Welche Wellenlängen/Farben werden Sie am ehesten im Fadenstrahlrohr beobachten? Sind diese im sichtbaren Bereich? Durch welche Gesetzmäßigkeiten werden diese Wellenlängen bestimmt?
- Wieso kann die thermische Energie im Vergleich zur Beschleunigungsspannung vernachlässigt werden? Nehmen Sie eine grobe Abschätzung der Werte vor.
- Wie wird eine Bündelung des Elektronenstrahls sichergestellt?
- Warum kann das Magnetfeld der Helmholtzspule in guter Näherung als homogen betrachtet werden?
- Welche weiteren Näherungen/Annahmen müssen gemacht werden, damit (4) gilt?
- Welche Größen sollten am Besten in einem Diagramm aufgetragen werden, um e/m zuverlässig bestimmen zu können?

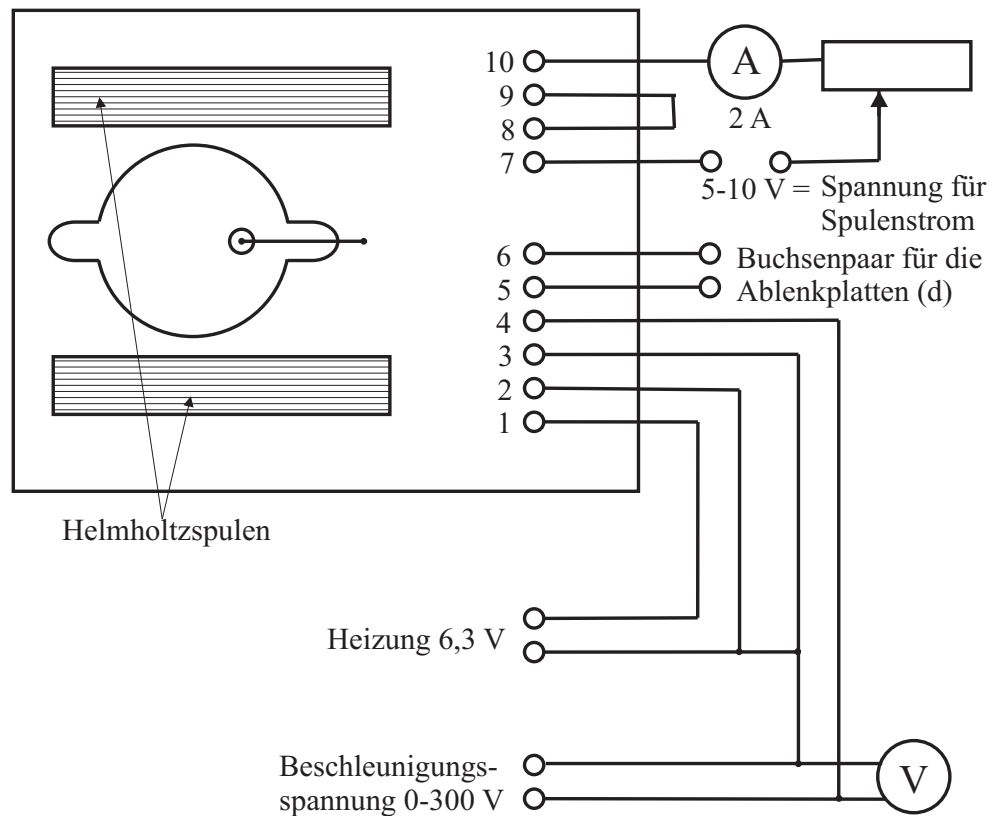


Abbildung 2: Schaltung des Fadenstrahlrohres: Buchsen 2 und 3 werden verbunden, damit die Beschleunigungsspannung auf die Kathode bezogen ist.