

GPV 2: Der Harmonische Oszillator am Beispiel des Torsionspendels

1 Ziel des Versuches

Der im Weiteren durchgeführte Versuch soll einen tieferen Einblick in die Physik von Schwingungen, Dämpfung, Phasenraum, getriebenen Systemen und Resonanzen vermitteln. Darüber hinaus soll man mit dem Digitaloszilloskop vertraut werden.

2 Aufgaben

1. Das Digitaloszilloskop sowie das Torsionspendel kennenzulernen, um das Torsionspendel zum Schwingen zu bringen mit und ohne Treiben sowie mit und ohne Dämpfung. Messung dieser Schwingungen mit dem Oszilloskop im Zeit- sowie im XY-Modus.
2. Bestimmung der Schwingungsdauer für das ungedämpfte und zwei verschiedenen gedämpfte Systeme sowie des Dämpfungsverhältnisses der zwei verschiedenen Dämpfungen. Graphische Darstellung der Schwingungsamplituden als Funktion der Zeit bei beiden Dämpfungen.
3. Aufnahme der Resonanzkurve bei zwei verschiedenen Dämpfungen und Darstellung in einem Diagramm. Vergleich mit der theoretischen Kurve. Beobachtung der Phasenbeziehung zwischen Erreger- und Oszillatorschwingung.

Für alle Messungen wird ein Digitaloszilloskop zur Verfügung gestellt. Bitte bringt einen USB-Stick mit, um die Daten direkt vom Oszilloskop auszulesen.

3 Einleitung

Der Begriff des “harmonischen Oszillators” wird meist mit Bezug auf eindimensionale Oszillation einer Masse, befestigt an einer Hook’schen Feder, eingeführt. Der harmonische

Oszillator kann jedoch viel allgemeiner aufgefasst werden und findet breite Anwendung in fast allen Gebieten der Physik.

Im Gegensatz zum klassischen Pendel — sensitiv auf die Erdanziehungskraft und die Pendellänge — oder dem Federpendel, konzentrieren wir uns in diesem Versuch auf ein “Torsionspendel”: eine harmonische Bewegung in einer eindimensionalen Winkelkoordinate (Abb. 1). Anders als beim Gravitationspendel gilt beim Torsionspendel die Linearität der rückstellenden Kraft (bzw. des Moments) in Abhängigkeit vom Auslenkungswinkel über grössere Bereiche, hier ist keine Annäherung von $\sin \varphi \approx \varphi$ nötig.



Abbildung 1: Das Torsionspendel besteht aus einem Stahldraht, welcher oben und unten fixiert ist und sich um die vertikale Achse verdreht sowie einer Aluminiumnabe mit einer Kupferscheibe, welche die Rotationsträgheit beiträgt. Quelle: Bild übernommen von Ref. [1], S. 1, mit Text hinzugefügt.

4 Grundlagen

Hier handelt es sich im Wesentlichen um eine Wiederholung der klassischen Mechanik aus dem ersten Semester, die für den Versuch relevant wird.

4.1 Bewegungsgleichung des harmonischen Oszillators

Die charakteristische Eigenschaft eines harmonischen Oszillators ist eine sinusförmige Bewegung, was auch in einem breiteren Kontext interpretiert werden kann, siehe z.B. harmonische Oszillation des Lichtfeldes und Darstellung als harmonischer Oszillator in der Quantenmechanik, oder mechanische Gitterschwingungen die ebenso als harmonische Oszillatoren aufgefasst werden können. Für das im Weiteren betrachtete mechanische System ist die Beschleunigung entgegengesetzt proportional zur jeweiligen Koordinate, in diesem Fall der Winkelkoordinate beim Torsionspendel:

$$D_1 = -D^* \times \phi \quad (1)$$

mit D_1 dem rücktreibenden Moment, D^* dem Richtmoment (oder Direktionsmoment) und ϕ dem Auslenkungswinkel. Das Richtmoment D^* hängt hierbei von der Länge des Drahtes, des Radius R und seinem Torsionsmodul G ab:

$$D^* = \frac{\pi G R^4}{2L} \quad (2)$$

Die Bewegungsgleichung für einen derartigen Drehschwinger folgt aus dem Drehimpulssatz:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{D}_i \quad (3)$$

Da sowohl der Drehimpulsvektor \vec{L} als auch alle Drehmomentvektoren \vec{D}_i die Richtung der Drehachse haben, wird das Problem eindimensional. Für den allgemeinen Fall inklusive Reibung und einem möglichen Antrieb folgt:

- Drehimpuls: $L = J\dot{\phi}$ (J : Trägheitsmoment der Scheibe)
- Rücktreibendes Moment: $D_1 = -D^*\phi$
- Moment der Reibungskraft: $D_2 = -\rho\dot{\phi}$ (ρ : Reibungsfaktor)
- Erregermoment: $D_3 = D(t)$

Somit lautet die Bewegungsgleichung:

$$J\ddot{\phi} + \rho\dot{\phi} + D^*\phi = D(t) \quad (4)$$

Sie beschreibt eine gedämpfte, erzwungene Drehschwingung. Bei der Gleichung handelt es sich um eine gewöhnliche, lineare, inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

gewöhnlich ϕ hängt nur von einer unabhängigen Variablen (hier der Zeit) ab.

linear in der unbekannten Funktion ϕ und deren Ableitungen

inhomogen Nicht jedes Glied der Gleichung enthält die Unbekannte ϕ .

zweite Ordnung Die höchste vorkommende Ableitung ist von zweiter Ordnung.

konstante Koeffizienten J , ρ und D^* sind unabhängig von ϕ und der Zeit.

Lösung: Gesucht ist eine Funktion $\phi(t)$, die mit ihren Ableitungen für jede Zeit t die Bewegungsgleichung erfüllt. Die Lösung einer solchen Gleichung setzt sich additiv zusammen aus der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung.

4.2 Freie Schwingungen

Die homogene Bewegungsgleichung ($D(t) = 0$)

$$J\ddot{\phi} + \rho\dot{\phi} + D^*\phi = 0 \quad (5)$$

beschreibt eine freie gedämpfte Schwingung. Einsetzen des Lösungsansatzes $\phi(t) = a \cdot e^{\lambda t}$ in Gl.(5) führt auf die charakteristische Gleichung

$$J\lambda^2 + \rho\lambda + D^* = 0 \quad (6)$$

oder mit $\beta = \frac{\rho}{2J}$ und $\omega_0^2 = \frac{D^*}{J}$ auf

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (7)$$

mit den beiden Lösungen

$$\lambda = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \quad (8)$$

Je nach der Größe der Diskriminante unterscheidet man drei Fälle:

$\beta^2 - \omega_0^2 < 0$ Schwingfall (schwache Dämpfung)

$\beta^2 - \omega_0^2 = 0$ aperiodischer Grenzfall

$\beta^2 - \omega_0^2 > 0$ Kriechfall (starke Dämpfung)

In diesem Versuch handelt es sich nur um den *Schwingfall*. Damit ergeben sich zwei partikuläre Lösungen:

$$\omega := \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \Rightarrow \lambda = -\beta \pm i\omega. \quad (9)$$

Ihre Linearkombination liefert die allgemeine Lösung die zwei freie Konstanten A und B enthält, welche durch zwei Anfangsbedingungen festgelegt werden.

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= a_1 e^{-\beta t} e^{i\omega t} = a_1 e^{-\beta t} [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] \\ \phi_2(t) &= a_2 e^{-\beta t} e^{-i\omega t} = a_2 e^{-\beta t} [\cos(\omega t) - i \sin(\omega t)] \\ \phi(t) &= \phi_1 + \phi_2 = e^{-\beta t} [(a_1 + a_2) \cos(\omega t) + i(a_1 - a_2) \sin(\omega t)] \\ &= e^{-\beta t} [A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)] \end{aligned} \quad (10)$$

Es ist somit ω die Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung und ω_0 die Kreisfrequenz dieses Oszillators bei fehlender Dämpfung. Die Anfangsbedingungen $\phi(0) = \phi_0$ und $\dot{\phi}(0) = \dot{\phi}_0$ führen auf

$$\phi(t) = e^{-\beta t} \left(\phi_0 \cos \omega t + \frac{\dot{\phi}_0 + \beta \phi_0}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (11)$$

In diesem allgemeinen Fall entsprechen ϕ_0 bzw. $\dot{\phi}_0$ den Maximalwerten der Auslenkung bzw. der Winkelgeschwindigkeit. Die Spezialfälle $\phi(0) = 0$ und $\dot{\phi}(0) = 0$ ergeben sich unmittelbar aus Gl. (11). Mit Hilfe der Gl. (10) sowie (11) sieht man, dass die Am-

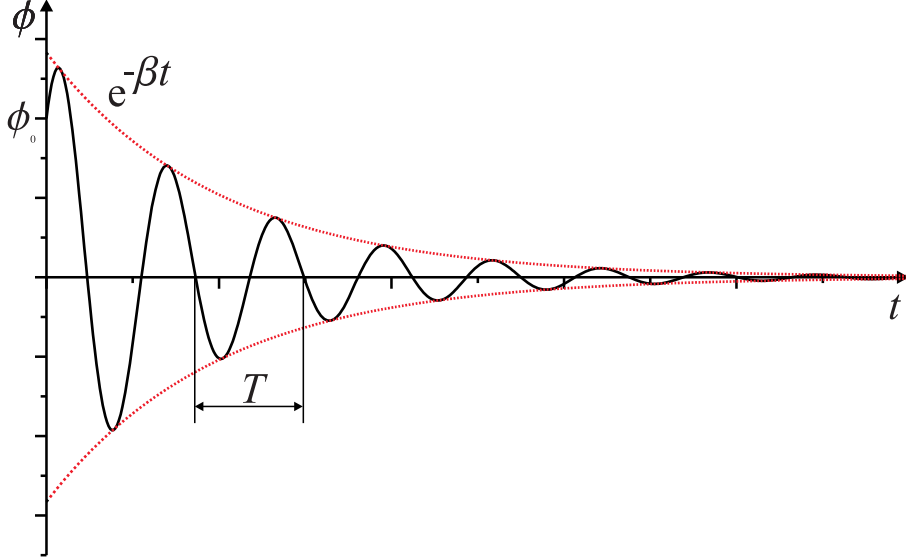


Abbildung 2: Schwingungsverhalten des freien, gedämpften Oszillators. Die Winkelkoordinate vom Torsionspendel ϕ wird als Funktion von der Zeit t geplottet. Bezeichnet sind die Winkelposition ϕ_0 bei $t = 0$, die Amplitude der Oszillation $e^{-\beta t}$ mit β das Dämpfungsmaß, und die Schwingungsdauer T .

plitude exponentiell abnimmt, die gedämpfte Schwingung ist somit keine harmonische Schwingung. Die Schwingungsdauer T wird als die Zeit zwischen zwei Nulldurchgängen gleicher Richtung definiert (siehe Abb. 4.2):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (12)$$

wobei der Zusammenhang zwischen T und $T_0 \equiv \frac{2\pi}{\omega_0}$ wie folgt hergeleitet wird:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} - \frac{\Lambda^2}{T^2} \quad \longrightarrow \quad T = T_0 \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}, \quad (13)$$

mit $\Lambda = \beta T$ das logarithmische Dekrement, sogenannte weil $\Lambda \equiv \ln(k)$, mit k dem Dämpfungsverhältnis zweier aufeinanderfolgender Ausschläge gleicher Phase:

$$k = \frac{\phi(t)}{\phi(t+T)} = e^{\beta T} = \text{const.} \quad (14)$$

4.3 Erzwungene Schwingungen

Für das erregende Drehmoment $D(t)$ wird eine harmonische Zeitabhängigkeit mit der Kreisfrequenz Ω angenommen:

$$J\ddot{\phi} + \rho\dot{\phi} + D^*\phi = D_0 \cos(\Omega t) \quad (15)$$

Für die allgemeine Lösung muss noch eine partikuläre Lösung dieser Gleichung gefunden werden. Prinzipiell kann man dafür die Methode der Variation der Konstanten heranziehen. Schneller kommt man mit einem physikalisch begründeten Ansatz zum Ziel: Die Beobachtung zeigt, dass sich nach einiger Zeit ein stationärer Zustand $\phi_s(t)$ einstellt, bei dem die Schwingung mit konstanter Amplitude mit der Frequenz des Erregers, diesem gegenüber jedoch mit einer bestimmten Phasenverschiebung erfolgt. Man wählt daher den Ansatz

$$\phi_s(t) = \phi_{0s} \cos(\Omega t - \alpha). \quad (16)$$

Die Lösung vereinfacht sich durch die komplexe Schreibweise: $D(t) = D_0 e^{i\Omega t}$. (Der Realteil dieser komplexen Zahl ist das reale physikalische Drehmoment. Entsprechend erhält man eine komplexe Lösungsfunktion, deren Realteil die gesuchte physikalische Lösung ist.) Einsetzen des (nun komplexen) Ansatzes $\phi_s(t) = \phi_{0s} e^{i(\Omega t - \alpha)}$ führt auf die Gleichung

$$\phi_{0s}(\omega_0^2 - \Omega^2 + i2\beta\Omega) = \frac{D_0}{J} e^{i\alpha} \quad (17)$$

Gleichsetzen der Beträge liefert

$$\phi_{0s} = \frac{D_0/J}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad (18)$$

Die Gleichheit der Phasenwinkel führt auf

$$\tan(\alpha) = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (19)$$

Die partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung lautet somit

$$\phi_s = \frac{D_0/J}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \cos[\Omega t - \arctan(\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2})] \quad (20)$$

und die allgemeine Lösung hat die Form

$$\phi(t) = e^{-\beta t} [A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)] + \phi_s(t) \quad (21)$$

Diese Überlagerung der gedämpften Schwingung mit der Kreisfrequenz ω und der Schwingung mit der Kreisfrequenz Ω stellt den Einschwingvorgang dar. Für genügend große Zeiten bleibt nur der zweite Summand übrig, der somit allein den stationären Zustand beschreibt.

Im folgenden wollen wir uns auf die Amplitude und Phasendifferenz im eingeschwungenen Zustand konzentrieren.

4.4 Amplitude des getriebenen Systems

Aus der partikulären Lösung der Bewegungsgleichung (siehe Gl. 20) folgt für die Amplitude A des getriebenen Systems (nach der Einschwingzeit):

$$A = \frac{D_0/J}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad (22)$$

Durch Verwendung der dimensionslosen Größen des Frequenzverhältnisses $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$ und des Dämpfungsmaßes $d = \frac{\beta}{\omega_0}$ folgt, dass die Amplitude allgemein in der Form

$$A \propto V(\eta, d) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4d^2\eta^2}} \quad (23)$$

angegeben werden kann. Hierbei stellt $V(\eta, d)$ die Vergrößerungsfunktion der Amplitude relativ zum ansetzenden Moment dar. Eine graphische Darstellung dieser Funktion finden Sie in Abb. 3. Mit Hilfe von $V(\eta, d)$ lässt sich das Resonanzverhalten des getrie-

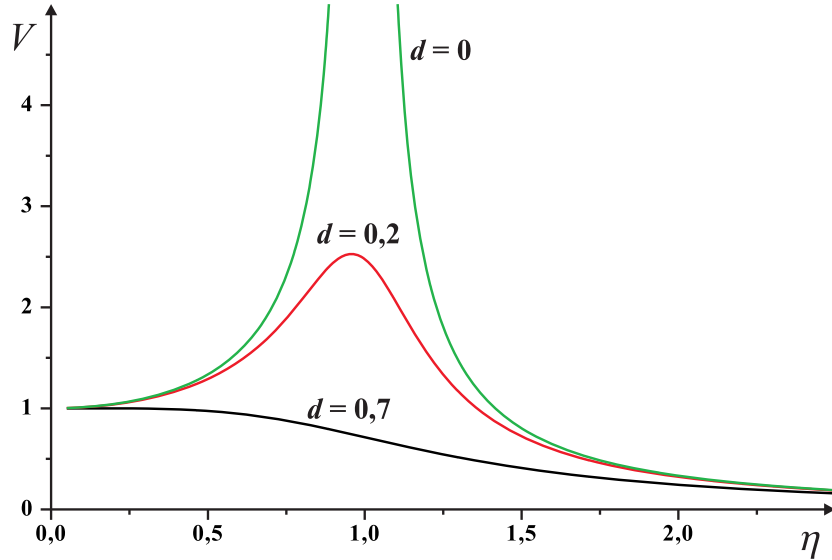


Abbildung 3: Vergrößerungsfunktion $V(\eta, d)$ als Parameter für die Amplitude des getriebenen, harmonischen Oszillators als Funktion vom Antriebsfrequenzverhältnis η für verschiedene Dämpfungen d .

benen Oszillators beschreiben. Das Maximum von V , sprich die Resonanz, erhält man mit Hilfe von:

$$\frac{\partial V(\eta, d)}{\partial \eta} = 0 \quad (24)$$

woraus folgt

$$\eta_0^2 = 1 - 2d^2 \quad (25)$$

d.h. mit wachsender Dämpfung verschiebt sich das Maximum zu kleineren Werten. Für $d > \sqrt{2}/2$ fällt $V(\eta, d)$ monoton mit wachsendem η . Resonanzkurven für verschiedene d -Werte schneiden sich nicht. Sie sind bezüglich η_0 unsymmetrisch.

4.5 Phasenverhalten des getriebenen Oszillators

Unter Verwendung der oben eingeführten Variablen folgt für den Phasenunterschied α zwischen dem treibenden Moment und der Antwort des Systems:

$$\tan(\alpha) = \frac{2d\eta}{1 - \eta^2}. \quad (26)$$

Intuitiv kann dies wie folgt erklärt werden: Bei Antriebsfrequenzen merklich unterhalb der Resonanz folgt das System der treibenden Frequenz. Im Gegensatz dazu, bei Frequenzen merklich über der Resonanzfrequenz des Systems, kann das System dem Antrieb nicht folgen und gerät ausser Takt um schlussendlich gegenphasig zum Antrieb zu reagieren. Die Dämpfung im System beschreibt hierbei wie scharf der Übergang von gleichphasig zu gegenphasig in Abhängigkeit von der Antriebsfrequenz verläuft, siehe hierzu Abb. 4.

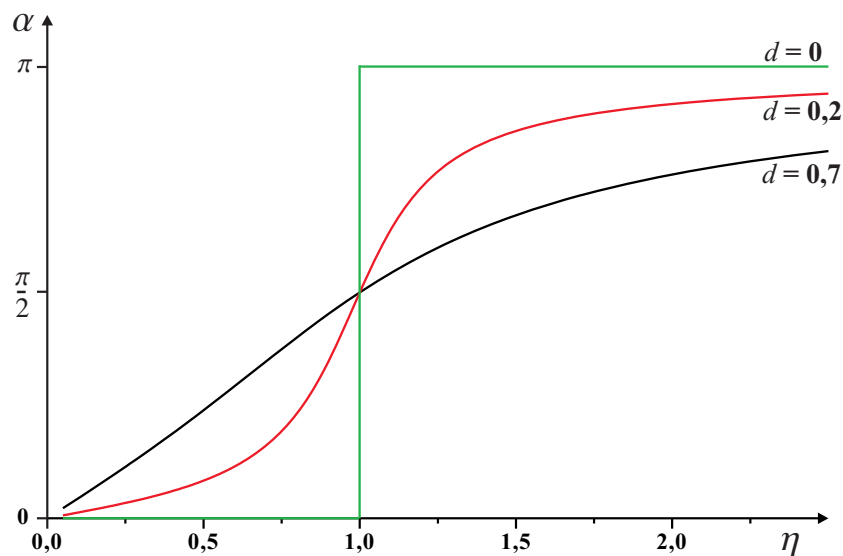


Abbildung 4: Phasenverschiebung α beim getriebenen, harmonischen Oszillator als Funktion vom Antriebsfrequenzverhältnis η für verschiedene Dämpfungen d .

Im Detail kann man folgende Schlussfolgerungen aus Gl. 26 ziehen:

- Aus $\eta = 0$ folgt $\alpha = 0$ für jedes d .
- Aus $\eta = 1$ folgt $\alpha = \pi/2$ für jedes d .
- Aus $\eta \rightarrow \infty$ folgt $\alpha = \pi$ für jedes d .

5 Aufbau

Das Torsionspendel besteht aus einer **Aluminiumnabe mit einer Kupferscheibe**, die die Rotationsträgheit beiträgt (siehe Abb. 5). Die Nabe wird mittels einer **Drahtsaite**

fixiert, die das rücktreibende Moment beiträgt. Ein Paar **Helmholtzspulen**, gemeinsam mit einem **Permanentmagneten** auf der Drahtsaite, ermöglichen sowohl das Auslesen der Geschwindigkeit des Pendels über den induzierten Strom durch die Spulen als auch das Anregen des Pendels durch Anlegen von Wechselstrom an den Spulen.

Noch dazu gibt es eine **elektronische Winkelmesseinheit**, die aus einer teilweise metallbeschichteten Drehscheibe besteht. Zusammen mit dem am Gehäuse angebrachte Gegenstück fungiert diese Einheit als Plattenkondensator. Je nach Position sind die effektiven Flächen unterschiedlich groß und erlauben die Bestimmung der Position bzw. des Winkels. Zusätzlich befindet sich noch eine **optische Ableseeinheit** an der Rotationsscheibe, welche jedoch in diesem Versuch kaum beachtet werden muss.

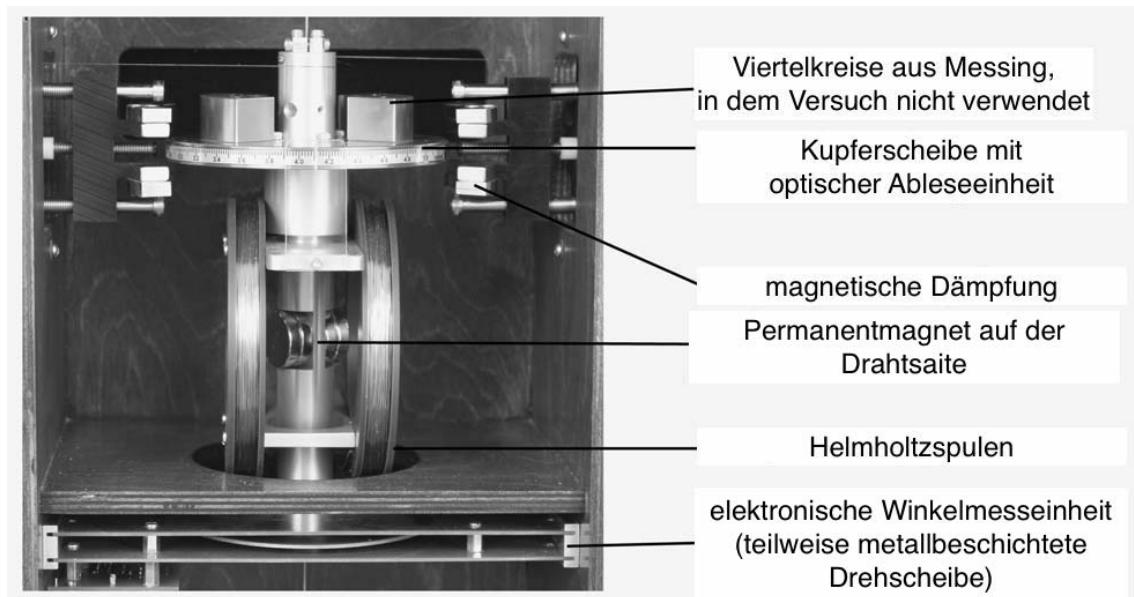


Abbildung 5: Übersicht zum Aufbau des Torsionspendels: In der Mitte befinden sich die Permanentmagnete und das Helmholtzspulenpaar. Darunter kann man die Einheit zum Messen der Position bzw. des Auslenkungswinkels erkennen. Am oberen Bildrand sieht man die Rotationsscheibe sowie die verstellbaren Magnete für die Dämpfung. Quelle: Bild übernommen von Ref. [1], S. 3, mit Text vom Englisch übersetzt.

Herausragendes Merkmal des hier verwendeten Torsionspendels im Vergleich zu anderen Pendeln ist der kontaktlose Antrieb sowie das kontaktlose Auslesen der Pendelposition und -geschwindigkeit. Somit ist das Pendel beinahe reibungslos, was sich in der hohen Güte des Pendels niederschlägt. Eine Dämpfung ist aber durch **verstellbaren Magneten** möglich.

6 Versuchsdurchführung

6.1 Vorbereitende Schritte

Macht euch zunächst mit dem Digitaloszilloskop vertraut indem ihr den Ausgang des Frequenzgenerators mit einem Eingang des Oszilloskops verbindet und die Frequenz auf dem Bildschirm beobachtet. Es ist nicht nötig, diesen Schritt im Bericht ausführlich zu diskutieren, aber man sollte in der Lage sein, die folgenden Fragen zu antworten:

- Wie funktioniert der Trigger? Wie mißt man das Signal kontinuierlich (Run/Stop) oder einmalig (Single)?
- Wie funktioniert der Cursor?
- Wie kann man das Frequenz eines Signals direkt vom Oszilloskop auslesen? Die Amplitude? Den Phasenunterschied zwischen zwei sinusförmigen Signalen?
- Wie kann man bei solchen Messungen die Fehlerbalken abschätzen?
- Wie funktioniert der XY-Plot Modus?
- Wie werden Dateien gespeichert?

Als nächstes kommen wir zu dem Torsionspendelgerät. Macht euch mit dem Gerät vertraut und dokumentiert eure Erkenntnisse:

- Bringt es zum Schwingen — was ist die beste Methode hierzu? Wo befindet sich für den Versuch das interessante Frequenzintervall?
- Wo liest man optisch ab? Wie liest man die Position elektronisch ab? Muss man etwas kalibrieren? Wenn ja, wie? Was könnte diese Messungen verfälschen?
- Wo liest man die Geschwindigkeit elektronisch ab? Was ist hier zu beachten?
- Schaltet die magnetische Dämpfung dazu. Seht euch den Effekt der Dämpfung im Phasenraum an (hierzu das Oszilloskop im XY Modus verwenden) und speichert ein Bild davon.
- Treibt das Pendel elektronisch an. Worauf ist hier Acht zu geben? Kann die Geschwindigkeit unabhängig vom Antrieb gemessen werden?

Zum Bericht gehört von diesem Teil eine kurze Diskussion von euren Erfahrungen sowie eine Darstellung des XY-Plots mit und ohne Dämpfung.

6.2 Schwingungsdauer und Dämpfungsverhältnis

- Messe die Periodendauer T_0 des ungedämpften Systems durch Ablesen vom Oszilloskop. Was ist hierzu der bessere Ansatz: 1 Messung zur Periodendauer von 10 Perioden oder 10 Messungen zur Periodendauer einer Periode? Führe zur besseren Methode 3-5 Messungen durch und middle diese in der Auswertung. Zum Vergleich: nimm die Schwingung am Oszilloskop auf, speichere sie und führe einen Fit durch. Stimmen die Ergebnisse überein?
- Messe anschliessend die Periodendauer T_1 des System mit einer Dämpfung (bei Schwingfall). Berechne aus den gespeicherten Daten das Dämpfungsverhältnis. Ist ein Unterschied zwischen den Periodendauern T_0 und T_1 messbar?

Die Dämpfung wird im nächsten Schritt untersucht, deshalb die Dämpfungseinstellung nicht mehr verändern.

6.3 Resonanzkurven und Phasenbeziehungen im gedämpften, getriebenen System

Jetzt haben wir endlich die Grundlagen, um die wichtigsten (und zeitintensivsten) Messungen dieses Versuchs durchzuführen.

- Berechne aus der Periode die Resonanzfrequenz des gedämpften Systems.
- Treibe nun das Torsionspendel magnetisch an. Wähle je sechs Frequenzen unterhalb und sechs Frequenzen oberhalb der Resonanz. Bestimme die Anregung (also die Amplitude) und die Phasendifferenz zwischen Antrieb und System in Abhängigkeit von der Frequenz (in Einheiten der Resonanzfrequenz) aus den elektronisch aufgezeichneten Daten. Achte darauf, dass bei jeder Änderung der Antriebsfrequenz der Einschwingvorgang abgewartet werden muss.
- Wiederhole diese Resonanzkurvenbestimmung und auch die Messung der Periodendauer und des Dämpfungsverhältnis (Sektion 6.2) für eine zweite Dämpfung, also mit Periodendauer T_2 .
- Trage die Ergebnisse und die analytisch erwarteten Theoriekurven dazu in einen Graphen ein. Diskutiere die Ergebnisse im Sinne der Theorie des Abschnitts 4.4 und 4.5.

7 Vorbereitungsfragen:

- Was ist eine gewöhnliche, lineare, inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung? Erkläre die einzelnen Worte.

- Fallbeispiel zu Differentialgleichungen: $m\ddot{x} = -kx$. Welche Form hat diese Differentialgleichung? Schreibe die Lösungen an. Wieso kann/muss man die verschiedenen Lösungen anschreiben? Wo gehen Randbedingungen ein?
- Beim getriebenen Oszillator: Weshalb hängt die Frequenz im Endzustand nicht von der Dämpfung oder der Resonanzfrequenz des System ab?
- Beschreibe das Verhalten eines getriebenen harmonischen Oszillators unter/oberhalb der Resonanzfrequenz in Bezug auf die Phase des Antriebs.
- Wie sieht die Vergrößerungsfunktion ohne Dämpfung aus? Wieso sieht sie so aus? Macht das Sinn?
- Was ist ein Phasenraum-Diagramm? Wie sieht eine (un)gedämpfte, ungetriebene Schwingung im Phaseraumdiagramm aus?
- Weshalb könnte die Luftfeuchtigkeit bei diesem Versuch eine Rolle spielen? Wie könnte man dies testen?
- Verschiebt sich die Resonanzfrequenz eines harmonischen Oszillators bei erhöhter Dämpfung? Wenn ja, wie? Überlege ein intuitives Bild dazu.

Literatur

- [1] “The Relaxation Times,” Newsletter of TeachSpin, Inc., Vol. III, No. 2, Jul. 2008, heruntergeladen am 09.10.2016 von <http://www.teachspin.com/torsional-oscillator.html>.