

# Grundpraktikum 2: Millikan Versuch

17. Juni 2019

## Ziel des Versuchs:

Im vorliegenden Versuch soll die elektrische Ladung einzelner Elektronen gemessen werden. Das Experiment hat große historische Bedeutung; es zählt zu den fundamentalen Versuchen der Atomphysik: R.A. MILLIKAN hat 1911 mit dieser Anordnung nachgewiesen, dass die elektrische Ladung quantisiert ist, d.h. in Vielfachen der Elementarladung auftritt.

## Versuchszubehör

- MILLIKAN-Gerät (Abb. 2)
- Netzgerät (Abb. 4)
- 2 Stoppuhren

## Technische Daten

Abstand der Kondensatorplatten:	$d = 6 \text{ mm}$
Viskosität der Luft:	$\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}^2$ (bei NTP: 20 °C und 1,013 bar)
Dichte des Öls:	$\rho_{\text{Öl}} = 875 \text{ kg/m}^3$
Dichte der Luft:	$\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \text{ kg/m}^3$ (bei NTP)
Skaleneinheit des Okulars:	0,1 mm
Objektivvergrößerung:	2,00(5) fach

Beachte: Die Dichte der Luft ist abhängig von Druck und Temperatur. Trotzdem muss hier  $\rho_{\text{Luft}}$  bei NTP nicht auf Zimmertemperatur umgerechnet werden, da im Rahmen der Messgenauigkeit gilt:

$$\rho_{\text{Öl}} \gg \rho_{\text{Luft}}$$

Aufgrund der Vergrößerung entspricht ein Skalenteil (Abstand der kleinsten Skalenstriche) einer tatsächlichen Strecke von  $\frac{0,1 \text{ mm}}{2} = 0,05 \text{ mm}$ . (Hebe zur Kontrolle die Beobachtungsschachtel ab und halte einen Maßstab hinter das Mikroskop. Das Bild scheint invertiert.)

## 1 Theorie

MILLIKANs Versuch besteht in der Beobachtung von elektrisch geladenen Öltröpfchen zwischen zwei horizontalen Kondensatorplatten. Das homogene elektrische Feld  $\vec{E}$  zwischen den Platten kann durch Anlegen einer Spannung  $U$  variiert werden. In Abb. 1 ist die Versuchsanordnung in vereinfachter Form dargestellt.

Auf ein elektrisch geladenes Tröpfchen der Masse  $m$ , des Volumens  $V$  und der Ladung  $Q$  wirken im allgemeinen folgende Kräfte:

1. Die Gewichtskraft  $F_g = \rho_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$  wirkt nach unten. Die Auftriebskraft, die das Teilchen in der Luft erfährt, ist dagegen nach oben gerichtet und beträgt  $F_A = \rho_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g$ . Es resultiert die Kraft

$$F_{g;A} = F_g - F_A = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g.$$

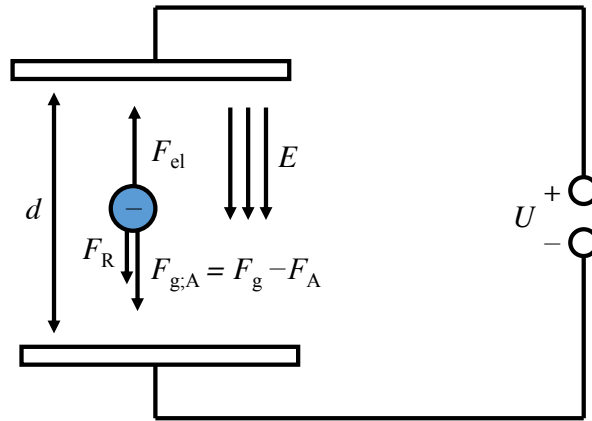


Abbildung 1: MILLIKAN-Anordnung. Die eingezeichneten Kräfte gelten für ein negativ geladenes Teilchen, das im elektrischen Feld des Kondensators zur positiv geladenen Kondensatorplatte nach oben gezogen wird.

- Die Polung des Kondensators ist derart, dass die Kraft, die die Öltröpfchen durch das elektrische Feld im Kondensator erfahren, nach oben gerichtet ist. Sie beträgt

$$F_{\text{el}} = Q \cdot E = Q \frac{U}{d}$$

Dabei ist  $E$  das elektrische Feld,  $U$  die Spannung zwischen den Platten und  $d$  ihr Abstand.

- Der Luftwiderstand wirkt der Bewegung des Öltröpfchens entgegen und wächst mit dessen Geschwindigkeit. Wir betrachten das Öltröpfchen als Kügelchen in einer laminaren Strömung. Dann ist der Luftwiderstand gegeben durch STOKESsche Reibung:

$$F_{\text{R}} = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$$

Dabei ist  $r$  der Radius des Tröpfchens,  $v$  seine Geschwindigkeit und  $\eta$  die Viskosität der Luft. Da der Radius der beobachteten Tröpfchen in der gleichen Größenordnung liegt wie die mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle, gilt das STOKESsche Gesetz nur näherungsweise. Bei der Auswertung der experimentellen Ergebnisse müssen wir dies berücksichtigen.

Während der Durchführung des Versuchs beobachten wir Öltröpfchen in drei verschiedenen stationären Zuständen:

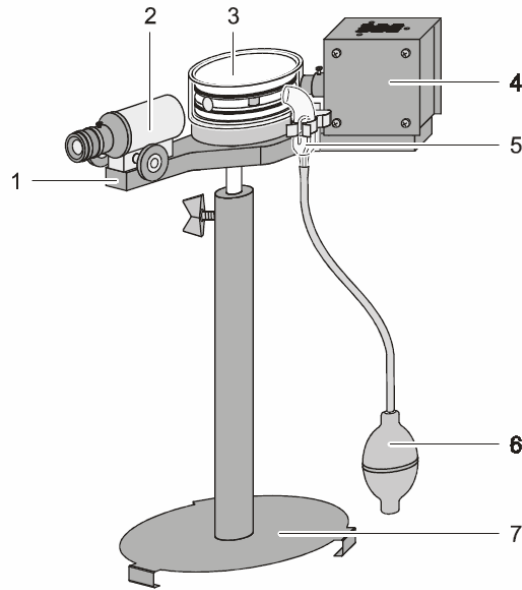
- Freies Sinken in der Luft.**

Die Kondensatorspannung ist ausgeschaltet. Die Gewichtskraft beschleunigt das Tröpfchen so lange, bis sie durch die Reibung kompensiert wird und das Tröpfchen mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_1$  sinkt:

$$\begin{aligned} F_{\text{g};A} &= F_{\text{R}} \\ (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot Vg &= 6\pi r \eta v_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Im Experiment messen wir  $v_1$  und bestimmen damit den Radius  $r$  des Tröpfchens und sein Volumen  $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ .

- Aufsteigen unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung.**



- 1 ... Grundplatte
- 2 ... Messmikroskop mit Okularmikrometer
- 3 ... Millikankammer (Plattenkondensator) mit Kunstglasabdeckung
- 4 ... Beleuchtungseinrichtung
- 5 ... Ölzerstäuber in federnder Halterung
- 6 ... Gummiball
- 7 ... Stativfuß

Abbildung 2: Millikan Gerät. (Bild aus „Gebrauchsanweisung 559 411, Millikan Gerät“, LD Didactic GmbH, Hürth, Deutschland)

Wieder stellt sich, aufgrund der Abhängigkeit der Reibung von der Geschwindigkeit, ein stationärer Zustand ein und das Tröpfchen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v_2$  nach oben:

$$F_{g;A} + F_R = F_{el}$$

$$(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})Vg + 6\pi r\eta v_2 = Q \cdot \frac{U}{d} \quad (2)$$

Im Experiment messen wir  $v_2$  und bestimmen damit unter Benutzung von  $r$  aus Gleichung (1) die Ladung  $Q$  des Tröpfchens.

### 3. Schwebezustand.

Wenn die Spannung  $U$  gerade so groß gewählt wird, dass sie die Gewichtskraft aufhebt, gilt:

$$F_{g;A} = F_{el}$$

$$(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})Vg = Q \cdot \frac{U}{d} \quad (3)$$

Im Experiment messen wir die Schwebespannung  $U$  und können auch hieraus unter Benutzung von  $r$  aus (Gleichung (1)) die Ladung  $Q$  des Tröpfchens bestimmen.

## 2 Experiment

Für die Bestimmung der Elementarladung mit Hilfe ionisierter Öltröpfchen in einem Kondensator gibt es also zwei verschiedene Möglichkeiten:


Schalter U	Schalter t	Spannung	Zeitmess- ausgang 1 (Sinkzeit)	Zeitmess- ausgang 2 (Steigzeit)
		aus	offen	offen
		ein	offen	offen
		ein	offen	kurz- geschlossen
		aus	kurz- geschlossen	offen

Abbildung 3: Funktion der Schalter U und t. Im kurzgeschlossenen Zustand laufen die Uhren. Im offenen Zustand stehen sie. (Bild aus „Gebrauchsanweisung 559 421, Millikan-Betriebsgerät“, LD Didactic GmbH, Hürth, Deutschland)

- **Messmethode I**

Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit  $v_1$  im feldfreien Raum  
Bestimmung der Spannung  $U$ , bei der das Tröpfchen gerade schwebt  
Berechnung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1) und (3)

- **Messmethode II**

Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit  $v_1$  im feldfreien Raum  
Bestimmung der Steiggeschwindigkeit  $v_2$  im elektrischen Feld  
Berechnung der Ladung des Öltröpfchens aus den Gleichungen (1) und (2)

Diese beiden Messverfahren werden in den Abschnitte 2.1 und 2.2 erläutert.

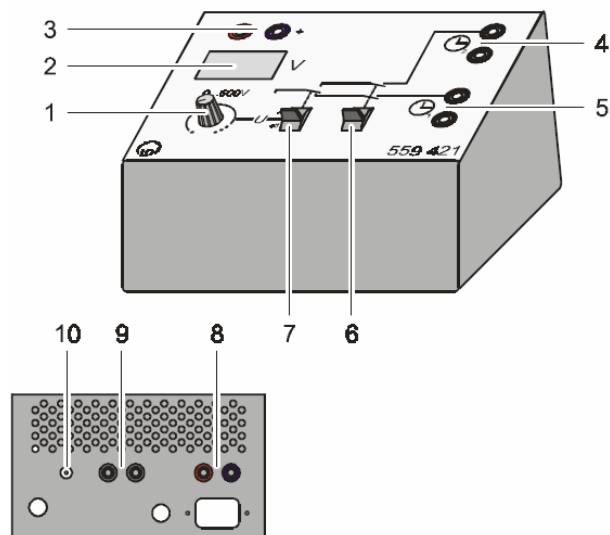
**Zunächst aber einige Hinweise:**

- Öltröpfchen werden durch mehrmaliges kräftiges Drücken des Gummiballs in die Millikankammer gestäubt. (Beachte den Ölstand in der Kapillare).
- Nach dem Einstäuben der Öltröpfchen einige Sekunden warten, bis sich die Luftturbulenzen gelegt haben.
- Geeignet zur Messung sind Tröpfchen, die höchstens etwa 5 Elementarladungen tragen. Das sind im elektrischen Feld die langsamsten Teilchen.

## 2.1 Messmethode I: Schwebemethode

Gemessen werden soll die Spannung  $U$ , bei der das Öltröpfchen im elektrischen Feld des Plattenkondensators in Schwebelage gehalten wird, und die Zeit  $t_1$ , die es benötigt, um im feldfreien Raum nach Abschalten der Spannung längs eines Weges  $s$  nach unten zu sinken. Die Sinkgeschwindigkeit ist damit  $v_1 = \frac{s}{t_1}$ .

1. Stoppuhr an Buchsenpaar 5 des Netzgerätes anstecken. **Schalter U** nach oben und **Schalter t** nach unten stellen. Damit ist die Stoppuhr messbereit, und der Kondensator liegt auf der eingestellten Hochspannung des Netzgerätes.
2. Kondensatorspannung  $U$  am Drehknopf 1 so einstellen, dass ein Tröpfchen im unteren Drittel des Beobachtungsfeldes schwebt. Diese Spannung  $U$  ablesen.
3. Kondensatorspannung mit **Schalter U** ausschalten.
4. Sobald sich das im feldfreien Raum sinkende Öltröpfchen neben einem gewählten Skalenstrich befindet: Zeitmessung mit **Schalter t** starten.



- 1 ... Drehknopf zur Regelung der Kondensatorspannung
- 2 ... Anzeige zur Kontrolle der Kondensatorspannung
- 3 ... Buchsen für Spannungsversorgung des Plattenkondensators am Millikangerät (Kondensatorspannung)
- 4 ... Buchsenpaar für Stoppuhr 2 (Steigzeit)
- 5 ... Buchsenpaar für Stoppuhr 1 (Sinkzeit)
- 6 ... Schalter 't': Kippschalter zum Starten und Stoppen der Uhren
- 7 ... Schalter 'U': Kippschalter zum Schalten der Kondensatorspannung und zum Umschalten der Uhren
- 8 ... Ausgang für Spannungsmessung
- 9 ... Anschluss für Beleuchtungseinrichtung
- 10 ... Hohlbuchse

Abbildung 4: Netzgerät (Bild aus „Gebrauchsanweisung 559 421, Millikan-Betriebsgerät“, LD Didactic GmbH, Hürth, Deutschland)

5. Das sinkende Tröpfchen (das im Mikroskopbild aufsteigt) beobachten und Uhr durch Umlegen des **Schalter U** stoppen, wenn das Tröpfchen einen Weg  $s$  von z. B.  $30\text{ }\mu\text{m}$  zurückgelegt hat.
6. Sinkzeit  $t$ , Sinkstrecke  $s$  und Kondensatorspannung  $U$  notieren.

## 2.2 Messmethode II: Sink-/Steigmethode

Gemessen wird die Sinkzeit  $t_1$ , die ein Öltröpfchen benötigt, um bei abgeschalteter Kondensatorspannung den Weg  $s$  zu sinken. Die Sinkgeschwindigkeit im feldfreien Raum ist dann:  $v_1 = \frac{s}{t_1}$ . Nach Anschalten der Spannung soll die Zeit  $t_2$  gemessen werden die das Öltröpfchen braucht, um dieselbe Strecke  $s$  zu steigen. Die Steiggeschwindigkeit beträgt:  $v_2 = \frac{s}{t_2}$ .

1. Stoppuhren an Buchsenpaare 4 und 5 anschließen. Das Messgerät, durch Betätigen des „Mode“-Knopfs in den Modus „ $t_{E,F}$ “ stellen, **Schalter U** nach oben und **Schalter t** nach unten stellen und den „Start“-Knopf betätigen. Damit ist die Stoppuhr messbereit und der Kondensator liegt auf der eingestellten Hochspannung des Netzgerätes.
2. Am Drehpotentiometer eine Spannung  $U$  von 500 V bis 600 V einstellen, so dass die Öltröpfchen im elektrischen Feld langsam steigen (im Mikroskopbild sinken die Tröpfchen).
3. Im unteren Drittel des Beobachtungsfeldes ein langsames Tröpfchen auswählen und die Kondensatorspannung mit **Schalter U** wieder ausschalten. In Folge fallen die Tröpfchen im Gravitationsfeld.
4. Messung der Sinkzeit mit **Schalter t** starten, wenn das Öltröpfchen einen Skalenstrich des Okularmikrometers passiert.
5. Das sinkende Tröpfchen beobachten, bis es eine zweite Messmarke passiert. In diesem Augenblick **Schalter U** umlegen: Damit wird die Kondensatorspannung  $U$  eingeschaltet, die Messung der Sinkzeit gestoppt und die der Steigzeit gestartet.
6. Sobald das nun steigende Öltröpfchen die erste Messmarke wieder passiert, ist die Zeitmessung mit dem **Schalter t** zu beenden. Sinkzeit, Steigzeit, Weglänge  $s$  und Kondensatorspannung ablesen und notieren.
7. Zum Zurücksetzen des Messgerätes kann entweder der „Stopp“- und anschließend der „Start“-Knopf gedrückt werden oder einfach der „ $\rightarrow 0 \leftarrow$ “-Knopf. Da somit der Versuchsaufbau wieder messbereit ist, kann für eine weitere Messung der erste Schritt übersprungen werden.

*Anmerkung:* Die Sink- und die Steigzeit kann nach dem Abschließen einer Messung durch Drücken des „ $t_{E,F}$ “-Knopfs einzeln angezeigt werden. Dabei ist  $t_E$  die Sink- und  $t_F$  die Steigzeit. Die dritte angezeigte Zeit (wenn die Anzeige für E und F gleichzeitig leuchtet) beschreibt die Steigzeit abzüglich der Umschaltzeit des Schalters U.

## 3 Aufgaben

### Messung und Dokumentieren der Ergebnisse

1. Mache einige (ca. 5) Messungen mit beiden Messmethoden. Überlege, welche der beiden Methoden geeigneter ist und bespricht dies dann mit dem Betreuer.
2. Wähle eine Messmethode und erstelle eine Messreihe für eine genügend große Anzahl von Tröpfchen (mindestens 30 brauchbare Messungen mit  $Q < 10e$ ).
3. Stelle - gegebenenfalls für beide Messmethoden getrennt - die Ergebnisse für die Tröpfchenladung  $Q$  in der Form eines Histogramms gemäß folgendem Beispiel in Abb. 5 dar. Als Größe der Bins bietet sich  $0,1$  oder  $0,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  an. Die einzelnen Ladungsgruppen sollten wie in der Abbildung dargestellt klar ersichtlich sein.

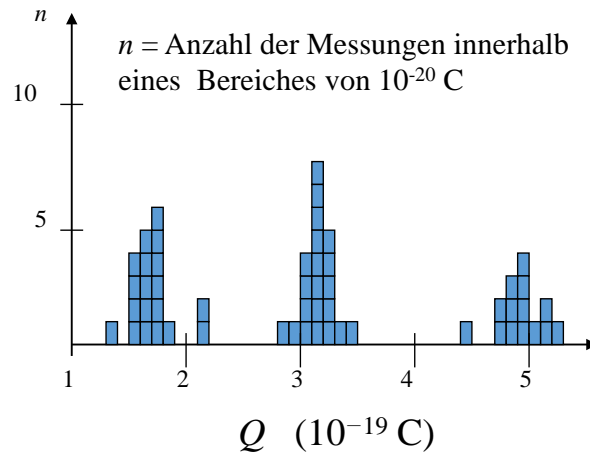


Abbildung 5: Histogramm der berechneten Ladungen  $Q$ .

### Auswertung der Ergebnisse

1. Unterteile die Menge der Messwerte in Ladungsgruppen.
2. Berechne Mittelwerte und Standardabweichungen aus den Verteilungen der verschiedenen Ladungsgruppen.
3. Diskutiere das Ergebnis für  $e$  bezüglich der Messunsicherheit und vergleiche mit einem Literaturwert.
4. Wende die Korrekturen aus dem Anhang auf die Messreihe(n) an und vergleiche den resultierenden Parameter  $b$  mit dem angegebenen Referenzwert.
5. Vergleiche die korrigierten mit den unkorrigierten Werten und einem Literaturwert.

## 4 Vorbereitende Fragen

- Welche Messmethode (Schweben gegen Fall) ist besser? Warum? Welche Einflüsse gelten wo? Wo sind Fehler minimal?
- Wenn man durch das Messmikroskop blickt - wo ist oben bzw. unten?
- Woran erkennt man ob die Spannung am Kondensator richtig angelegt wurde?
- Woran erkennt man „brauchbare“ Messungen?
- Wie unterscheiden sich die Differenz der Mittelwerte zweier benachbarten Ladungsgruppen von dem Mittelwert der ersten Ladungsgruppe? Gibt es einen physikalischen Unterschied zwischen diesen Werten?
- Woran kann die Anzahl der Elementarladungen der jeweiligen Ladungsgruppe erkannt werden, ohne einen Literaturwert für die Elementarladung zu verwenden?

## 5 Anhang

Systematische Untersuchungen zeigen, dass der experimentell gemessene Wert für die Elementarladung etwas zu groß ausfällt. Der Unterschied wird umso größer, je kleiner der Radius der beobachteten Öltröpfchen ist. Diese Erscheinung ist darauf zurückzuführen, dass das der Auswertung zugrundeliegende STOKESsche Gesetz für die Größe der hier vorkommenden Tröpfchen nicht mehr exakt gilt. (Der Tröpfchenradius liegt etwa zwischen  $10^{-3}$  mm und  $10^{-4}$  mm und damit in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle.)

Zur Korrektur kann eine bereits von MILLIKAN angewandte Rechnung herangezogen werden.

Dazu multiplizieren wir die gemessenen Ladungswerte  $Q$  mit einem Korrekturfaktor (auf dessen Herleitung wir hier verzichten) und erhalten die korrigierte Ladung  $Q_k$ .

$$Q_k = \frac{Q}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)^{3/2}} \iff Q^{2/3} = Q_k^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right) \quad (4)$$

Dabei bezeichnet  $p$  den Luftdruck (gemessen in mbar) und  $b$  ist eine graphisch bestimmbare Konstante. Die rechte Seite von Abschnitt 5 ist eine Geradengleichung in der Form:

$$y = y_0 \cdot (1 + bx).$$

Zur Bestimmung der Konstanten  $y_0 = Q_k^{2/3}$  und  $b$  aus den gemessenen Werten  $Q$  und  $r$  gehen wir folgendermaßen vor: Wir tragen  $y = Q^{2/3}$  (z.B. für die Ladungsgruppe 1 Elektron) als Funktion von  $x = \frac{1}{rp}$  graphisch auf. Es ergibt sich eine Gerade, die an der Stelle  $y_0 = Q_k^{2/3}$  die Ordinate schneidet. Aus der Steigung  $\frac{dy}{dx}$  der Geraden erhalten wir die Konstante  $b$ . (Ein guter Wert für diese Konstante ist:  $b \approx 8 \cdot 10^{-5}$  mbar m).