Matemática 2

Trabajo Grupal – Ecuaciones Diferenciales

Docentes: Juan Pablo Gadea

Estudiantes: Joaquin Utmazian, Gaston Breventano, Franco Ferrari

Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales en Ingeniería Mecatrónica

Fundamentación Teórica:

Las ecuaciones diferenciales son una herramienta matemática fundamental en el análisis de sistemas físicos, ya que permiten modelar fenómenos donde una cantidad varía de manera continua. Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra una función desconocida y sus derivadas. En ingeniería y física, las ecuaciones diferenciales son esenciales para describir sistemas dinámicos y sus cambios en el tiempo.

Entre las muchas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales, encontramos las siguientes:

- Crecimiento y decrecimiento poblacional
- Ley de enfriamiento de Newton
- Resolución de circuitos eléctricos
- Problemas de mezcla
- Mecánica newtoniana

Ley de Enfriamiento de Newton

La Ley de Enfriamiento de Newton describe cómo la tasa de cambio de la temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura ambiente La Ley de Enfriamiento de Newton es un ejemplo de ecuación diferencial de primer orden porque involucra únicamente la primera derivada de la función y(t), que representa la temperatura del objeto en función del tiempo.

Una ecuación diferencial de la forma general de primer orden es:

$$\frac{dy}{dt} + p(t) \cdot y = q(t) \tag{1}$$

Donde:

- dy/dt es la derivada de y(t) con respecto al tiempo t. .
- p(t) es una función de t que acompaña al término y en la ecuación.
- q(t) es una función de t, que puede ser una constante o una expresión que depende de t.

En el caso de la Ley de Enfriamiento de Newton, la ecuación diferencial es:

$$\frac{dy}{dt} = -k \cdot (y - T_a) \tag{2}$$

Esta puede reescribirse en la forma estándar de una ecuación diferencial de primer orden:

$$\frac{dy}{dt} + k \cdot y = k \cdot T_a \tag{3}$$

Por lo tanto, es una ecuación diferencial de primer orden porque sólo involucra la primera derivada de y(t) y las funciones p(t), q(t) son constantes en este caso.

.

Matemáticamente, esta ley se expresa como:

$$\frac{dy}{dt} = -k(y - T_a) \tag{4}$$

Donde:

- y(t) es la temperatura del objeto en función del tiempo t.
- Ta es la temperatura ambiente, que asumimos constante.
- k es la constante de enfriamiento.
- dy/dt es la tasa de cambio de la temperatura.

Este tipo de ecuación diferencial es de primer orden porque involucra la primera derivada de la función y(t), y es una ecuación de variables separables, ya que podemos reorganizarla para separar las variables y e t, facilitando su integración.e

$$\frac{dy}{y - T_a} = -k\,dt$$

$$\int \frac{dy}{y - T_a} = \int -k\,dt$$

$$\ln(y - T_a) = -kt + C$$

$$e^{\ln(y - T_a)} = e^{-kt+C}$$

$$y - T_a = Ae^{-kt}$$

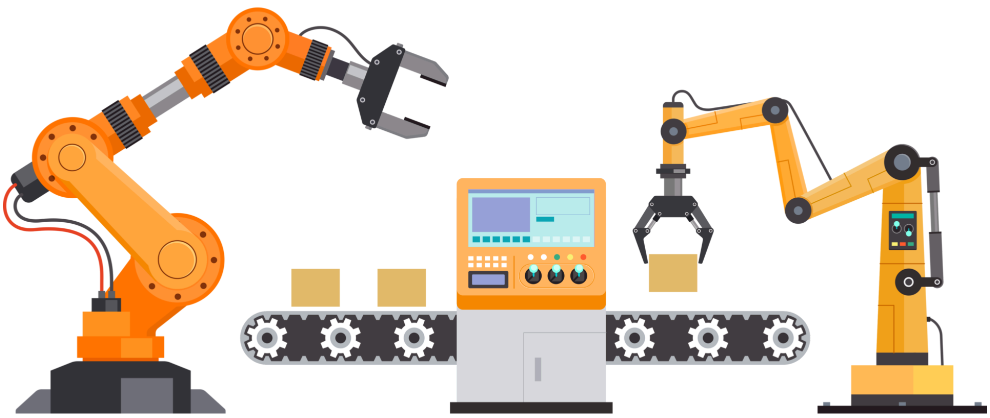
$$y = Ae^{-kt} + T_a$$

Aplicación a un Motor en un Brazo Robótico

En la ingeniería mecatrónica, los motores eléctricos son componentes fundamentales. La Ley de Enfriamiento de Newton puede aplicarse para modelar el enfriamiento de un motor cuando este deja de funcionar o cuando se implementan sistemas de disipación de calor.

Variables:

1) T_inicial (Temperatura inicial del motor)
2) T_ambiente (Temperatura ambiente)
3) tiempo_max (Tiempo entre 0 y 100 minutos)
4) k (Constante de proporcionalidad en cuanto al enfriamiento)



Ley de enfriamiento Newton